

MODELOWANIE MIKROGEOMETRII POWIERZCHNI POLEROWANEJ STOPU MAGNEZU

Andrzej GOŁĄBCZAK¹, Andrzej KONSTANTYNOWICZ¹,
Marcin GOŁĄBCZAK²

1. CELE MODELOWANIA MATEMATYCZNEGO POWIERZCHNI

Istnieje wiele sposobów podejścia do modelowania matematycznego struktury geometrycznej powierzchni obrabianych mechanicznie. Zależą one przede wszystkim od celów stawianych przed modelem, którymi są np.: ocena jakościowa i ilościowa struktury geometrycznej powierzchni ukształtowanych w procesach technologicznych, możliwość opisu zjawisk powierzchniowych zachodzących w tych procesach, ocena zakresu i skali ich występowania, prognozowanie wyników ilościowych na podstawie zadanych parametrów wejściowych procesu obróbki [1, 5÷7].

W artykule zaproponowano model matematyczny mający spełnić następujące zadania:

- odzwierciedlać w sposób ilościowy aspekty technologiczne powierzchni stopów lekkich polerowanych do najwyższej klasy chropowatości, w tym parametry statystyczne: R_v , R_p , R_t , R_a , R_q , R_{skew} , R_{kurt} oraz morfologię powierzchni, włącznie z możliwością odtworzenia jej charakterystycznej tekstury;
- umożliwiać precyzyjne modelowanie stopnia rozwinięcia powierzchni, bez zasadniczego wpływania na parametry statystyczne oraz wnikliwą ocenę mechanizmów procesu abrazji powierzchni w mikro- i nanoskali;
- umożliwiać identyfikację parametrów, wynikającą z posiadanej aparatury badawczej (pomiar 2D i 3D), stosowanych metod odwzorowania powierzchni, np. profilometr lub mikroskop AFM;
- umożliwiać weryfikację doświadczalną przewidywań ilościowych.

¹ Politechnika Łódzka, Katedra Technologii Maszyn, ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź

² Politechnika Łódzka, Instytut Obrabiarek i TBM, ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź

2. ZAŁOŻENIA I PROCEDURY DO MODELOWANIA POWIERZCHNI ZŁOŻONEJ

Konieczność odzwierciedlenia (wygenerowania) przez model konkretnej powierzchni, a nie tylko ujęcia wskaźników statystycznych, przy pozostawieniu jednocześnie bardzo dużego stopnia swobody co do konkretnego kształtu, skłania do wyboru generalnego sposobu jakim jest użycie różnorodności ciągłej, niekoniecznie różniczkowalnej, utworzonej z elementów będących różnorodnościami różniczkowalnymi (gładkimi) [8]. Używany jest również termin „powierzchnia złożona”, który jednakże ma nieco szersze znaczenie niż to, które określa powierzchnię proponowaną w tej pracy.

Rolę elementu wiodącego, określającego własności lokalne różnorodności ciągłej, z którego zbudowana jest modelowana powierzchnia, spełnia stożek regularny, o wierzchołku leżącym nad środkiem symetrii podstawy i podstawie eliptycznej (w szczególności kołowej) ze względu na swoje własności topologiczne (rys. 9):

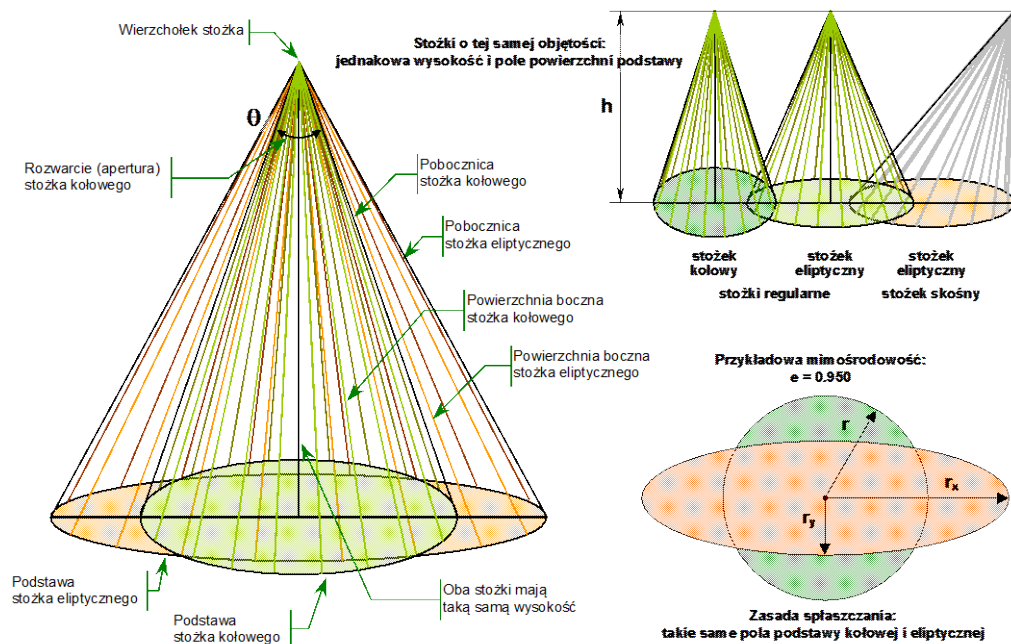
jego powierzchnia jest różnorodnością różniczkowalną (z wyjątkiem wierzchołka) [8], jest bryłą prostokreślną [3], na której można utworzyć dwie rodziny linii ortogonalnych, co pozwala jednoznacznie rozłożyć proces powierzchniowy na elementy składowe,

