

Stan naprężenia w elastomerze zawierającym cząstki ferromagnetyczne w polu magnetycznym

ANNA BOCZKOWSKA MIECZYŚLAW JARONIEK
LESZEK CZECHOWSKI TADEUSZ NIEZGODA*

Przedstawiono wyniki analizy modelowania metodą elementów skończonych oraz badań metodą elastooptyki magnetoreologicznego elastomeru w obecności pola magnetycznego. Celem przeprowadzonych symulacji numerycznych i badań eksperymentalnych było uzyskanie wiedzy o wzajemnym oddziaływaniu elastomeru i kulek żelaza (wyznaczenie wartości odkształcenia i naprężenia) oraz zdobycie doświadczenia niezbędnego do modelowania takich oddziaływań na poziomie mikrostruktury w rzeczywistym elastomerze zawierającym cząstki żelaza o wymiarach mikronowych.

Elastomer użyty do badań składa się z małych cząstek żelaza (np. kulki żelaza karbonylowego) oraz elastomerowej osnowy, wykonanych w stałym polu magnetycznym, które powoduje, że cząstki żelaza układają się wzdłuż linii pola magnetycznego, tworząc uporządkowane łańcuchy. Badany elastomer zawierał w swojej objętości kulki żelaza o wymiarach znacznie przekraczających zwykle stosowane (12,7 mm w stosunku do kilkunastu mikrometrów). W obliczeniach numerycznych wykorzystano program ANSYS 11.0, który bazuje na metodzie elementów skończonych. Otrzymane rezultaty przedstawiono w postaci map wielkości fizycznych (natężenia pola, indukcji magnetycznej, przemieszczeń, naprężeń i odkształceń). W badaniach eksperymentalnych wykorzystano wiedzę o elastooptyce, a źródłem powstania rzeczywistego pola magnetycznego był dwunabiegunnikowy elektromagnes YOKOGAWA firmy SEIKO.

Magnetoreologiczne elastomery (MRE) są odpowiednikami cieczy magnetoreologicznych w stanie stałym. Zawarte w nich ferromagnetyczne cząsteczki umieszczone są w elastomerowej osnowie. Właściwości mechaniczne MRE zmieniają się na skutek oddziaływania zewnętrznego pola magnetycznego [1, 2], np. wartości modułu sprężystości MRE ulegają zmianie o 30÷40%, a nawet o 60% [4].

Ogromne zainteresowanie MRE w aspekcie zastosowań technicznych wymaga ich opisu teoretycznego [3]. Odpowiednie wykorzystanie właściwości MRE do projektowania urządzeń jest utrudnione przez brak modelowego opisu sprzężonego zjawiska odkształcania magnetosprężystego. Obecnie niektóre rozwiązania oparte są na równaniach konstytutywnych, uwzględniających teorię sprężystości Cauchy'ego dla izotropowych ciał stałych mag-

netycznie czułych [4]. Nie zawsze jednak ich wyniki są zgodne z danymi doświadczalnymi. Można znaleźć wiele matematycznych modeli opisujących odkształcenie MRE w polu magnetycznym [4÷7]. Niektóre z nich zakładają nawet występowanie różnego stopnia namagnesowania w obrębie poszczególnych cząstek ferromagnetycznych [8].

Zjawisko to nie występuje dla cząstek żelaza o rozmiarach $\leq 1,5 \mu\text{m}$. Dla większych cząstek efekt ten jest uwzględniony w równaniach matematycznych [8].

Założenia przyjęte do modelowania uwzględniają analizę oddziaływań pomiędzy ograniczoną liczbą cząstek, które znajdują się w obrębie tego samego promienia [9]. Interesujące wyniki uzyskano przez połączenie metody MES z metodami *meshfree*. Umożliwiło to opracowanie dyskretnych modeli poddawanych odkształcaniu jednoosiowemu bez i w obecności pola magnetycznego [10].

W artykule podjęto próbę określenia analitycznego oddziaływania pola magnetycznego na modelową próbkę elastomeru, wewnątrz którego umieszczono dwie kulki stalowe. Ustalenie zależności opisujących wpływ pola magnetycznego na ferromagnetyki i wyznaczenie wartości sił są złożone. Obliczenia analityczne wartości sił przyciągania kulek mają zwykle charakter uproszczony – w rozważaniach przyjmuje się jedną siłę skupioną w środku ciężkości ciała. Dzięki temu otrzymuje się przybliżone wyniki. Opracowanie modelu numerycznego pozwoli na określenie wartości siły w każdym punkcie ciała dyskretnego. Wyznaczone w ten sposób wartości siły wypadkowej są podstawą numerycznego obliczenia stanu odkształcenia i naprężenia.

