

ELŻBIETA RADASZEWSKA**Katedra Mechaniki i Informatyki Technicznej
Politechniki Łódzkiej****KOMPUTEROWO ZORIENTOWANA ANALIZA
I OPTYMALNE PROJEKTOWANIE
KOMPOZYTÓW WŁÓKNISTYCH
W WARUNKACH PRZEPŁYWU CIEPŁA**Promotor: **prof. dr hab. Krzysztof Dęms**Recenzenci: **prof. dr hab. Ewa Majchrzak**
Politechnika Śląska
dr hab. Ryszard Korycki, prof. PŁ

W pracy zajęto się problemem modelowania, analizy i projektowania optymalnych struktur kompozytów włóknistych obciążonych termicznie tak, aby element konstrukcyjny wykonany z tego materiału spełniał stawiane wymagania w zakresie określonych własności termicznych. Problem ten rozpatrzono z uwagi na orientację oraz kształt osi włókien wypełniających w poszczególnych warstwach materiału kompozytowego oraz kształt przekroju poprzecznego włókien. Do poszukiwania optymalnych rozwiązań opracowano system optymalizacyjny będący połączeniem algorytmów ewolucyjnych i gradientowych rozszerzonych o metodę elementów skończonych analizy układów termicznych oraz analizę wrażliwości. Efektywność opracowanej techniki optymalizacyjnej została zweryfikowana w pracy w postaci numerycznych przykładów obliczeniowych.

1. WPROWADZENIE

Problemy przewodzenia i wymiany ciepła są zagadnieniami uniwersalnymi, mającymi zastosowanie praktyczne w wielu dziedzinach techniki, w tym również w wyrobach i konstrukcjach kompozytowych. Wynika ono ze znacznej liczby rzeczywistych problemów wymiany ciepła, różnorodności ich przebiegu oraz narastającej tendencji do numerycznego modelowania przepływu ciepła

w wyrobach i konstrukcjach kompozytowych. Rozwiązanie tych problemów może doprowadzić do podwyższenia wartości użytkowej i handlowej omawianych wyrobów i konstrukcji przewodzących ciepło oraz przynieść efekty ekonomiczne.

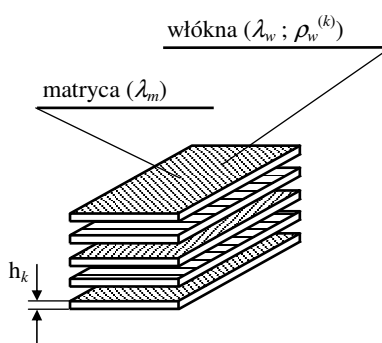
Rozwój nowych technologii powoduje, że współczesny inżynier-konstruktor dostaje do swej dyspozycji nowe materiały o własnościach znacznie odbiegających od własności tradycyjnych materiałów konstrukcyjnych. Do grupy takich materiałów należą m.in. kompozyty włókniste będące mieszaniną materiału matrycy i wzmocnienia w postaci włókien, z których obecnie wytwarzane są najróżniejsze wyroby stosowane praktycznie we wszystkich dziedzinach techniki i życia codziennego. Kompozyty włókniste wykazują najlepsze własności termiczne i wytrzymałościowe przy najmniejszym ciężarze właściwym spośród wszystkich materiałów kompozytowych oraz charakteryzują się względnie niską ceną. Dlatego też materiały te są coraz powszechniej używane w zastosowaniach technicznych oraz znajdują coraz większe zastosowanie w różnego rodzaju konstrukcjach, dla pracy których własności te mają ogromne znaczenie.

Jednym z istotnych zjawisk fizycznych zachodzących w kompozycie jest zjawisko przepływu ciepła. Jest ono bardzo istotne przy projektowaniu optymalnych izolatorów lub radiatorów. W przypadku konstrukcji wykonanych z materiałów kompozytowych, analiza ich zachowania się pod obciążeniem cieplnym jest nierozłączna od analizy kompozytu i cech charakterystycznych jego budowy, gdyż termiczne charakterystyki materiałowe kompozytowego elementu konstrukcyjnego są ściśle związane z budową kompozytu. Można więc powiedzieć, że każda konstrukcja wymaga indywidualnego zaprojektowania optymalnego dla niej materiału kompozytowego, poprzez dobór najlepszego zestawu parametrów strukturalnych, takich jak: własności termiczne matrycy i włókien, objętościowy udział i kształt przekroju włókien wypełniających w warstwach, orientacja i ułożenie włókien w analizowanym elemencie konstrukcyjnym, czy też liczba i grubość warstw. Kompozyty stosowane w konstrukcjach muszą charakteryzować się więc odpowiednimi własnościami termicznymi, zarówno w niskiej, jak i wysokiej temperaturze. Od tych parametrów, przede wszystkim, zależy ich jakość i długotrwałość. Ze wzrostem temperatury obniżają się własności wytrzymałościowe, rośnie plastyczność, a odwrotnie z obniżeniem temperatury zwiększa się skłonność do kruchego pękania. Rozważenie zagadnienia przepływu ciepła w materiale kompozytowym ma więc szerokie zastosowanie praktyczne i wpływa na bezpieczeństwo użytkowników konstrukcji wykonanych z tych materiałów.

2. OBIEKT BADAŃ

W pracy zostały rozpatrzone płaskie, dwuwymiarowe elementy konstrukcyjne obciążone termicznie (rys. 1), wykonane z mikroskopowo niejednorodnego materiału kompozytowego w postaci jedno lub wielowarstwowego laminatu składającego się z warstw matrycy wypełnionych włóknami o różnych od matrycy własnościach termicznych.

Mikroskopowo niejednorodny materiał kompozytowy został zastąpiony, dla celów analizy zjawiska przepływu ciepła w elemencie konstrukcyjnym, w skali makroskopowej, jednorodnym materiałem ortotropowym. Własności termiczne takiego materiału zależą od własności termicznych matrycy i włókien wypełniających oraz liczby warstw wytwarzanego materiału h_k oraz od udziału objętościowego i kształtu przekroju i osi wypełniających włókien w poszczególnych warstwach laminatu.



Rys. 1. Kompozytowy element konstrukcyjny

W pracy założono, że matryca jest jednorodna, izotropowa o określonym współczynniku przewodzenia ciepła λ_m , zaś włókna są długie, jednorodne, izotropowe o współczynniku przewodzenia ciepła λ_w oraz równomiernie i jednokierunkowo rozłożone w matrycy, a ich udział objętościowy w poszczególnych warstwach kompozytu wynosi $\rho_w^{(k)}$.

3. PRZEWODZENIE CIEPŁA

W pracy zostało rozpatrzone zagadnienie dwuwymiarowego ustalonego przewodnictwa cieplnego w materiale kompozytowym. Zagadnienie to opisano równaniem różniczkowym ustalonego przewodnictwa ciepła, które uzupełniono odpowiednimi warunkami brzegowymi.

Przewodzeniem ciepła w ciałach stałych i nieruchomych cieczach rządzi prawo Fouriera [1], zgodnie z którym natężenie strumienia przewodzonego ciepła

jest proporcjonalne do gradientu temperatury mierzonego wzdłuż kierunku przepływu ciepła:

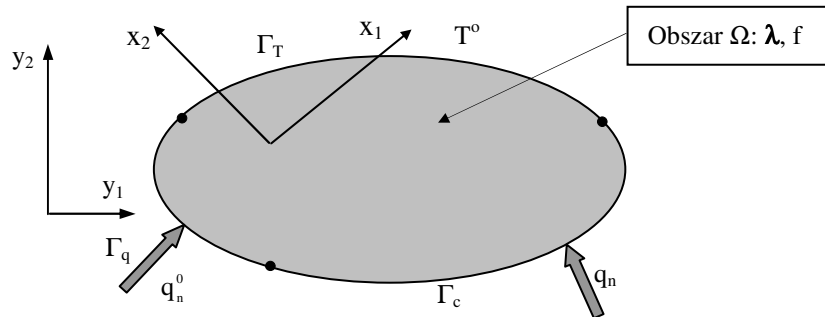
$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T, \quad (1)$$

gdzie: $\mathbf{q}$ – natężenie strumienia przewodzonego ciepła, ∇T – gradient pola temperatury, λ – macierz współczynników przewodzenia.

Zagadnienie dwuwymiarowego ustalonego przewodzenia ciepła, w przypadku gdy parametry fizyczne ciała nie zależą od temperatury, sprowadza się do rozwiązania w obszarze Ω równania (2) z odpowiednimi warunkami brzegowymi panującymi na brzegu Γ (rys. 2):

$$\operatorname{div} \mathbf{q} + f = 0 \quad (2)$$

gdzie: f – wewnętrzne źródło ciepła.



