

MARCIN KAMIŃSKI

Zakład Konstrukcji Stalowych

Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska

Politechniki Łódzkiej

JACEK SZAFRAN

Zakład Konstrukcji Stalowych

Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska

Politechniki Łódzkiej

O KOMPUTEROWYM MODELOWANIU NIEZAWODNOŚCI STALOWYCH WIEŻ TELEKOMUNIKACYJNYCH

Opiniodawca: **prof. dr hab. inż. Paweł Śniady**

Tematem niniejszej pracy jest zastosowanie analizy numerycznej opartej na uogólnionej metodzie perturbacji stochastycznej i funkcji odpowiedzi do wyznaczenia wskaźników niezawodności dla stalowych wież telekomunikacyjnych. Wskaźniki te wyznaczono za pomocą algorytmu Stochastycznej Metody Elementów Skończonych dla losowo określonego obciążenia wiatrem. Modelowanie niezawodności obejmuje tutaj funkcję graniczną określoną dla wychylenia i obrotu badanych konstrukcji. W obliczeniach wykonanych programem MES ROBOT oraz system algebry komputerowej MAPLE analizowano wieżę o wysokości 40,5 m. Osiągnięte wyniki potwierdzają hipotezę, iż wartości wskaźników niezawodności są bardzo wrażliwe na losowy rozrzut parametrów obciążenia wiatrem.

1. Wstęp

Niezawodność konstrukcji jest jej zdolnością do spełnienia określonych wymagań projektowych z uwzględnieniem planowanego okresu użytkowania. Przez pojęcie projektowanego okresu użytkowania należy rozumieć przyjęty w projekcie przedział czasu, w którym konstrukcja lub jej część ma być użytkowana zgodnie z zamierzonym przeznaczeniem, bez potrzeby dokonywania więk-

szych napraw. Zwykle niezawodność wyrażana jest miarami probabilistycznymi – za pomocą wskaźnika niezawodności lub prawdopodobieństwa awarii. Niezawodność konstrukcji budowlanych zależy od wielu skorelowanych czynników, w tym głównie od (a) jakości materiałów, dokładności wykonania i poziomu kontroli, (b) zabezpieczeń przed wpływami środowiskowymi i poziomu utrzymania w czasie eksploatacji, (c) właściwego okresu użytkowania, (d) przyjętych rozwiązań konstrukcyjno-materiałowych, szczegółów konstrukcyjnych i zastosowanych technologii, (e) przyjętych obciążeń, ich wartości i kombinacji, (f) wymagań normowych dotyczących nośności, użytkowania i trwałości, (g) jakości modeli obliczeniowych wykorzystanych w procesie projektowania oraz (h) metody oceny niezawodności konstrukcji. Poniższa praca dotyczy komputerowej symulacji niezawodności szczególnych konstrukcji stalowych [3, 7], jakimi są niewątpliwie wieże telekomunikacyjne.

Stalowe konstrukcje wież telekomunikacyjnych są wykonane z dwóch materiałów: stali (trzon wieży) i zbrojonego betonu (fundamenty). Stal użyta do wykonania samej konstrukcji musi odpowiadać tej, która przyjęta była w projekcie, a jej jakość musi być potwierdzona przez odpowiednie atesty i badania, wykonane przez hutę bądź inną jednostkę posiadającą takie możliwości. Jeśli chodzi o dokładność wykonania konstrukcji stalowej, to jest ona kluczowa dla późniejszej poprawnej eksploatacji obiektu, a także poprawnej pracy konstrukcji. Wszelkie niedokładności w postaci braku geometrycznej zbieżności, przesunięć otworów montażowych, czy też nieciągłości spoin mogą powodować dodatkowe naprężenia wywołane późniejszą próbą scalania poszczególnych, źle wykonanych elementów konstrukcji na placu budowy. Jakości materiałów, wykonania poszczególnych etapów prac, poprawności przyjętych rozwiązań zarówno na etapie projektowania, jak i w trakcie wykonywania obiektu powinny pilnować osoby o odpowiednich kwalifikacjach zawodowych, niezbędnej wiedzy i doświadczeniu, a także znajomości tej specyficznej gałęzi inżynierii.

W przypadku zabezpieczeń przed szkodliwym oddziaływaniem środowiska na wieżowe obiekty telekomunikacyjne w zdecydowanej większości przypadków stosuje się zabezpieczenie antykorozyjne w postaci cynkowania ogniowego. Znacznie rzadziej używa się różnego rodzaju odpowiednich farb, wymagających okresowego sprawdzania jakości powłoki. Stacje bazowe telefonii cyfrowej, również te, które jako konstrukcje wsporcza anten wykorzystują wieże stalowe przechodzą okresowe badania techniczne, które udokumentowane są wpisem do Książki Obiektu Budowlanego przez osoby o odpowiednich kwalifikacjach. Norma Eurocode 0 określa pięć kategorii projektowego okresu użytkowania, zmieniając zasadniczo praktykę projektową, zgodnie z którą ten aspekt był całkowicie pomijany: (a) kategoria pierwsza obejmuje okres 10 lat i dotyczy konstrukcji tymczasowych, (b) kategoria druga obejmuje okres od 10 do 25 lat i dotyczy wymienialnych części konstrukcji takich jak: belki podsuwnicowe, łożyska itp., (c) kategoria trzecia obejmuje okres od 15 do 30 lat i dotyczy konstrukcji rolniczych i podobnych, (d) kategoria czwarta dotyczy konstrukcji budynków i innych konstrukcji zwykłych (okres 50 lat) oraz (e) kategoria piąta dotyczy konstrukcji budynków monumentalnych, mostów i innych konstrukcji inżynierskich

(okres 100 lat). Pobudowane we wczesnych latach dziewięćdziesiątych dwudziestego wieku obiekty wieżowe mają w chwili obecnej około 20 lat, więc wkrótce minie połowa ich przewidywanego czasu bezpiecznego użytkowania. W przypadku, gdy przekroczą one projektowany okres użytkowania, dalsza ich eksploatacja będzie uzależniona od stanu konstrukcji, na którego temat powinien wypowiedzieć się rzeczoznawca budowlany.