posiada możliwość deformacji bez zmiany objętości, co pozwala modelować niezależnie od siebie parametry statystyczne powierzchni, jej rozwinięcie i masową wydajność abrazyj.

Ta ostatnia własność wynika z bardzo ważnej cechy brył kreślonych pękiem prostych (również wielościanów). Objętość takiej bryły określona zależnością:

$$V = \frac{1}{3} S_B \cdot h \quad (1)$$

nie zależy od kształtu powierzchni stanowiącej podstawę takiej bryły, nie zależy od tego, czy wierzchołek znajduje się nad środkiem ciężkości podstawy (bryła nie musi być regularna), a nawet, czy jest położony nad podstawą – co jakościowo ilustruje rys. 1.



Rys. 1. Stożki regularne, o wierzchołku leżącym prostopadle nad środkiem symetrii podstawy, deformowalnej od koła do elipsy o dowolnej mimośrodkowości, z założeniem stałego pola podstawy

Zapis symboliczny definiujący opisany model, obejmuje zarówno obiekty składające się na powierzchnię wraz z opisującymi je parametrami, jak i sposób operowania nimi i ma postać:

$$S = \left\{ \left(P : L, X, Y, N_x, N_y \right), \left\{ C : \theta, (h : h_m, h_v), e, \alpha \right\}, [U : O, F_x, F_y, N_c] \right\} \quad (2)$$

- gdzie:
- P - (pojedynczy obiekt) podstawa płaska generowanej powierzchni, L - umowny poziom zerowy modelowanej powierzchni, X, Y - wymiary liniowe, N_x, N_y - rozmiary siatki dyskretnej punktów generacji powierzchni;
 - C - {zbiór obiektów} stożków o parametrach: θ - kąt rozwarcia stożka (apertura), h - wysokość stożka, która może być zadana jednoznacznie, lub być generowana według rozkładu logarytmowo-norma-lnego o parametrach: e - ekscentryczność (mimośrodkowość) podstawy stożka, α - kąt obrotu podstawy stożka względem współrzędnych podstawy powierzchni,
 - U - [sposób ułożenia] układ stożków na powierzchni:

- O - orientacja położenia stożków, dodatnia (stożki utworzone na powierzchni) lub ujemna (stożki zagłębione w powierzchnię) od umownego poziomu L ,
- F_x, F_y - rozkład prawdopodobieństwa położenia współrzędnej na powierzchni,
- N_c - liczba stożków.

Stożki, z których utworzona jest powierzchnia modelowana, mają jednakową rozwartość. Nie jest to sztuczne ograniczenie możliwości modelu, ale wyraz, potwierdzonego eksperymentalnie (rys. 9) przejawu jednorodności przestrzennej parametrów procesu technologicznego polerowania na modelowanej powierzchni. Stożki te można deformować, czyli od podstawy kołowej przechodzić do eliptycznej. Przy założeniu stałości pola powierzchni podstawy, stożki te zachowają również stałą objętość, przy znaczącej różnicy w polu powierzchni bocznej. Ma to znaczenie przy niezależnym modelowaniu rozwinięcia powierzchni i jej parametrów statystycznych oraz dla oceny kształtowanej mikrogeometrii powierzchni przy zadanych warunkach jej tworzenia ze stożków.

Stożki położone są na powierzchni w taki sposób, że w znacznej mierze przekrywają się (rys. 2). Wzajemne przecinanie się pobocznic S_L stożków na tworzonej powierzchni zawsze generuje linie przecięć w postaci hiperbol o wielkości i nachyleniu pod kątem zależnym od wzajemnej wysokości przecinających się stożków. Również pomiar profilometrem powierzchni utworzonej ze stożków, daje linię profilu składającą się z odcinków hiperbol (np. rys. 7 i rys. 10).