Rys. 2. Płaski materiał kompozytowy poddany warunkom brzegowym

Warunki brzegowe są sformułowane w ogólnej postaci jako pewne wielkości fizyczne określone na konkretnych fragmentach brzegu rozpatrywanego ciała, opisujące wymianę ciepła i mogą być zadane na trzy sposoby:

- warunki brzegowe pierwszego rodzaju, tzw. warunki Dirichleta, określone są przez rozkład temperatury $T = T^0$ na brzegu Γ_T ,
- warunki brzegowe drugiego rodzaju, tzw. warunki Neumanna, określone są przez wartość natężenia strumienia cieplnego $q_n = q_n^0$ na brzegu ciała Γ_q ,
- warunki brzegowe trzeciego rodzaju, tzw. warunki Henkela, określone są poprzez temperaturę otaczającego ośrodka oraz zależność, która opisuje wymianę ciepła między ciałem a tym ośrodkiem $q_n = h(T - T_\infty)$ na brzegu Γ_c .

(3)

Równanie (2), uwzględniając (1) w układzie współrzędnych prostokątnych w kierunku głównych osi ortotropii materiału, ma następującą postać:

$$\lambda_{x_1} \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \lambda_{x_2} \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} = f(x_1, x_2) \quad (4)$$

Transformując równanie (4) do globalnego układu współrzędnych Oy_1Oy_2 , można napisać [2]:

$$\lambda_{y_1} \frac{\partial^2 T}{\partial y_1^2} + \lambda_{y_1 y_2} \frac{\partial^2 T}{\partial y_1 \partial y_2} + \lambda_{y_2 y_1} \frac{\partial^2 T}{\partial y_2 \partial y_1} + \lambda_{y_2} \frac{\partial^2 T}{\partial y_2^2} = f(y_1, y_2) \quad (5)$$

Równanie różniczkowe przewodzenia ciepła (5) wraz z warunkami brzegowymi (3) pozwala na określenie pola temperatury w obszarze kompozytowego elementu konstrukcyjnego, tzn. wartości temperatury we wszystkich punktach rozpatrywanego wyrobu.

4. MODELOWANIE MATERIAŁÓW KOMPOZYTOWYCH Z UWAGI NA ICH CIEPLNE WŁASNOŚCI

4.1. Ciepłne współczynniki materiału kompozytowego

Własności ciepłne materiałów kompozytowych charakteryzują zarówno stałe materiałowe macierzy i włókien, jak i sposób ułożenia włókien w macierzy. Materiały kompozytowe zbudowane z powtarzalnych elementów zwykle traktuje się dla celów analizy jako jednorodne, czyli homogeniczne ciała o uśrednionych cieplnych współczynnikach wyznaczonych w oparciu o bilans cieplny oraz podstawowe prawo Fouriera [3, 4]. W wyniku homogenizacji (uśrednienia własności termicznych materiałów okresowo zmiennych, pozwalającego na traktowanie materiału niejednorodnego jako jednorodnego) otrzymuje się wielkości opisujące charakter i szybkość przewodzenia ciepła wewnątrz materiału, opisywane przede wszystkim współczynnikami przewodności cieplnej.

Własności ciepłne takiego zastępczego materiału zależą od własności termicznych macierzy i włókien wypełniających oraz od objętościowego udziału i kształtu przekroju włókien wypełniających w warstwach laminatu.

W pracy zaproponowano metodę obliczania zastępczych współczynników przewodności cieplnej w kierunku wzdłużnym i poprzecznym do włókien dla elementu konstrukcyjnego wykonanego z wielowarstwowego materiału kompozytowego wypełnionego włóknami o różnym kształcie przekroju

poprzedniego (prostokątny, kołowy, eliptyczny). Został również zbudowany jednorodny model zastępczy kompozytu, który stanowił punkt wyjścia do sformułowania zadania optymalizacji w procesie jego projektowania. W niniejszej pracy zostanie przedstawiona metoda obliczania zastępczych współczynników przewodności cieplnej w kierunku wzdłużnym i poprzecznym do włókien dla elementu kompozytowego wypełnionego włóknami o kołowym kształcie przekroju poprzecznego.

Wzdłużna przewodność cieplna

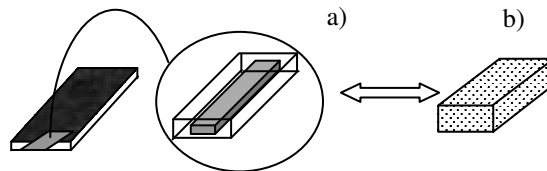
Rozpatrzmy powtarzalny element warstwy kompozytu przedstawiony na rys. 3. Zastępczy współczynnik przewodności cieplnej wzdłuż włókien można otrzymać z bilansu strumienia ciepła płynącego w kierunku pokrywającym się z osią włókna, dla założonego takiego samego gradientu temperatury we włóknie, macierzy i zastępczym materiale:

$$q_{x_1} = -(\lambda_w F_w + \lambda_m F_m) \frac{dT}{dx_1} = -\lambda_{x_1} (F_w + F_m) \frac{dT}{dx_1} \quad (6)$$

gdzie: F_w , F_m – pole przekroju poprzecznego włókna, macierzy, λ_w , λ_m – współczynnik przewodności włókna, macierzy, $\rho_w = \frac{F_w}{F_w + F_m}$ – objętościowy udział włókna.

Uwzględniając wartości współczynników przewodności cieplnej włókna i macierzy oraz udział objętościowy poszczególnych faz z równania (6), uzyskuje się zależność określającą zastępczy wzdłużny współczynnik przewodności cieplnej:

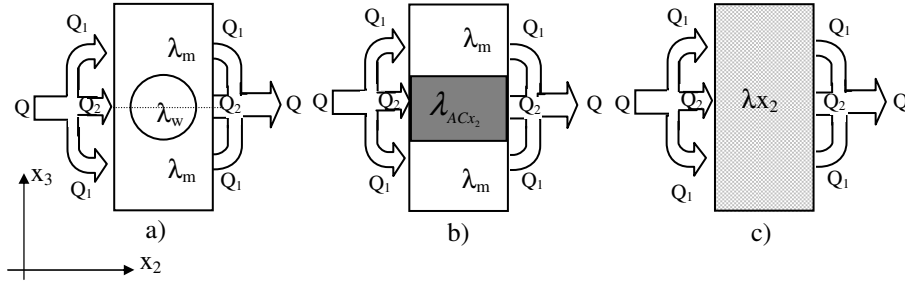
$$\lambda_{x_1} = \rho_w (\lambda_w - \lambda_m) + \lambda_m \quad (7)$$



Rys. 3. Powtarzalny element warstwy kompozytowej: a) powtarzalny element, b) zastępczy ortotropowy materiał

Poprzeczna przewodność cieplna

Przepływ ciepła w kierunku poprzecznym do włókien w elemencie przedstawionym na rys. 3a, zależy od kształtu poprzecznego przekroju włókna. W każdej warstwie materiału kompozytowego ciepło przepływa w jednej części warstwy szeregowo przez macierz i włókno, w drugiej tylko przez macierz, jak schematycznie pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Proces modelowania przepływu ciepła w warstwie materiału kompozytowego:
a) rzeczywisty materiał, b) przepływ ciepła przez warstwy kompozytu, c) zastępczy ortotropowy materiał

Poprzeczna przewodność cieplna dla włókien kołowych

Dla włókna o kołowym przekroju poprzecznym rozpatruje się w prostokątnym przekroju poprzecznym materiału zastępczego włókno o promieniu r (rys. 5). Podobnie jak dla włókna o prostokątnym przekroju poprzecznym, strumień ciepła przepływa w jednej części szeregowo tylko przez macierz, w drugiej części zarówno przez macierz, jak i włókno, przy czym drogi strumienia są zależne od kąta φ i wynoszą:

$$\text{dla macierzy } a'_2 = a_2 + r(1 - \cos \varphi) \quad \text{dla włókna } b'_2 = r \cos \varphi \quad (8)$$

Bilans ciepła w warstwie o grubości dx_3 można zapisać następującą zależnością:

