

ROBERT BANASIAK, RADOSŁAW WAJMANWydział Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki
Politechniki Łódzkiej

NOWE TECHNIKI REKONSTRUKCJI TRÓJWYMIAROWYCH OBRAZÓW I KSZTAŁTÓW DLA TOMOGRAFII POJEMNOŚCIOWEJ

Recenzent: **prof. Jan Sikora**

Maszynopis dostarczono: 1. 10. 2010

Streszczenie: W poniższym artykule przedstawiono podstawowe wyniki badań nad rozwojem nowych metod rekonstrukcji obrazu dla trójwymiarowej elektrycznej tomografii pojemnościowej. W ramach tych badań został opracowany szereg nowych algorytmów, między innymi: algorytm wyznaczający rozkład czułości sensora w węzłach siatki metody elementów skończonych oraz algorytmy nieliniowej rekonstrukcji obrazów oraz kształtów z uwzględnieniem kompletnego modelu numerycznego trójwymiarowej sensora pojemnościowego. Ponadto w artykule zaprezentowano przykładowe rekonstruowane obrazy uzyskane przy pomocy opracowanych algorytmów.

1. WPROWADZENIE

Proces rekonstrukcji obrazu w trójwymiarowej tomografii pojemnościowej jest wzajemnie uzupełniającym się połączeniem zagadnienia prostego oraz odwrotnego [14]. Zagadnienie proste związane jest z modelowaniem 3D pola elektrycznego np. metodą elementów skończonych (MES) [11]. Podstawowym celem tego etapu przetwarzania danych tomograficznych jest wyznaczenie rozkładu (map) czujnika ECT. Wartość czułości w określonym obszarze czujnika definiowana jest jako zmiana wartości pojemności międzyelektrodowej jako

odpowieź na zmianę rozkładu przenikalności w tym konkretnym obszarze. Ta właściwość pola elektrycznego decyduje o tym, że przetwarzanie odwrotne jest źle postawione. Powstała macierz czułości $\mathbf{S}$ jest najważniejszym elementem w deterministycznym podejściu dla rozwiązania problemu odwrotnego. Jej zadaniem jest linearyzacja pola elektrycznego i wyznaczenie obrazu rozkładu przenikalności $\hat{\epsilon}$ na podstawie wartości pomiarowych $\mathbf{C}$.

$$\hat{\epsilon} = \mathbf{S}^+ \cdot \mathbf{C} \quad (1)$$

Z macierzą czułości związanych jest wiele problemów numerycznych. Macierz ta nie jest macierzą kwadratową. Jej wymiary zależą od liczby niezależnych pomiarów oraz od znacząco większej liczby punktów obrazu. Stąd niemożliwe jest wyliczenie odwrotności $\mathbf{S}^{-1}$ i w różnych znanych metodach rekonstrukcji obrazów stosowana jest jej pseudo-odwrotność $\mathbf{S}^+$, a rozważany problem jest źle uwarunkowany i pod-określony. W literaturze prezentowanych jest wiele deterministycznych metod rekonstrukcji obrazów dla ECT [13]. Jedną z nich, najczęściej stosowaną jest liniowa projekcja wsteczna (*ang. Linear Back-Projection – LBP*). Metoda jest zdecydowanie najszybsza, ale jednocześnie najmniej dokładna. Pseudo-odwrotność macierzy czułości wyznaczana jest poprzez jej transpozycję. Metoda ta ma też swoją implementację jako iteracyjna metoda Landwebera [12], która jest również szybka, a poprzez minimalizowanie błędu rekonstrukcji w trakcie licznych iteracji dokładniejsza. Metoda ta, do uzyskania końcowego obrazu, rozwiązuje następujące równanie:

$$\hat{\epsilon}_{k+1} = \hat{\epsilon}_k - \alpha \cdot \mathbf{S}^T (\mathbf{S} \cdot \hat{\epsilon}_k - \mathbf{C}) \quad (2)$$

gdzie k jest numerem kolejnej iteracji, α jest parametrem relaksacji sterującym prędkością zbieżności metody i obecnie jest powszechnie stosowana w aplikacjach przemysłowych do wizualizacji dynamicznych procesów przemysłowych. Zaawansowanym i znacznie bardziej złożonym obliczeniowo algorytmem jest (opisywana w dalszej części artykułu) metoda nieliniowej rekonstrukcji obrazu trójwymiarowego, w której w równaniu (2) człon liniowy $\mathbf{S} \cdot \hat{\epsilon}_k$ może być zastąpiony symulacją tomografu 3D ECT realizowaną poprzez zastosowanie metod numerycznych np. algorytmu metody elementów skończonych (MES) do wyznaczania symulowanych wartości pojemności w oparciu o zadane warunki brzegowe [10]. Warunki te określają sytuację, gdy jednej z elektrod nadaje się potencjał elektryczny V a pozostałe są uziemione a elementom siatki MES przypisuje się wartości elementów obrazu z k -tej iteracji.