Podstawowym celem pracy jest określenie granicznej wartości natężenia pola magnetycznego, dla którego struktura elastomeru nie zostanie całkowicie zniszczona przy znanych jego właściwości mechanicznych.

W opracowanym modelu numerycznym założono, że elastomer jest umieszczony wewnątrz solenoidu – źródła pola magnetycznego, przez który przepływa prąd. Obliczenia numeryczne prowadzono dla modelu przestrzennego. Ponieważ elastomer jest paramagnetykiem, źródłem powstawania w nim naprężeń jest oddziaływanie kulek stalowych podczas ich przemieszczania się pod wpływem oddziaływania pola magnetycznego. Do rozwiązania zagadnienia zastosowano program bazujący na metodzie elementów skończonych ANSYS 11.0. W wyniku obliczeń dla zadanych wartości natężenia prądu otrzymano mapy wartości natężenia pola magnetycznego, indukcji sił magnetycznych oraz stanu przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia. W modelu doświadczalnym stosowano próbki elastomeru z zatopionymi kulkami stalowymi o średnicy 12,7 mm.

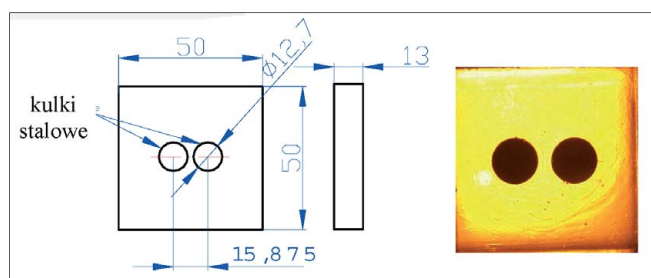
* Dr inż. Anna Boczkowska – Wydział Inżynierii Materiałowej Politechniki Warszawskiej, dr inż. Leszek Czechowski, dr hab. inż. Mieczysław Jaroniek – Katedra Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji Politechniki Łódzkiej, prof. dr hab. inż. Tadeusz Niezgoda – Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej Wojskowej Akademii Technicznej.

Symulacja numeryczna

W modelowaniu numerycznym oddziaływania pola magnetycznego rozważano tylko dla zakresu sprężystego materiału walca i elastomeru (tablica). Ponieważ siły kohezji elastomeru i kulki stalowej są znacznie większe niż wytrzymałość samego elastomeru, w modelu numerycznym przyjęto założenie, że kulka stalowa i elastomer są ze sobą trwale połączone (rys. 1).

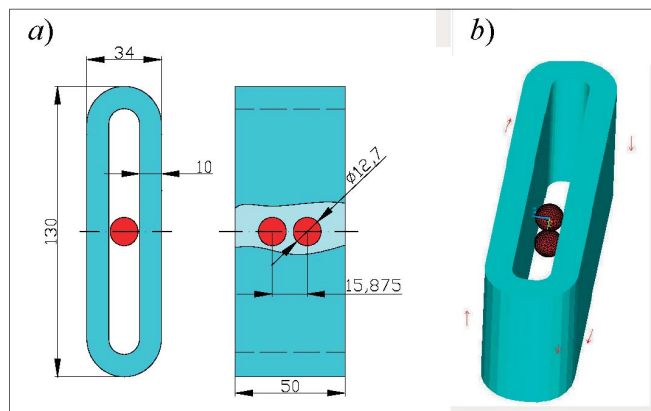
TABLICA. Własności stałych materiałowych stalowych kulek i elastomerowej osnowy (E – moduł Younga, ν – współczynnik Poissona, μ – względna przenikalność magnetyczna)

Stal		Elastomer	
$E = 200\,000\text{ MPa}$	$\nu = 0,3$	$E = 0,12\text{ MPa}$	$\nu = 0,45$
$\mu = 10\,000$		$\mu = 1$	



Rys. 1. Próbkę do badań elastooptycznych i jej wymiary

Jednorodne natężenie pola magnetycznego w stosowanym modelu numerycznym uzyskano przyjmując, że jego źródłem jest solenoid (cewka) – rys. 2, przez uzwojenie którego przepływa prąd elektryczny. Założenie jednorodnego pola magnetycznego wewnątrz rzeczywistego solenoidu jest uproszczeniem stosowanym w obliczeniach numerycznych.



