

ZASTOSOWANIE TEORII KOLEJEK DO ESTYMACJI POZIOMU WYKORZYSTANIA ODDZIAŁÓW INTENSYWNEJ TERAPII

Artur Szymonik

Inspektorat Uzbrojenia

Warszawa

artursz85@gmail.com

Streszczenie: *Celem niniejszego rozdziału jest zaprezentowanie jednej z podstawowych metod pozwalających na analizę zagadnień związanych z zarządzaniem oddziałami intensywnej terapii. Ze względu na dostępność, w pracy wykorzystane zostały dane z oddziału intensywnej terapii Szpitala Uniwersyteckiego Karolinska w Sztokholmie. Wykorzystując jeden z podstawowych modeli stosowanych w teorii kolejek – model M/M/c, wskazano podstawowe problemy mogące wystąpić w czasie nieprzewidzianego wzmożonego napływu pacjentów. Sytuacja taka miała miejsce w drugim kwartale 2020 roku w czasie epidemii wirusa SARS-CoV-2 i na ten właśnie okres zwrócona została uwaga w opracowaniu. Symulacje przeprowadzone zostały w środowisku Matlab oraz z wykorzystaniem języka Python.*

Słowa kluczowe: zarządzanie w służbie zdrowia, teoria kolejek, model M/M/c.

1. Wprowadzenie

Organizacja i możliwości oddziałów intensywnej terapii (OIT) jest jednym z kluczowych zagadnień z punktu widzenia państwa. Niewystarczająca liczba miejsc na oddziałach intensywnej terapii prowadzi do odwoływania planowanych zabiegów chirurgicznych, wymuszania transferu pacjentów znajdujących się w stanie krytycznym, przedwczesnych wypisów pacjentów hospitalizowanych. Z jednej strony są to oczywiście zdarzenia niepożądane, które powodują obniżanie jakości opieki świadczonej przez szpital. Z drugiej jednak strony, oddziały intensywnej terapii są bardzo drogie w utrzymaniu [1]. Z tego właśnie względu istotny jest problem optymalizacji pojemności wspomnianych oddziałów w taki sposób, aby uniknąć zbędnych kosztów.

Proces leczenia na oddziałach intensywnej terapii uwzględnia niepewności, zmienność, złożoność, ograniczenia oraz skończone zasoby – czynniki, które sprawiają, że zarządzanie takim oddziałem jest procesem skomplikowanym. Proces zarządzania jednostką tak specyficzną, jak oddział intensywnej terapii jest o tyle trudniejszy, że jakość usług tam świadczonych przekłada się bezpośrednio na zdrowie i życie pacjentów [2].

W niniejszym rozdziale omówione zostanie jedno z możliwych podejść do analizy efektów podejmowanych decyzji (stawiania celów) w ramach procesu zarządzania OIT. Jako narzędzie do wspomnianej analizy wykorzystane zostaną niektóre z zagadnień teorii kolejek [3].

2. Dane wykorzystane w badaniach symulacyjnych

Dane wykorzystane w badaniach symulacyjnych pochodzą ze Szwedzkiego Rejestru Intensywnej Terapii (Svenska Intensivvårdsregistret [4]). Zebrane dane pochodzą z okresu 2008-2020 i dotyczą oddziału intensywnej terapii w Szpitalu Uniwersyteckim Karolinska w gminie Solna na północ od Sztokholmu. Tabele 1, 3 oraz 5 zawierają uśrednioną liczbę przyjęć pacjentów w przypadkach nagłych, jak i planowych dla lat 2008-2019 w miesiącach: styczeń, luty, marzec, kwiecień, maj, czerwiec, lipiec i sierpień. W tabelach 2, 4 oraz 6 zawarto te same informacje dla pierwszych ośmiu miesięcy w roku 2020.

Wykresy zaprezentowane na rysunkach 1 i 2 przedstawiają uśrednione wartości liczby pacjentów przebywających na oddziale intensywnej terapii w danym miesiącu oraz średniego czasu przebywania pacjenta na oddziale. Szczególną uwagę należy zwrócić na kwiecień, gdzie zarówno liczba pacjentów przyjmowanych na oddział, jak i czas ich przebywania na oddziale osiąga wartości znacznie przekraczające te uśrednione dla lat 2008-2019.