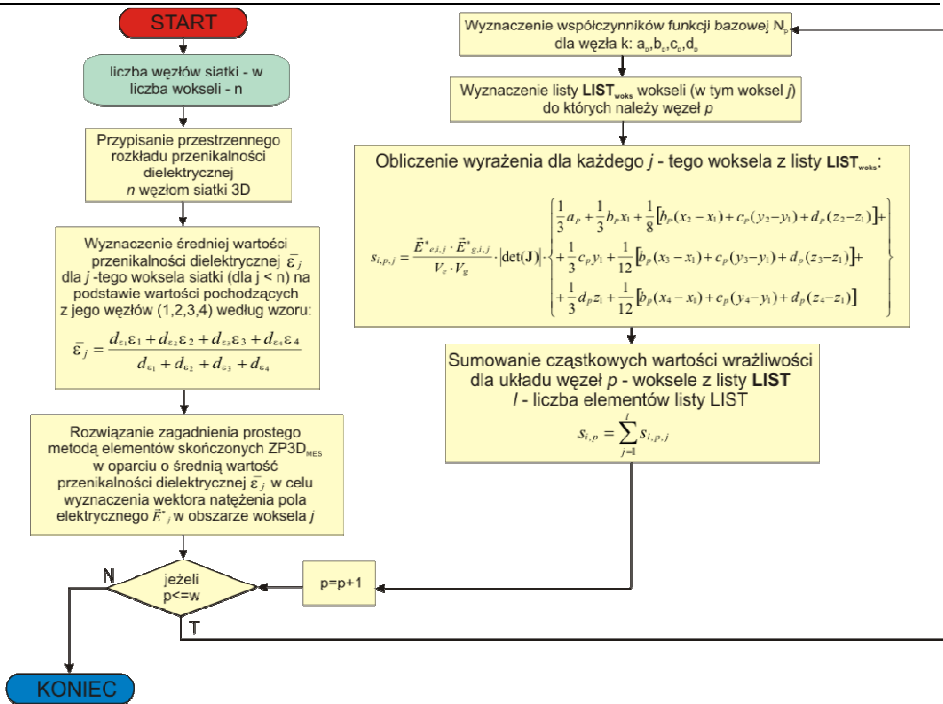
2. WĘZŁOWA MACIERZ WRAŻLIWOŚCI

Mapy czułości powszechnie stosowane w elektrycznej tomografii pojemnościowej charakteryzują się tym, iż ich wartości wyznaczone są dla trójkątów bądź czworościanów siatki MES wykorzystywanej do rekonstrukcji

obrazów [2][11]. Macierz czułości $\mathbf{S}$ składa się z rozkładów czułości mapujących zależności pomiędzy danymi pomiarowymi a wartościami przenikalności elektrycznej elementów obrazu. Wartość czułości dla i -tej pary pomiarowej oraz j -tego elementu obrazu można wyznaczyć ze wzoru [12]:

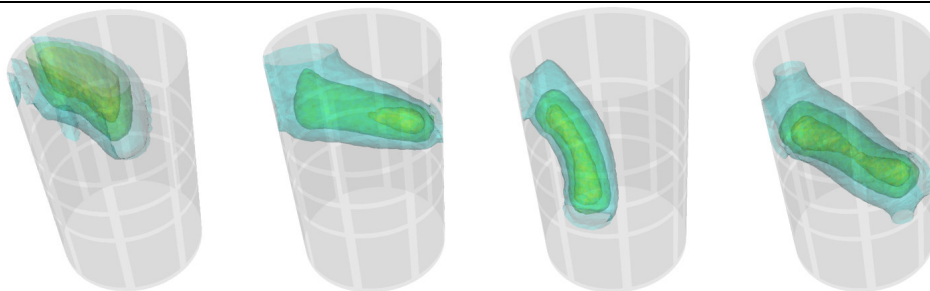
$$s_{ij} = \frac{1}{V_e \cdot V_g} \int_{\Omega_j} \vec{\mathbf{E}}_{e,j} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{g,j} d\Omega \quad (3)$$

gdzie $\vec{\mathbf{E}}_{e,j}$ oraz $\vec{\mathbf{E}}_{g,j}$ są wektorami natężenia pola elektrycznego dla j -tego elementu siatki, gdy na elektrodach (oznaczonych jako e i g), biorących udział w pomiarze, ustawiono dodatnią wartość potencjału elektrycznego. Ω jest objętością elementu j . Rozważana para pomiarowa e i g jest i -tą kombinacją pomiarową z całego cyklu pomiarowego. Cechą charakterystyczną rozkładów czułości wyznaczanych w oparciu o znane w literaturze algorytmy [12][13] jest to, że ich wartości wyznaczane są dla elementów siatki będących bądź trójkątami (dla zagadnienia 2D), bądź czworościanami (dla zagadnienia 3D). Jedną z podstawowych własności siatek czworościennych 3D stosowanych w elektrycznej tomografii pojemnościowej jest to, iż liczba elementów w tych siatkach może być znacząco większa niż liczba węzłów. Zależność ta wynika z tego, iż dany węzeł siatki może należeć do więcej niż jednego elementu siatki. Korzystając z tej zależności w Katedrze Informatyki Stosowanej opracowano nowatorską metodę minimalizacji ilości informacji niezbędnej do realizacji procesu rekonstrukcji obrazu 3D poprzez redukcję rozmiarów macierzy wrażliwości (ang. *sensitivity matrix*) [3]. W ramach prowadzonych w tym zakresie badań zaproponowano przeprowadzenie transformacji procesu wizualizacji tomograficznej z wokseli do węzłów siatki 3D a także został opracowany i zaimplementowany nowatorski algorytm wyznaczania wartości macierzy wrażliwości dla węzłów siatki modelu czujnika. Sieć działań tego algorytmu przedstawiono na Rys. 1.

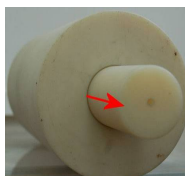


Rys. 1. Sieć działań algorytmu wyznaczającego wartości macierzy wrażliwości dla węzłów siatki [3]

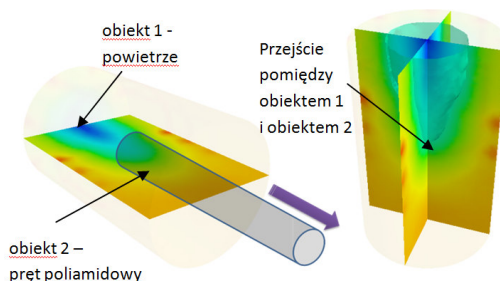
Macierz czułości o wartościach wyznaczonych dla węzłów siatki wymusiła również modyfikację wybranych deterministycznych metod rekonstrukcji 3D. Algorytmy rekonstrukcji obrazu 3D po uwzględnieniu „węzłowej” macierzy wrażliwości pozwalają uzyskać kilkukrotnie większą wydajność obliczeniową samego procesu rekonstrukcji obrazu. Podejście to jest również korzystne na etapie prezentacji trójwymiarowej obrazu. Wierzchołki elementów przestrzeni są bowiem naturalnym zbiorem danych wejściowych dla mechanizmów trójwymiarowej prezentacji obrazu np. dla biblioteki wizualizacji OpenGL i Kitware VTK. Na Rys. 2 przedstawione zostały przykładowe macierze wrażliwości wyznaczone dla trójwymiarowego 32-elektrodowego czujnika ECT. Charakter rozkładu wrażliwości pomiaru na zmianę przenikalności elektrycznej zawarty w tych macierzach jest podobny, jak w przypadku klasycznych macierzy wyznaczanych dla wokseli. Poprawność opracowanej metody prezentowanych macierzy potwierdzają wyniki rekonstrukcji obrazów przedstawione na Rys. 3.