Rys. 2. Wymiary solenoidu i kulek (a) oraz fragment modelu numerycznego do programu ANSYS (b)

Natężenie pola magnetycznego H określono na podstawie zależności:

$$H = \frac{n \cdot I}{l}, \quad (1)$$

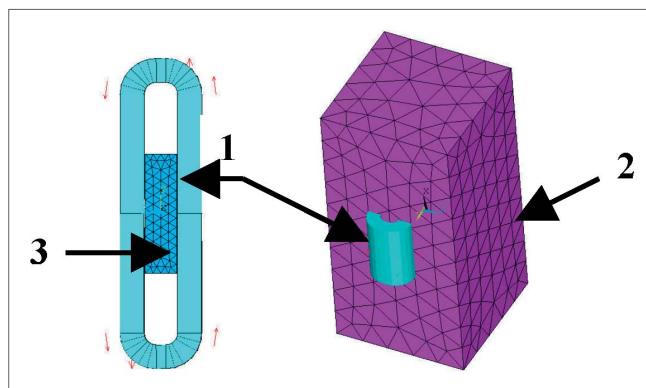
gdzie:

I – natężenie prądu, A;

n – liczba zwojów cewki (w modelu numerycznym – 1),

l – wysokość cewki, m.

Opracowano model numeryczny, w którym przyjęto elementy typu SOURCE (rys. 3), stanowiące solenoid w modelowaniu układu, w którym oddziałuje pole magnetyczne. Płytke elastomeru o wymiarach $50 \times 50 \times 13\text{ mm}$ z dwiema kulkami stalowymi 3 umieszczono w środku solenoidu, a rozważano w otoczeniu (powietrzu) 2 o rozmiarze $100 \times 100 \times 200\text{ mm}$.

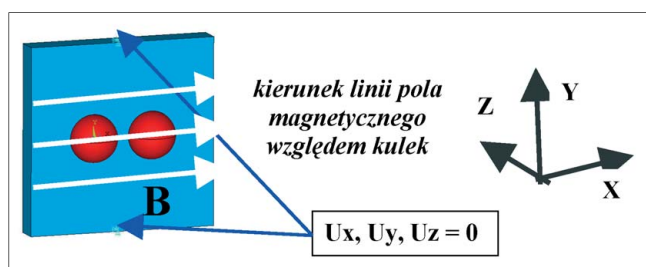


Rys. 3. Wizualizacja modelu numerycznego: 1 – solenoid, 2 – rozważane otoczenie solenoidu, 3 – próbka elastomeru

Do obliczeń przyjęto względną przenikalność magnetyczną stali i elastomeru odpowiednio $\mu_{st} = 10^4$ i $\mu_{el} = 1$. Obliczenia numeryczne prowadzono na dwóch etapach:

- określono wartości siły pola magnetycznego oddziałującego tylko na kulki (elastomer ma właściwości paramagnetyku),
- dla tych wartości sił wyznaczono wartości naprężeń i przemieszczenia w kulkach i w elastomerze.

W obliczeniach numerycznych do wyznaczania sił magnetycznych stosowano równania Biot-Savarta. Do analizy pola magnetycznego przyjęto siatkę elementów, w której wykorzystano dziesięciowęzłowy element typu SOLID_98_MAGNETIC. Natomiast do wyznaczenia pola naprężeń i odkształceń użyto elementu typu SOLID_92_STRUCTURAL. W modelu numerycznym założono, że powierzchnie zewnętrzne nie przemieszczają się, wobec czego odebrano stopnie swobody w węzłach leżących na tych powierzchniach ($U_x, U_y, U_z = 0$ – rys. 4). Rozważano również inne przypadki warunków brzegowych.



Rys. 4. Wizualizacja modelu próbki i kierunku działania linii pola magnetycznego oraz założone warunki brzegowe

Model fizyczny

Model fizyczny elastomeru magnetoreologicznego (MRE) wykonano z elastomeru poliuretanowego (PU) wytwarzanego w procesie syntezy polioli VORALUX®

HF 505 i 14922 oraz składnika izocyjanianowego HB 6013, dostarczonych przez Dow Chemical Company [11]. Wewnątrz próbki z zestawiającego się elastomeru magnetoelastycznego o wymiarach 50×50 mm i grubości 13 mm umieszczono dwie kulki stalowe o średnicy 12,7 mm w odległości $1/4$ średnicy (3,2 mm).

Elastomer **PU 80/20** jest czynny optycznie – pod wpływem wytworzonego stanu naprężenia w świetle spolaryzowanym charakteryzuje się dwójłomnością wymuszoną. Zjawisko dwójłomności umożliwia analizę stanów naprężenia i odkształcenia metodami elastooptycznymi. Wykonano badania elastooptyczne stanów naprężenia i odkształcenia spowodowanych oddziaływaniem pola magnetycznego.