Porównując wartości w kolejnych miesiącach dla lat 2008-2019, nie obserwuje się znacznych odchyłeń od obliczonej wartości średniej (patrz rysunek 1 oraz 2). Wyraźnie widać, że epidemia wirusa SARS-CoV-2 miała duży wpływ zarówno na zwiększenie liczby pacjentów na OIT, jak i na wydłużenie czasu przebywania pacjentów na oddziale.

Podobny trend można zauważyć analizując tabele 1-6. W kwietniu 2020 zauważyć można zwiększenie się liczby pacjentów przebywających na oddziale IT powyżej czterech dni. Na podstawie danych z poprzednich lat wynikało, że znaczna większość pacjentów przebywała na oddziale jedną dobę bądź krócej. Na tej podstawie można przewidywać, że wystąpiła potrzeba zwiększenia pojemności oddziału w omawianym miesiącu.

Tabela 1. Średnia liczba pacjentów, którzy przebywali w danym miesiącu na oddziale intensywnej terapii przez określoną liczbę dni. Wartości zostały uśrednione dla poszczególnych miesięcy z lat 2008-2019

Dni	<1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Styczeń	27,83	13,33	8,25	5,25	3,08	2,00	2,08	1,92	0,92	1,00	0,75
Luty	28,92	13,83	6,75	4,17	3,33	1,83	1,50	1,17	1,25	0,83	1,08
Marzec	29,42	14,42	7,50	4,75	3,25	2,58	2,00	1,17	1,50	1,33	0,67
Kwiecień	30,42	12,75	8,67	4,42	3,58	3,25	1,67	0,75	1,58	1,08	0,58
Maj	30,25	14,75	8,17	5,00	3,50	2,92	1,33	1,08	1,92	0,75	0,58
Czerwiec	28,42	13,50	7,50	4,33	3,00	2,17	1,08	1,25	0,67	0,42	0,75
Lipiec	28,50	12,42	6,67	4,67	1,67	1,58	1,92	1,42	1,42	0,67	0,58
Sierpień	30,25	14,08	8,83	4,83	2,83	1,75	1,00	1,33	1,25	0,42	0,58

Źródło: <https://www.icuregswe.org/>

Tabela 2. Średnia liczba pacjentów, którzy przebywali w danym miesiącu na oddziale intensywnej terapii przez określoną liczbę dni w roku 2020

Dni	<1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Styczeń	22	11	6	9	1	4	1	1	0	2	1
Luty	10	5	4	6	6	2	1	2	0	1	1
Marzec	15	9	8	10	4	4	2	6	3	2	0
Kwiecień	17	14	12	9	14	4	9	8	4	6	8
Maj	21	15	5	9	1	6	8	3	3	5	5
Czerwiec	37	15	6	7	4	4	4	3	0	2	2
Lipiec	11	6	5	8	1	4	3	2	2	1	1
Sierpień	32	17	12	5	6	4	4	2	0	0	1

Źródło: <https://www.icuregswe.org/>

Tabela 3. Średnia liczba pacjentów, którzy przebywali w danym miesiącu na oddziale intensywnej terapii przez określoną liczbę dni. Wartości zostały uśrednione dla poszczególnych miesięcy z lat 2008-2019

Dni	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Styczeń	0,75	0,58	0,33	0,17	0,42	0,67	0,00	0,00	0,25	0,08	0,08
Luty	0,67	0,33	0,50	0,67	0,17	0,08	0,00	0,00	0,42	0,08	0,08
Marzec	1,17	0,67	0,67	0,42	0,25	0,50	0,00	0,00	0,25	0,08	0,33
Kwiecień	0,67	0,25	0,33	0,33	0,42	0,00	0,00	0,00	0,08	0,00	0,25
Maj	0,33	0,33	0,42	0,42	0,42	0,33	0,00	0,00	0,17	0,17	0,58
Czerwiec	0,92	0,50	0,25	0,25	0,67	0,17	0,00	0,00	0,17	0,08	0,08
Lipiec	0,75	0,42	0,08	0,08	0,33	0,25	0,00	0,00	0,25	0,17	0,08
Sierpień	0,75	0,42	0,58	0,25	0,17	0,25	0,00	0,00	0,17	0,08	0,08