Rys. 2. Wizualizacje wybranych węzłowych map wrażliwości



rekonstruowanymi
dielektrykami są:
powietrze (dziura w
fantomie) oraz
poliamidowy pręt w
połowie wypełniający
czujnik

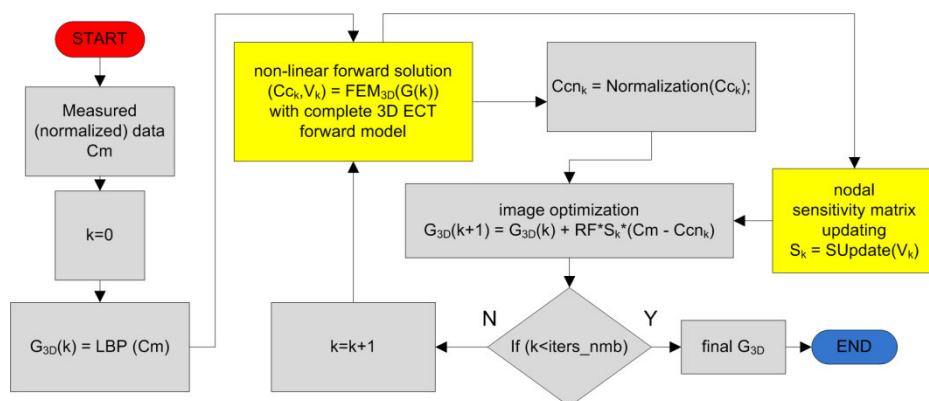


Rys. 3. Przykładowe wyniki rekonstrukcji obrazów (algorytm LBP) [3]

3. NIELINIOWA REKONSTRUKCJA OBRAZU 3D W SYSTEMACH ELEKTRYCZNEJ TOMOGRAFII POJEMNOŚCIOWEJ

Iteracyjny algorytm rekonstrukcji dla elektrycznej tomografii pojemnościowej jest techniką tworzenia obrazu, która wymaga dużych mocy obliczeniowych komputerów. Czasochłonność metody IBP wynika z złożoności zastosowanej funkcji optymalizacyjnej, która w pętli iteracyjnej wyznacza nowe obrazy w oparciu o obrazy poprzednie stosując przy tym odpowiednie przekształcenie matematyczne. W celu maksymalizacji jakości zrekonstruowanych obrazów w ramach tego przekształcenia zamiast uproszczonego procesu linearyzacji stosuje się techniki numeryczne np. MES. Tak sformułowany algorytm rekonstrukcji obrazu w połączeniu z techniką aktualizacji rozkładu czułości na podstawie kolejnych i poprzednich kroków

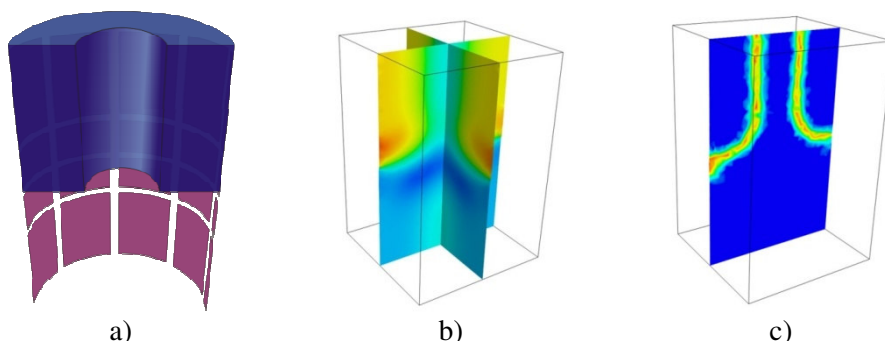
iteracyjnych nosi nazwę nieliniowego algorytmu rekonstrukcji obrazu [2]. Nazwa ta wynika z faktu, iż powyżej wyszczególnione zabiegi numeryczne prowadzą do redukcji nieliniowego wpływu pola elektrycznego na wynik rekonstrukcji. Prace zespołu tomografii Katedry Informatyki Stosowanej poświęcone zagadnieniu prostemu w tomografii pojemnościowej 3D mają szczególny wymiar w kontekście nieliniowej rekonstrukcji obrazu 3D. Zagadnienie proste jest bowiem istotnym elementem nieliniowego, iteracyjnego procesu rekonstrukcji obrazu. W celu rozwiązania zagadnienia prostego dla elektrycznej tomografii pojemnościowej 3D wykorzystuje się metodę elementów skończonych, która w każdej iteracji wyznacza nowy rozkład pola elektrycznego na podstawie obrazu z poprzedniej iteracji. Wyznaczony rozkład pola elektrycznego wykorzystywany jest następnie przez funkcję optymalizującą rekonstruowany obraz 3D. Stąd istotnym jest fakt, by rozkład pola elektrycznego wyznaczany na drodze symulacji był jak najbardziej zgodny z rozkładem występującym w czujniku eksperymentalnym. Stopień zgodności tych dwóch elementów procesu rekonstrukcji obrazu warunkuje zarówno zbieżność tego procesu jak i jakość zrekonstruowanego obrazu: minimalizacja funkcji przenoszenia (ang. *Point Spread Function*), zdolność do separacji obiektów o różnych właściwościach fizycznych. Przykładowa implementacja nieliniowego algorytmu rekonstrukcji obrazu została przedstawiona na Rys. 4.



Rys. 4. Sieć działań przykładowego nieliniowego algorytmu rekonstrukcji obrazu

Prace nad modyfikacją numerycznego modelu czujnika obejmują między innymi implementację systemu ekranowania i optymalizację siatek 3D pod kątem specyficznej struktury czujnika pojemnościowego 3D. Wnioski z badań nad poprawą dokładności modelu numerycznego czujnika pomiarowego są wykorzystywane do rozwoju nowych algorytmów rekonstrukcji obrazu w węzłach siatki oraz kształtów 3D wyznaczanych na bazie wokseli. Algorytmy te są kolejnym istotnym elementem zagadnienia nieliniowej rekonstrukcji.

Rekonstrukcja obrazu w węzłach siatki ma na celu zobrazowanie objętościowe wnętrza czujnika i umożliwia analizę tego wnętrza pod kątem identyfikacji jego komponentów różniących się właściwościami fizycznymi. Algorytmy rekonstruujące kształty koncentrują się na wyznaczeniu granic (interfejsów, ang. *interface*) pomiędzy obszarami o różnych fazach bądź innych parametrach fizyko-chemicznych. Rekonstrukcja kształtu w elektrycznej tomografii pojemnościowej w oparciu o wąskopasmową metodę poziomomic jest zagadnieniem nowym a wstępnie uzyskane wyniki są obiecujące [1][9]. Przykładowa nieliniowa rekonstrukcja obrazu 3D oraz kształtu 3D, uzyskana w oparciu o dane eksperymentalne z uwzględnieniem zmodyfikowanego numerycznego modelu czujnika, zostały zademonstrowane na Rys. 5.