■ Właściwości optyczne i mechaniczne elastomeru PU 80/20

Metody elastooptyczne umożliwiają analizę odkształceń i naprężeń w całym elemencie wykonanym z elastomeru. Podstawy elastooptyki przedstawiono w wielu podręcznikach (m.in. [12, 13, 14]). Na podstawie pomiarów elastooptycznych określa się bezpośrednio różnicę wartości naprężeń głównych ($\sigma_1 - \sigma_2$) lub odkształceń głównych ($\varepsilon_1 - \varepsilon_2$):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = k_\sigma \cdot m, \quad \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{1+\nu}{E} k_\sigma \cdot m \quad (2)$$

gdzie: $k_\sigma = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{m}$, $f_\varepsilon = \frac{1+\nu}{E} k_\sigma$ – stałe modelowe odpowiadające różnicy wartości naprężeń lub odkształceń głównych, m – rząd izochromy.

Linie, dla których różnice wartości naprężeń lub odkształceń głównych mają stałą wartość (i jednakową barwę) to **izochromy**, stanowiące podstawę pomiarów wyznaczenia rozkładu wartości naprężenia. W celu określenia wartości naprężeń określono właściwości optyczne (tzn. stałe modelowe) elastomeru.

Wyniki pomiarów elastooptycznych zastosowano także do analizy stanu odkształceń i naprężeń w materiałach sprężysto-plastycznych. Wartość ilorazu składowych dewiatora odkształcenia i odpowiadających im składowych dewiatora naprężenia dla materiałów sprężysto-plastycznych przedstawia zależność:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_{sr}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_{sr}} = \frac{\sigma_2 - \sigma_{sr}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_{sr}} = 2 \cdot G', \quad \text{gdzie} \quad G' = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cdot \left(\frac{\tau}{\gamma_0} \right)^{N-1} \quad (3)$$

Klasyfikacja odkształceń (w zależności od wymagań technicznych) charakteryzowana jest poprzez intensywność naprężenia – σ_{int} i odkształcenia – ε_{int} za pomocą krzywej rozciągania ($\sigma - \varepsilon$). Własności takich materiałów najczęściej opisywane są za pomocą krzywej Ramberga – Osgooda [16, 17]. Charakterystykę odkształcenie – naprężenie materiału sprężysto-plastycznego można określić zależnościami:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \varepsilon_{ij}^{pl}, \quad \varepsilon_{ij}^{pl} = \frac{3 \cdot \varepsilon_0^{pl}}{2 \cdot \sigma_0} S_{ij} \quad (4)$$

gdzie: $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$, $\varepsilon_0^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^{pl} \varepsilon_{ij}^{pl}}$, $\sigma_0 = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}$

$$\varepsilon^{pl}_{ij} = \frac{3}{2} \alpha \cdot \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^{n-1} \cdot \frac{S_{ij}}{\sigma_0}$$

Zastosowany do badań materiał optycznie czynny ma szczególne własności fizyczne:

- liniową charakterystykę: odkształcenie – rząd izochromy,
- nieliniową charakterystykę: odkształcenie – naprężenie, którą – przy założeniu, że część sprężysta tensora odkształceń ε_{ij} jest mała w porównaniu z odkształceniami plastycznymi – dla $\varepsilon \geq \varepsilon_0$ zależność $\varepsilon(\sigma)$ można określić w przybliżeniu zależnością potęgową

$$\varepsilon^{pl}_{ij} = \alpha \cdot \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n$$

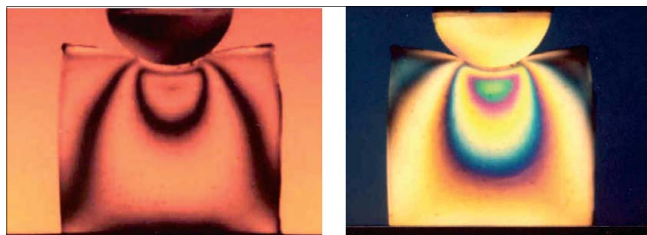
– a zależność $\sigma(\varepsilon)$ można określić w przybliżeniu zależnością:

$$\text{dla } \varepsilon < \varepsilon_0 \quad \sigma = \varepsilon E \quad \text{oraz} \quad \text{dla } \varepsilon \geq \varepsilon_0 \quad p = 1/n \quad \alpha = 1 \quad \sigma = \sigma_0 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^p \quad (5)$$

Dla prostego, jednoosiowego rozciągania: $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_{int}$. Można więc określić ε_2 i ε_3 na podstawie prawa zmiany postaci, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\frac{1}{2}(\varepsilon_{int} - 3\varepsilon_{sr})$, gdzie: $\sigma_{int} = \sigma = A \cdot \varepsilon^p$, $\varepsilon_{int} = \left(\frac{1}{A} \sigma_{int} \right)^{1/p}$ i $\sigma_{sr} = \sigma / 3$.