Źródło: <https://www.icuregswe.org/>

Tabela 4. Średnia liczba pacjentów, którzy przebywali w danym miesiącu na oddziale intensywnej terapii przez określoną liczbę dni w roku 2020

Dni	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Styczeń	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
Luty	1	0	1	2	0	1	0	0	2	0	0
Marzec	5	2	4	2	3	1	0	0	1	0	2
Kwiecień	6	1	4	1	9	6	0	0	3	0	3
Maj	3	1	5	1	4	1	0	0	3	0	0
Czerwiec	1	3	2	1	3	1	0	0	1	0	2
Lipiec	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0
Sierpień	0	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0

Źródło: <https://www.icuregswe.org/>

Tabela 5. Średnia liczba pacjentów, którzy przebywali w danym miesiącu na oddziale intensywnej terapii przez określoną liczbę dni. Wartości zostały uśrednione dla poszczególnych miesięcy z lat 2008-2019

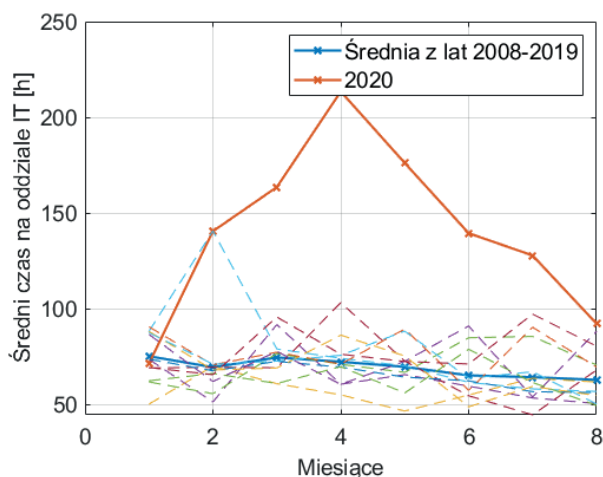
Dni	22	23	24	25	26	27	28	29	30	>30
Styczeń	0,75	0,58	0,33	0,17	0,42	0,67	0,00	0,00	0,25	0,08
Luty	0,67	0,33	0,50	0,67	0,17	0,08	0,00	0,00	0,42	0,08
Marzec	1,17	0,67	0,67	0,42	0,25	0,50	0,00	0,00	0,25	0,08
Kwiecień	0,67	0,25	0,33	0,33	0,42	0,00	0,00	0,00	0,08	0,00
Maj	0,33	0,33	0,42	0,42	0,42	0,33	0,00	0,00	0,17	0,17
Czerwiec	0,92	0,50	0,25	0,25	0,67	0,17	0,00	0,00	0,17	0,08
Lipiec	0,75	0,42	0,08	0,08	0,33	0,25	0,00	0,00	0,25	0,17
Sierpień	0,75	0,42	0,58	0,25	0,17	0,25	0,00	0,00	0,17	0,08

Źródło: <https://www.icuregswe.org/>

Tabela 6. Średnia liczba pacjentów, którzy przebywali w danym miesiącu na oddziale intensywnej terapii przez określoną liczbę dni w roku 2020

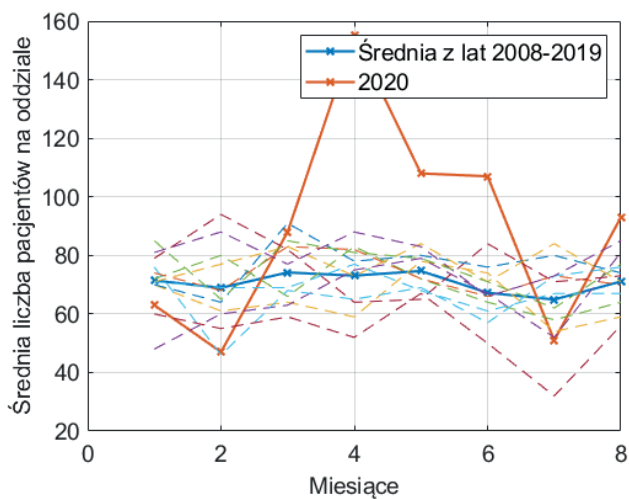
Dni	22	23	24	25	26	27	28	29	30	>30
Styczeń	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Luty	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Marzec	1	1	2	0	0	0	0	0	0	1
Kwiecień	2	2	1	1	1	3	1	0	2	4
Maj	1	2	0	0	0	0	1	0	0	5
Czerwiec	4	0	0	2	0	1	0	0	0	2
Lipiec	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1
Sierpień	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

