

ZASTOSOWANIE KRZYWYCH PRACY DO WYZNACZENIA NAJNIŻSZYCH OBCIĄŻEŃ BIFURKACYJNYCH RZECZYWISTYCH STRUKTUR LAMINOWANYCH

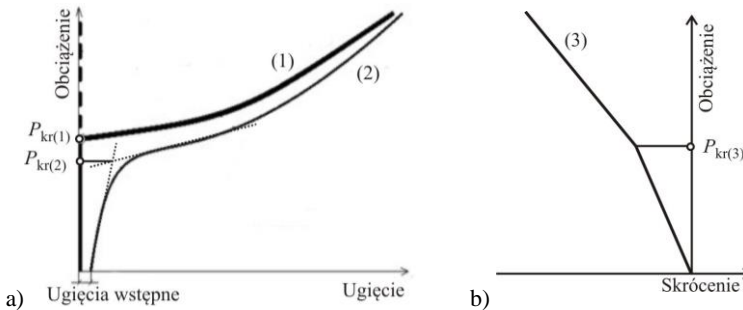
Z. KOŁAKOWSKI

Politechnika Łódzka, Wydział Mechaniczny, Katedra Wytrzymałości Materiałów
i Konstrukcji (K12), ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź, Polska

A. TETER, W. SMAGOWSKI

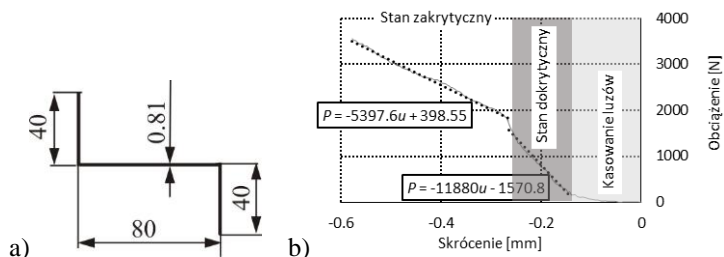
Politechnika Lubelska, Wydział Mechaniczny, Katedra Mechaniki Stosowanej,
ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin, Polska

Zachowanie ściskanych struktur cienkościennych można opisać badając ugięcia ścian (Rys. 1a) lub skrócenie słupa (Rys. 1b) w funkcji zadanego obciążenia. Jeżeli założyć, że struktura jest idealna to rozwiązując liniowe zagadnienie własne można wyznaczyć obciążenia krytyczne $P_{kr(1)}$, które opisuje punkt bifurkacji na ścieżce równowagi $P-w$ (linia (1) na Rys. 1a). Powstaje problem, jak oszacować wartość obciążeń bifurkacyjnych w warunkach rzeczywistych, gdy występują niedokładności kształtu, sposobu obciążenia oraz zmienność warunków brzegowych. Jeżeli struktura posiada niedokładności to zjawisko bifurkacji nie występuje, a odpowiadające obciążenie bifurkacyjne można jedynie oszacować przyjmując jakieś kryterium. Zakrytyczna ścieżka równowagi $P-w$ dla struktury rzeczywistej jest pokazana, jako linia (2), na Rys. 1a. W literaturze można znaleźć kilka kryteriów, które opracowano dla ścieżek zakrytycznych [1, 2]. W proponowanej pracy skupiono się na krzywej pracy $P-u$ (Rys. 1b).



Rys. 1. Zachowanie ściskanych struktur cienkościennych: (a) ścieżki zakrytyczne; (b) krzywa pracy

W celu oszacowania obciążenia krytycznego przyjęto, że utrata stateczności następuje w punkcie zmiany sztywności na krzywej pracy $P-u$ ($P_{kr(3)}$ na Rys. 1b). Szczegółową analizę prowadzono nie tylko na krzywej pracy, ale również na wykresach $P-u^n$, gdzie n jest liczbą naturalną. Zastosowanie wykładnika n pozwala precyzyjnie określić punkt zmiany sztywności krzywej pracy. Dodatkowo wykresy analizowano w pełnym zakresie obciążeń oraz wokół punktu zmiany sztywności. Analogiczne postępowanie można zastosować na zakrytycznej ścieżce równowagi ($P_{kr(2)}$ na Rys. 1a).



Rys. 2. Ściskany zetownik: (a) zarys przekroju; (b) eksperymentalna krzywa pracy $P-u$

Badania numeryczne oraz eksperymentalne przeprowadzono dla zetownika wykonanego z laminatu o układzie warstw: $[60,0_2,-60_2,60_3,-60_2,0_3,-60_2,0,60_2]_T$. Wymiary przekroju poprzecznego pokazano na Rys. 2a. Długość słupa wynosiła 330 mm. Własności mechaniczne pojedynczej warstwy laminatu, to: $E_1 = 170$ GPa, $E_2 = 7.6$ GPa, $G_{12} = 3.52$ GPa, $\nu_{12} = 0.36$. W pierwszym etapie prac rozwiązano zadanie własne stosując metodę elementów skończonych oraz metodę analityczno-numeryczną bazującą na teorii Koitera [3]. Wyznaczono obciążenia bifurkacyjne dla idealnej struktury bez imperfekcji: 1744 N dla MES oraz 1639 N dla metody analityczno-numerycznej. W drugim etapie przeprowadzono badania eksperymentalne z zastosowaniem systemu ARAMIS. Dla próbki posiadającej małe niedokładności wyznaczono krzywą pracy (Rys. 2b). Po odrzuceniu zakresu kasowania luzów, aproksymowano prostymi: stany dokrytyczny oraz zakrytyczny. Punkt przecięcia tych prostych określa punkt, w którym następuje zmiana sztywności. Siła odczytana dla tego punktu, wynosząca 2038 N, jest oszacowaniem siły bifurkacyjnej. Błąd oszacowania wynosi: 17% dla MES oraz 24% dla metody analityczno-numerycznej. Jeżeli przebadac krzywą pracy wokół punktu zmiany sztywności to wyznaczona siła aproksymacyjna wyniosła 1831 N, czyli odpowiednie błędy tego oszacowania wyniosły: 5% dla MES oraz 12% dla drugiej metody. Przeprowadzone analizy dla krzywych pracy $P-u''$ wskazują, że oszacowana wartość siły krytycznej jest nieznacznie niższa od 2038 N. We wszystkich omawianych przypadkach przeszacowano wartość obciążeń bifurkacyjnych.

Przyjęcie do oszacowania obciążeń bifurkacyjnych proponowanej metody bazującej na krzywych pracy jest bardzo obiecujące. Za jej stosowaniem przemawia prostota jej stosowania. Dalsze prace są konieczne do jej uszczegółowienia.

PODZIĘKOWANIA: Badania zostały zrealizowane w ramach projektu sfinansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2015/19/B/ST8/02800.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Teter A., Kolakowski Z., Numerical modelling of thin-walled Z-columns made of general laminates subjected to uniform shortening. AIP Conference Proceedings 1922, 2018.
- [2] Paszkiewicz M., Kubiak T., Selected problems concerning determination of the buckling load of channel section beams and columns. Thin-Walled Structures 93, 2015, pp. 112–21.
- [3] van der Heijden A.M.A., W.T. Koiter's Elastic Stability of Solids and Structured, Cambridge University Press, 2009.