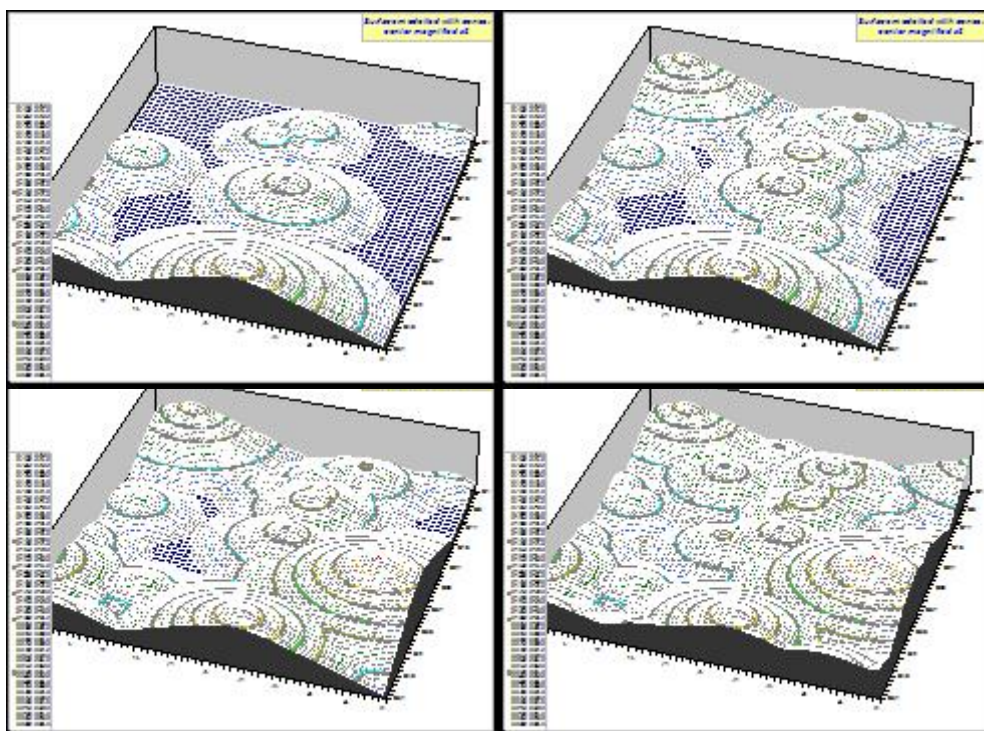
Sposób wzajemnego przekrywania się stożków, czyli sposób tworzenia ze stożków modelowanej powierzchni, określony jest regułą:

dla „stożków dodatnich” – nadbudowanych na powierzchni określonej jako umowny poziom odniesienia (rys. 2), dla danego punktu $P(x_i, y_i)$ siatki powierzchni przyjmuje się wartość najwyższej położonej powierzchni bocznej stożka, który przekrywa się z innymi w tym węźle:

$$P(x_i, y_i) = \text{MAX}(\bigwedge_{k \in N_c} L + S(x_{Ck}, y_{Ck}, x_i, y_i)) \quad (3)$$

dla „stożków ujemnych” – zagłębionych od powierzchni określonej jako umowny poziom odniesienia, dla danego punktu siatki powierzchni przyjmuje się wartość najniższej położonej powierzchni bocznej stożka, który przekrywa się z innymi w tym węźle:

$$P(x_i, y_i) = \text{MIN}(\bigwedge_{k \in N_c} L - S(x_{Ck}, y_{Ck}, x_i, y_i)) \quad (4)$$



Rys. 2. Kolejne etapy tworzenia powierzchni poprzez przekrywające się stożki, ułożone na umownej płaszczyźnie odniesienia. Wygląd z centrum generowanego obszaru dla kolejno: 50, 100, 200 i 400 stożków

Z rysunku 2 wynika, że przy 200 nałożonych stożkach znacząco zmniejszyły się obszary niepokryte, a jeden z nowych stożków przykrył uprzednio wygenerowane stożki o mniejszej wysokości. Przy 400 stożkach powierzchnia została utworzona całkowicie, a zgrupowania pobliskich, niewielkich stożków zaczęły tworzyć charakterystyczne, spłaszczone, lekko pofalowane obszary (rys. 6. i rys. 9).

Równanie stożka eliptycznego, o wysokości prostopadłej do podstawy ma postać [3]:

$$\frac{(x-x_c)^2}{r_x^2} + \frac{(y-y_c)^2}{r_y^2} - \frac{(z-h)^2}{h^2} = 0 \quad (5)$$

gdzie: x_c, y_c , – współrzędne środka stożka, r_x, r_y – promienie, h – wysokość.