Źródło: <https://www.icuregswe.org/>



Rys. 1. Średni czas pobytu pacjenta na oddziale intensywnej terapii w kolejnych miesiącach. Niebieska linia – średnia dla kolejnych miesięcy obliczona na podstawie danych z lat 2008-2019. Czerwona linia – dane z roku 2020. Linie przerwane – dane dla kolejnych miesięcy z lat 2008-2019, na podstawie których obliczona została średnia

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Średnia liczb pacjentów na oddziale intensywnej terapii w kolejnych miesiącach. Niebieska linia – średnia dla kolejnych miesięcy obliczona na podstawie danych z lat 2008-2019. Czerwona linia – dane z roku 2020. Linie przerwane – dane dla kolejnych miesięcy z lat 2008-2019, na podstawie których obliczona została średnia

Źródło: opracowanie własne.

3. Model M/M/c

Jednym z najbardziej powszechnych modeli badanych w teorii kolejek jest model M/M/c lub model Erlang C [5]. Model ten pozwala na obliczenie następujących charakterystyk:

- prawdopodobieństwo, że w kolejce do obsłużenia nie znajduje się żaden klient (pacjent);
- prawdopodobieństwo, że w kolejce znajduje się K klientów (pacjentów);
- średnia liczba klientów oczekujących w kolejce;
- średni czas oczekiwania klientów w kolejce;
- całkowity średni czas przebywania klienta w systemie (na oddziale intensywnej terapii).

Z wykorzystaniem modelu Erlang C wiąże się zastosowanie kilku uproszczeń i założeń. Założona zostanie całkowita dostępność oraz nieskończona liczba pacjentów oczekujących. Jeżeli wszystkie miejsca na oddziale są zajęte, pacjent dołączy do kolejki. Niemożliwe jest natomiast zaistnienie sytuacji, że pacjent oczekuje w kolejce pomimo wolnych miejsc na oddziale. Proces przybywania pacjentów na oddział traktowany jest jako proces Poissona, a czas obsługi podlega rozkładowi wykładniczemu [6]. Równania modelu przedstawione są poniżej:

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{N-1} \frac{a^n}{n!} + \frac{a^N}{N!(1-\rho)} \right]^{-1}, \quad (1)$$

$$a = \lambda * \tau, \quad \rho = a \backslash N, \quad (2)$$

$$L_q = \frac{a^{N+1} * p_0}{[N * N! * (1-\rho)^2]}, \quad (3)$$

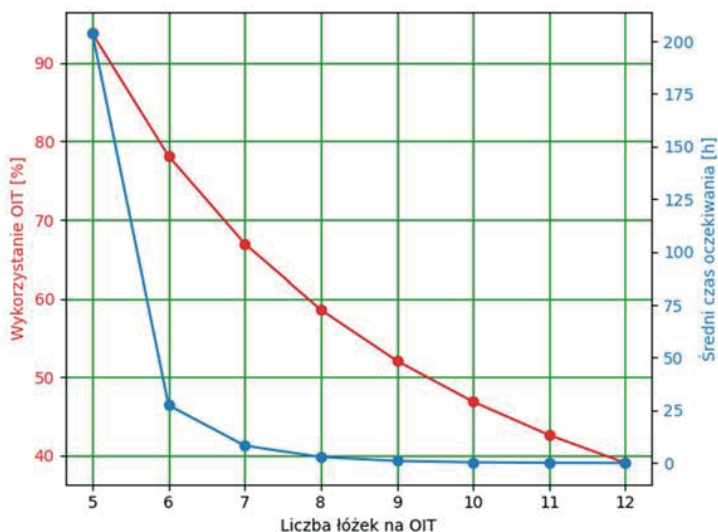
$$t = \frac{L_q}{\lambda}. \quad (4)$$

Oznaczenia wykorzystane w równaniach (1)-(4):

- p_0 to prawdopodobieństwo, że w kolejce nie znajduje się żaden pacjent;
- N to liczba łóżek na OIT;
- λ to liczba pacjentów przybywających na oddział na jednostkę czasu;
- τ to średni czas pobytu pacjenta na OIT;
- ρ to stopień wykorzystania oddziału;
- L_q to średnia liczba pacjentów w kolejce a t to średni czas przebywania pacjenta w kolejce.