Niezawodność wież jest ściśle związana z przyjętymi rozwiązaniami technicznymi i technologicznością określającą: (a) stopień skomplikowania montażu konstrukcji, (b) łatwość użytkowania, a w szczególności montażu anten telekomunikacyjnych, kabli antenowych, (c) dostępność do tych punktów konstrukcji, które ze względu na występujący na nich sprzęt telekomunikacyjny są często odwiedzane, (d) sposób rozwiązania wejścia na wieżę i zejścia z niej, (e) usytuowanie drabiny kablowej w sposób, który nie powoduje konieczności wykorzystywania innych miejsc konstrukcji niż te, które zostały do tego przewidziane (drabina włazowa), ani też technik alpinistycznych do mocowania do niej kabli antenowych, a także (f) możliwość zastosowania najnowszych systemów asekuracji przed upadkiem w każdym z miejsc dostępnych dla użytkowników wieży.

W sposób zdecydowany należy podkreślić ważność przyjętych na etapie projektowania przyjętych obciążeń, ich wartości i kombinacji. W wieżach telekomunikacyjnych kluczowe dla wielkości występujących obciążeń są (a) wymiary geometryczne konstrukcji i schemat statyczny, (b) strefy obciążenia wiatrem i oblodzeniem, (c) stopień wypełnienia konstrukcji kratowej, czyli wielkość powierzchni nawierzchni wieży dla każdego z badanych kierunków obciążenia wiatrem, (d) ilość, wymiary, sposób montażu i usytuowanie anten telekomunikacyjnych, (e) usytuowanie i wymiary drabin kablowych i włazowych, a także średnice i ilość kabli antenowych, (f) ilość i ciężar pomostów i konstrukcji wsporczych anten, (g) sposób obciążenia konstrukcji, (h) wartości występujących obciążeń oparte na odpowiednich normach i wytycznych oraz (i) kombinacje, które muszą przewidywać wszystkie możliwe wystąpienie obciążenia, a w szczególności najbardziej niekorzystne kierunki wiejącego wiatru.

Rozpatrując stany graniczne nośności i użytkowania wież, wykorzystuje się ich definicję w sensie ogólnym, odpowiadającym wszystkim obiektom budowlanym. W przypadku stanów użytkowania wież telekomunikacyjnych należy dodać, że w wielu przypadkach wymagania inwestorów są bardziej rygorystyczne, aniżeli wynika to z norm i przepisów. W szczególności dotyczy to dwóch parametrów: (a) maksymalnego wychylenia wierzchołka wieży oraz (b) obrotu wierzchołka dookoła osi konstrukcji. Wyżej wymienione parametry są istotne ze względu na poprawne działanie radioliniowych anten kierunkowych, które wymagają zamocowania na stabilnej konstrukcji umożliwiającej ich poprawną pracę. Ostatecznie norma Eurocode 0 w celu różnicowania niezawodności ustala klasy na podstawie rozważenia konsekwencji zniszczenia lub nieprawidłowego funkcjonowania konstrukcji, których definicje pokazane są w tabeli 1.

Tabela 1. Definicja klas konsekwencji
Table 1. Definition of the consequence classes

Klasa	Opis	Przykłady konstrukcji budowlanych i inżynierskich
CC3	Wysokie zagrożenie życia ludzkiego lub bardzo duże konsekwencje ekonomiczne, społeczne i środowiskowe	Widownie, budynki użyteczności publicznej których konsekwencje zniszczenia są wysokie
CC2	Przeciętne zagrożenie życia ludzkiego lub znaczne konsekwencje ekonomiczne, społeczne i środowiskowe	Budynki mieszkalne i biurowe oraz budynki użyteczności publicznej, których konsekwencje zniszczenia są przeciętne
CC1	Niskie zagrożenie życia ludzkiego lub małe lub nieznaczne konsekwencje społeczne, ekonomiczne i środowiskowe	Budynki rolnicze, w których zazwyczaj nie przebywają ludzie oraz szklarnie

W zależności od rodzaju konstrukcji i decyzji podjętych przy projektowaniu, poszczególne elementy konstrukcji mogą być sklasyfikowane w tej samej, wyższej lub niższej klasie konsekwencji niż cała konstrukcja. Norma różnicuje niezawodność konstrukcji typu wieżowego i masztowego, a tabela 2 prezentuje klasy niezawodności oraz przypadające charakterystyki obiektów.

Tabela 2. Zróżnicowanie niezawodności wież i masztów
Table 2. Reliability of towers and masts

Klasa niezawodności	Charakterystyka obiektu
3	Wieże i maszty na terenach miejskich, lub w innych miejscach, gdy straty w ludziach wskutek ewentualnego zniszczenia są bardzo prawdopodobne, znaczące wieże i maszty telekomunikacyjne; inne ważne konstrukcje, których konsekwencje zniszczenia mogą być bardzo poważne
2	Wszystkie wieże i maszty, które nie odpowiadają klasom 1 lub 3
1	Wieże i maszty na mało zaludnionych terenach wiejskich; wieże i maszty, gdy straty w ludziach wskutek ewentualnego zniszczenia są mało prawdopodobne

W związku z wprowadzeniem powyższych klas niezawodności dla wież i masztów, współczynniki częściowe od oddziaływań powinny być uzależniane od tych klas, które są przedstawione w tabeli 3.