Równanie określające regularny stożek eliptyczny dowolnie obrócony wokół wysokości jako osi, zapisane jest w tzw. pierwszej formie kanonicznej:

$$z = h - \frac{h}{r} \sqrt{A \cdot (x-x_c)^2 + B \cdot (y-y_c)^2 + C \cdot (x-x_c)(y-y_c)} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{\cos^2(\alpha)}{\sqrt{1-e^2}} + \sin^2(\alpha)\sqrt{1-e^2} \\
B &= \frac{\sin^2(\alpha)}{\sqrt{1-e^2}} + \cos^2(\alpha)\sqrt{1-e^2} \\
C &= -2\cos(\alpha)\sin(\alpha)\left(\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} - \sqrt{1-e^2}\right)
\end{aligned} \tag{7}$$

Taki zapis pozwala na bardzo efektywne obliczenia, pozwalając uniknąć obliczania funkcji trygonometrycznych wewnątrz funkcji kreślącej stożek, a zatem, przy posiadanych możliwościach obliczeniowych, efektywne generowanie różnych powierzchni, nieraz złożonych z dużej liczby stożków. Współczynnik rozwinięcia powierzchni Ru jest stosunkiem pola powierzchni bocznej do pola powierzchni podstawy stożka i dla stożka regularnego o podstawie eliptycznej ma postać:

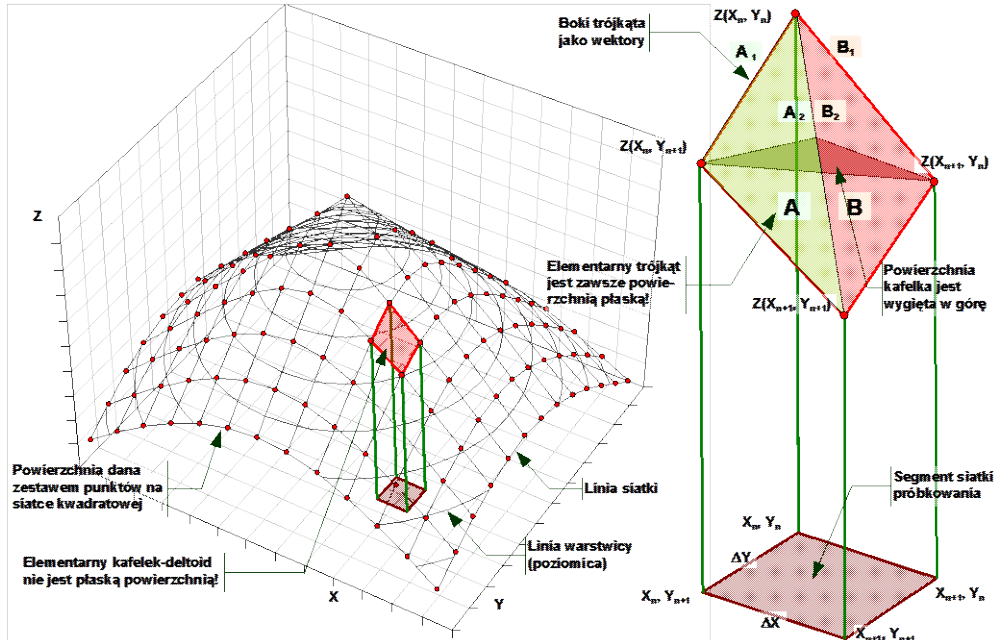
$$Ru = \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{1 + \frac{h^2}{r^2 \sqrt{1-e^2}}} \cdot E \left(\frac{e}{\sqrt{1 + \frac{r^2 \cdot \sqrt{1-e^2}}{h^2}}} \right) \tag{8}$$

gdzie: $E(\cdot)$ - zupełna całka eliptyczna drugiego rodzaju, nie mająca postaci analitycznej [9].

Kody wszystkich obliczeń zapisane zostały w języku *Visual Basic* będących uzupełnieniem arkusza kalkulacyjnego *Excel* firmy *Microsoft*, w którym zostały wykonane obliczenia i wykresy.

3. OBLICZANIE POLA POWIERZCHNI Z DANYCH DYSKRETYNYCH

Wszelkie obliczenia związane z rozwinięciem powierzchni, zarówno w modelu matematycznym jak i dla danych doświadczalnych, wymagają rozwiązania zadania obliczenia pól powierzchni, których analityczna postać jest nie znana. Znane są natomiast wartości wysokości ponad umowny poziom, określone w węzłach siatki prostokątnej, w szczególności kwadratowej. Siatka taka daje naturalny podział płaszczyzny umownej podstawy na prostokąty (kwadraty), a powierzchni na prostokąty (kwadraty) krzywoliniowe, które są w ogólności nieplanarne. Podejściem szeroko stosowanym w grafice komputerowej i metodach MES (Metody Elementów Skończonych), jest podział powierzchni na trójkąty, z definicji planarne, których pole powierzchni jest połową wartości iloczynu wektorowego tworzących je wektorów [2].