Różnica wartości odkształceń głównych wynosi:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{3}{2} \varepsilon_{int} - 3\varepsilon_{sr} \quad (6)$$



Rys. 5. Rozkład izochrom w tarczy elastomerowej obciążonej siłą skupioną – duże odkształcenia plastyczne: a) światło sodowe, b) światło białe

Stałą modelową (f_ε) należy zastąpić zależnością przedstawiającą wartości różnicy odkształceń głównych w funkcji rzędów izochrom m :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = f_\varepsilon(m) \cdot m \quad (7)$$

Wartości stałych modelowych, odpowiadające różnicy naprężeń głównych (k_σ) lub odkształceń głównych (f_ε), wyznaczono na podstawie próby ściskania w polaryskopie próbki w postaci prostokądnika o wymiarach $50 \times 50 \times 10$ mm, wykonanej z elastomeru, obciążonej siłą skupioną w jej płaszczyźnie (przypadek stanu tarczowego obciążenia).

W tym przypadku różnicę naprężeń głównych można określić z następujących wyrażeń:

$$(\sigma_\theta - \sigma_r) = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot g} \cdot \frac{\cos \theta}{r}, \quad (\sigma_\theta - \sigma_r) = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot g \cdot d} \cdot \frac{\cos \theta}{r}, \quad \text{gdzie} \quad r = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot g} \cdot \frac{\cos \theta}{(\sigma_\theta - \sigma_r)}$$

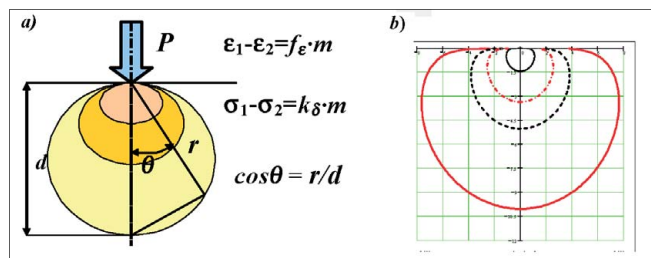
$$(\sigma_\theta - \sigma_r) = k_\delta \cdot m \quad \text{gdzie} \quad k_\delta = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot g \cdot d \cdot m}, \quad f_\varepsilon = \frac{1+\nu}{E} k_\sigma \quad (8)$$

Dla materiału o charakterystyce nieliniowej:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^p, \quad E_s = \frac{\sigma_0}{(\varepsilon_0)^p} \cdot \varepsilon^{p-1}$$

$$(\sigma_\theta - \sigma_r) = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot g} \cdot \frac{(\cos n\theta)^p}{r}, \quad n^2 = \frac{1-2\mu}{\mu^2}, \quad r = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot g} \cdot \frac{(\cos \theta)^p}{(\sigma_\theta - \sigma_r)} \quad (9)$$

Stała modelowa elastomeru dla założonej charakterystyki wynosi $k_{\sigma} = 0,0165 \frac{\text{MPa}}{\text{rzej}}$



Rys. 6. Schemat obciążenia (a) i rozkład izochrom dla założonej charakterystyki nieliniowej (b)

Stała modelowa elastomeru przy założeniu charakterystyki nieliniowej wynosi:

$$k_{\sigma}(m) = \left[\frac{\sigma_0}{\epsilon_0^p} \cdot \frac{\epsilon^p}{m} \right] \cdot \left[1 - \frac{2}{3} (1 - 2\nu_0) \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{p-1} \right], \quad \sigma = \sigma_0 \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^p \quad (10)$$

Zastępczy współczynnik Poissona dla materiałów sprężysto-plastycznych ma postać wg [15]:

$$\nu_{pl} = \frac{1}{2} - \frac{1 - 2 \cdot \nu_0}{2} \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{p-1}$$

