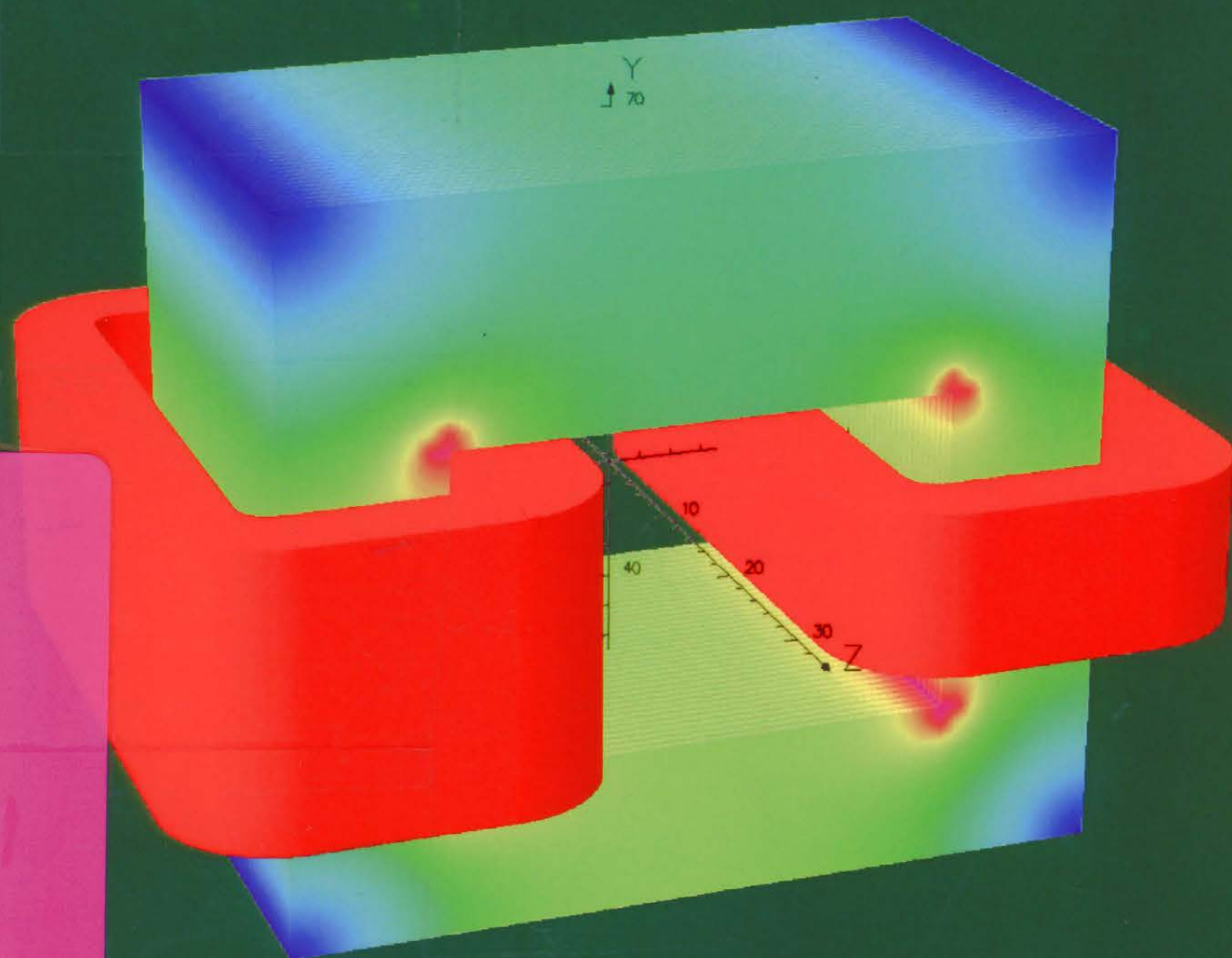


Ewa Napieralska-Juszczak, Krzysztof Komeza

Modelowanie pola elektromagnetycznego w rdzeniach anizotropowych



SG125359
2012

2012

Monografie
Politechniki Łódzkiej

Ewa Napieralska-Juszczak, Krzysztof Komęza

Modelowanie pola elektromagnetycznego w rdzeniach anizotropowych

Łódź 2012

Recenzenci: **prof. dr hab. inż. Marian Łukaniszyn**
prof. dr hab. inż. Kazimierz Zakrzewski

KOMITET REDAKCYJNY
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ

Przewodniczący: **prof. dr hab. inż. Piotr Wodziński**
Redaktor Naukowy Wydziału: **prof. dr hab. inż. Piotr Ostalczyk**



125359

© Copyright by Politechnika Łódzka 2012

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ
90-924 Łódź, ul. Wólczańska 223
tel./fax 42 684-07-93
e-mail: zamowienia@info.p.lodz.pl
www.wydawnictwa.p.lodz.pl

ISBN 978-83-7283-504-8

Wydanie I. Nakład 150 egz. Ark druk. 19,0. Papier offset. 80 g 70 x 100
Druk ukończono w listopadzie 2012 r.
Wykonano w Drukarni Offsetowej „Quick-Druk” s.c. ul. Łąkowa 11, 90-562 Łódź
Nr 2036