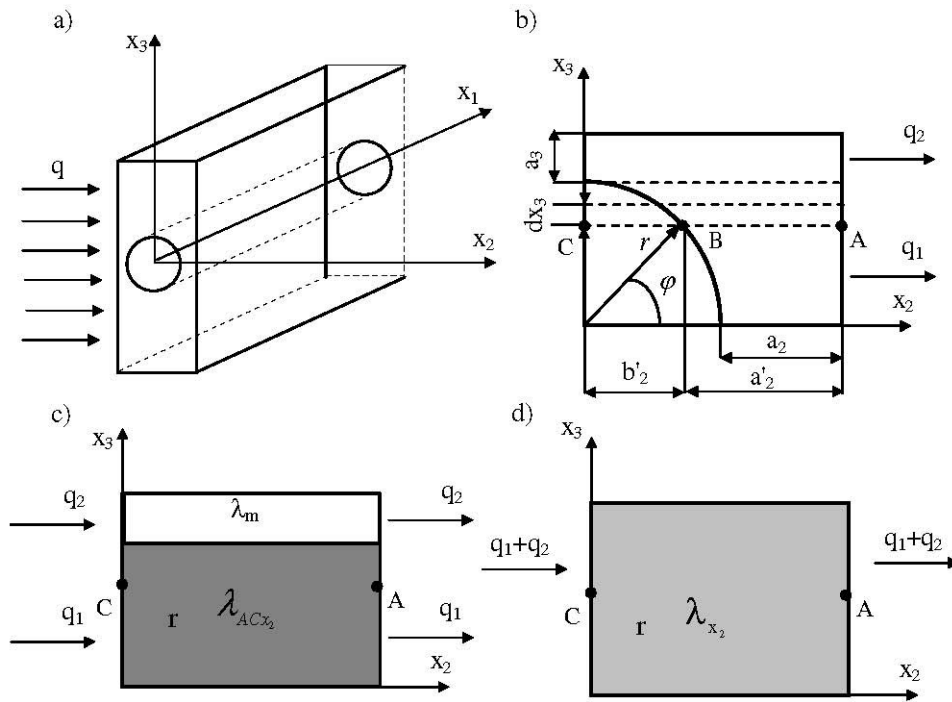
$$-\lambda_w \frac{T_B - T_C}{r \cos \varphi} dx_3 = -\lambda_m \frac{T_A - T_B}{a_2 + r(1 - \cos \varphi)} dx_3 = -\lambda_{\varphi x_2} \frac{T_A - T_C}{a_2 + r} dx_3 \quad (9)$$

Podstawiając powyższe odległości (8) do wzoru (9), współczynnik przewodności części warstwy określonej kątem φ wynosi:

$$\lambda_{\varphi x_2} = \frac{\lambda_m}{1 + u_1 \cos \varphi} \quad (10)$$

gdzie przez u oznaczono stałą: $u_1 = r'_{x_2} \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_w} - 1 \right)$, a przez r'_{x_2} względną długość

drogi strumienia w macierzy i włóknie $r'_{x_2} = \frac{r}{a_2 + r}$, (rys. 5).



Rys. 5. Prostokątny przekrój poprzeczny materiału zastępczego wypełnionego włóknami o kołowym kształcie przekroju poprzecznego: a) powtarzalny element, b) 1/4 część warstwy, c) obie części warstwy kompozytu, d) zastępczy ortotropowy materiał

Całkowity strumień ciepła w części warstwy, składającej się z macierzy i włókna połączonych ze sobą równoległe zależy od kąta φ . Strumień ciepła płynący przez tę część warstwy można wyrazić następującą zależnością:

$$Q_1 = \int_0^r \frac{T_A - T_C}{a_2 + r} \lambda_{\varphi x_2} dx_3 \quad (11)$$

Ponieważ $dx_3 = r \cos(\varphi) d\varphi$, równanie (11) można przedstawić w następującej postaci:

$$Q_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{T_A - T_C}{a_2 + r} r \lambda_m \frac{\cos(\varphi)}{1 + u \cos(\varphi)} d\varphi \quad (12)$$

Traktując tę warstwę jako materiał jednorodny (rys. 5c), uśredniony całkowity strumień ciepła w tej warstwie można przedstawić w postaci:

$$Q_1 = \int_0^r \frac{T_A - T_C}{a_2 + r} \lambda_{ACx_2} dx_3 \quad (13)$$

Porównanie (12) z (13) pozwala na wyznaczenie zastępczego współczynnika przewodności cieplnej λ_{ACx_2} w postaci:

$$\lambda_{ACx_2} = \frac{\lambda_m}{2u_1} \left(\pi - \frac{4 \operatorname{ArcTanh} \left(\frac{-1 + u_1}{\sqrt{-1 + u_1^2}} \right)}{\sqrt{-1 + u_1^2}} \right) \quad (14)$$

Drugą typową warstwą, przez którą płynie ciepło w zastępczym cieple jest macierz. Bilans ciepła w tej części warstwy można zapisać następującą zależnością:

$$Q_2 = \int_r^{r+a_3} \frac{T_A - T_C}{a_2 + r} \lambda_m dx_3 \quad (15)$$

Ostatecznie bilans ciepła w obu częściach warstwy, a tym samym przepływ ciepła w zastępczym materiale kompozytowym, można zapisać w postaci następującej zależności:

$$Q_1 + Q_2 = Q \quad (16)$$

$$-\lambda_{ACx_2} \frac{T_A - T_C}{a_2 + r} r - \lambda_m \frac{T_A - T_C}{a_2 + r} a_3 = -\lambda_{x_2} \frac{T_A - T_C}{a_2 + r} (a_3 + r) \quad (17)$$

Zastępczy współczynnik przewodności cieplnej warstwy materiału kompozytowego w kierunku osi x_2 można przedstawić zatem w postaci zależności:

$$\lambda_{x_2} = \lambda_m \left[1 + r'_{x_3} \left(\frac{\lambda_{ACx_2}}{\lambda_m} - 1 \right) \right] \quad (18)$$

gdzie przez r'_{x_3} oznaczono względną długość drogi strumienia w macierzy i włóknie:

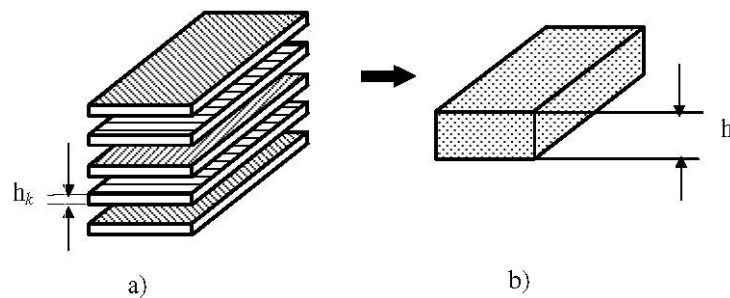
$$r'_{x_3} = \frac{r}{a_3 + r} \quad (19)$$

Z uwagi na podobny kształt w kierunku osi x_2 i x_3 zastępczy współczynnik przewodności cieplnej w kierunku x_3 wyprowadza się analogicznie, zgodnie z powyższymi wzorami, odpowiednio zamieniając w nich wskaźniki względnych wymiarów, przy czym względne drogi strumienia są zależne od kąta $(90-\varphi)$.

4.2. Modelowanie materiału kompozytowego

W pracy rozpatrzono dwuwymiarowe płaskie elementy konstrukcyjne obciążone termicznie, wykonane z wielowarstwowego materiału kompozytowego w postaci laminatu składającego się z warstw macierzy wypełnionych włóknami, w którym górna i dolna warstwa była izolowana cieplnie.

Do celów analizy pracy elementu konstrukcyjnego, mikroskopowo niejednorodny materiał kompozytowy jest zastępowany w skali makroskopowej jednorodnym materiałem ortotropowym (rys. 6), którego własności termiczne zależą od własności termicznych matrycy λ_m i włókien wypełniających λ_w , kształtu przekroju poprzecznego włókien i udziału objętościowego włókien $\rho_w^{(k)}$ oraz ich orientacji θ^k w poszczególnych warstwach, a także liczby n i grubości warstw h_k .

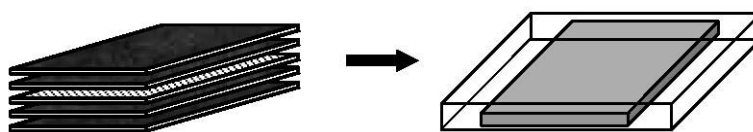


Rys. 6. Modelowanie materiału kompozytowego: a) rzeczywisty materiał, b) zastępczy ortotropowy materiał

Dla tak określonego materiału istnieją dwie wzajemnie prostopadłe płaszczyzny symetrii, których krawędzie przecięcia się wyznaczają główne osie ortotropii x_1 - x_2 materiału, przy czym oś x_1 ma kierunek zgodny z kierunkiem włókna, a oś x_2 jest prostopadła do kierunku włókna (rys. 8).