Tabela 3. Współczynniki częściowe do oddziaływań na konstrukcje
Table 3. Partial factors of the structural loadings

Efekt oddziaływań	Klasa niezawodności	Oddziaływanie stałe	Oddziaływanie zmienne
Niekorzystny	3	1,2	1,6
	2	1,1	1,4
	1	1,0	1,2
Korzystny	Wszystkie klasy	1,0	0,0
Sytuacje wyjątkowe		1,0	1,0

Po przeanalizowaniu danych zawartych w tabeli 3 należy zauważyć, że w przypadku projektu wież o takich samych parametrach geometrycznych, ilości zamocowanych anten i sprzętu, a także położeniu w tej samej strefie wiatrowej o wytyżeniu poszczególnych elementów konstrukcji będzie decydować jej lokalizacja. W przypadku terenów silnie zurbanizowanych, obliczeniowe obciążenie wiatrem przyjęte na konstrukcje wieżową będzie około 33% większe, niż w przypadku konstrukcji o identycznych parametrach, ale usytuowanych na terenach mało zaludnionych. Decydującą w tym przypadku będzie klasa niezawodności, w której dany obiekt występuje. W związku z tym należy przypuszczać, że profile użyte do wybudowania tej drugiej konstrukcji nie będą spełniały swojej roli w przypadku pierwszym, co należy uwzględnić w projektowaniu całych typoszeregów tych wież.

2. Zastosowanie elementów skończonych

Rozpatrzmy aproksymację pól przemieszczeń $\mathbf{u}(x, \tau)$ postaci [1, 16]

$$\mathbf{u}^\alpha(x, \tau) = \boldsymbol{\varphi}(x)\mathbf{q}^\alpha(\tau) = \boldsymbol{\Phi}(x)\mathbf{r}(\tau), \quad \alpha = 1, \dots, n, \quad (1)$$

gdzie α oznacza indeks naturalny wyróżniający funkcję przemieszczeń w przestrzeni funkcji odpowiedzi, \mathbf{q} jest wektorem uogólnionych współrzędnych rozpatrywanego elementu skończonego natomiast \mathbf{r} – wektorem uogólnionych współrzędnych całego dyskretyzowanego układu

$$\mathbf{r}^\alpha = \mathbf{a}\mathbf{q}^\alpha, \quad (2)$$

$\boldsymbol{\varphi}$, $\boldsymbol{\Phi}$ zaś są odpowiednio zdefiniowanymi macierzami funkcji kształtu. Odształcenie wyrazić można w funkcji uogólnionych współrzędnych jako

$$\boldsymbol{\varepsilon}^\alpha(x, \tau) = \mathbf{B}(x)\mathbf{q}^\alpha(\tau) = \tilde{\mathbf{B}}(x)\mathbf{r}^\alpha(\tau). \quad (3)$$

Wprowadzając związki (1 - 3) do zasady Hamiltona, otrzymujemy

$$\delta \int_{t^{(p)}}^{t^{(k)}} \left[\frac{1}{2} \sum_{e=1}^E \mathbf{q}^{\alpha T} \mathbf{m}^\alpha \mathbf{q}^\alpha - \frac{1}{2} \sum_{e=1}^E \mathbf{q}^{\alpha T} \mathbf{k}^\alpha \mathbf{q}^\alpha + \sum_{e=1}^E \mathbf{Q}^{\alpha T} \mathbf{q}^\alpha \right] d\tau = 0 \quad (4)$$

gdzie $e = 1, \dots, E$ oznacza numer elementu skończonego. Po dokonaniu agregacji elementów w macierze globalne

$$\delta \int_{t^{(p)}}^{t^{(k)}} \left[\frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}^\alpha \mathbf{M}^\alpha \dot{\mathbf{r}}^\alpha - \frac{1}{2} \mathbf{r}^\alpha \mathbf{K}^\alpha \mathbf{r}^\alpha + \mathbf{R}^{\alpha T} \mathbf{r}^\alpha \right] d\tau = 0. \quad (5)$$

Macierze mas (elementowa i globalna) zdefiniowane są następującymi wzorami:

$$\mathbf{m}^\alpha = \int_{\Omega_e} \rho^\alpha(x) \mathbf{B}^T(x) \mathbf{B}(x) d\Omega, \quad \mathbf{M}^\alpha = \int_{\Omega} \rho^\alpha(x) \tilde{\mathbf{B}}^T(x) \tilde{\mathbf{B}}(x) d\Omega \quad (6)$$

Macierze sztywności określamy natomiast jako

$$\mathbf{k}^\alpha = \int_{\Omega_{(e)}} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^\alpha \mathbf{B} d\Omega, \quad \mathbf{K}^\alpha = \int_{\Omega} \tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{C}^\alpha \tilde{\mathbf{B}} d\Omega. \quad (7)$$