OD1-001/650/2012

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	5
1. Wstęp	9
2. Fizyczne podstawy materiałów magnetycznych	11
2.1. Magnetyzm a budowa atomu	11
2.1.1. Modele atomu	11
2.2. Zjawiska magnetyczne w skali mikroskopowej	19
2.3. Domeny magnetyczne Weissa i ścianki Blocha	24
2.4. Magnetyzm w skali makroskopowej	30
2.4.1. Pętla histerezy	33
3. Anizotropia magnetyczna	38
3.1. Anizotropia magnetokrystaliczna	38
3.2. Anizotropia blachy elektrotechnicznej	46
4. Modelowanie pola elektromagnetycznego	52
4.1. Aspekt historyczny	54
4.2. Modelowanie dwuwymiarowe	57
4.3. Modelowanie trójwymiarowe	60
4.3.1. Elementy węzłowe	66
4.3.2. Elementy krawędziowe	67
4.4. Modelowanie złożonych struktur	71
5. Metody homogenizacji materiałów zblachowanych	100
5.1. Technika homogenizacji w modelowaniu transformatora zapropozowana przez A. De Rochebrune, J.M. Dedulle, J.C. Sabonnadiere	103
5.2. Modelowanie dwuwymiarowych struktur poprzez określenie zastępczej charakterystyki magnesowania	106
5.3. Modelowanie zblachowanych struktur do analizy dwu- wymiarowej pól elektromagnetycznych z uwzględnieniem prądów wirowych	111
5.4. Homogenizacja równania pola	117
5.5. Metoda homogenizacji struktur zblachowanych z uwzględ- nieniem prądów wirowych	126
5.6. Homogenizacja zblachowanych izotropowych struktur do obliczania rozkładu pól i strat w żelazie dla niskich częstotliwości	130

5.7. Homogenizacja blach anizotropowych z uwzględnieniem nieliniowości i wpływu prądów wirowych	135
5.8. Model do obliczania strat w zblachowanym materiale ferromagnetycznym	141
5.9. Obliczanie zastępczej anizotropowej przewodności w zblachowanych strukturach	145
5.10. Nieliniowa homogenizacja magnetycznych materiałów kompozytowych	149
6. Metody pomiarowe	156
6.1. Pomiary blach anizotropowych	165
6.1.1. Aparat Epsteina	165
6.1.2. Pomiar z zastosowaniem pojedynczej blachy	167
6.1.3. Magnetometry	168
6.1.4. Przetworniki wykorzystujące efekt Halla	176
6.1.5. Pomiary z zastosowaniem zjawisk magneto optycznych [48, 266]	177
6.1.6. Przetworniki magnetorezystancyjne	178
6.1.7. Metody anizometryczne	180
6.2. Pomiary pola w strefie dalekiej	182
6.3. Metody badania struktury krystalicznej materiałów magnetycznych	183
6.3.1. Spektroskopia mionowa	183
7. Charakteryzowanie blachy elektrotechnicznej w kierunku prostopadłym do jej powierzchni	184
7.1. Prezentacja metody	185
7.2. Układ pomiarowy	189
7.3. Pomiar i wyznaczenie charakterystyki próbki w kierunku normalnym	192
7.4. Model polowy	194
8. Zastosowanie metod modelowania pól elektromagnetycznych	223
8.1. Wpływ prądów wirowych na rozkład pola elektromagnetycznego	223
8.2. Modelowanie pola w magnetowodzie transformatora	249
8.3. Charakteryzowanie blach tworzących rdzeń kołowy maszyny zbudowany z blach anizotropowych	262
9. Literatura	271

Wykaz ważniejszych oznaczeń

A, A_x, A_y, A_z	magnetyczny potencjał wektorowy, składowe magnetycznego potencjału wektorowego w kierunkach osi x, y i z [Wb/m]
$\underline{A}, \underline{A}_x, \underline{A}_y, \underline{A}_z$	zespółona wartość magnetycznego potencjału wektorowego i jego składowych w kierunkach osi x, y i z [Wb/m]
B, B_x, B_y, B_z	wektor indukcji magnetycznej, składowe wektora indukcji magnetycznej w kierunkach osi x, y i z [T]
$\underline{B}, \underline{B}_x, \underline{B}_y, \underline{B}_z$	zespółona wartość wektora indukcji magnetycznej i jego składowych w kierunkach osi x, y i z [T]
D, D_x, D_y, D_z	wektor indukcji elektrycznej, składowe wektora indukcji elektrycznej w kierunkach osi x, y i z [C/m ²]
dS	wektor normalny do elementu powierzchni dS
E	energia
e	siła elektromotoryczna
E, E_x, E_y, E_z	wektor natężenia pola elektrycznego, składowe wektora natężenia pola elektrycznego w kierunkach osi x, y i z [V/m]
E_k	energia kryształu
F_{kstr}	energia kształtu
h	stała Plancka
$\hbar$	zredukowana stała Plancka
H, H_x, H_y, H_z	wektor natężenia pola magnetycznego, składowe wektora natężenia pola magnetycznego w kierunkach osi x, y i z [A/m]
$H_D(r)$	pole spowodowane wpływem otaczających dipoli
H_{iron}	natężenie pola magnetycznego w żelazie
I	natężenie prądu
J	wektor gęstości prądu
J_{ij}	energia wymiany między dwoma sąsiadującymi atomami i oraz j
J_p	polaryzacja magnetyczna
J_s	polaryzacja magnetyczna nasycenia
J_x	polaryzacja w kierunku osi x
k	stała Boltzmanna
k_{pf}	współczynnik wypełnienia materiału
L	moment pędu
L	indukcyjność