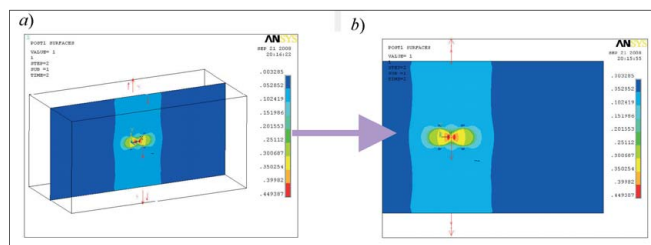
gdzie dla rozważanego przypadku wartości stałych wynoszą:

$$\sigma_0 = 0,0165 \text{ MPa}, \quad \epsilon_0 = 0,1375, \quad \nu_0 = 0,45, \quad E_0 = 0,12 \text{ MPa}, \quad p = 0,2.$$

Wyniki obliczeń

Analiza numeryczna

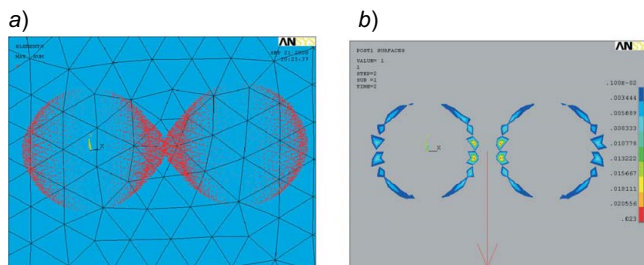
Zmiana wartości natężenia prądu w uzwojeniu solenoidu powodowała zmiany wartości strumienia indukcji magnetycznej działającej na stalowe kulki. Obliczenia numeryczne prowadzono dla różnych wartości natężenia prądu. Określono wpływ pola magnetycznego na stan naprężenia w elastomerze. Przyjęto początkową wartość natężenia prądu $I = 5 \cdot 10^3 \text{ A}$. Stopniowo zwiększano war-



Rys. 7. Wartości indukcji magnetycznej B_{sum} [T] w płaszczyźnie przechodzącej przez środek ciężkości kulek: a) aksonometria, b) rozkład indukcji w rozpatywanym przekroju

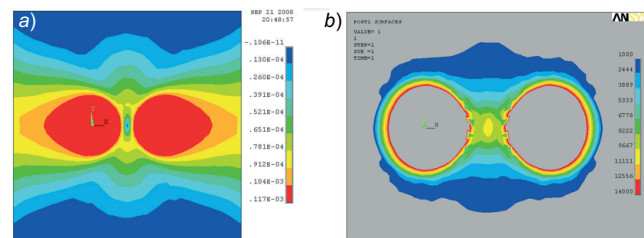
tość natężenia prądu do momentu, kiedy wywołane polem siły spowodowały zetknięcia się kulek. Na podstawie równania (2) określono wartość indukcji magnetycznej wewnątrz solenoidu dla środowiska (powietrza). Natężenie prądu $I = 5 \cdot 10^3 \text{ A}$ odpowiada indukcji magnetycznej $B = 0,125 \text{ T}$. Większość uzyskanych wyników obliczeń przedstawiono w środkowej płaszczyźnie (przechodzącej przez środki ciężkości kulek) dla obserwowanego położenia środka elastomeru między kulkami. Ustalono

graniczną wartość indukcji magnetycznej $B = 0,415$. W wyniku obliczeń otrzymano mapy rozkładu wartości indukcji magnetycznej, gdzie graniczna wartość osiąga $0,44 \text{ T}$. Wartości otrzymanych sił w płaszczyźnie przechodzącej przez środki ciężkości kulek przedstawiono na rys. 8b. Na rys. 8a pokazano rozkład sił bez podania wartości na powierzchni kulek. Przy powiększeniu rysunku widać dokładne kierunki i zwroty sił działających w węzłach.

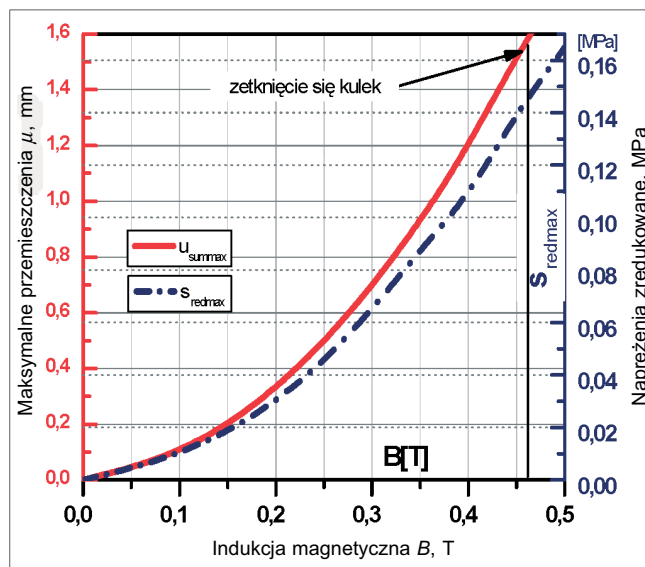


Rys. 8. Siła magnetyczna F_{sum} [N] dla $B = 0,125 \text{ T}$ w otoczeniu kulek: a) siatka elementów, b) wartości