Wektor $\mathbf{R}(x, \tau)$ jest wektorem obciążenia węzłów układu. Dokonując wariacji oraz całkując pierwszy człon przez części względem zmiennej τ z równania (5), otrzymujemy

$$\dot{\mathbf{r}}^\alpha \mathbf{M}^\alpha \delta \mathbf{r} - \int_{t^{(p)}}^{t^{(k)}} (\dot{\mathbf{r}}^\alpha \mathbf{M}^\alpha + \mathbf{r}^\alpha \mathbf{K}^\alpha - \mathbf{R}^{\alpha T}) \delta \mathbf{r} d\tau = 0. \quad (8)$$

Biorąc pod uwagę, że z założenia

$$\delta \mathbf{r}(t_{(p)}) = 0, \quad \delta \mathbf{r}(t_{(k)}) = 0, \quad (9)$$

otrzymujemy ostatecznie warunek stacjonarności funkcjonału występującego w zasadzie Hamiltona w postaci:

$$\mathbf{M}^\alpha \ddot{\mathbf{r}}^\alpha + \mathbf{K}^\alpha \mathbf{r}^\alpha = \mathbf{R}^\alpha. \quad (10)$$

Równanie to jest równaniem ruchu rozpatrywanego układu dyskretyzowanego. Zagadnieniu wyznaczania wartości własnych dla układów ciągłych i dyskretnych poświęcono i poświęca się nadal liczne opracowania, również w ujęciu metody perturbacji stochastycznej rzędu drugiego [2, 12]. W niniejszej pracy wykorzystujemy podejście odpowiadające uogólnionej metodzie perturbacji stochastycznej [6, 7] i oparte na zapisie macierzowym zagadnienia własnego w postaci

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\varphi} = 0. \quad (11)$$

Na zakończenie warto podkreślić, że problemy statyki ośrodków liniowo-sprężystych o parametrach losowych modeluje się za pomocą Stochastycznej Metody Elementów Skończonych w oparciu o modyfikację równania (10). Pomijając w nim efekty bezwładnościowe, otrzymujemy

$$\mathbf{K}^\alpha \mathbf{q}^\alpha = \mathbf{R}^\alpha, \quad (12)$$

które to równanie w klasycznej wersji SMES prowadzi do rekurencyjnego równania rzędu n-tego

$$\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} \frac{\partial^{n-k} \mathbf{K}}{\partial b^{n-k}} \frac{\partial^k \mathbf{q}}{\partial b^k} = \frac{\partial^n \mathbf{R}}{\partial b^n} \quad (13)$$

skąd możemy wyznaczyć wszystkie pochodne cząstkowe wektora przemieszczeń względem wejściowej zmiennej losowej niezbędne do obliczenia momentów losowych metodą perturbacji stochastycznej [7, 9]. Dodać jednak należy, że istnieje szereg dobrze opracowanych metod probabilistycznych w tym zakresie [4, 8, 14].

3. Metoda funkcji odpowiedzi

Jedną z najbardziej skomplikowanych czynności, z którą mamy do czynienia stosując uogólnioną metodę perturbacji stochastycznej, jest numeryczne określenie pochodnych cząstkowych, aż do n -tego rzędu włącznie, funkcji odpowiedzi konstrukcji w odniesieniu do rozpatrywanego parametru losowego. Możliwe jest wyznaczenie funkcji odpowiedzi konstrukcji poprzez wielokrotne rozwiązanie rozpatrywanego problemu wokół wartości oczekiwanej parametru losowego. Dlatego też należy rozważyć problem aproksymacji nieznanej funkcji odpowiedzi odnoszącej się do nieznanej wielkości wektorowej ω_α w następującej wielomianowej formie:

$$\omega_\alpha = A_1^{(\alpha)}b^{n-1} + A_2^{(\alpha)}b^{n-2} + \dots + A_n^{(\alpha)}b^0, \quad \alpha = 1, \dots, n \quad (14)$$

posiadającej wartości określone dla różnych argumentów. Wykorzystując zapis (14), można zbudować następujący układ równań algebraicznych:

$$\begin{cases} A_1^{(\alpha)}b_1^{n-1} + A_2^{(\alpha)}b_1^{n-2} + \dots + A_n^{(\alpha)}b_1^0 = \omega_{\alpha(1)} \\ A_1^{(\alpha)}b_2^{n-1} + A_2^{(\alpha)}b_2^{n-2} + \dots + A_n^{(\alpha)}b_2^0 = \omega_{\alpha(2)}, \\ \dots \\ A_1^{(\alpha)}b_n^{n-1} + A_2^{(\alpha)}b_n^{n-2} + \dots + A_n^{(\alpha)}b_n^0 = \omega_{\alpha(n)} \end{cases} \quad (15)$$

gdzie współczynniki $\omega_{\alpha(i)}$ dla $i = 1, 2, \dots, n$ oznaczają wartości aproksymowanych funkcji w rosnącej kolejności zadanych argumentów b_i . Układ równań (15) pozwala określić współczynniki A_i wielomianu (14).

Kluczowym zagadnieniem w metodzie funkcji odpowiedzi jest właściwe określenie zestawu parametrów wejściowych $\{b_1^0, \dots, b_n^0\}$ występujących w układzie (15). Polega ono na wyborze przedziału $[b - \Delta b, b + \Delta b]$, gdzie zakłada się, że $2\Delta b = 0.05b$. Następnie zakres ten jest podzielony na zestaw równych $n-1$ podobszarów o długości $\Delta b_{(m,m+1)} = \frac{2\Delta b}{n-1}$ dla każdego $m = 1, 2, \dots, n-1$.