W pracy przeprowadzono proces modelowania (homogenizacji) takich kompozytów w dwóch etapach. Najpierw poddano procesowi homogenizacji warstwy kompozytu składające się z włókna i macierzy, następnie modelowano wielowarstwowy materiał kompozytowy, zastępując go jednorodnym materiałem ortotropowym [5, 6].

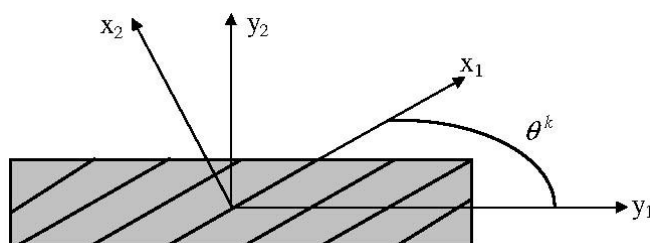
Zgodnie z przyjętymi założeniami, każda k -ta warstwa kompozytu jest modelowana jednorodnym makroskopowo, płaskim materiałem o właściwościach ortotropowych (rys. 7).



Rys. 7. Modelowanie k -tej warstwy kompozytu

Budowa kompozytu sprawia, że orientacja włókien w każdej k -tej warstwie może być inna w stosunku do dowolnie przyjętego globalnego układu odniesienia (rys. 8). W oparciu o odpowiednie relacje transformacyjne macierz zastępczych współczynników przewodności cieplnej dla ortotropowej warstwy kompozytu, określona w globalnym układzie współrzędnych, jest wyrażona zależnością [3, 7]:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{y_1}^k & \lambda_{y_{12}}^k \\ \lambda_{y_{21}}^k & \lambda_{y_2}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{x_1}^k \cos^2 \theta^k + \lambda_{x_2}^k \sin^2 \theta^k & (\lambda_{x_1}^k - \lambda_{x_2}^k) \sin \theta^k \cos \theta^k \\ (\lambda_{x_1}^k - \lambda_{x_2}^k) \sin \theta^k \cos \theta^k & \lambda_{x_1}^k \sin^2 \theta^k + \lambda_{x_2}^k \cos^2 \theta^k \end{bmatrix} \quad (20)$$



Rys. 8. Kierunki główne i dowolne k -tej warstwy kompozytu

Zgodnie z przyjętymi założeniami, wielowarstwowy kompozyt jako całość tworzy makroskopowo jednorodny materiał ortotropowy o własnościach będących wypadkową własności tworzących go warstw. Można wykazać, że ciepłne współczynniki przewodności wielowarstwowego materiału kompozytowego opisują następujące zależności [3]:

$$\lambda_{y_1} = \sum_{k=1}^n \lambda_{y_1}^k \frac{h_k}{h} \quad \lambda_{y_{12}} = \sum_{k=1}^n \lambda_{y_{12}}^k \frac{h_k}{h} \quad \lambda_{y_2} = \sum_{k=1}^n \lambda_{y_2}^k \frac{h_k}{h} \quad (21)$$

gdzie: $h = \sum_{i=1}^n h_k$ oznacza grubość kompozytu, h_k grubość k -tej warstwy kompozytu, zaś n liczbę warstw.

Tak więc głównym celem modelowania kompozytu obciążonego termicznie jest wyznaczenie zastępczych współczynników przewodności cieplnej dla wielowarstwowego materiału kompozytowego, dla różnych kształtów przekroju poprzecznego włókien wypełniających matrycę, a następnie określenie macierzy przewodności tego materiału konstrukcyjnego w funkcji parametrów materiałowych i geometrycznych opisujących jego strukturę.

Otrzymany ortotropowy model kompozytu stanowi punkt wyjścia do sformułowania zadania optymalizacji w procesie projektowania optymalnej struktury kompozytowych elementów konstrukcyjnych pracujących pod obciążeniem cieplnym.

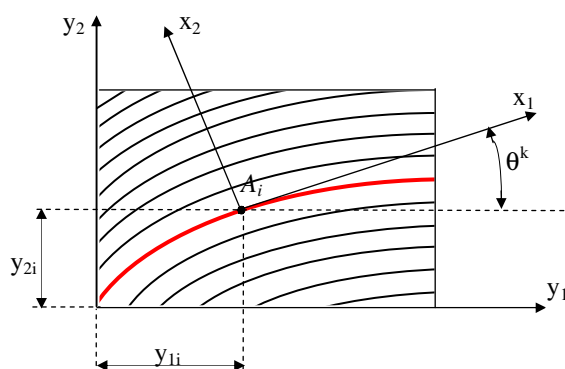
5. SFORMUŁOWANIE ZADANIA OPTIMALIZACJI

Możliwość kształtowania budowy kompozytów pozwala uzyskać żądane własności tych materiałów konstrukcyjnych poprzez optymalne zaprojektowanie ich struktury, a przede wszystkim właściwe rozmieszczenie i zorientowanie włókien wypełniających w matrycy w poszczególnych warstwach. Własności termiczne materiału kompozytowego, jak wspomniano wcześniej, zależą od własności termicznych matrycy i włókien wzmacniających oraz od objętościowego udziału i kształtu przekroju włókien wzmacniających w warstwach laminatu oraz orientacji i ułożenia włókien w analizowanym elemencie konstrukcyjnym, a także liczby i grubości warstw.

Każdy z wymienionych parametrów w różnym stopniu decyduje o własnościach termicznych kompozytu, a w konsekwencji także wykonanego z niego elementu konstrukcyjnego i może być traktowany jako zmienna decyzyjna w procesie projektowania jego struktury. Jednak pełne zalety takich materiałów konstrukcyjnych uzyskuje się w przypadku optymalnego rozmieszczenia i zorientowania włókien w matrycy w poszczególnych warstwach kompozytu z punktu widzenia przyjętej w procesie optymalizacji miary jakości kompozytu.

W związku z tym z grupy parametrów opisujących strukturę kompozytowego materiału w procesie jej optymalnego projektowania przyjęto jako znane parametry deterministyczne własności termiczne włókien i matrycy oraz liczbę i grubość warstw, zaś jako zmienne projektowe przyjęto orientację i/lub kształt włókien w każdej warstwie.

Jak pokazano na rys. 9, orientacja włókien wzmacniających θ^k jest określona poprzez kąt zawarty pomiędzy osią włókien w dowolnym „ i -tym” punkcie „ k -tej” warstwy kompozytu a osią y_1 globalnego układu odniesienia [8].



Rys. 9. Orientacja włókna w warstwie kompozytu

W obszarze warstwy parametr ten może być stały i wówczas włókna są ułożone prostoliniowo w matrycy lub może być zmienny i wtedy włókna w matrycy są rozmieszczone krzywoliniowo. W tym drugim przypadku orientacja włókien zależy od zbioru parametrów kształtu s_k określających krzywą przyjętą do opisu kształtu osi tzw. „włókna wzorcowego” w k -tej warstwie kompozytu. Reasumując, rozmieszczenie włókien w materiale kompozytowym można więc określić poprzez zbiór parametrów kształtu s_k definiujących ułożenie włókien w każdej warstwie, tj. orientację i/lub ich kształt. Wymienione parametry stanowią wektor zmiennych projektowych $\mathbf{b} = \{s_k\}$.

Projektowanie optymalnych struktur kompozytowych zostało rozpatrzone pod kątem uzyskania przez element konstrukcyjny wykonany z tego materiału określonych własności termicznych. W związku z tym jako funkcjonal celu przyjęto pewną lokalną lub globalną miarę jakości, opisującą zachowanie się elementu konstrukcyjnego pod wpływem działających obciążeń z uwagi na przyjęte zmienne projektowe. W ogólnej formie funkcjonal celu F_c został wyrażony jako [9,10]:

$$F_c = \int \Gamma(T, \nabla T, \mathbf{q}, f) d\Omega + \int \gamma(T, q_n, T_\infty) d\Gamma \quad (22)$$

gdzie Γ i γ są ciągłymi i różniczkowalnymi funkcjami swoich argumentów.

Optymalne projektowanie wymaga ponadto wprowadzenia ograniczenia, którym mogą być nałożone ograniczenia termiczne, parametry strukturalne materiału kompozytowego (gęstość włókien) lub koszt wykonania materiału konstrukcji kompozytowej, które zależą od wartości zmiennych projektowych.