Obliczone wartości siły magnetycznej były podstawą do określenia w elastomerze wartości przemieszczeń i naprężeń zastępczych (rys. 9). Maksymalne przemieszczenie wypadkowe dowolnego elementu dyskretnego dla indukcji magnetycznej $0,125 \text{ T}$ wynosi ok. $0,11 \text{ mm}$, a wartość naprężenia zredukowanego w elastomerze – $0,011 \text{ MPa}$.



Rys. 9. Rozkład wartości: a) przemieszczeń wypadkowych b) naprężeń zredukowanych $B = 0,125 \text{ T}$.

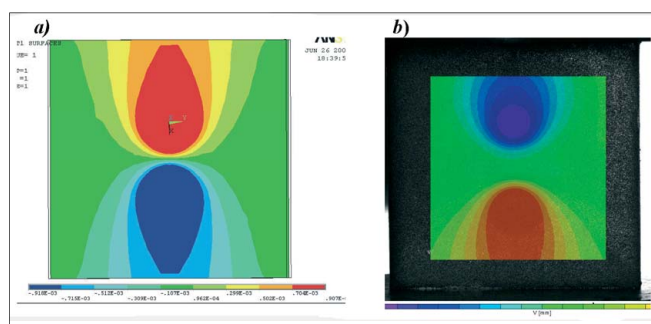


Rys. 10. Zależność maksymalnych przemieszczeń (linia czerwona i lewa oś rzędnych) i naprężeń zredukowanych (linia niebieska i prawa oś rzędnych) w elastomerze od indukcji magnetycznej dla kulek o średnicy $12,7 \text{ mm}$

Powtarzając obliczenia dla większej wartości indukcji magnetycznej zdecydowano się na przedstawienie tylko wartości przemieszczeń i naprężeń zastępczych w elastomerze. Zwiększano wartość natężenia prądu solenoidu do uzyskania styku kulek. Opracowano wykresy zależności pomiędzy indukcją magnetyczną i maksymalnym przemieszczeniem wypadkowym i maksymalnym naprężeniem zastępczym w elastomerze (rys. 10). Na podstawie obliczeń stwierdzono, że dla indukcji magnetycznej $B = 0,46$ T wystąpi zetknięcie się kulek.

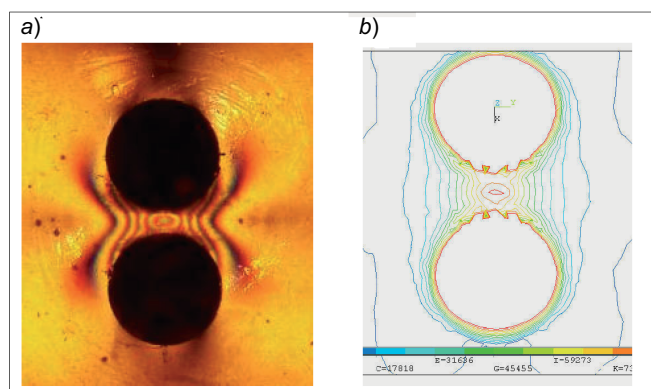
■ Weryfikacja eksperymentalna wyników obliczeń numerycznych

Rozkłady wartości składowej pionowej przemieszczeń pionowych obliczono metodą elementów skończonych ANSYS 11.0 oraz wyznaczono eksperymentalnie na powierzchni modelu (rys. 11). Przemieszczenia wyznaczone eksperymentalnie (rys. 11a) umożliwiają określenie przemieszczeń na powierzchni modelu i – na ich pod-



Rys. 11. Składowa pionowa u_x [m] przemieszczenia (w kierunku osi X): a) wyniki numeryczne, b) wyniki z eksperymentu po analizie obrazu metodą cyfrową DIC (*Digital Image Correlation*)

stawie – naprężeń powierzchniowych. Wyniki badań elastooptycznych pozwalają na ocenę wartości naprężeń średnich w płaszczyźnie modelu (rys. 12a).