Przyjmując, że $b_0 = b - \Delta b$ otrzymujemy $b_m = b - \Delta b + m \frac{2\Delta b}{n-1}$. Jednoznaczne rozwiązanie tego układu równań pozwala na obliczenie pochodnych zwykłych aż do n -tego rzędu włącznie ze względu na parametr b . W ten sposób otrzymujemy pochodne rzędu k -tego

$$\frac{\partial^k \omega_\alpha}{\partial b^k} = \prod_{i=1}^k (n-i) A_1^{(\alpha)} b^{n-k} + \prod_{i=2}^k (n-i) A_2^{(\alpha)} b^{n-(k+1)} + \dots + A_{n-k}^{(\alpha)}. \quad (16)$$

Funkcja odpowiedzi rozpatrywanego wektora stanu konstrukcji ma jeden niezależny argument, którym jest wejściowy parametr losowy danego zagadnienia. Zatem możliwe jest użycie metody perturbacji stochastycznej opartej na rozwinięciu w szereg Taylora do obliczenia momentów probabilistycznych $\mu_m(\omega_\alpha)$ aż do m-tego rzędu włącznie. Z określonych powyżej pochodnych wynika, że aby uzupełnić aproksymacje aż do m-tego rzędu musimy rozwiązać początkowe zagadnienie deterministyczne co najmniej m razy. Uwzględniając powyższe formuły dla pochodnych funkcji odpowiedzi oraz definicje momentów probabilistycznych możemy uzyskać wartości oczekiwane, wariancje, a także pozostałe losowe charakterystyki wszystkich niezbędnych rzędów dla odpowiedzi konstrukcji.

4. Modelowanie wskaźników niezawodności

Wskaźnik niezawodności β norma Eurocode 0 definiuje jako miarę niezawodności konstrukcji związanego z następującą zależnością:

$$P_t = \Phi(-\beta) \quad (17)$$

gdzie: Φ – funkcja rozkładu prawdopodobieństwa standaryzowanego rozkładu normalnego, P_t – prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji (wartość wskaźnika wzrasta przy zmniejszającym się prawdopodobieństwie zniszczenia konstrukcji). Trzy klasy konsekwencji mogą być powiązane z trzema klasami niezawodności oznaczonymi symbolami RC, które mogą być zdefiniowane za pomocą wskaźnika niezawodności β . W tabeli 4 zestawiono minimalne wartości tego wskaźnika powiązane z klasami niezawodności.

Tabela 4. Minimalne wartości wskaźnika niezawodności β
(stany graniczne nośności)

Table 4. Minimum recommended reliability indices β
(limit capacity state)

Klasa niezawodności	Minimalne wartości β	
	okres odniesienia 1 rok	okres odniesienia 50 lat
<i>RC3</i>	5,2	4,3
<i>RC2</i>	4,7	3,8
<i>RC1</i>	4,2	3,3

Prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji obliczamy ze wzoru (17), biorąc pod uwagę, że

$$\Phi(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right). \quad (18)$$

Prawdopodobieństwo zniszczenia P_t może być również wyrażone za pomocą funkcji stanu granicznego g tak określonej, aby dla $g > 0$ konstrukcja była uważana za bezpieczną, natomiast przy $g \leq 0$ – za niebezpieczną. Wzór określający funkcję stanu granicznego wygląda następująco [10, 11]:

$$g = R - E. \quad (19)$$

gdzie: R – nośność, E – efekt oddziaływań. W powyższym wzorze R , E i g są oczywiście zmiennymi losowymi. Definicja normowa wskaźnika niezawodności przy założeniu, że g ma rozkład normalny jest następująca:

$$\beta = \frac{E[g]}{\sigma[g]}, \quad (20)$$

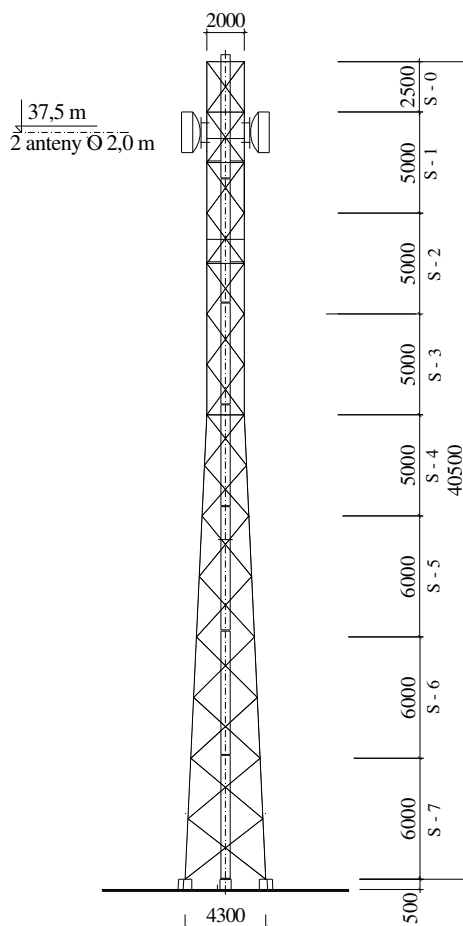
gdzie: $E[g]$ – wartość oczekiwana funkcji stanu granicznego g , $\sigma[g]$ – odchylenie standardowe funkcji stanu granicznego g . Definicja ta charakteryzuje niezawodność konstrukcji przy użyciu odpowiednich momentów losowych, ale dla dyskretnych zmiennych losowych można określać bezpośrednio prawdopodobieństwo awarii. Biorąc pod uwagę powyższe zależności, a także własności parametrów statystycznych, ostateczny wzór na wskaźnik niezawodności β można zapisać następująco:

$$\beta = \frac{E[g]}{\sigma[g]} = \frac{E[R - E]}{\sigma[R - E]} = \frac{E[R] - E[E]}{\sqrt{\text{Var}[R - E]}} = \frac{E[R] - E[E]}{\sqrt{\text{Var}[R] + \text{Var}[E]}}. \quad (21)$$