l_s	grubość blachy
m	masa elektronu
$\mathbf{M}$	namagnesowanie (moment magnetyczny)
$m(y)$	funkcja wagi
n, N	ilość zwojów
N_x	współczynnik demagnetyzacji
q	ładunek
$\mathbf{r}$	wektor wodzący
R	rezystancja
T	temperatura w Kelvinach
$\mathbf{T}$	wektorowy potencjał elektryczny
t	czas
T_c	temperatura punktu Curie
$\mathbf{v}$	wektor prędkości
V	skalarny potencjał elektryczny
$\mathbf{w}$	krawędziowa funkcja bazowa
W_p	energia zgromadzona w polu magnetycznym
γ	przewodność właściwa [S/m]
δ	zastępcza głębokość wnikania pola
μ	dipolowy moment magnetyczny
ν	częstotliwość fotonu
Π	ciśnienie zewnętrzne działające na ściankę Blocha
Φ	zredukowany skalarny potencjał magnetyczny
ϕ	strumień magnetyczny
ψ	skojarzony strumień magnetyczny
Ψ, Ω	skalarny potencjał magnetyczny
$\alpha_1(r), \alpha_2(r), \alpha_3(r)$	kąty kierunkowe w materiale anizotropowym
$\frac{d\phi}{dt}$	prędkość kątowna wektora
σ_z	orbitalny moment kinetyczny
φ_0	kąt między wektorem namagnesowania a kierunkiem naprężenia
λ	stała magnetostrykcji
Φ	magnetyczny potencjał skalarny
$\ v_{REO}\ $	miara objętości REO
ν	reluktywność magnetyczna
ϵ', μ'	względna przenikalność elektryczna i względna przenikalność magnetyczna materiału
$\epsilon, \mu, \gamma, \chi$	przenikalność elektryczna [F/m], przenikalność magnetyczna [H/m] i przewodność właściwa [S/m] materiału, podatność magnetyczna [bezwymiarowa]

ϵ_0, μ_0	przenikalność elektryczna [F/m] i przenikalność magnetyczna [H/m] próżni
μ_z	przenikalność magnetyczna w kierunku normalnym do powierzchni blachy
ω	pulsacja
$\mathbf{1}_x, \mathbf{1}_y, \mathbf{1}_z, \mathbf{n}, \mathbf{t}$	wersory – wektory kierunkowe (x, y, z, normalny, styczny)

1. Wstęp

Dynamiczny rozwój jednostek i metod obliczeniowych pozwala aktualnie na kompleksową symulację pracy urządzeń elektrycznych. W dalszym ciągu istnieją dziedziny, gdzie pełna trójwymiarowa symulacja komputerowa jest praktycznie niewykonalna. Są to zblachowane pakiety magnetowodów maszyn i transformatorów. Przeciętny magnetowód składa się z kilkuset lub nawet kilku tysięcy blach grubości części milimetra (0,1-0,7), pokrytych dodatkowo powłoką izolacyjną grubości mikrona. Próby modelowania 3D prowadzą do otrzymania ogromnych macierzy dodatkowo najczęściej źle uwarunkowanych.

Drugą dziedziną jest modelowanie złożonych systemów zbudowanych z wielu maszyn i transformatorów, przewodów oraz urządzeń elektronicznych. Obliczanie pola w pewnej odległości od takiego systemu jest również praktycznie niewykonalne z zastosowaniem klasycznych metod obliczeniowych.

Prezentowana monografia jest wynikiem wieloletnich badań, prowadzonych przez autorów w Laboratorium LSEE Uniwersytetu Artois w Bethune we Francji oraz w Instytucie Mechatroniki i Systemów Informatycznych Politechniki Łódzkiej, dotyczących modelowania i pomiarów pól magnetycznych w zblachowanych i złożonych strukturach. Ze względu na to, że opracowana monografia adresowana jest do pracowników nauki, uczestników studiów podyplomowych i doktorantów, zawarto w niej zarówno ogólną wiedzę dotyczącą zjawisk fizycznych w materiałach magnetycznych, tak z punktu widzenia struktury atomu, jak i cząsteczek, domen magnetycznych oraz podejścia makro. Szczególną uwagę zwrócono na zjawisko anizotropii magnetycznej. Zrozumienie zjawisk fizycznych zachodzących w materiałach magnetycznych pozwala na tworzenie prawidłowych modeli oraz co najważniejsze prawidłowe stosowanie uproszczeń. Najobszerniejsza część pracy jest poświęcona różnym metodom homogenizacji.

Ciekawym aspektem pracy jest prezentacja pomierzonych charakterystyk w kierunku normalnym do powierzchni blachy dla różnego rodzaju materiałów: anizotropowych, izotropowych oraz amorficznych. Autorom udało się pomierzyć i zidentyfikować charakterystyki dla całego zakresu pól aż do pełnego nasycenia.