Zadanie optymalnego projektowania można więc określić ogólnie jako poszukiwanie minimum lub maksimum funkcjonału celu w odpowiedniej postaci z wprowadzonym ograniczeniem.

Ostatecznie, rozpatrywany problem projektowania optymalnych struktur kompozytowych został zapisany w postaci następującego zadania optymalizacji:

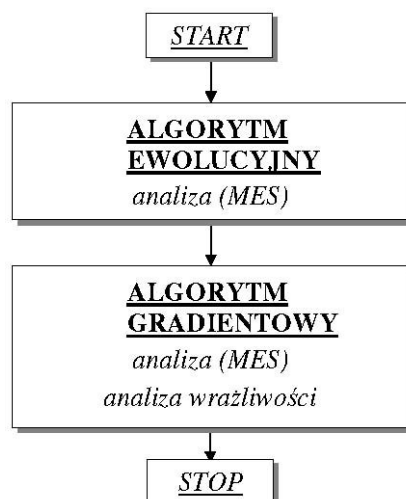
$$\min . F_c(\mathbf{b}) \text{ lub } \max . F_c(\mathbf{b}) \quad (23)$$

przy spełnieniu ograniczeń termicznych: $R_i(\mathbf{b}) - R_0 \leq 0$ lub ograniczonym koszcie materiału: $K(\mathbf{b}) - K_0 \leq 0$, gdzie R_0 jest nałożoną z góry pewną własnością termiczną konstrukcji, zaś K_0 zadany maksymalny koszt kompozytowej struktury.

Reasumując, zadanie optymalizacyjne będzie rozpatrywane przede wszystkim z uwagi na kształt i orientację włókien wypełniających w matrycy, które to cechy przyjęto jako zmienne parametry projektowania. Jako funkcjonal celu zostanie zbadana maksymalna lub minimalna wartość strumienia ciepła lub rozkład temperatury na brzegu oraz w obszarze ciała.

6. HYBRYDOWY SYSTEM OPTYMALIZACJI STRUKTURY MATERIAŁÓW KOMPOZYTOWYCH

Do rozwiązania sformułowanego zadania optymalnego projektowania struktury materiałów kompozytowych opracowany został tzw. hybrydowy system optymalizacyjny, składający się z dwóch współpracujących ze sobą algorytmów: ewolucyjnego i gradientowego (rys. 10).



Rys. 10. Hybrydowy system optymalizacyjny

Hybrydowy system optymalizacyjny został dodatkowo rozszerzony o metodę elementów skończonych, służącą do rozwiązywania zadania analizy układów termicznych kompozytowych elementów konstrukcyjnych oraz metodę bezpośrednią analizy wrażliwości, przeznaczoną do wyznaczania pochodnych pól stanu powstających w konstrukcji z uwagi na przyjęte zmienne projektowe.

Pierwszy etap optymalizacji stanowi algorytm ewolucyjny, który oparty jest na naśladowaniu naturalnych procesów zachodzących w przyrodzie [11].

Algorytm ewolucyjny startuje z losowo wybranego punktu początkowego, generując w kolejnych pokoleniach rozwiązanie bliższe rozwiązaniu optymalnemu. W kroku oceny populacji algorytm współpracuje z metodą elementów skończonych [2], w której zostają wyznaczone pola stanu obciążonej termicznie kompozytowej konstrukcji z uwagi na wygenerowane w aktualnej populacji wartości zmiennych projektowych, a w konsekwencji także wartość rozpatrywanego funkcjonału celu.

W celu zwiększenia efektywności obliczeń zastosowano jedną z gradientowych technik optymalizacyjnych, a mianowicie metodę zmiennej metryki [12], przy czym algorytm startuje z punktu wygenerowanego w końcowej fazie algorytmu ewolucyjnego.

Zastosowanie metody zmiennej metryki w procesie optymalizacji struktury kompozytowych elementów konstrukcyjnych wymagało obliczenia gradientu (wrażliwości pierwszego rzędu) funkcjonału mierzącego jakość konstrukcji względem zmiennych projektowych. Dla funkcjonału celu F_c , określonego zależnością (22), jego wrażliwość pierwszego rzędu z uwagi na i -tą składową wektora zmiennych projektowania b_i (gdzie: $i = 1, \dots, p$) ma postać:

$$F_{c,p} = \int [\Gamma_p d\Omega + \Gamma(d\Omega)_p] + \int [\gamma_p d\Gamma + \gamma(d\Gamma)_p] \quad (24)$$

i wymaga znajomości pochodnych pól stanu. Do ich wyznaczenia zastosowano metodę bezpośrednią analizy wrażliwości [9, 10]. W metodzie tej, nieznane pochodne pól stanu obliczane są przez rozwiązanie pewnych dodatkowych problemów przewodzenia ciepła, opisanych równaniami otrzymanymi w wyniku zróżniczkowania równań problemu podstawowego względem każdego elementu wektora zmiennych projektowych.

Problem dodatkowy przewodzenia ciepła stowarzyszony z p -tym parametrem projektowania jest opisany równaniem przewodzenia, warunkami brzegowymi, których postać wynika z odpowiednich równań dla problemu podstawowego.

Równanie przewodzenia dla problemu dodatkowego określamy różniczkując równanie przewodzenia w układzie podstawowym względem parametru projektowania b . Warunki brzegowe na fragmentach brzegu zewnętrznego, w układzie dodatkowym stowarzyszonym z p -tym parametrem projektowania, można otrzymać przez zróżniczkowanie równań dla układu podstawowego. Każdy z problemów dodatkowych jest definiowany przez różniczkowe równanie przewodzenia w układzie dodatkowym oraz warunki brzegowe na określonych częściach brzegu zewnętrznego [10].

Różniczkując zatem równania (1-3), opisujące zachowanie się konstrukcji podstawowej (rys. 2), względem zmiennej b_i , otrzymujemy:

- równanie przewodzenia w układzie dodatkowym:

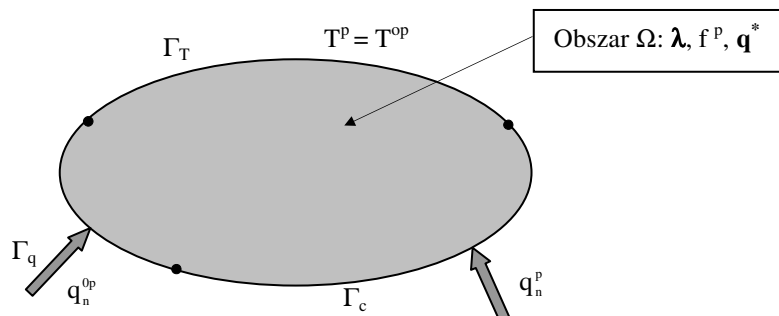
$$\begin{aligned} -\operatorname{div} \mathbf{q}_p + f_p &= 0 \\ \mathbf{q}_p &= -\lambda \nabla T_p + \mathbf{q}^* \\ \mathbf{q}^* &= -\lambda_p \nabla T \end{aligned} \quad (25)$$

- warunki brzegowe w układzie dodatkowym:

$$\begin{aligned} T_p(\mathbf{x}) &= 0 \\ \mathbf{q}_{n,p} &= \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_p = 0 \\ \mathbf{q}_{n,p} &= \mathbf{n} \mathbf{q}_p = h[T_p - T_\infty^p] \\ T_\infty^p &= \frac{h_p}{h}(T - T_\infty) \end{aligned} \quad (26)$$

Otrzymany układ równań (25-26) opisuje tzw. „ i -tą konstrukcję dodatkową” o takim samym kształcie i wykonaną z materiału kompozytowego o takich

samych parametrach termicznych jak konstrukcja podstawowa, ale poddaną działaniu dodatkowego wstępnego strumienia ciepłego q^* (rys. 11).



Rys. 11. Problem dodatkowy ustalonego przewodzenia ciepła dla i -tej konstrukcji dodatkowej rozpatrywanej w analizie wrażliwości

Szukane pochodne pól konstrukcji podstawowej wyrażają się zatem przez odpowiednie pola stanu i -tej konstrukcji dodatkowej i są otrzymywane w wyniku rozwiązania układu równań (25-26). W praktyce analityczne wyrażenia na wrażliwość poddaje się dyskretyzacji i oblicza numerycznie przy wykorzystaniu metody elementów skończonych [2]. Rozwiązanie problemu podstawowego pozwala wyznaczyć węzłowe wartości temperatury w analizowanej konstrukcji kompozytowej oraz ich kolejne pochodne, potrzebne w etapie syntezy do wyznaczenia wrażliwości pierwszego rzędu lokalnych i/lub globalnych miar jakości konstrukcji, ze względu na parametry projektowania, potrzebnych w procesie optymalizacji konstrukcji kompozytowej.