Wskaźnik niezawodności β , a tym samym funkcja graniczna g , może być odnoszony do następujących parametrów pracy konstrukcji: naprężeń maksymalnych, przemieszczeń, ugięć elementów, częstości drgań, temperatur oraz cykli zmęczenia. Tak więc podczas analizy zachowania konstrukcji możemy określić kilka wskaźników niezawodności i szacować bezpieczeństwo na podstawie uzyskanej wartości minimalnej.

5. Analiza niezawodności konstrukcji dla SGU

W przypadku konstrukcji typu masztowego i wieżowego istotnym problemem projektowym jest określenie maksymalnego wychylenia i obrotu konstrukcji. Odpowiednie normy stawiają następujące wymagania odnoszące się do tych charakterystyk: (a) przemieszczenie wierzchołka wieży lub masztu – nie większe niż 1/100 całkowitej wysokości konstrukcji, (b) obrót wierzchołka oraz dowolnego przekroju wieży lub masztu nie więcej niż jeden stopień w poziomie i pionie.

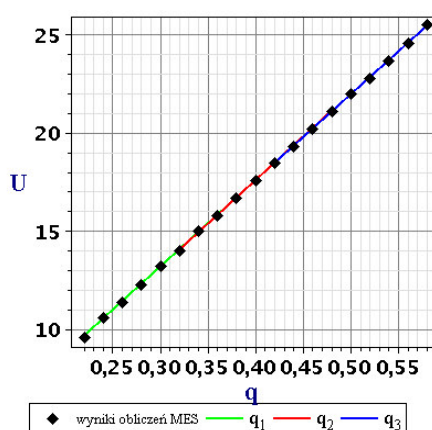


Rys. 1. Schemat wieży telekomunikacyjnej o wysokości 40,5 m
Fig. 1. Static scheme of the telecommunication tower, height 40,5 m

Ponadto w przypadku instalacji na wieży sprzętu telekomunikacyjnego należy każdorazowo ustalić powyższe wymagania z właścicielem obiektu, a nowoczesne anteny radioliniowe wymagają stabilnych i sztywnych konstrukcji nie powodujących zakłóceń w ich pracy, więc odpowiednie kryteria nie wynikają

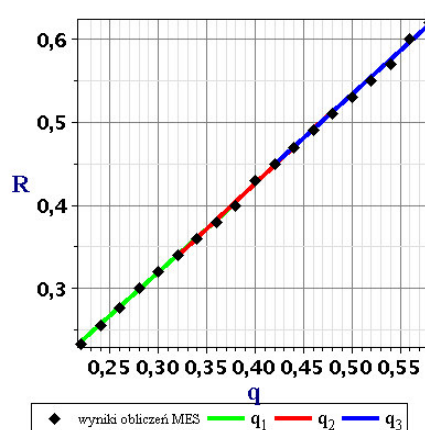
z aspektów konstrukcyjnych. Biorąc powyższe pod uwagę, wykonano analizę wpływu prędkości wiejącego wiatru [5] na wskaźnik niezawodności β . Analizę przeprowadzono na podstawie istniejącej konstrukcji wieży telekomunikacyjnej o wysokości 40,5 m (schemat wieży zaprezentowano na rys. 1), na której zostały zamontowane dwie anteny radioliniowe o średnicy 2,0 m (na wysokości 37,5 m n.p.t.). Konstrukcja została zdyskretyzowana za pomocą 45 dwuwzłowych elementów belkowych (krawężniki) oraz 106 dwuwzłowych elementów prętowych (krzyżulce) połączonych w 48 węzłach.

Analizę wskaźnika niezawodności wykonano dla trzech wartości średnich charakterystycznego ciśnienia wiatru: (a) $q_1 = 0,30 \text{ kN/m}^2$ (prędkość 79,2 km/h), (b) $q_2 = 0,40 \text{ kN/m}^2$ (105,6 km/h) oraz (c) $q_3 = 0,50 \text{ kN/m}^2$ (132,0 km/h). Dla każdej z tych wartości q_k dokonano zebrania obciążeń od wiatru według zaprezentowanych powyżej procedur. Jednak dla określenia funkcji odpowiedzi konstrukcji ze względu na obrót i wychylenie wieży niezbędne było przeprowadzenie większej ilości testów numerycznych dla każdej z wartości średnich q_k ; wykorzystano wartości $q_1 = 0,30 \text{ kN/m}^2$ – w zakresie $0,22 \div 0,38 \text{ kN/m}^2$ co $0,02 \text{ kN/m}^2$, $q_2 = 0,40 \text{ kN/m}^2$ – w zakresie $0,32 \div 0,48 \text{ kN/m}^2$ co $0,02 \text{ kN/m}^2$ oraz $q_3 = 0,50 \text{ kN/m}^2$ – w zakresie $0,42 \div 0,58 \text{ kN/m}^2$ co $0,02 \text{ kN/m}^2$; łącznie wykonano 19 analiz przy zmieniających się wartościach charakterystycznego ciśnienia wiatru. Wyniki maksymalnych wychyleń oraz kątów obrotu wieży uzyskano, używając komercyjnego programu MES – *Robot Structural Analysis 2010*.