Rys. 3. Schemat do obliczania pola powierzchni danej w dyskretnych węzłach metodą triangulacji

Korzystając z przytoczonej reguły, dla siatki kwadratowej (rys. 3), jeżeli $\Delta X = \Delta Y = \Delta$, powierzchnie opisują równania:

$$S_A = \frac{\Delta}{2} \sqrt{(Z_{n+1,n+1} - Z_{n,n+1})^2 + (Z_{n,n+1} - Z_{n,n})^2 + \Delta^2} \quad (9)$$

$$S_B = \frac{\Delta}{2} \sqrt{(Z_{n+1,n} - Z_{n,n})^2 + (Z_{n+1,n+1} - Z_{n+1,n})^2 + \Delta^2} \quad (10)$$

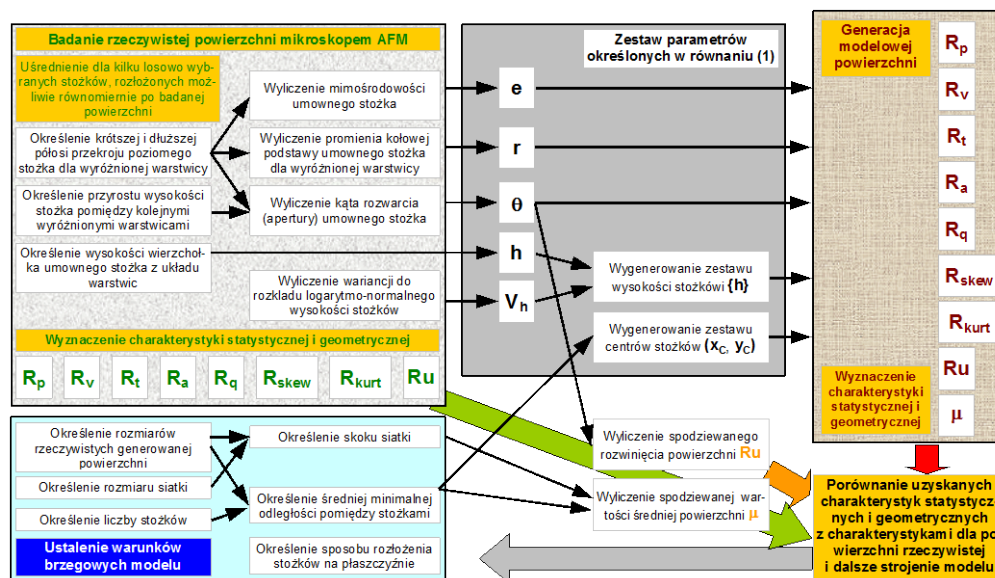
Stąd współczynnik rozwinięcia powierzchni dla elementarnego deltoidu (kafelka) wynosi:

$$Ru_D = \frac{S_D}{\Delta^2} = \frac{1}{2\Delta} \left(\sqrt{(Z_{n+1,n+1} - Z_{n,n+1})^2 + (Z_{n,n+1} - Z_{n,n})^2 + \Delta^2} + \sqrt{(Z_{n+1,n} - Z_{n,n})^2 + (Z_{n+1,n+1} - Z_{n+1,n})^2 + \Delta^2} \right) \quad (11)$$

Kiedy współrzędne z wszystkich punktów są równe, czyli dla powierzchni płaskiej, powierzchnia „kafelka” wynosi Δ^2 , a współczynnik rozwinięcia powierzchni Ru wynosi 1, więc wzory (10) i (11) są formalnie poprawne. Tak szczegółowe podejście do obliczania współczynnika rozwinięcia powierzchni, zarówno w modelu jak i uzyskanej eksperymentalnie, ma swoje uzasadnienie w tym, że dla powierzchni modelowej ogólne rozwinięcie powierzchni jest takie samo jak dla pojedynczego stożka, ze względu na prostokreślność stożka.

4. IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODELU

Przedstawiony w artykule przykład generacji powierzchni modelowej został wykonany dla powierzchni zdefiniowanej w oparciu o sieć działań przedstawioną na rys. 4, wykonanych dla rzeczywistej powierzchni przedstawionej na rys. 9.