Rys. 5. Wynik działania rekonstrukcji kształtów; a) dane eksperymentalne, b) rekonstrukcja obrazu 3D, c) rekonstrukcja kształtu 3D

Oprócz wspomnianych powyżej rozwiązań, w zespole tomografii Katedry Informatyki Stosowanej prowadzone są również prace nad poprawą efektywności oraz szybkości istniejących metod rekonstrukcji obrazu. Z uwagi na fakt, iż proces nieliniowej rekonstrukcji obrazu jest czasochłonny (wyznaczenie jednego obrazu może trwać od kilku minut do kilku dni – w zależności od gęstości zastosowanej siatki), w Katedrze Informatyki Stosowanej PŁ prowadzone są również wstępne prace nad implementacją mechanizmów obliczeń równoległych w procesie trójwymiarowej nieliniowej rekonstrukcji obrazu przy użyciu zaawansowanych wielordzeniowych jednostek obliczeniowych w tym również technologii Nvidia CUDA™ (ang. *Nvidia's Compute Unified Device Architecture*) i technologii obliczeń równoległych OpenCL (ang. *Open Computing Language*).

4. WALIDACJA NUMERYCZNA CZUJNIKÓW 3D ECT W OPARCIU O DANE EKSPERYMENTALNE

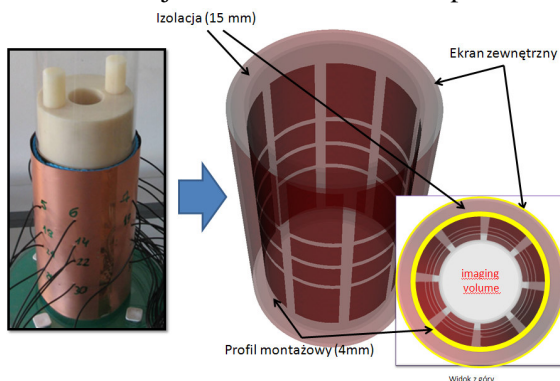
Fundamentem działania wszystkich systemów elektrycznej tomografii pojemnościowej 3D jest pomiar zmian pojemności pomiędzy wszystkimi kombinacjami elektrod znajdujących się w tej samej bądź różnych płaszczyznach. W trakcie pomiaru jedna z elektrod jest wzbudzana określoną wartością potencjału elektrycznego (w zakresie 5÷15 V), podczas gdy pozostałe elektrody są uziemione. Wartości pojemności, na podstawie których buduje się obraz tomograficzny, są bardzo małe (10^{-12} ÷ 10^{-15} Farada) [10]. Tak małe wartości pomiarowe są szczególnie narażone na wpływ zakłóceń zewnętrznych. W związku z powyższym struktura czujnika pojemnościowego wymaga implementacji szeregu mechanizmów chroniących pole elektryczne pomiędzy elektrodami przed wpływem zewnętrznych pól elektrostatycznych. W strukturze czujnika pojemnościowego uwzględnia się również elementy modelujące rozkład wewnętrznego pola elektrycznego.

Czujnik ECT 3D jest strukturą mechaniczno-elektryczną zbudowaną najczęściej w oparciu o walcowy profil zamknięty. Kluczowymi elementami czujnika pojemnościowego mającymi wpływ na generowane w nim pole elektryczne mają: układ elektrod pomiarowych oraz system ekranów. Najczęściej stosuje się ekranowanie zewnętrzne w postaci płaszcza miedzianego, uziemionego i odizolowanego od systemu elektrod, obejmującego swoim obszarem całą strefę pomiarową czujnika: elektrody i ekrany brzegowe. Zastosowanie ekranu zewnętrznego umożliwia skuteczne odseparowanie układu pomiarowego czujnika od zakłóceń zewnętrznych oraz ograniczenie obszaru występowania pola elektrycznego i zdolności detekcyjnych czujnika do obszaru profilu zamkniętego oraz jego bliskiego sąsiedztwa. System ekranowania, opracowany i zaimplementowany dla eksperymentalnego modelu czujnika 3D ECT, umożliwił przeprowadzenie szeregu eksperymentów pomiarowych. Jego najważniejsze cechy to:

- profil walcowy o długości 2000 mm wykonany z tworzywa sztucznego PMMA (Polimetakrylan metylu), o względnej przenikalności elektrycznej $\epsilon_{\text{profil}} \approx 3$ (1KHz), średnica zewnętrzna/wewnętrzna profilu czujnika 150/142 mm, grubość ścian 4 mm;
- 32 elektrody pomiarowe w układzie 4 pierścieni i 8 elektrod w każdym pierścieniu, szerokość każdej z 32 elektrod wynosi 50 mm a wysokość odpowiednio dla pierwszej i czwartej warstwy: 70 mm a dla drugiej i trzeciej: 30 mm, elektrody wykonane z taśmy miedzianej o grubości 0,2 mm, układ elektrod zamontowany na zewnętrznej ścianie profilu zamkniętego;

- ekran zewnętrzny zbudowany z blachy miedzianej o grubości 0.5 mm połączony z uziemieniem systemu pomiarowego;
- izolacja ekranu zewnętrznego wykonana z pianki poliuretanowej o stałej dielektrycznej ϵ profil ≈ 1.6 (1KHz);
- dwa ekrany wewnętrzne, brzegowe o wysokości 25 mm każdy, wykonane z taśmy miedzianej o grubości 0.2 mm.

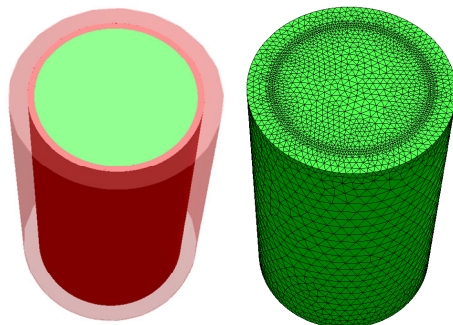
Przykładowa struktura czujnika 3D ECT została zaprezentowana na Rys 6.