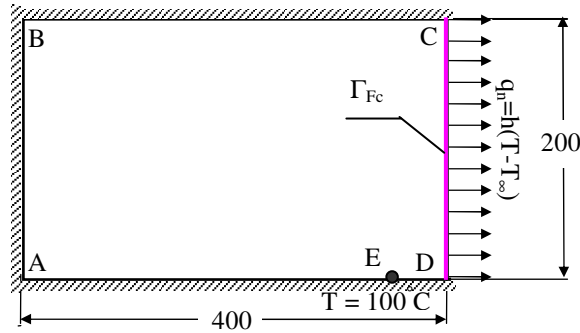
7. NUMERYCZNE PRZYKŁADY OBLICZENIOWE

W rozdziale tym przedstawiono praktyczne rozwiązanie rozpatrywanego w pracy problemu projektowania optymalnych struktur kompozytowych obciążonych termicznie.

Optymalne projektowanie trójwarstwowej prostokątnej tarczy wzmocnionej włóknami o przekroju kołowym

W przykładzie tym rozpatrywana jest prostokątna tarcza o wymiarach 400 x 200 mm, izolowana cieplnie wzdłuż trzech brzegów i poddana działaniu obciążenia cieplnego w postaci konwekcji wzdłuż brzegu CD (rys. 12), oraz punktowemu obciążeniu cieplnemu w punkcie E o określonej wartości. Tarcza wykonana jest z kompozytu w postaci laminatu zbudowanego z 3 warstw epoksydowej matrycy, wypełnionych jednokierunkowo włóknami szklanymi

o kołowym przekroju poprzecznym włókien i określonych poniżej danych materiałowych.



Dane materiałowe

konstrukcji:

włókna:

$$\lambda_w = 0.04 \text{ W/(mK)}$$

matryca:

$$\lambda_m = 0.3 \text{ W/(mK)}$$

$$\rho_w = 0.3$$

$$h = 50$$

$$T_\infty = 25^\circ \text{C}$$

Rys. 12. Element konstrukcyjny poddany warunkom brzegowym

Problem optymalnego projektowania tarczy rozpatrzono dla trzech różnych funkcjonałów celu, uwzględniając prostoliniowy kształt osi włókien wypełniających. Przykład ten ma pokazać w jaki sposób kryterium optymalizacyjne wpływa na wyniki przy zachowaniu tych samych warunków brzegowych.

Do poszukiwania optymalnych rozwiązań zastosowano ewolucyjny system optymalizacyjny. Zadanie rozwiązano dla modelu dyskretnego, dzieląc obszar tarczy na trójkątne, trójwęzłowe elementy skończone.

Jako zmienne projektowe przyjęto dwa niezależne parametry: kąty θ_1 i θ_2 opisujące ułożenie jednej rodziny prostoliniowych włókien wypełniających odpowiednio w warstwach zewnętrznych kompozytowego materiału i warstwie środkowej. Zakres zmienności dla każdego parametru przyjęto w granicach od 0° do 180° .

W wyniku przeprowadzonej optymalizacji, przy użyciu ewolucyjnego systemu, uzyskano optymalne wartości zmiennych projektowych dla następujących problemów [9, 10]:

- 1) Funkcjonał celu uwzględniający strumień ciepła na brzegu konstrukcji lub jego części, który ma następującą postać:

$$F_c = \int_{\Gamma} q_n d\Gamma \quad (27)$$

W zależności od wymagań, które stawiamy kompozytowi (projektujemy optymalny izolator cieplny lub przewodnik uwzględniając przyjęte warunki brzegowe) funkcjonal (27) powinien odpowiednio osiągać wartość minimalną lub maksymalną.

- 2) Funkcjonał celu będący miarą temperatury, określony na całości lub części brzegu kompozytowej konstrukcji, można określić następująco:

$$F_c = \left[\int_{\Gamma} \left(\frac{T}{T_0} \right)^n d\Gamma \right]^{\frac{1}{n}} \quad (28)$$

gdzie T_0 oznacza górny poziom dopuszczalnej temperatury, zaś n parzystą liczbę całkowitą. Przy $n \rightarrow \infty$ minimalizacja powyższego funkcjonału daje wyrównanie rozkładu temperatury na swobodnym brzegu i minimalizację jej maksymalnych lokalnych wartości.

- 3) Funkcjonał celu będący miarą temperatury, określony w całej lub części objętości kompozytowej konstrukcji, mający postać opisaną następującą zależnością:

$$F_c = \int_{\Omega} \left[\left(\frac{T}{T_0} \right)^n d\Omega \right]^{\frac{1}{n}} \quad (29)$$

Minimalizacja powyższego funkcjonału daje wyrównanie rozkładu temperatury wewnątrz optymalizowanej konstrukcji.

Otrzymane wartości zmiennych projektowych: θ_1 i θ_2 , dla określonych zależności (27), (28) oraz (29) funkcjonałów celu, uzyskane w wyniku przeprowadzonej optymalizacji oraz odpowiadające im wartości funkcjonałów celu, zostały zestawione w tabeli 1.

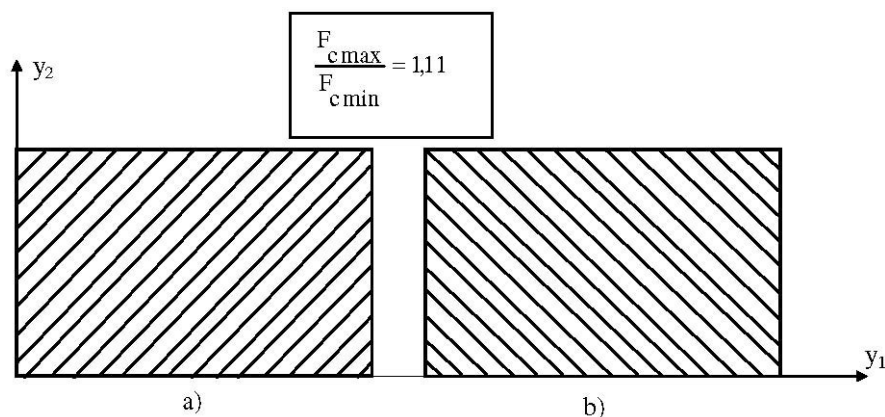
Tabela 1. Wyniki procesu optymalizacji przy użyciu systemu ewolucyjnego

Γ_{Fc}	Zmienne projektowe		Funkcjonał celu
	Warstwy zewnętrzne	Warstwa środkowa	F_{cmin} lub F_{cmax}
Problem I <i>funkcjonał (27)</i>	$\theta_1 = 46^\circ$	$\theta_2 = 46^\circ$	$F_{cmax} = 12.76 \text{ W}$
	$\theta_1 = 136^\circ$	$\theta_2 = 136^\circ$	$F_{cmin} = 11.47 \text{ W}$
Problem II <i>funkcjonał (28)</i>	$\theta_1 = 118^\circ$	$\theta_2 = 118^\circ$	$F_{cmin} = 0.84$
	$\theta_1 = 0^\circ$	$\theta_2 = 0^\circ$	$F_{cpor} = 0.83$
Problem III <i>funkcjonał (28)</i>	$\theta_1 = 20^\circ$	$\theta_2 = 20^\circ$	$F_{cmin} = 0.97$
	$\theta_1 = 0^\circ$	$\theta_2 = 0^\circ$	$F_{cpor} = 1.00$

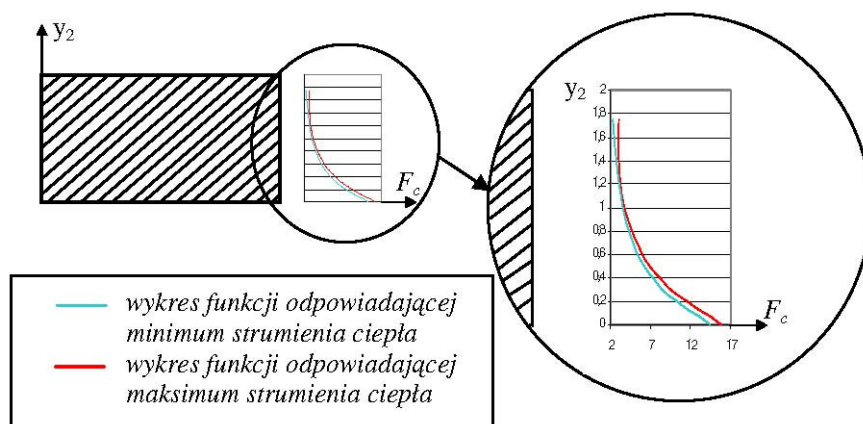
Optymalne ułożenie prostoliniowych włókien w poszczególnych warstwach kompozytowego materiału tarczy dla analizowanych problemów przedstawiono odpowiednio na rys. 13, 14 oraz 15.