Rys. 4. Zasady identyfikacji parametrów modelu z eksperymentalnej powierzchni badanej mikroskopem AFM i siatka działań do generacji powierzchni modelowej

Tabela 1. Parametry modelowanej powierzchni i rozkładu stożków

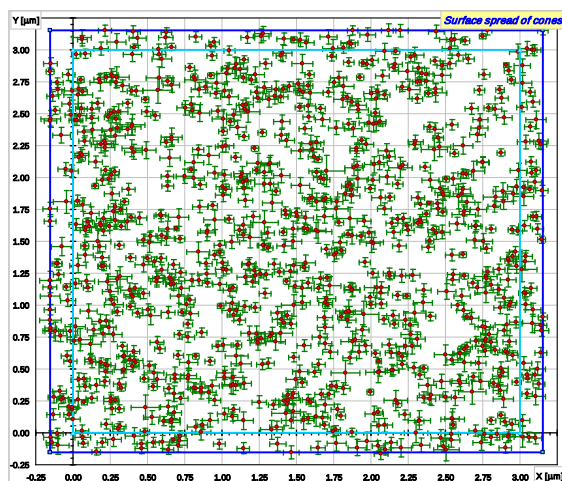
Modelled surface limits				μm		Area	μm^2
Modelled surface dimensions				Nominal lattice		Total	
X_{MIN}	X_{MAX}	Y_{MIN}	Y_{MAX}	X	Y	9.000	
0.000	3.000	0.000	3.000	151	151	Stripe	
δx	0.020	δy	0.020	Nodes	22801	0.060000	
Total surface of cones' generation				Tiles	22500	Tile	
-0.155	3.155	-0.155	3.155	Diagonal	4.681	0.000400	25.00
Δx	3.310	Δy	3.310	Area	10.956	Auxiliary	0.000067

Parametry w tab. 1 wybrano tak, aby można było otrzymaną powierzchnię porównać z powierzchniami otrzymanymi eksperymentalnie, bez skalowania, co mogłoby zniekształcić zarówno parametry statystyczne jak i współczynnik rozwinięcia. Stożki na rys. 5 wygenerowano w nieco większym polu (tab. 1), obejmującym pewien margines dla uniknięcia efektów brzegowych na obserwowanym polu, powodujących zmniejszenie się wartości średniej powierzchni na brzegu. Przyjęto zatem margines, który jest równy promieniowi podstawowego stożka kołowego. Rozpiętość krzyżyków na rys. 5 jest proporcjonalna do promieni stożków na umownej płaszczyźnie, a pole

jasnoblękitne jest obrysem umownej płaszczyzny generacji powierzchni. Przykład wygenerowanej powierzchni przedstawiono na rys. 6, dla której punktem wyjścia był stożek kołowy o zadanej aperturze, przekształcony w stożek eliptyczny leżący poziomo. Parametry pojedynczego stożka do generacji powierzchni przedstawiono w tab. 2.

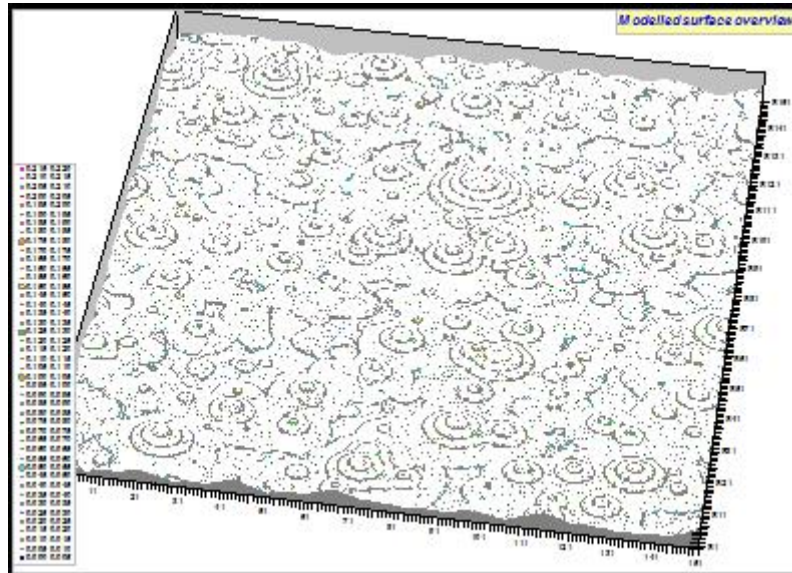
Tabela 2. Parametry pojedynczego stożka do generacji powierzchni z rys. 6