Rys. 6. Struktura wewnętrzna czujnika 3D ECT oraz fotografia modelu eksperymentalnego [10]

Kompletny model numeryczny czujnika pojemnościowego wymaga zamodelowania wszystkich elementów struktury modelu eksperymentalnego [2][10]. Modelowanie kompletnego modelu czujnika 3D ECT, w ramach Zadania 3, przeprowadzono przy zastosowaniu metody elementów skończonych. W tym celu została zbudowana siatka o elementach czworościennych i proporcjach odpowiadających rzeczywistym proporcjom modelu eksperymentalnego. W oparciu o tak zbudowaną siatkę dokonano jej przetworzenia w celu wyodrębnienia głównych struktur czujnika takich jak strefa pomiarowa, strefa profilu montażowego, strefa izolacji pomiędzy ekranem zewnętrznym a układem elektrod. Wyodrębnione strefy cechują się różną gęstością elementów siatki. Dobór gęstości siatki dla poszczególnych stref modelu numerycznego czujnika związany był z maksymalizacją dokładności rozwiązania zagadnienia prostego przy jednoczesnej minimalizacji czasu jego wyznaczenia. Stąd strefa pomiarowa została pokryta siatką o dużej gęstości elementów malejącej w kierunku centrum czujnika. Strefa profilu montażowego oraz strefa izolacji wewnętrznej zostały pokryte siatką o niewielkiej gęstości elementów, gdyż w tych obszarach nie jest wymagane dokładne symulowanie rozkładu pola elektrycznego. Ważnym etapem tworzenia kompletnego modelu numerycznego czujnika 3D ECT jest selekcja węzłów, które będą odzwierciedlały układ elektrod pomiarowych oraz selekcja węzłów, uwzględnianych w modelowaniu

ekranów zewnętrznego oraz ekranów brzegowych. Rozkład elementów zastosowanej w trakcie eksperymentów siatki metody elementów skończonych przedstawiono na Rys 7.



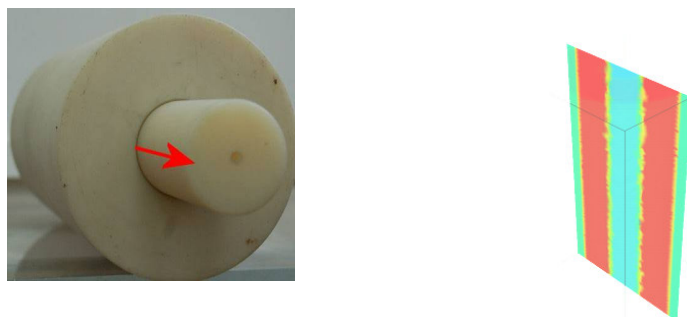
Rys. 7. Siatka 3D kompletnego modelu numerycznego czujnika pojemnościowego

W oparciu o elementy siatki modelu numerycznego czujnika zdefiniowano pierścienie elektrod zgodnie z ich rozkładem geometrycznym oraz wzajemnym położeniem zgodnym z rzeczywistym modelem eksperymentalnym. Ważnym elementem, jaki należy uwzględnić w trakcie definiowania obszarów elektrod jest odstęp pomiędzy elektrodami. Odstęp ten, w przypadku czujników trójwymiarowych, decyduje o zdolnościach detekcyjnych czujnika w pobliżu elektrod pomiarowych. Model numeryczny czujnika pojemnościowego 3D ECT, który poddano procesowi walidacji w ramach Zadania 3, został zbudowany z 72232 węzłów i 447385 czworościanów (wokseli). Siatkę zamodelowano w oparciu o skryptowy język programu NetGen. Uzyskana siatka metody elementów skończonych cechuje się nieregularnym kształtem i rozkładem elementów. Następnie dokonano selekcji istotnych stref czujnika. Każda z 32 elektrod została zdefiniowana w oparciu o liczbę od 460 do 480 węzłów, ekran zewnętrzny zawiera 12684 węzły, ekran brzegowy górny 14325 węzłów a ekran brzegowy dolny 13398 węzłów. Model numeryczny opracowano w trzech wariantach:

- **model prosty** – model numeryczny uwzględniający jedynie definicję pierścieni elektrod pomiarowych bez systemu ekranowania oraz uwzględniania pełnej struktury czujnika (rura montażowa i izolacja ekranu zewnętrznego);
- **model z ekranem** – model numeryczny uwzględniający definicję pierścieni elektrod pomiarowych oraz definicję ekranu zewnętrznego bez uwzględnienia pełnej struktury czujnika (ekrany brzegowe, rura montażowa oraz izolacja ekranu zewnętrznego);

- **model kompletny** – model numeryczny uwzględniający pełną definicję struktury czujnika (kompletny system ekranowania, rura montażowa oraz izolacja ekranu zewnętrznego).

Walidację modelu numerycznego przeprowadzono w oparciu o zestaw fantomów rozkładu przenikalności elektrycznej [2][10]. Jako bazę do zdefiniowania fantomów eksperymentalnych wybrano cylindryczny obiekt (walec) zbudowany z ertalonu ($\epsilon_r \approx 3.2$ przy 1KHz) o średnicy 142 mm i długości 500 mm z wydrążonym centralnie otworem o średnicy 50 mm oraz dopasowanym do tego otworu prętem wykonanym z tego samego materiału. Przykładowy fantom przedstawiono na Rys. 8.



Rys. 8. Przykładowy eksperymentalny, cylindryczny model fantomu oraz odpowiadający mu numeryczny model fantomu zastosowane w trakcie rozwiązywania zagadnienia prostego

Przedstawiony powyżej fantom uzyskano poprzez usunięcie pręta z wnętrza walca. Inne zastosowane w eksperymencie fantomy oraz ich symulacje numeryczne zostały szerzej opisane w [1]. Tak zdefiniowane zestaw obiektów eksperymentalnych poddano pomiarowi pojemności znormalizowanej stosując standardową metodę kalibracji systemu pomiarowego ECT, według równania:

$$C_{norm} = \frac{(C_m - C_{min})}{(C_{maks} - C_{min})} \quad (4)$$

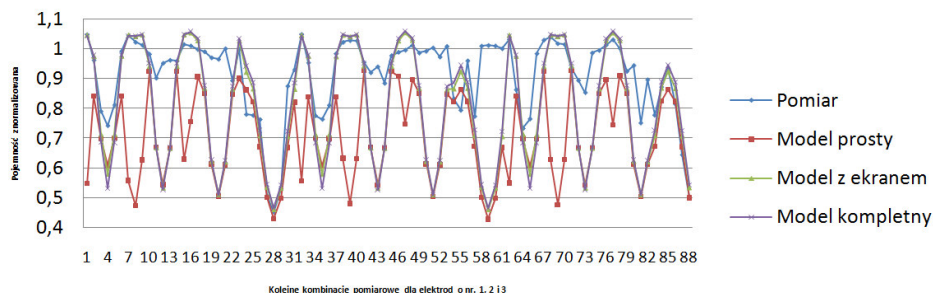
gdzie C_{maks} jest pojemnością uzyskaną z pomiarów w warunkach wypełnienia czujnika jednolitym walcem z rdzeniem a C_{min} jest pojemnością uzyskaną dla czujnika wypełnionego powietrzem. Jednocześnie każdy z rzeczywistych fantomów był symulowany na bazie opracowanej siatki modelu numerycznego czujnika z dokładnością, na jaką pozwalała lokalna gęstość rozkładu elementów siatki w strefach granicy faz ciało stałe – gaz. Dodatkowo zdefiniowano dwa numeryczne modele rozkładu przenikalności elektrycznej na potrzeby symulowanego procesu kalibracji czujnika. Następnie dla tych modeli rozkładów wyznaczono rozwiązanie zagadnienia prostego 3D metodą elementów

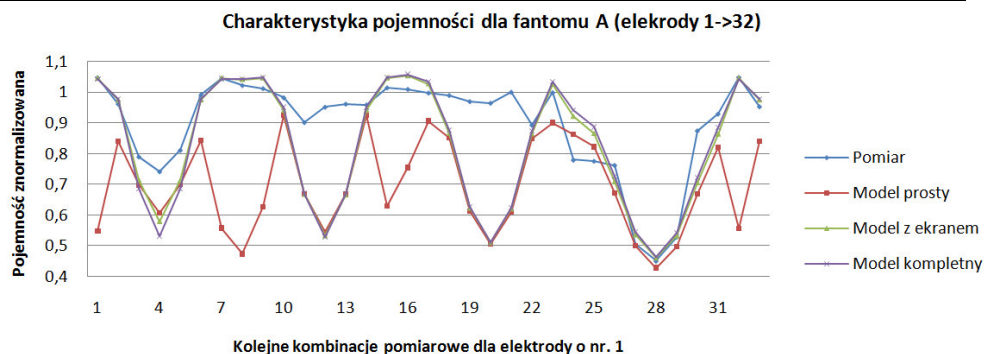
skończonych i obliczono symulowane wektory pojemności dla minimalnej i maksymalnej wartości przenikalności oraz dla symulowanych fantomów stosując analogicznie równanie (3.1). Dla tak uzyskanych zestawów pojemności eksperymentalnych oraz symulowanych wyznaczono względną rezydualną wartość pojemności Δ_{rc} zdefiniowaną jako:

$$\Delta_{rc} = \frac{|C_{\exp} - C_{\text{sym}}|}{|C_{\text{sym}}|} \quad (5)$$

gdzie: $C_{\exp}$ jest zestawem pojemności zmierzonych a C_{sym} jest zestawem pojemności wyznaczonych w oparciu o rozwiązanie zagadnienia prostego. Rezydualna wartość pojemności w przypadku elektrycznej tomografii pojemnościowej służy do określenia miary podobieństwa modelu numerycznego czujnika ECT do jego modelu eksperymentalnego. W tym przypadku symulowany zestaw pojemności wyznaczany jest w oparciu o fantom rozkładu przenikalności, do którego powinna dążyć iteracyjnie rekonstrukcja obrazu w procesie optymalizacyjnym. Wyniki walidacji dla przykładowego, przedstawionego powyżej modelu numerycznego przedstawiono na poniższym wykresie, na wykreślono zbiorczą charakterystykę pojemności dla 1, 2 i 3 elektrody w pełnym cyklu pomiarowym oraz powiększenie tej charakterystyki dla elektrody nr 1. Rozwiązanie problemu prostego dla jednego zestawu danych wejściowych było procesem czasochłonnym ze względu na relatywnie dużą gęstość opracowanej siatki modelu czujnika (447385 elementów) i złożoność obliczeniową metody elementów skończonych (MES). W trakcie niniejszych badań proces ten zajął około 1 godziny przy użyciu serwera obliczeniowego z dwoma czterordzeniowymi procesorami Intel Xeon, będącego na wyposażeniu Laboratorium Tomografii Procesowej w Katedrze Informatyki Stosowanej.

Charakterystyka pojemności dla fantomu A (elektrody 1->32, 2->32, 3->32)





Rys. 9. Charakterystyki pojemności znormalizowanych dla modelu eksperymentalnego (pomiar) oraz symulacji tomografu przy pomocy algorytmu MES

Dla wszystkich zastosowanych w ramach niniejszych badań obiektów walidacja wykazała (Rys 9), iż złożone modele numeryczne czujnika 3D ECT pozwalają na lepsze dopasowanie rozkładu wartości znormalizowanych pojemności w stosunku do modelu prostego. Badania te pokazały również, iż opracowany kompletny model czujnika pojemnościowego nie oddaje w pełni zjawisk zachodzących w strukturze czujnika pojemnościowego 3D. Świadczą o tym lokalne obszary niedopasowania wartości pojemności zmierzonych i symulowanych zwłaszcza dla sekwencji pomiarowych, w których biorą udział elektrody od siebie znacznie oddalone.

Tabela 1

Wartości rezydualnej wartości pojemności wyznaczone dla przykładowego fantomu względem odpowiadającego mu modelu eksperymentalnego (prostego, z ekranem, kompletnego) [10]

	Model prosty	Model z ekranem	Model kompletny
Δrc_A	0,31	0,21	0,19

W powyższym opisie prac zaprezentowano rezultaty badań nad możliwością zwiększenia dokładności rozwiązywania zagadnienia prostego poprzez zastosowanie kompletnego modelu numerycznego czujnika pojemnościowego. Wprowadzenie i zaimplementowanie w obliczeniach metody elementów skończonych kompletnej definicji struktury czujnika pojemnościowego tj. systemu ekranowania, rury montażowej i izolacji czujnika 3D ECT oraz uwzględnienie ich w obliczeniach metody elementów skończonych umożliwia dokładniejsze zasymulowanie zjawisk zachodzących w przestrzeni pomiarowej czujnika. W trakcie prowadzonych badań dokonano również weryfikacji zaproponowanego rozwiązania w drodze eksperymentu [2][10]. Badania

wykazały, iż zastosowanie opracowanego usprawnienia modelu numerycznego czujnika poprawia zbieżność wyniku rozwiązania zagadnienia prostego z danymi eksperymentalnymi. Poprawa dokładności rozwiązywania zagadnienia prostego w trójwymiarowej tomografii pojemnościowej jest korzystna w kontekście iteracyjnej, nieliniowej rekonstrukcji obrazu i może przyczynić się do poprawy jakości rekonstruowanych obrazów i zredukowania czasu ich uzyskiwania.