W teorii kolejek, minimalizacja czasu oczekiwania klienta (pacjenta) na przyjęcie na oddział oraz maksymalizacja stopnia wykorzystania oddziału, to konfliktujące ze sobą cele. Na rysunku 3 przedstawiony jest przykładowy wykres wykorzystania oddziału (ρ) oraz średniego czasu oczekiwania (t) w funkcji liczby łóżek na oddziale (N). Wyraźnie widać, że zwiększając poziom wykorzystania

oddziału, zwiększa się również czas oczekiwania pacjenta na miejsce na OIT. (Uwaga: należy zwrócić uwagę, że z zaprezentowanego modelu można skorzystać w przypadku, gdy stopień wykorzystania oddziału ρ będzie mniejszy od 1). Na podstawie danych zebranych na przestrzeni lat, można podjąć próbę znalezienia odpowiedniego kompromisu pomiędzy zabezpieczeniem odpowiedniej dostępności miejsc na oddziale intensywnej terapii, tj. utrzymaniem wykorzystania oddziału poniżej pewnego poziomu, a kwestią opłacalności niewykorzystywanych przez większość czasu miejsc na oddziale. W kolejnym rozdziale przedstawione zostaną obliczenia dla wybranego miesiąca (kwietnia) z wykorzystaniem modelu M/M/s.



Rys. 3. Konflikt pomiędzy minimalizacją czasu oczekiwania pacjenta a maksymalizacją wykorzystania oddziału intensywnej terapii

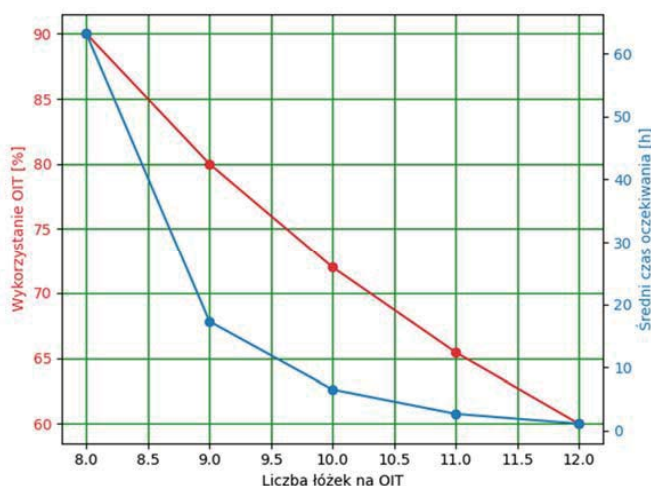
Źródło: opracowanie własne.

4. Zastosowanie modelu M/M/s a estymowanie pojemności oddziałów intensywnej terapii

Podejście do liczby utrzymywanych łóżek na oddziałach intensywnej terapii (w przeliczeniu na 100 000 mieszkańców) czy średniego poziomu „zajętości” miejsc na oddziałach różni się często w zależności od kraju [7]. W rozważaniach przedstawionych w niniejszym opracowaniu przyjęte zostanie, że estymowany poziom zajętości miejsc na OIT nie powinien przekraczać 80%.

Symulacje zostaną przeprowadzone na podstawie danych zawartych w tabelach 1-6 w rozdziale 2. Przykładowe obliczenia wykonane zostaną dla wybranego miesiąca – kwietnia, w którym zarówno liczba pacjentów, jak i czas pobytu były