Rys. 12. Zestawienie wyników badań elastooptycznych i obliczeń numerycznych dla $T = 0,350$ MT: a) wartość izochrom z badań ($\sigma_1 - \sigma_2 = k_\delta \cdot m = 0,091$ MPa) $k_\delta = 0,0183 \frac{\text{MPa}}{\text{rz.iz}}$, $m = 5$ b) izochromy obliczone numerycznie ($\sigma_1 - \sigma_2 = 0,088$ MPa)



Analiza uzyskanych wyników obliczeń numerycznych MES przy użyciu programu ANSYS 11.0 oraz badań eksperymentalnych pozwala stwierdzić, że:

- zetknięcie kulek w modelu numerycznym następuje dla wartości indukcji magnetycznej $B = 0,46$ T i naprężenia $\sigma = 0,15$ MPa (rys. 10);
- warunki brzegowe (rys. 4) przyjęte w modelu numerycznym i ich rzeczywista realizacja dla elastomeru na jednym z biegunów nieznacznie wpływają na wartości odkształceń i naprężeń w elastomerze;
- analizy potwierdzają zgodność wyników obliczeń i badań empirycznych, przy czym zarówno badania, jak i obliczenia mają charakter tylko porównawczy. W wyniku badań elastooptycznych elastomeru określono również wartość stałej modelowej i rozkład izochrom odpowiadający indukcji magnetycznej spowodowanej przepływem prądu o natężeniu $I_1 = 5 \cdot 10^3$ A, $I_2 = 1 \cdot 10^4$ A oraz $I_3 = 2 \cdot 10^4$ A;
- proponowaną metodykę można zastosować do obliczeń numerycznych dla rzeczywistego elastomeru magnetoelastycznego umocnionego i zbrojonego cząstkami żelaza karbonyłowego o rozmiarach od kilku do kilkunastu mikrometrów.

LITERATURA

1. Encyclopedia of Smart Materials. Vol. 1. Red. M. Schwartz. 2002 Wiley & Sons Inc., p. 597.
2. G. BOSSIS, S. LACIS, A. MEUNIER, O. VOLKOVA: Magnetorheological fluids. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 252 (2002), p. 224 ÷ 228.
3. S.V. KANKANALA, N. TRIANTAFYLIDIS: On finitely strained magnetorheological elastomers. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 52 (2004), p. 2869 ÷ 2908.
4. A. DORFMANN, R.W. OGDEN: Magnetoelastic modeling of elastomers. *European Journal of Mechanics A/Solids* 22 (2003), p. 497-507.
5. A. DORFMANN, I.A. BRIGADNOV: Mathematical modeling of magneto-sensitive elastomers. *International Journal of Solids and Structures* 409 (2003), p. 4659 ÷ 4674.
6. A. DORFMANN, I.A. BRIGADNOV: Constitutive modeling of magneto-sensitive cauchy-elastic solids. *Computational Materials Science* 29 (2004), p. 270 ÷ 282.
7. A. DORFMANN, R.W. OGDEN, G. SACCOMANDI: Universal relations for non-linear magnetoelastic solids. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 39 (2004), p. 1699 ÷ 1708.
8. L. BOCERA, O. BRUNO: On the magnetoelastic properties of elastomer-ferromagnet composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49 (2001), p. 2877 ÷ 2919.
9. H.M. YIN, L.Z. SUN, J.S. CHEN: Micromechanics-based hyperelastic constitutive modeling of magnetostrictive particle-filled elastomers. *Mechanics of Materials* 34 (2002), p. 505 ÷ 516.
10. D. WANG, J.S. CHEN, L. SUN: Homogenization of magnetostrictive particle-filled elastomers using an interface-enriched reproducing kernel particle method. *Finite elements in Analysis and Design* 39 (2003), p. 765 ÷ 782.
11. A. BOCZKOWSKA, S. AWIETJAN, K. BABSKI, R. WRÓBLEWSKI, M. LEONOWICZ: Effect of the processing conditions on the microstructure of urethane magnetorheological elastomers. *Smart Structures and Materials* 2006.
12. R. S. DOROSZKIEWICZ: Elastooptyka. Warszawa – Poznań 1975 PWN.
13. M. M. FROCHT: Photoelasticity. New York 1960 John Wiley.
14. J. STUPNICKI: Optyczne metody badań w mechanice. T. 10. Warszawa 1984 PWN.
15. W. KRZYŚ, M. ŻYCZKOWSKI: Sprężystość i plastyczność. Warszawa 1962 PWN.
16. W.W. SOKOŁOWSKI: Teoria plastyczności. Warszawa 1957 PWN.
17. S. STANISŁAWSKI: Podstawy teorii plastyczności. Poznań 1977 Wydawnictwa Politechniki Poznańskiej. ■