5. ALGORYTMY DYNAMICZNEJ REKONSTRUKCJI 4D

W ramach badań prowadzonych nad rozwojem elektrycznej tomografii pojemnościowej 3D podjęte zostały również próby zastosowania metody Czasowego Algorytmu Rekonstrukcji Obrazów jako alternatywę do klasycznego podejścia dynamicznej rekonstrukcji obrazów z sekwencji czasowych ramek pomiarowych (tradycyjne podejście 4D, gdzie czwarty wymiar jest czasem trwania eksperymentu) [5][6][7]. Skończona sekwencja tomograficznych danych pomiarowych $\mathbf{C}$ może być potraktowana jako pojedyncze zagadnienie odwrotne z zastosowaniem wpięrw regularyzacji, a potem zarówno przestrzennej jak i czasowej korelacji pomiędzy poszczególnymi elementami obrazu. Zatem, dla skonkatenowanej sekwencji ramek pomiarowych $\tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C}_{-d}; \dots; \mathbf{C}_0; \dots; \mathbf{C}_d]$ i odpowiadających jej skonkatenowanych obrazów $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\boldsymbol{\varepsilon}_{-d}; \dots; \boldsymbol{\varepsilon}_0; \dots; \boldsymbol{\varepsilon}_d]$, liniowy model zagadnienia prostego $\mathbf{C} = \mathbf{S}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{n}$ może zostać zapisany jako:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ \vdots & & \mathbf{S} \\ & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{-d} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{n}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_d \end{bmatrix} \quad (6)$$

oraz

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{\mathbf{S}}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (7)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{n}} = [\mathbf{n}_{-d}; \dots; \mathbf{n}_0; \dots; \mathbf{n}_d]$ jest szumem danych pomiarowych. Zakłada się, że macierz $\mathbf{S}$ jest czasowo niezmienna, aczkolwiek równanie (8) można łatwo zmodyfikować o zmienną w czasie postać macierzy $\mathbf{S}$. Korzystając z takiego założenia prawdziwe jest stwierdzenie, że $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{I} \otimes \mathbf{S}$, gdzie $\mathbf{I}$ jest wektorem osobliwym o rozmiarze $2d+1$ a $\otimes$ oznacza produkt Kroneckera. Korelacja odpowiadających sobie elementów sąsiednich ramek (opóźnienie oznaczane jako $t=1$) może zostać wyznaczona jako między-klatkowa korelacja γ , która posiada wartości pomiędzy 0 (niezależny) a 1 (całkowicie zależny). Podczas, gdy kolejne ramki są coraz bardziej od siebie różne, wartość między-klatkowej korelacji

zmniejsza się. Oznaczmy wartość między-klatkowej korelacji dla opóźnienia t poszczególnych klatek jako γ^t . Zatem ramki z dużym opóźnieniem ($|t| > d$) mogą być rozważane niezależnie. W związku z tym, algorytm konstrukcji obrazów można zdefiniować następująco:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \dots & 0 \\ & \ddots & \\ \vdots & & \mathbf{S} \\ & & \ddots & \\ 0 & \dots & & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{-d} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_d \end{bmatrix}_{\tilde{\mathbf{W}}}^2 + \lambda^2 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{-d} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_d \end{bmatrix}_{\tilde{\mathbf{R}}}^2 \quad (8)$$

oraz

$$\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \tilde{\mathbf{S}}^T (\tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \tilde{\mathbf{S}}^T + \lambda \tilde{\mathbf{W}}^{-1})^{-1} \quad (9)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{I} \otimes \mathbf{W}$. Tak długo, jak szum pomiarowy nie jest korelowany pomiędzy ramkami macierz $\tilde{\mathbf{W}}$ pozostaje macierzą diagonalną. $\tilde{\mathbf{R}} = \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \otimes \mathbf{R}$, gdzie $\boldsymbol{\Gamma}$ jest macierzą wag dla sekwencji obrazów $\boldsymbol{\varepsilon}$ i jest zdefiniowana w następującej postaci:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & \dots & \gamma^{2d-1} & \gamma^{2d} \\ \gamma & 1 & \dots & \gamma^{2d-2} & \gamma^{2d-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma^{2d-1} & \gamma^{2d-2} & \dots & 1 & \gamma \\ \gamma^{2d} & \gamma^{2d-1} & \dots & \gamma & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Z równań (9) i (10) można wyprowadzić zależność:

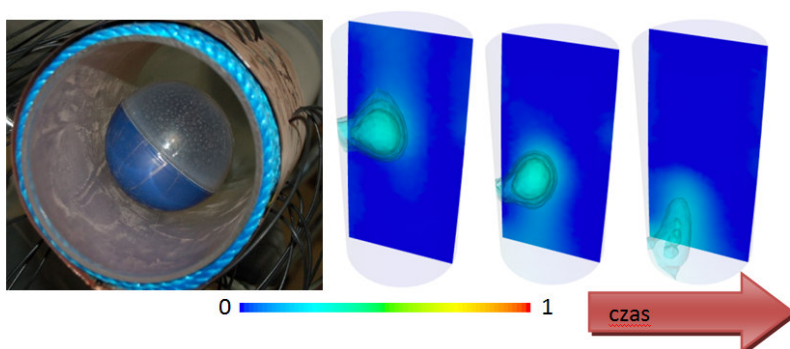
$$\tilde{\mathbf{B}} = [\boldsymbol{\Gamma} \otimes (\mathbf{P}\mathbf{S}^T)] [\boldsymbol{\Gamma} \otimes (\mathbf{S}\mathbf{P}\mathbf{S}^T) + \lambda^2 (\mathbf{I} \otimes \mathbf{V})]^{-1} \quad (2)$$

równanie (7) można przedstawić jako:

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{-d} \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_d \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{y}} \quad (3)$$

Przedstawiony w artykule algorytm został pozytywnie zweryfikowany podczas eksperymentu dynamicznej wizualizacji 4D poruszających się w przestrzeni obiektów. W kolejnych kolumnach na rysunku 2 przedstawione zostały wyniki procesów konstrukcji obrazów dla odpowiednio plastikowej kuli poruszającej się wzdłuż czujnika, wałka plastikowego wkładanego do przestrzeni czujnika i z niej wyciąganego. W tym ostatnim przypadku materiał otoczenia

(wypełnienia przestrzeni czujnika) i materiał wałka były takie same. W ramach eksperymentów zostały zrealizowane filmy poruszających się obiektów. Na Rys 10 zamieszczone zostały tylko wybrane ramki. W każdym z eksperymentów nowy algorytm konstrukcji obrazów 4D został poprawnie zweryfikowany.