Regular (right) cone parameters									
Base r		0.1550 μm	155.00 nm	Base area	0.07548 μm^2	Aperture (opening angle)			
Height h	Mean	0.0850 μm	85.00 nm	Lateral area	0.08608 μm^2	h/r	0.548387	-	
	Variance	0.00082 μm^2	816.75 nm ²	-2.518654	Log-Normal distribution	Rugosity	1.14049	angle θ	122.52 °
	Deviation	0.028579 μm	28.58 nm	0.327261					2.1384 rad
Shaped cone parameters									
Eccentricity e (for equal base area)	0.65000	-	Base axes	a	0.177805 μm	177.80 nm	Lateral area	Volume	
	0.759934	0.346108		b	0.135120 μm	135.12 nm	0.08644 μm^2	0.00214 μm^3	
Direction α (clockwise)	1.57080	rad	Directional coefficients	A	0.759934	-	Rugosity	1.14519	
	90.000	°		B	1.315903	-	Proportions b/a		
				C	0.000000	-	0.759934	3/4	19/25 459/604

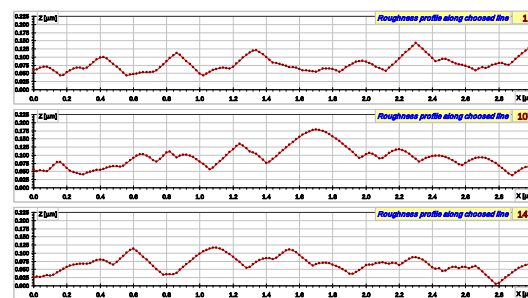


Rys. 5. Rozkład środków stożków, wygenerowany losowym rozkładem równomiernym dla osi X i Y

Do badań wykonano próbki o średnicy 20 mm i grubości 2 mm ze stopu magnezu AZ31, pozyskanego z firmy TECHNO-COAT Oberflächentechnik GmbH, Zittau, Niemcy. Proces szlifowania i polerowania próbek ze stopu magnezu realizowano na dwutarczowej szlifierko-polerce Phoenix Beta 2 produkcji firmy Wirtz Buehler. Obejmował on szlifowanie na krążkach ściernych SiC P600 i SiC P1200, dwuetapowe polerowanie w zawieszinie diamentowej Buehler Metadi® 3 μm (I etap) i zawieszinie Al_2O_3 Buehler Masterprep® 0,05 μm (II etap) [5]. Podstawowym wymaganiem tego procesu technologicznego było przygotowanie próbek o możliwie małej chropowatości powierzchni oraz usunięcie z ich warstwy wierzchniej (WW) produktów zanieczyszczających.



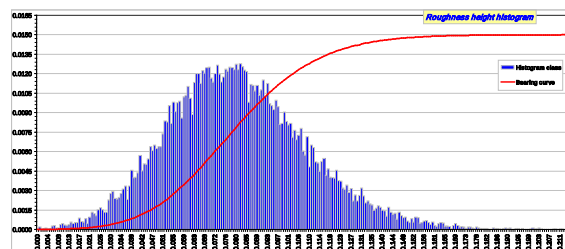
Rys. 6. Powierzchnia wygenerowana wg danych z tab. 1 i tab. 2 oraz rozkładu środków stożków (rys. 5)



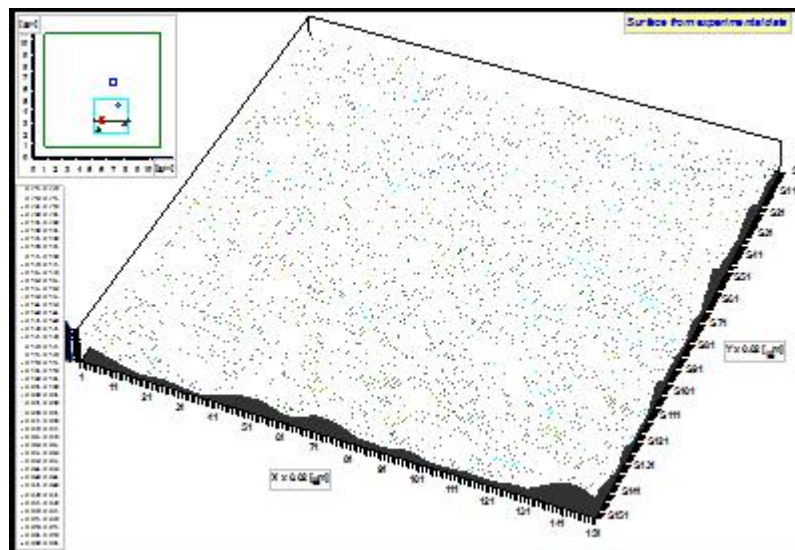
Rys. 7. Przykładowe linie profili chropowatości powierzchni wygenerowanej na rys. 6

Tabela 3. Parametry statystyczne i współczynnik rozwinięcia powierzchni wygenerowanej na rys. 6