Rys. 2. Funkcja odpowiedzi wychylenia wieży

Fig. 2. Response function of the tower deflection



Rys. 3. Funkcja odpowiedzi obrotu wieży

Fig. 3. Response function of the tower rotation

Na rysunkach 2 i 3 zaprezentowano funkcje odpowiedzi konstrukcji – odpowiednio dla maksymalnego wychylenia i obrotu. Jak można zauważyć,

zależność pomiędzy dwoma parametrami U i R , a ciśnieniem prędkości wiatru jest liniowa, użyto więc metody perturbacji stochastycznej drugiego rzędu.

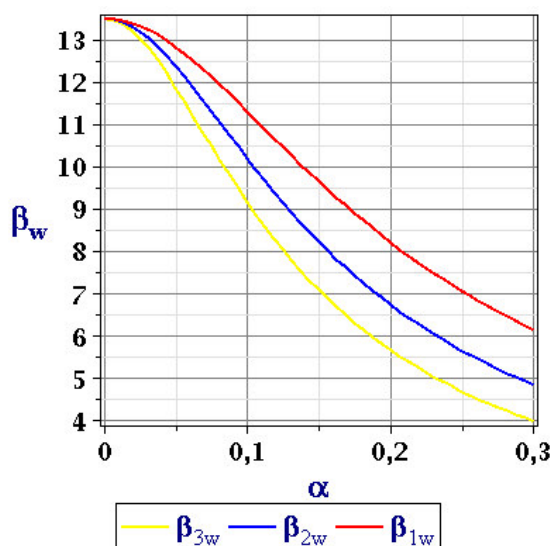
Do wyznaczenia wskaźnika niezawodności przyjęto następujące założenia: (a) maksymalne dopuszczalne wychylenie rozpatrywanej wieży – 40,5 cm, (b) odchylenie standardowe tej wielkości – 5% czyli 2,025 cm, (c) maksymalny dopuszczalny obrót wieży – 1° oraz (d) odchylenie standardowe tej wielkości – 5%, czyli $0,05^\circ$. Każdy z wymienionych powyżej wskaźników niezawodności został wyznaczony dla trzech różnych wartości średnich ciśnienia wiatru: $0,30 \text{ kN/m}^2$, $0,40 \text{ kN/m}^2$ oraz $0,50 \text{ kN/m}^2$. W tabeli 5 zebrano wyniki wskaźników niezawodności dla maksymalnego wychylenia wieży w zależności od współczynnika wariancji α . Najwyższymi wartościami charakteryzują się współczynniki określone dla najmniejszej losowej prędkości wiatru. Obliczone wartości wskaźników β maleją wraz ze wzrostem współczynnika rozproszenia i dla $\alpha = 0,30$ kryterium bezpieczeństwa nie zawsze jest spełnione.

Tabela 5. Wskaźniki niezawodności β dla maksymalnego wychylenia wieży
Table 5. Reliability indices β for maximum displacement

α	β_{1w}	β_{2w}	β_{3w}
0,05	12,82	12,37	11,86
0,10	11,29	10,18	9,15
0,15	9,63	8,21	7,07
0,20	8,20	6,72	5,65
0,25	7,04	5,64	4,67
0,30	6,13	4,83	3,97

Na rysunku 4 zaprezentowano wykresy krzywych charakteryzujących poszczególne wskaźniki niezawodności – jak można zauważyć, wartości β maleją wraz ze zwiększającą się prędkością wiatru. Najwyżej na wykresie położona jest krzywa odpowiadająca najmniejszej prędkości wiatru. Wykonana analiza dotyczyła konstrukcji wieżowej o stałych parametrach geometrycznych i fizycznych. Zmieniały się jedynie obciążenia poziome, spowodowane zwiększającą się prędkością wiatru. Badano wychylenie maksymalne wieży, którego wartości wzrastały wraz ze wzrostem ciśnienia prędkości wiatru. Uzyskane wyniki wskaźnika niezawodności ze względu na wychylenie wieży wydają się być zgodne z intuicją inżynierską.

Wnioski uzyskane dla maksymalnego wychylenia wieży potwierdzają się również dla maksymalnego obrotu. W tabeli 6 zebrano wyniki liczbowe wskaźników niezawodności, tak jak poprzednio, w zależności od współczynnika rozproszenia zmiennej losowej i prędkości wiatru. Na rysunku 5 pokazano wykresy krzywych określających poszczególne wskaźniki niezawodności.

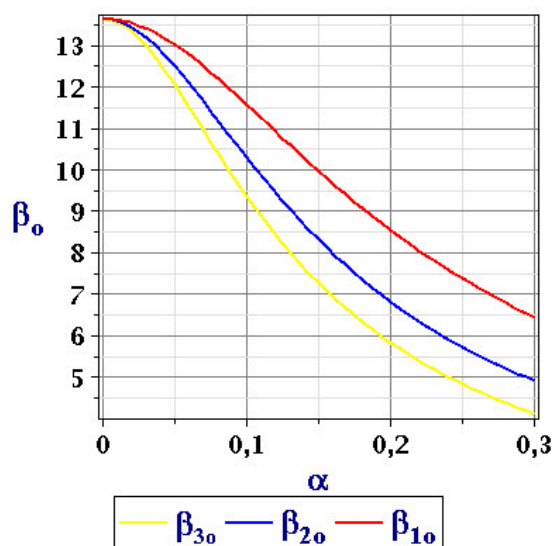


Rys. 4. Wykresy wskaźników niezawodności ze względu na maksymalne wychylenie wieży
 Fig. 4. Variations of the reliability indices for the maximum deflection of the tower