Wszystkie wyniki symulacji trójwymiarowej i dwuwymiarowej z użyciem homogenizacji zostały porównane z wynikami pomiarów. Szeroko omówiono wpływ prądów wirowych na rozkład pola w zblachowanych strukturach.

Rozdziały monografii: piąty – dotyczący metod homogenizacji, oraz siódmy – dotyczący pomiaru charakterystyki normalnej do powierzchni blachy opracowała Ewa Napieralska Juszcak. Pozostałe rozdziały zawierające wyniki badań własnych zostały opracowane wspólnie, z tym, że wszystkie obliczenia polowe zostały wykonane przez K. Komęzę.

Ze względu na obszerną weryfikację doświadczalną modelowanych przebiegów, autorzy składają podziękowanie adiunktowi w Laboratorium LSEE Uniwersytetu Artois Jean Philippe Lecointe oraz doktorantowi Nabilowi Hihat za pomoc w wykonywaniu badań eksperymentalnych.

2. Fizyczne podstawy materiałów magnetycznych

Materiały magnetyczne to jedne z podstawowych materiałów stosowanych w elektrotechnice. Zrozumienie ich własności fizycznych pozwala udoskonalać funkcjonowanie maszyn i aparatów elektrycznych. Szczególne znaczenie mają materiały magnetyczne miękkie, które dają dobrą polaryzację magnetyczną i małe straty energii. Materiały magnetyczne miękkie są najczęściej stopami ferromagnetycznymi, wielokrystalicznymi żelaza, niklu, kobaltu i spinelowych tlenków ferrytowych. Żeby wyjaśnić skomplikowane zjawiska zachodzące w materiałach magnetycznych, należy rozpatrzyć cztery skale:

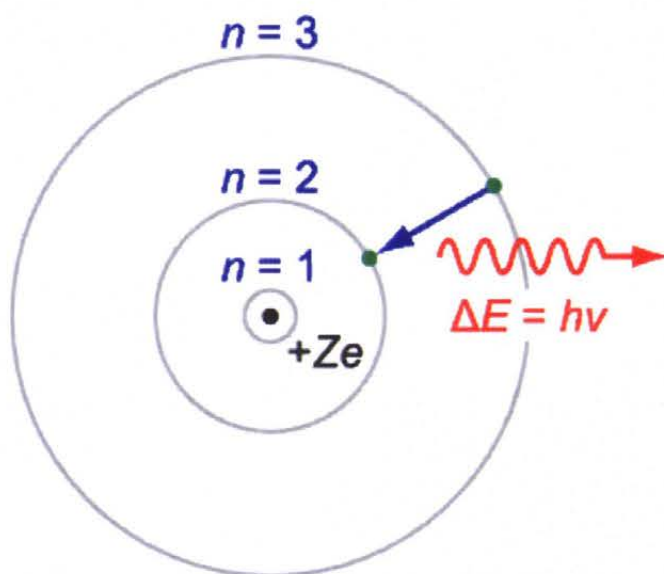
- a) zjawiska na poziomie budowy atomu,
- b) zjawiska na poziomie mikroskopowym,
- c) poziom domen magnetycznych,
- d) skalę makroskopową.

2.1. Magnetyzm a budowa atomu

2.1.1. Modele atomu

Słowo atom pochodzi z języka greckiego (atomos) i oznacza element, którego już nie da się podzielić. Atomy mają rozmiary rzędu 10^{-10} m i masę rzędu 10^{-26} kg. Ponad 99,9% masy atomu jest zawarte w jego jądrze. Jądro atomowe zbudowane jest z nukleonów: protonów o dodatnim ładunku elektrycznym i elektrycznie obojętnych neutronów. Chmurę elektronową tworzą ujemnie naładowane elektrony związane z jądrem przez oddziaływanie elektromagnetyczne. Każdy elektron posiada ujemny ładunek elektryczny $-e$. Oddziaływanie elektromagnetyczne pozwala atomom łączyć się w cząsteczki. Atom jest elektrycznie obojętny, gdy liczba elektronów jest równa liczbie protonów. Główne właściwości chemiczne atomów określa liczba protonów w jądrze, tak zwana liczba atomowa. Elektrony związane w atomach rozłożone są na powłokach, między którymi mogą przechodzić, emitując bądź absorbując fotony o określonej energii. Struktura chmury elektronowej wpływa na chemiczne właściwości atomów i większość ich właściwości magnetycznych. Suma protonów i neutronów w jądrze atomu określana jest jako liczba masowa. Pierwszy

model atomu opracował J.J. Thomson w 1897 roku. Odkrył on istnienie elektronów i stwierdził, że stanowią one element każdego atomu. Tym samym obalił tezę, że atomy są ostatecznymi, niepodzielnymi elementami materii. Stworzył pierwszy model struktury atomu, w którym ujemnie naładowane elektrony unoszą się w jednorodnej, dodatnio naładowanej kuli. Kolejną modyfikację zaproponował E. Rutherford. Przyjął on, że większość masy atomu skupiona jest w niewielkim jądrze w jego centrum, a ujemnie naładowane elektrony krążą wokół jądra. Następny model zaproponował Duńczyk, fizyk Niels Bohr. Wyjaśnił on występowanie linii spektralnych w widmach emisyjnych pierwiastków przez wprowadzenie hipotezy istnienia zestawu dopuszczalnych orbit, na których mogą krążyć elektrony wokół jądra atomowego. W jego modelu każdy elektron musiał zaabsorbować lub wyemitować foton o określonej energii, żeby przejść z jednej orbity na drugą (rys. 2.1).