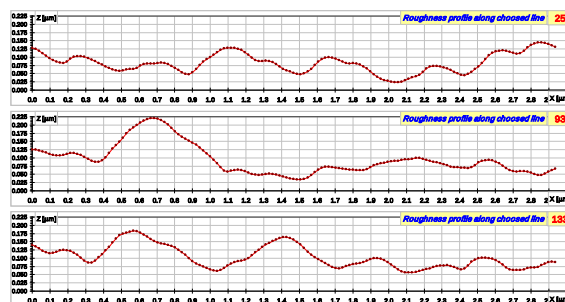
R_p	R_v	R_T	μ	R_a	R_d	Shape	Peak	R_{skew}	R_{kurt}	R_u
0.2157	0.0000	0.2157	0.0605	0.0225	0.0285	1.2681	3.7866	0.4130	3.4138	1.12858



Rys. 8. Histogram chropowatości i krzywa nośności powierzchni z rys. 6



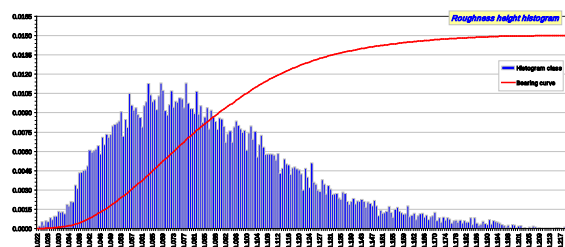
Rys. 9. Wizualizacja powierzchni polerowanego stopu magnezu, zbadanej mikroskopem AFM



Rys. 10. Przykładowe, wybrane linie profilów chropowatości powierzchni pokazanej na rys. 9

Tabela 4. Parametry statystyczne i współczynnik rozwinięcia powierzchni pokazanej na rys. 9

R_p	R_v	R_t	R_a	R_q	Shape	Peak	R_{sk}	R_{ku}	R_u
0.2210	0.0222	0.1988	0.0267	0.0335	1.2578	2.9643	0.8023	3.4755	1.1213



Rys. 11. Histogram chropowatości i krzywa nośności dla powierzchni z rys. 9

Podstawą do oceny nanostruktury WW próbek ze stopu magnezu AZ31 były profilogramy powierzchni w układzie przestrzennym 3D, które uzyskano przy użyciu mikroskopu sił atomowych (AFM) typu VEECO Multimode 5, firmy VEECO, USA. Wykonano profilogramy polerowanej powierzchni stopu magnezu, którą podzielono siatką na pola pomiarowe. Każde pole pomiarowe zawierało $512 \times 512 = 262144$ punktów pomiarowych. Ze względu na możliwości wizualizacji w arkuszu *Excel*, jednorazowe pole obserwacji mało rozmiary $151 \times 151 = 22801$ punktów pomiarowych, dla których wykonano obliczenia na modelu matematycznym.

WNIOSKI

Przeprowadzone badania mikrostruktury geometrycznej powierzchni polerowanego stopu magnezu AZ31 i badania numeryczne przedstawionego modelu potwierdziły jego bardzo dobrą przydatność w modelowaniu powierzchni o zadanym stopniu rozwinięcia. Rozbieżności dla przykładowych powierzchni (rys. 6 i rys. 9) były niewielkie i wyniosły 0,0073, co przy dobrej zgodności pozostałych parametrów statystycznych i geometrycznych (tab. 3 i tab. 4), należy uznać za zadowalające. Największe rozbieżności wystąpiły natomiast w modelowaniu rozkładu (histogramu) wysokości chropowatości (rys. 8 i rys. 11). Szerokie możliwości opracowanego modelu, widoczne w liczbie jego stopni swobody, uzasadniają rozwijanie tej koncepcji modelowania struktury geometrycznej powierzchni oraz eksperymentalną weryfikację modelu w innych procesach obróbki ubytkowej.

LITERATURA

- [1] ADAMCZAK S., *Pomiary geometryczne powierzchni*. Warszawa, WNT, 2007.
- [2] ANTONIEWICZ J., *Tablice funkcji dla inżynierów*. Warszawa, PWN, 1969.
- [3] BORSUK K., *Geometria analityczna wielowymiarowa.*, Warszawa, PWN, 1977.
- [4] GOŁĄBCZAK M., *Polerowanie stopów magnezu*. W: Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin, 2009, 517-526.
- [5] GRIFFITHS B., *Manufacturing Surface Technology*. London, Penton Press, 2001.
- [6] GRZESIK W., *Wpływ obróbki sekwencyjnej na topografię powierzchni stali utwardzonej*. W: *Mechanik*, nr 5-6, 2014, 350-363.
- [7] OCZOŚ K., LUBIMOW V., *Struktura geometryczna powierzchni*. Rzeszów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2003.
- [8] SCHWARTZ L., *Kurs analizy matematycznej*. Warszawa, PWN, 1980.
- [9] WHITEHOUSE D. J., *Handbook of Surface Metrology*. Institute of Physics, Bristol, 1994.