Rys. 10. Wyniki konstrukcji obrazów 4D dla danych pomiarowych uzyskanych z tomografu ECT

6. PODSUMOWANIE

Przedstawione powyżej prace zespół tomografii procesowej w Katedrze Informatyki Stosowanej poświęcone rozwojowi nowych algorytmów rekonstrukcji 3D dla elektrycznej tomografii pojemnościowej stanowią istotny wkład w rozwój tej metody wizualizacji procesów przemysłowych i wpisują się w aktualny światowy trend badawczy w tej dziedzinie nauki. Uzyskane wyniki są pozytywnie oceniane przez inne zespoły badawcze oraz recenzentów wielu znanych czasopism poświęconych tomografii procesowej. Uzyskane dotychczas wyniki są obiecujące i motywują do dalszych prac nad poprawą efektów zastosowania trójwymiarowej elektrycznej tomografii pojemnościowej. W szczególności dalsze prace będą podążały w kierunku przyspieszania iteracyjnych algorytmów rekonstrukcji obrazu, które oferują dobrą jakość rekonstrukcji lecz czas jej uzyskania jest obecnie nieakceptowalny przy użyciu dostępnych mocy obliczeniowych. Innym z kierunków rozwoju będą próby adaptacji opracowywanych metod dla rzeczywistych procesów przemysłowych, a w szczególności dla zagadnień transportu pneumatycznego materiałów sypkich [5] oraz przepływów dwufazowych typu gaz-ciecz oraz nieinwazyjnego wykrywania uszkodzeń w obiektach o właściwościach dielektrycznych [4][8].

LITERATURA

- [1] Banasiak R., Soleimani M., (2010), Shape based reconstruction of experimental data in 3D electrical capacitance tomography. *NDT & E International*, 43 (3), pp. 241-249.
- [2] Banasiak R., Wajman R., Sankowski D., Soleimani M., (2010), *Three-dimensional nonlinear inversion of electrical capacitance tomography data using a complete sensor model*, Progress In Electromagnetics Research PIER, 100, pp. 219-234.
- [3] Banasiak Robert, Wajman Radosław, Soleimani Manuchehr (2008) *An efficient nodal Jacobian method for 3D electrical capacitance image reconstruction*; Insight – Non-Destructive Testing and Condition Monitoring, Vol. 51, No.1 2009.
- [4] Banasiak Robert, Wajman Radosław, Betiuk Jakub, Soleimani Manuchehr (2008) *Feasibility study of dielectric permittivity inspection using a 3D capacitance CT method*; *NDT & E International*.
- [5] Banasiak Robert, Wajman Radosław, Chaniecki Zbigniew, Grudzień Krzysztof, Romanowski Andrzej, Betiuk Jakub (2008) *Wizualizacja 4D ECT czasu rzeczywistego przemysłowych procesów przepływu grawitacyjnego materiałów sypkich*; *Zeszyty naukowe Automatyka 3/2008*, AGH, Kraków, str. 863 – 870.
- [6] Banasiak Robert, Wajman Radosław, Soleimani Manuchehr (2008) *System tomografu pojemnościowego do nieinwazyjnej trójwymiarowej wizualizacji czasu rzeczywistego*; *Zeszyty naukowe Automatyka 3/2008*, AGH, s. 871-878.
- [7] Soleimani Manuchehr, Mitchell CN, Wajman Radosław, Banasiak Robert, Dai T, Adler R (2008) *Robust 4D electrical capacitance tomography imaging using experimental data*; PROCTOM, 5th International Symposium on Process Tomography.. Polska, 25-26.08.2008. Zakopane: 2008, ISBN: 978-83-7283-2
- [8] Banasiak R., Wajman R., Betiuk J., Soleimani M. (2009) „*A new application area for 3D ECT in non-destructive evaluation of dielectric materials*”; 3rd International Workshop on Process Tomography (IWPT-3), Tokyo, Japan, 04.2009.
- [9] Soleimani M., Wajman R., Banasiak R. (2009) „*Level set reconstruction algorithm for 3D ECT*”; 3rd International Workshop on Process Tomography (IWPT-3), Tokyo, Japan, 04.2009.
- [10] Banasiak R. (2009) *Walidacja modelu numerycznego czujnika pojemnościowego 3D*; *Zeszyty naukowe Automatyka 3/2009*, AGH, Kraków, ISSN: 1429-3447.

- [11] R. Wajman, R. Banasiak, Ł. Mazurkiewicz, T. Dyakowski, D. Sankowski (2006) „*Spatial imaging with 3D capacitance measurements*”; Meas. Sci. Technol. 17 (2006) 2113-2118.
- [12] Yang WQ, Spink D.M., York T.A. and McCann H.,(1999), *An image-reconstruction algorithm based on Landweber's iteration method for electrical-capacitance tomography*, Measurement Science and Technology, vol. 10, pp 1065-1069.
- [13] Yang WQ and Peng L., (2003), *Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography*, Measurement Science and Technology, vol. 14, 2003, pp R1-R13.
- [14] Williams R.A. and Beck M.S.,(1995), *Process Tomography, Principles, Techniques and Applications*, Butterworth-Heinemann, Oxford, UK.

NEW RECONSTRUCTION TECHNIQUES FOR 3D IMAGES AND SHAPES IN CAPACITANCE PROCESS TOMOGRAPHY

Abstract

This paper presents some results of the research on new reconstruction techniques for 3D electrical capacitance tomography development. This work covers new algorithms e.g. new nodal jacobian matrix calculation and nonlinear image and shape reconstruction techniques using new complete 3D capacitance sensor computational model. Furthermore few examples of reconstructed 3-dimensional images are presented using described methods.

Politechnika Łódzka
Katedra Informatyki Stosowanej