Rys. 2.1. Model Bohra

Bohr, budując swój model atomu, przyjął dwa postulaty:

- Orbitalny moment pędu elektronu jest skwantowany i może przybierać dyskretne wartości, tzn. z nieskończonej ilości orbit elektron może przyjąć tylko te, dla których jego moment pędu jest równy wielokrotności zredukowanej stałej Plancka:

$$L = 2\pi n\hbar \quad (2.1)$$

gdzie: $n = 1, 2, 3, \dots$, $\hbar$ – zredukowana stała Plancka.

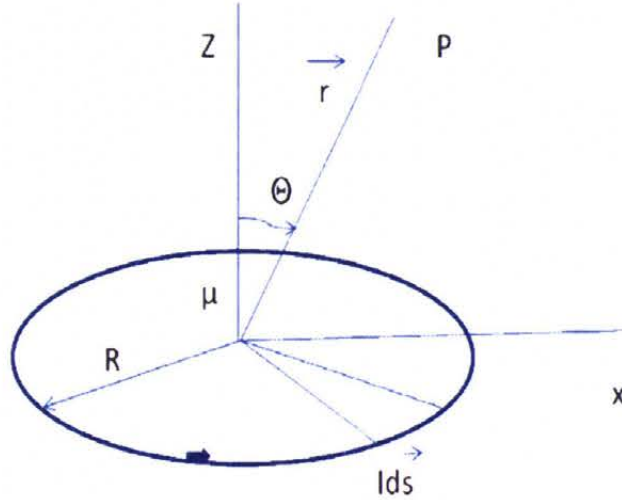
- Podczas zmiany orbity, której towarzyszy zmiana energii elektronu, atom emituje foton. Energia fotonu równa jest różnicy między energiami elektronu na orbicie początkowej i końcowej:

$$E_f = h\nu = E_2 - E_1 \quad (2.2)$$

gdzie: E_2 i E_1 – energie elektronu, odpowiednio, końcowa i początkowa, h – stała Plancka, ν – częstotliwość fotonu.

$$\boldsymbol{\mu} = I \mathbf{dS} \quad (2.3)$$

gdzie $\boldsymbol{\mu}$ jest dipolowym momentem magnetycznym mierzonym w Am^2 (amperach razy metr kwadratowy) lub w J/T (dżulach na tesłę), $\mathbf{dS}$ jest wektorem powierzchniowym (którego wartość jest równa polu powierzchni w metrach kwadratowych) zamkniętej przez pętlę z prądem, I jest stałym natężeniem prądu, mierzonym w amperach.



Rys. 2.2. Model planetarny atomu, pozwalający zdefiniować magneton Bohra [68]

Moment kinetyczny orbitalny można opisać zależnością:

$$\sigma_z = mR^2 \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.4)$$

gdzie $\frac{d\varphi}{dt}$ oznacza prędkość kątową wektora promienia R .

Stąd można uzyskać zależność pomiędzy a oraz σ_z

$$a = \frac{\sigma_z T}{2m} \quad (2.5)$$

Skąd wynika

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2m} \sigma_z \quad (2.6)$$

gdzie: e oznacza ładunek elektronu, T okres obrotu elektronu po torze eliptycznym.

Istnieje, więc zależność pomiędzy wektorem momentu kinetycznego z jednej strony i momentem magnetycznym z drugiej.

Dla ośrodków ciągłych moment magnetyczny można zdefiniować, jako całkę objętościową z iloczynu wektorowego wektora wodzącego $\mathbf{r}$ i gęstości prądu $\mathbf{j}$:

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{2} \int (\mathbf{r} \times \mathbf{j}) dV \quad (2.7)$$

W układzie jednostek SI moment magnetyczny wyraża się w jednostkach A m^2 . W zastosowaniach w fizyce jądrowej i atomowej wyraża się go jednak zwykle w magnetonach. W przypadku układów atomowych, których magnetyzm wynika z ruchu elektronów, stosuje się magneton Bohra, natomiast magneton jądrowy używany jest przy opisie efektu znacznie słabszego, jakim jest magnetyzm jąder i nukleonów. Moment magnetyczny układu ładunków wyraża suma:

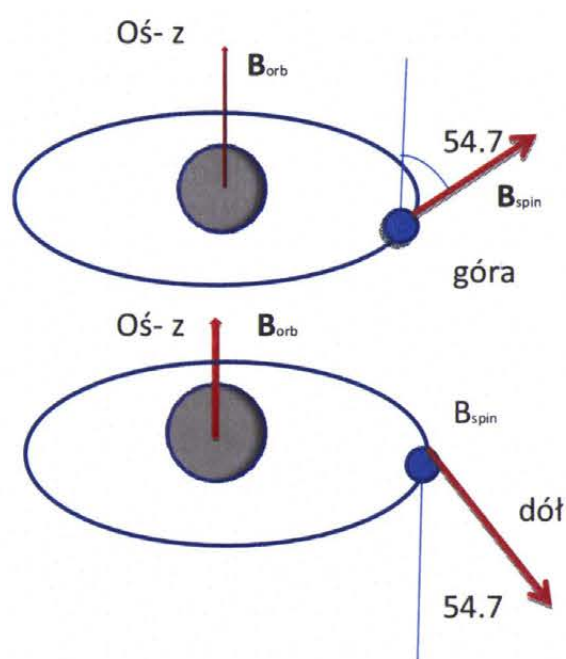
$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n q_k (\mathbf{r}_k \times \mathbf{v}_k) \quad (2.8)$$

gdzie q_k jest k-tym ładunkiem, a $\mathbf{r}_k$ i $\mathbf{v}_k$ to odpowiednio jego wektory: wodzący i prędkości.

Wartość magnetonu Bohra wynosi $9,273 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$. Jest to jednostka momentu magnetycznego w skali atomowej.

Model Bohra miał szereg wad. Dotyczył on atomu wodoru i nie dało się go zaadaptować do opisu atomów posiadających więcej niż dwa elektrony. Nie pozwalał również wyjaśnić teorii powstawania wiązań chemicznych. Z tych powodów został on zastąpiony przez inne, kolejno opracowane modele. W 1924 roku Louis de Broglie wprowadził teorię falową cząstek. W 1926 roku Erwin Schrödinger rozwinął tę ideę, przedstawiając matematyczny model atomu, w którym ruch elektronów został opisany funkcjami fal stojących. Konsekwencją opisywania cząstek jako fali było to, że matematycznie niemożliwe stało się jednoczesne określenie ich położenia i pędu. Zostało to sformułowane przez Wernera Heisenberga w 1926 roku jako zasada nieoznaczoności. Zgodnie z nią, zwiększając precyzję pomiaru położenia, zmniejsza się jednocześnie precyzję pomiaru pędu i vice versa. Model Schrödingera umożliwił rozwiązanie problemów, które napotykały wcześniejsze modele przy wyjaśnianiu linii spektralnych atomów cięższych od wodoru. Obecnie przyjmuje się go za obowiązujący [28, 142, 173, 365].

Każdy elektron posiada również moment kinetyczny nazywany spinem. Spin jest to moment własny pędu cząstki w układzie, w którym nie wykonuje ona ruchu postępowego. Moment własny to taki moment, który nie wynika z ruchu danej cząstki względem innych cząstek, lecz tylko z samej natury tej cząstki. Każdy rodzaj cząstek elementarnych ma odpowiedni spin. Cząstki będące konglomeratami cząstek elementarnych mają spin będący sumą wektorową spinów wchodzących w jego skład cząstek elementarnych. Spin jest pojęciem czysto kwantowym. W mechanice klasycznej, gdy cząstka spoczywa, musi mieć zerowy moment pędu. Układ spoczynkowy istnieje tylko wtedy, kiedy cząstka ma masę. Gdy cząstka jest pozbawiona masy, jak np. foton, można jedynie określić rzut spinu na kierunek propagacji cząstki. Z każdym stanem kwantowym elektronu w atomie jest związany moment pędu $\mathbf{L}$ i skierowany przeciwnie moment magnetyczny $\boldsymbol{\mu}$. Te dwie wielkości wektorowe są sprzężone.



Rys. 2.3. Ilustracja pojęcia spinu dodatniego i ujemnego

Jeżeli ostatnia orbita atomu jest pełna, istnieje wtedy taka sama ilość elektronów ze spinem dodatnim jak i ze spinem ujemnym. Możemy powiedzieć, że moment jest sparowany. Jeżeli powłoka walencyjna jest niekompletna, momenty orbitalne kinetyczne i spiny są powiązane. Jedną z możliwych metod to sprzężenie Russella Saundersa. Moment orbitalny i moment spinowy składają się wektorowo, tworząc wypadkowy moment orbitalny $\mathbf{L} = \sum_i m\mathbf{l}_i$ i wypadkowy moment spinowy $\mathbf{S}$. Ich złożenie

daje wypadkowy moment magnetyczny powłok elektronowych $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$. Poziomy energetyczny atomu opisuje się wówczas przez trzy liczby kwantowe L , S i J . Wiązania między atomami metalu, jeśli występują w izolowanej formie, są typowymi wiązaniami kowalencyjnymi. Wyróżniają

się jednak w stosunku do analogicznych wiązań między niemetalami dwiema istotnymi cechami. Ulegają one łatwiejszej polaryzacji pod wpływem pola elektrycznego ze względu na to, że w metalach elektrony walencyjne są słabiej związane z jądrami atomów niż w niemetalach. Ze względu na występowanie w metalach dużej liczby orbitali walencyjnych zachodzi zjawisko ich nakładania się, co powoduje, że wiązania te nabierają często charakteru częściowo wielokrotnego. Cechy te powodują, że w kryształach metali powstają pasma zdelokalizowanych elektronów, które mogą swobodnie się przemieszczać pod wpływem przyłożonego napięcia elektrycznego, dzięki czemu metale są dobrymi przewodnikami elektrycznymi.