Aby zobaczyć jaki wpływ może mieć optymalne ułożenie włókien na własności konstrukcji, porównano optymalny element konstrukcyjny z identycznym elementem konstrukcyjnym wykonanym z tego samego materiału, ale w postaci warstwy kompozytu wzmocnionej jednokierunkowo włóknami ułożonymi równoległe do osi y_1 lub z najgorszym rozwiązaniem dla danego typu konstrukcji.

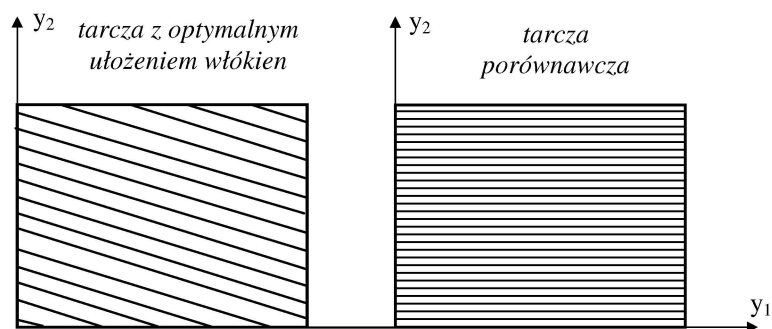
Problem I



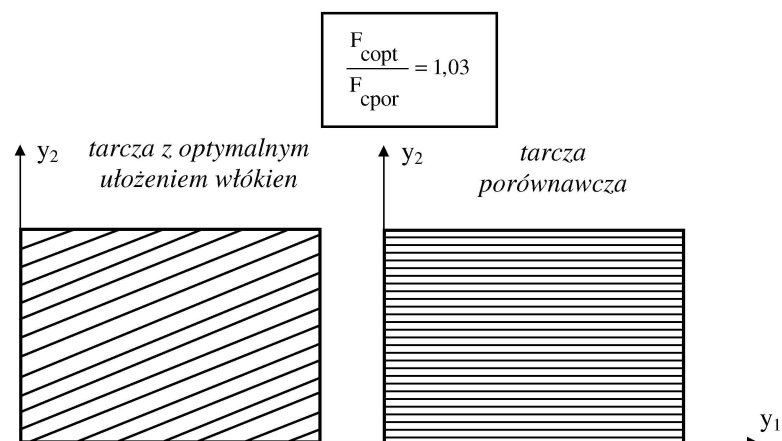
Rys. 13. Ułożenie włókien dla tarczy: a) realizującej maksimum funkcjonału 27, b) realizującej minimum funkcjonału 27



Rys. 14. Rozkłady strumienia ciepła na swobodnym brzegu

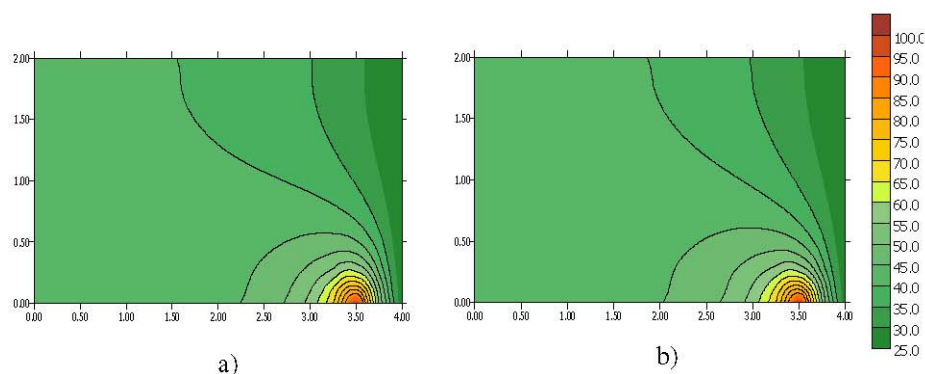
Problem II

Rys. 15. Ułożenie włókien w tarczy optymalnej i porównawczej

Problem III

Rys. 16. Optymalne ułożenie włókien w tarczy optymalnej i porównawczej

Rozkład temperatur dla analizowanej konstrukcji kompozytowej, dla której następuje wyrównanie rozkładu temperatury wewnątrz obszaru, przedstawiono na rys. 17.



Rys. 17. Rozkład temperatur w obszarze tarczy optymalnej a) i porównawczej b)

We wszystkich prezentowanych przykładach rozpatrywano problem właściwości termicznych konstrukcji, które mogą mieć wpływ na jej własności użytkowe. W zależności od wybranego kryterium optymalizacyjnego, definiującego użyteczność konstrukcji w wybranych warunkach eksploatacyjnych, otrzymano diametralnie różne ułożenie włókien w kompozycie. Fakt ten wskazuje na konieczność precyzyjnego doboru kryteriów jakości, które pozwolą na właściwe dobranie parametrów materiałowych konstrukcji do warunków eksploatacyjnych.

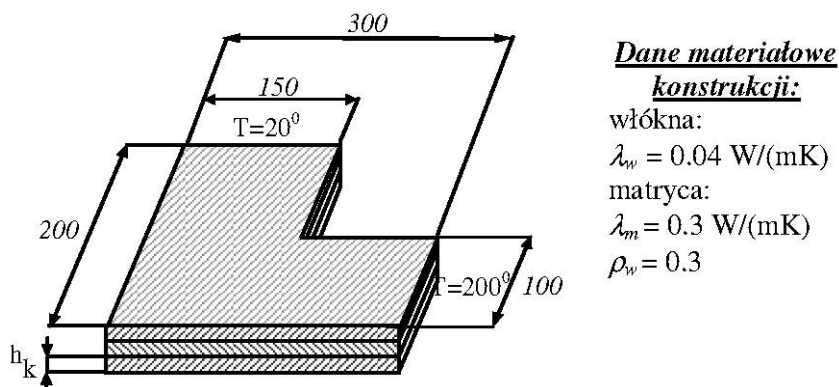
Projektowanie konstrukcji kompozytowej z wypełnieniem włóknami prostoliniowymi i parabolicznymi

Problem optymalnego projektowania tarczy kompozytowej jako przewodnika cieplnego, sformułowany w postaci (30), rozpatrzono dla dwóch różnych klas kształtu osi włókien wypełniających: prostoliniowych oraz krzywoliniowych o osi opisanej zadaną funkcją parabolą:

$$F_c = \int_{\Gamma_{fc}} q d\Gamma \rightarrow \max \quad (30)$$

Wektor zmiennych projektowania **b** jest wektorem parametrów kształtu przyjętych do opisu kształtu osi włókna wzorcowego w poszczególnych warstwach kompozytu.

Optymalnemu projektowaniu został poddany materiał kompozytowy elementu konstrukcyjnego przedstawionego na rys.18. Tarcza wykonana jest z kompozytu w postaci laminatu zbudowanego z 3 warstw epoksydowej matrycy wypełnionych jednokierunkowo włóknami szklanymi o kołowym przekroju poprzecznym włókien i określonych poniżej danych materiałowych.



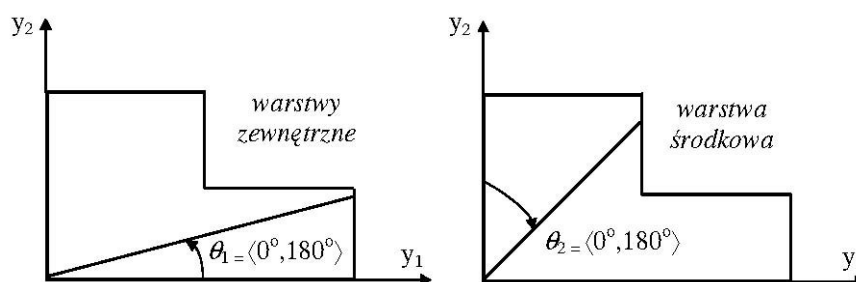
Rys. 18. Element konstrukcyjny poddany warunkom brzegowym

Obliczenia wykonano dla ustalonego przepływu ciepła. W pracy przyjęto, że na dwóch brzegach kompozytowego kątownika spełnione są określone warunki brzegowe, pozostałe krawędzie przyjęto, że są izolowane cieplnie $q_n = 0$. Na brzegu obciążonym cieplnie mniejszą temperaturą obliczono wartość funkcjonału celu (30).