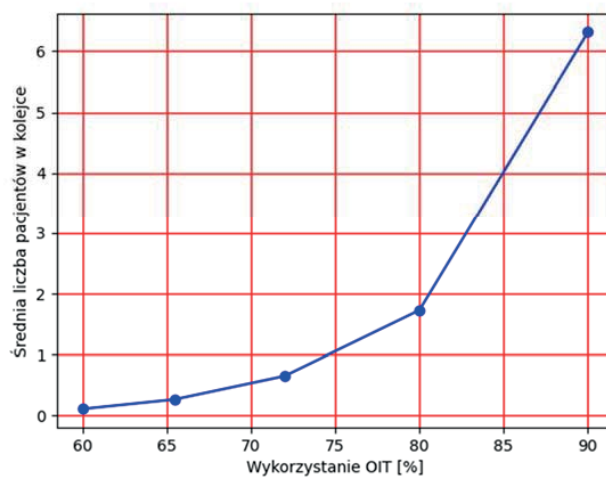
najwyższe. Należy pamiętać, że poczynione tu zostanie założenie upraszczające – oddział na początku miesiąca był pusty. Na podstawie danych zamieszczonych w rozdziale drugim, w symulacji przeprowadzonej dla lat 2008-2019 wykorzystane zostały następujące wartości wielkości występujących w modelu M/M/c: $\lambda = 0,1$ [pacjenta/godzinę], $\tau = 72$ [godziny]. Aby osiągnąć zamierzony cel – poziom zajętości oddziału nie przekraczający 80%, liczba łóżek na oddziale powinna wynosić minimum 9. Można również zauważyć, że zwiększenie liczby łóżek do 10 oznaczać będzie skrócenie czasu oczekiwania pacjenta na miejsce o około 25%. Obniżenie wykorzystania oddziału poniżej 80% oznaczać będzie również zmniejszenie liczby pacjentów oczekujących w kolejce poniżej dwóch.



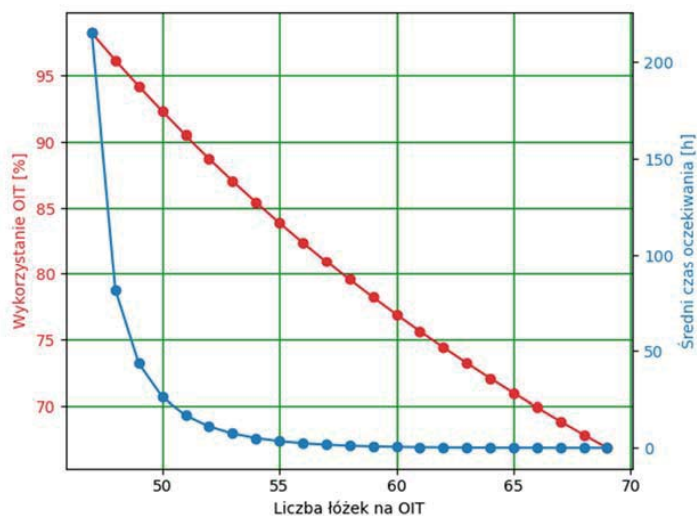
Rys. 4. Wykorzystanie OIT oraz średni czas oczekiwania pacjenta na miejsce na oddziale w funkcji liczby łóżek na podstawie modelu M/M/c

Źródło: opracowanie własne.

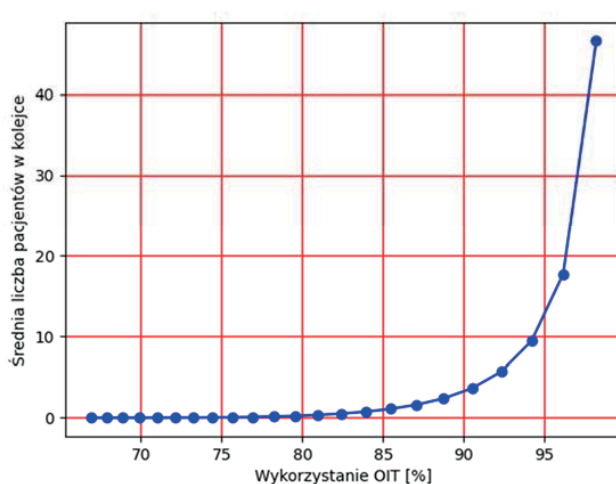
Porównane zatem zostaną dane uśrednione dla lat 2008–2019 z kwietniem 2020 r. Wartości wykorzystane w modelu: $\lambda = 0,22$ [pacjenta/godzinę], $\tau = 213$ [godzin]. Analizując wykres na rysunku 6, można zauważyć, że przy zwiększonej liczbie pacjentów oraz wydłużonym czasie ich pobytu na oddziale, spowodowanym wystąpieniem nowego wirusa, osiągnięcie wykorzystania oddziału poniżej 80% wiązałoby się z utrzymaniem minimum 57 łóżek. W tym miejscu należy podkreślić, że zwiększenie liczby miejsc na OIT to nie tylko dodatkowe wyposażenie, ale również zwiększenie zatrudnienia odpowiednio przeszkolonego personelu. Niezapewnienie odpowiednio niskiego stopnia wykorzystania oddziału wiązać się będzie z wydłużającymi się kolejkami oczekujących pacjentów. Wykładniczy wzrost liczby pacjentów w kolejce w funkcji wykorzystania OIT przedstawiony został na rysunku 7.