Cząstki mające spin i ładunek elektryczny różny od zera generują wokół siebie słabe pole magnetyczne. W fazie skondensowanej oddziaływanie spinów może prowadzić do zjawiska ferromagnetyzmu. Ferromagnetyzm to zjawisko, w którym materia wykazuje własne, spontaniczne namagnesowanie. Spin elektronu oraz jego orbitalny moment pędu wytwarzają magnetyczny moment dipolowy. Elektron w ruchu, jako obdarzony ładunkiem elektrycznym, wytwarza pole magnetyczne. Oba zjawiska wytwarzają pole magnetyczne. Elektron jako cząstka kwantowa posiada wyraźne różnice – spin może przyjmować tylko dwie wartości (umownie określane jako *góra* i *dół*), a orbitalny moment magnetyczny przyjmuje tylko określone wartości. Atomy z częściowo zapełnioną powłoką (niesparowanymi spinami) posiadają wypadkowy moment magnetyczny różny od zera. Dipole te ustawiają się równolegle do linii zewnętrznego pola, ale z ustawienia tego wytrącane są przez drgania termiczne. W takich materiałach wytwarza się wewnętrzne pole magnetyczne skierowane zgodnie z zewnętrznym polem magnetycznym. Materiały te posiadają pole magnetyczne pomimo braku zewnętrznego pola magnetycznego, co nazywamy namagnesowaniem spontanicznym. Drgania cieplne sieci wytrącają atomy z ich uporządkowania, aż w pewnej temperaturze, zwanej temperaturą Curie, drgania sieci są tak duże, że oddziaływanie atomów nie jest w stanie utrzymać jednakowego ustawienia dipoli magnetycznych, materiał przestaje być ferromagnetykiem. Utrzymanie dużych obszarów jednakowego namagnesowania wytwarza pole magnetyczne w dużym obszarze, co jest stanem o bardzo dużej energii, dlatego kryształ może zmienić namagnesowanie części swoich obszarów, tak by pole magnetyczne na zewnątrz ciała było jak najmniejsze. Tak zachowuje się większość ferromagnetyków. Obszary o jednakowym namagnesowaniu nazywamy domenami magnetycznymi. W zależności od materiału domeny te mogą łatwo (ferromagnetyki miękkie) lub trudno (ferromagnetyki twarde) zmieniać kierunek namagnesowania oraz swoje granice. W ferromagnetykach miękkich bez obecności zewnętrznego pola magnetycznego domeny ustawiają się tak, by zminimalizować energię

ciała jako całości. Wokół ciał takich pozostaje tylko niewielkie pole magnetyczne. Nawiązując do klasycznej teorii elektromagnetyzmu, dwa pobliskie dipole magnetyczne powinny ustawiać się w przeciwnych, tzn. antyrównoległych kierunkach, analogicznie do dwóch swobodnych magnesów (co utworzyłoby materiał antyferromagnetyczny). Jednak w ferromagnetyku, gdzie między elektronami zachodzi oddziaływanie elektrostatyczne, stan układu może być bardziej stabilny i energetycznie korzystniejszy wówczas, gdy spinowe momenty magnetyczne elektronów ustawią się w tym samym kierunku (równolegle). Ich energia elektrostatyczna zostaje obniżona i jej różnica nazywana jest energią wymiany, a całe zjawisko – wymiennym oddziaływaniem wzajemnym.

Określmy teraz energię wymiany, która jest wynikiem oddziaływania pomiędzy sąsiadującymi ze sobą atomami poprzez wspólne elektrony. Energię tę wyraża się za pomocą funkcji spinu S_i oraz S_j w postaci:

$$E_{ij} = -2J_{ij}S_iS_j \quad (2.9)$$

Zależność ta została zaproponowana przez Heisenberga, J_{ij} oznacza całą energię wymienianą pomiędzy atomami i oraz j . Jeżeli energia J_{ij} jest pozytywna, powoduje ona ustawienia ferromagnetyczne, w przeciwnym razie antyferromagnetyczne. Energia wymiany jest bardzo trudna do obliczenia i najczęściej określa się ją w wyniku pomiarów.

Moment magnetyczny atomu μ_i jest bezpośrednio związany z momentem kinetycznym spinowym. W celu określenia zachowania systemu momentów w cząsteczce materiału ferromagnetycznego można zapisać zależność energii wymiany pomiędzy dwoma sąsiednimi momentami μ_i oraz μ_j przy $E > 0$ jako:

$$E_{ij} = E\mu_i\mu_j \quad (2.10)$$

Zakładając, że materiał zawiera N momentów μ_i w jednostce objętości, energię wymiany pomiędzy μ_i oraz Z sąsiadami możemy zapisać jako:

$$E_i = -E\mu_i \sum_{j=1}^Z \mu_j = -ZE\mu_i \langle \mu_j \rangle \quad (2.11)$$

gdzie $\langle \mu_j \rangle$ oznacza średni moment widziany przez atom i , obliczony dla j sąsiadów.