Zadanie rozwiązano dla modelu dyskretnego, dzieląc obszar tarczy na trójkątne, trójwęzłowe elementy skończone.

Włókna prostoliniowe

W pierwszym z przypadków jako zmienne projektowe przyjęto dwa niezależne parametry: kąty θ_1 i θ_2 . Dla każdego z parametrów przyjęto przedział zmienności w granicach od 0° do 180° opisujący ułożenie jednej rodziny prostoliniowych włókien wypełniających odpowiednio w warstwie środkowej i warstwach zewnętrznych kompozytowego materiału przedstawionego na rys. 18.



Rys. 19. Zmienne projektowe dla prostoliniowego włókna wzorcowego

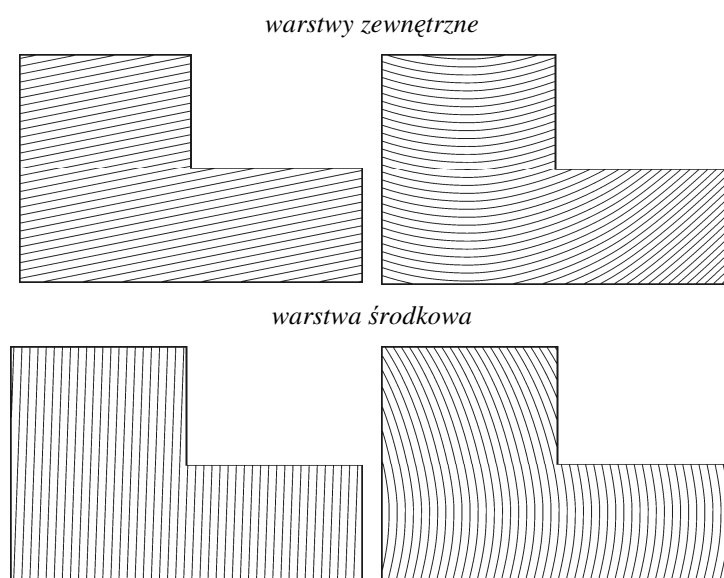
W wyniku przeprowadzonej optymalizacji przy użyciu systemu ewolucyjnego uzyskano następujące wartości dla przyjętych zmiennych projektowych: $\theta_1 = 33^\circ$ i $\theta_2 = 85^\circ$, dla których to wartości, funkcjonal cel (30) wyniósł $F_c = 10,91[\text{W}]$.

Optymalne ułożenie prostoliniowych włókien w poszczególnych warstwach kompozytowego kątownika przedstawiono na rys. 20.

Włókna krzywoliniowe

Problem optymalnego projektowania kompozytowego elementu konstrukcyjnego przedstawionego na rys.18 rozpatrzono następnie dla przypadku wypełnienia warstw kompozytu rodziną parabolicznych włókien. W rozpatrywanym zadaniu przyjęto szczególne postacie równań opisujących kształt włókna wypełniającego, a mianowicie: $y_2 = a_1(y_1 - p_1)^2$ w warstwie środkowej dla $\varphi_1 = 0^\circ$ parabola o ramionach symetrycznych względem osi y_2 , $y_1 = a_2(y_2 - p_2)^2$ w warstwach zewnętrznych dla $\varphi_2 = 90^\circ$ parabola o ramionach symetrycznych względem osi y_1 . Parametrami projektowymi były zatem cztery niezależne współczynniki a_1 , p_1 oraz a_2 , p_2 .

W wyniku przeprowadzonej optymalizacji maksymalna wartość funkcjonalu celu (30) wyniosła $F_c = 13,16 [\text{W}]$. Ułożenie włókien w poszczególnych warstwach kompozytowego materiału konstrukcji po optymalizacji rodzinami prostoliniowych i parabolicznych włókien przedstawiono na rys. 20.



Rys. 20. Element konstrukcyjny po optymalizacji rodziną prostoliniowych i parabolicznych włókien

Porównując optymalne wartości funkcji celu uzyskane w rozpatrywanych klasach kształtu osi włókien wypełniających, stwierdzono około 21% wzrost natężenia strumienia ciepłego na brzegu obciążonym cieplnie mniejszą temperaturą po optymalizacji rodzinami włókien parabolicznych, co pozwala na zaprojektowanie konstrukcji kompozytowej o wyższych własnościach przewodzących ciepło niż w przypadku konstrukcji wypełnionej rodziną włókien prostoliniowych.

8. PODSUMOWANIE

Wyniki przedstawione w rozprawie pozwalają stwierdzić, że dobór odpowiedniego kształtu osi włókien wypełniających w kompozycie wpływa istotnie na uzyskiwane własności termiczne wykonanego z niego elementu konstrukcyjnego. Projektowanie całkiem dowolnego, a czasami skomplikowanego kształtu włókien wypełniających jest niewskazane z technologicznego punktu widzenia. Tak więc można stwierdzić, że pełne zalety kompozytowych materiałów konstrukcyjnych można uzyskać w przypadku optymalnego projektowania ich struktury, a przede wszystkim właściwego rozmieszczenia i zorientowania włókien wypełniających w matrycy z punktu widzenia przyjętej w procesie optymalizacji miary jakości kompozytu.

Zaproponowana technika optymalizacyjna, polegająca na połączeniu algorytmu ewolucyjnego z algorytmem gradientowym, jest efektywnym narzędziem w rozwiązywaniu zadań projektowania optymalnych struktur kompozytów włókniastych.

Uzyskane wyniki mogą stanowić punkt wyjścia do projektowania struktury materiału kompozytowego stanowiącego tworzywo konkretnej konstrukcji pracującej pod zadaniem obciążeniem, pozwalając tym samym uniknąć kosztownych i pracochłonnych badań doświadczalnych, które można ograniczyć do końcowych badań eksperymentalnych gotowej konstrukcji.

LITERATURA

- [1] **Kostowski E.:** Przepływ ciepła. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1995.
- [2] **Zienkiewicz O.C.:** Metoda elementów skończonych. Warszawa, Arkady 1972.
- [3] **German J.:** Podstawy mechaniki kompozytów włókniastych. Wydawnictwa Politechniki Krakowskiej, Kraków, 1996.
- [4] **Wiśniewski S., Wiśniewski T.S.:** Wymiana ciepła. WNT, Warszawa 2000.
- [5] **Dems K., Radaszewska E.:** Modelowanie własności termicznych w wielowarstwowym materiale kompozytowym. Modelowanie Inżynierskie 2006. Vol. 1, nr 32, Politechnika Śląska ISSN 1696-77X, 2006, s. 97-104.

- [6] **Radaszewska E.:** Przepływ ciepła w płaskich materiałach kompozytowych. Materiały VII Międzynarodowej Konferencji Naukowej IMTEX 2002, Łódź 2002, s. 141 -146.
- [7] **Wilczyński A.P.:** Polimerowe kompozyty włókniste. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
- [8] **Wiśniewski J.:** Projektowanie optymalnych struktur kompozytów włóknistych z wykorzystaniem algorytmów ewolucyjnych i hybrydowych. Rozprawa doktorska 2006.
- [9] **Dems K.:** Sensitivity analysis and optimal design for fibre reinforced composite disks. Structural Optimization, 11, 1996, s. 178-186.
- [10] **Korycki R.:** Identyfikacja i optymalne projektowanie kształtu wyrobów i konstrukcji włókienniczych przewodzących ciepło. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, nr 929, Łódź 2003.
- [11] **Michalewicz Z.:** Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne, Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1996.
- [12] **Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.:** Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1980.

THE COMPUTER ORIENTED ANALYSIS AND OPTIMAL DESIGN OF FIBRE COMPOSITES SUBJECTED TO THERMAL LOAD

Summary

The dissertation is devoted to the problem of optimal design of two-dimensional structures made of filling fibre composite materials subjected to thermal loading. The problem of optimal design of fibre shape or orientation in the composite so that that the structural element made from this material fulfils the requirements imposed on its thermal properties. A homogeneous orthotropic model of the composite material is introduced for the purposes of structural analysis and optimal design of the most profitable orientation of fibers arrangement for the assumed structural behavior. The hybrid optimisation algorithm, consists of a sequence of evolution and gradient-oriented procedures, is applied during design process and it is supplemented with finite element method of heat transfer analysis.

Department of Technical Mechanics and Informatics
Technical University of Łódź