Rys. 5. Średnia liczba pacjentów w kolejce w funkcji poziomu wykorzystania OIT na podstawie modelu M/M/c
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 6. Wykorzystanie OIT oraz średni czas oczekiwania pacjenta na miejsce na oddziale w funkcji liczby łóżek na podstawie modelu M/M/c
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7. Średnia liczba pacjentów w kolejce w funkcji poziomu wykorzystania OIT na podstawie modelu M/M/c

Źródło: opracowanie własne.

Należy pamiętać, że przedstawione w rozdziale rozważania oparte są na wykorzystaniu modelu M/M/c, który jest modelem stosunkowo nieskomplikowanym i wprowadzającym pewne uproszczenia. Pozwala on jednak na wstępną analizę problemów mogących wystąpić w procesie zarządzania OIT w czasie wzmożonego napływu pacjentów.

5. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale zaprezentowane zostało wykorzystanie jednego z podstawowych modeli stosowanych w teorii kolejek do wspomagania zarządzaniem oddziałem intensywnej terapii. Zaprezentowany model M/M/c posiada szereg założeń: zdarzenia (przybycie pacjenta na oddział) podlegają rozkładowi Poissona, pacjenci przyjmowani są w kolejności przybycia (FIFO) i kierowani są do pierwszego wolnego zespołu, rozmiar kolejki może dążyć do nieskończoności. Omawiany model pozwala jednak na wstępne przeanalizowanie konsekwencji, jakie niesie ze sobą utrzymywanie poziomu wykorzystania OIT bliskiego 100%, szczególnie w czasie niespodziewanego wzmożonego napływu pacjentów. Problemy te zostały uwypuklone w Szwecji w drugim kwartale 2020 roku, w czasie epidemii nowego wirusa SARS-CoV-2. Autor w opracowaniu wskazuje jedynie zarys jednego z podejść do analizy procesu zarządzania oddziałami intensywnej terapii. Kolejnym krokiem będzie przeanalizowanie szerszego zakresu narzędzi (modeli).

Literatura

- [1] Putinano D., Maio F.F.D., Orlando V., Nicola A.D., *Cost Analysis of an Intensive Care Unit*, "Journal of Pharmacy and Pharmacology" 2014, pp. 501-507.
- [2] Udziński J., Radoński E., (2009), *Metody zarządzania zasobami na przykładzie służby zdrowia*, Badania Operacyjne i Decyzje, Tom 1, ss. 121-142.
- [3] Sanderson C., Gruen R., (2006), *Analytical Models for Decision Making*, Open University Press, New York.
- [4] Svenska Intensivvårdsregistret (SIR), <https://www.icuregsw.se> (dostęp: 1.10.2020).
- [5] Hall R., (1990), *Queueing Methods For Services and Manufacturing*, Prentice Hall, New Jersey.
- [6] Iversen V.B., (2009), *Teletraffic Engineering and Network Planning*, Technical University of Denmark, Lyngby.
- [7] *List of countries by hospital beds*, w: Wikipedia, the free encyclopedia [online], dostępny w: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_hospital_beds (dostęp: 1.10.2020).

APPLICATION OF THE QUEUE THEORY TO ESTIMATE THE USE OF INTENSIVE CARE UNITS

Abstract: *The aim of this article is to present one of the basic methods for analyzing issues related to the management of intensive care units. Due to availability, the study used data from the intensive care unit of Karolinska University Hospital in Stockholm. Using one of the basic models used in the queueing theory – the M/M/c model, the basic problems that may occur during an unpredicted increased inflow of patients have been identified. Such a situation took place in the second quarter of 2020 during the SARS-CoV-2 virus epidemic, and this period was highlighted in the article. The simulations were carried out in the Matlab environment and with the use of Python programming language.*

Keywords: health care management, queue theory, M / M / c model.