Tak jak w przypadku maksymalnego wychylenia, niezawodność konstrukcji wieży spada wraz ze wzrostem ciśnienia prędkości wiatru oraz współczynnika wariancji i ponownie przy $\alpha = 0,30$ konstrukcję należy częściowo uznać za niebezpieczną. Należy podkreślić, że w przypadku analizy drgań własnych wejściowy współczynnik wariancji z reguły nie przekracza wartości 0,15 dla modułu Younga stali. Dla analizowanej powyżej zmienności wskaźnika niezawodności ze względu na ciśnienie wiatru wartość 0,30 nie odzwierciedla wystarczająco pełnej skali tego zjawiska.

Tabela 6. Wskaźniki niezawodności β dla maksymalnego obrotu wieży
 Table 6. Reliability indices β for the rotation of the tower

α	β_{1o}	β_{2o}	β_{3o}
0,05	13,01	12,50	12,04
0,10	11,56	10,30	9,36
0,15	9,95	8,31	7,26
0,20	8,53	6,81	5,82
0,25	7,36	5,71	4,81
0,30	6,43	4,89	4,09



Rys. 5. Wykresy wskaźników niezawodności ze względu na maksymalny obrót wieży
 Fig. 5. Reliability index variations for the maximum rotation of the tower

6. Podsumowanie i wnioski

Przedstawiona w pracy metoda określania wskaźnika niezawodności dla stalowych wież telekomunikacyjnych jest efektywnym narzędziem inżynierskim i numerycznym. Dzięki jej zastosowaniu udało się w sposób liczbowy określić wartości tego wskaźnika dla funkcji granicznej zdefiniowanej za pomocą naprężeń i przemieszczeń dla zrealizowanych obiektów. Zweryfikowano numerycznie zależność stwierdzającą, iż wzrost niepewności obciążenia wiatrem prowadzi każdorazowo do zmniejszenia się wskaźników niezawodności modelowanych wież. W dalszej kolejności prace badawcze z tego zakresu będą miały na celu uzależnienie wskaźników niezawodności od stochastycznych zmian w obciążeniu wiatrem [15].

Literatura

- [1] **Bathe K.J.:** Finite Element Procedures. Prentice Hall 1996.
- [2] **Benaroya H.:** Random eigenvalues, algebraic methods and structural dynamic models. Appl. Math. Comput. 52(1), 1992, s. 37-66.
- [3] **Bródka J., Broniewicz M. :** Konstrukcje stalowe z rur. Warszawa, Arkady 2001.
- [4] **Elishakoff I.:** Probabilistic Methods in the Theory of Structures. New York, Wiley-Interscience 1983.

- [5] **Flaga A.:** Inżynieria wiatrowa. Podstawy i zastosowania. Warszawa, Arkady 2008.
- [6] **Kamiński M.:** Potential problems with random parameters by the generalized perturbation-based stochastic finite element method. *Comput. Struct.* 88(7-8), 2010, s. 437-445.
- [7] **Kamiński M., Szafran J.:** Eigenvalue analysis for high telecommunication towers with lognormal stiffness by the response function method and SFEM. *Comput. Ass. Mech. Engrg. Sci.* 16, 2009, s. 279-290.
- [8] **Lin Y.K.:** Probabilistic Theory of Structural Dynamics. New York, McGraw-Hill 1967.
- [9] **Liu W.K., Belytschko T., Mani A.:** Probabilistic finite elements for nonlinear structural dynamics. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 56(1), 1986, s.61-81.
- [10] **Melchers R.E.:** Structural Reliability. Analysis and Prediction. Ellis Horwood Ltd. 1987.
- [11] **Murzewski J.:** Niezawodność konstrukcji inżynierskich. Warszawa, Arkady 1989.
- [12] **Pradlwater H.J., Schueller G.I., Szekely G.S.:** Random eigenvalue problems for large systems. *Comput. & Struct.* 80(27), 2002, s. 2415-2424.
- [13] **Rykaluk K.:** Konstrukcje stalowe. Kominy, wieże, maszty. Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej 2004.
- [14] **Soize C.:** Random matrix theory and non-parametric model of random uncertainties in vibration analysis. *J. Sound & Vibr.* 263(4), 2003, s. 893-916.
- [15] **Śniady P., Biernat S., Sieniawska R., Żukowski S.:** Vibrations of the beam due to a load moving with stochastic velocity. *Prob. Engrg. Mech.* 16(1), 2001, s. 53-59.
- [16] **Zienkiewicz O.C.:** Metoda elementów skończonych. Warszawa, Arkady 1971.

ON COMPUTER MODELING OF RELIABILITY FOR THE STEEL TELECOMMUNICATION TOWERS

Summary

The main aim of this elaboration is an application of the numerical analysis based on the generalized stochastic perturbation method and the response function technique for a determination of the reliability indices. The subject of this study is the stainless steel telecommunication tower spatial structure. Those indices are determined thanks to the Stochastic Finite Element Method for the randomized uncertain external loading of the wind. Reliability analysis obeys the limit function defined for the deflection and rotation of the discretized structures. The computational part is completed using the commercial FEM system ROBOT and computer algebra system MAPLE and is focused on the tower having 40,5 meters. The results confirm the general hypothesis that the values of the reliability indices are very sensitive to the random dispersion of the structural and external loadings parameters.