$\langle \mu_j \rangle$ jest zmienny w poszczególnych punktach kryształu. Do tej pory nie jest znana dokładna metoda pozwalająca na obliczenie energii wymiany. Aby umożliwić obliczenie energii, należy wprowadzić uprosz-

czenie, przyjmując, że $\langle \mu_j \rangle$ przyjęte dla Z sąsiadów atomu i jest stałe dla całego kryształu. $\langle \mu_j \rangle$ dane jest zależnością:

$$\langle \mu_j \rangle = \frac{\mathbf{J}_p}{\mu_0 N} \quad (2.12)$$

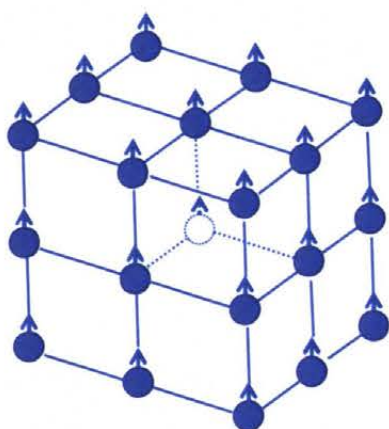
gdzie $\mathbf{J}_p$ określa polaryzację magnetyczną środowiska.

Jeżeli istnieje pole zewnętrzne o indukcji B , to energia wewnętrzna momentu M_i przyjmie postać:

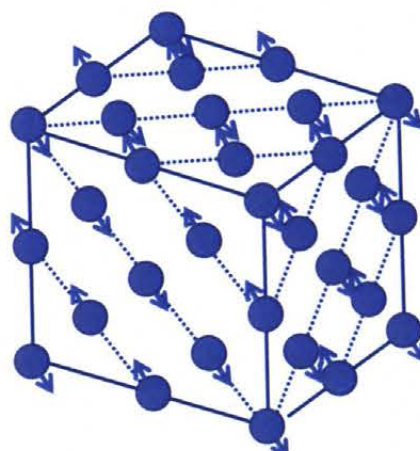
$$E_i = -\mu_i \left(\mathbf{B} + \frac{ZE}{\mu_0 N} \mathbf{J}_p \right) \quad (2.13)$$

Jako przykład uporządkowanej struktury można wziąć blachę Fe-Si 3% używaną często w konstrukcjach maszyn elektrycznych. Fizycznie jest to roztwór stały krzemu w żelazie. Atom krzemu jest prawie dwukrotnie lżejszy od atomu żelaza. Atomy krzemu nie posiadają momentu magnetycznego. W temperaturze pokojowej wszystkie atomy żelaza ustawiają się równolegle, jak to pokazano na rysunku 2.4a. Mamy w tym przypadku do czynienia z materiałem ferromagnetycznym. W innych ciałach stałych można podzielić siatkę krystaliczną na dwie części, w każdej momenty atomowe ustawiają się równolegle, ale w kierunkach przeciwnych. Mamy wtedy do czynienia z materiałem antyferromagnetycznym (rys 2.4b).

(a)



(b)



Rys. 2.4. Przykład uporządkowanej sieci krystalicznej: a) kryształ sześcienny ferromagnetyczny Fe-Si, b) kryształ antyferromagnetyczny (tlenek manganu MnO) [68]

2.2. Zjawiska magnetyczne w skali mikroskopowej

Przedstawimy tutaj zjawiska magnetyczne i ich interpretację fizyczną w skali mikroskopowej. Skala ta jest mniejsza niż domeny magnetyczne, których ruch jest odpowiedzialny za stan namagnesowania ferro i ferri-magnetyków. Pierwszym stanem, który zostanie omówiony, jest zjawisko diamagnetyzmu. Jest to zjawisko polegające na powstaniu wewnątrz ciała pola magnetycznego indukowanego przez zewnętrzne pole i przeciwdziałające mu. W ciele powstaje namagnesowanie $\mathbf{J}$ skierowane przeciwnie do wektora natężenia pola magnetycznego $\mathbf{H}$ działającego na to ciało.

$$\mathbf{J} = \mu \chi \mathbf{H} \quad (2.14)$$

gdzie χ jest podatnością magnetyczną, która dla ciał diamagnetycznych jest ujemna. Jest ona niezależna od temperatury i jej wielkość jest rzędu 10^{-5} .

Zjawisko diamagnetyzmu występuje we wszystkich rodzajach ciał. Można je wytłumaczyć przez fakt, że ruch elektronów wokół jądra atomu, który znajduje się w zewnętrznym polu magnetycznym, powoduje zgodnie z regułą Lenza indukowanie się strumienia, który przeciwstawia się zmianom wymuszonym przez pole zewnętrzne. Podatność magnetyczna χ układu izolowanego atomów może być obliczona teoretycznie i jest ona proporcjonalna do wziętej ze znakiem minus sumy kwadratów średnich promieni orbit elektronowych. Niektóre ciała (np. węglowodory aromatyczne) wykazują anizotropię diamagnetyczną, tj. zależność podatności magnetycznej χ od kierunku.

Kolejny stan to paramagnetyzm. Jest to zjawisko magnesowania się makroskopowego ciała w zewnętrznym polu magnetycznym w kierunku zgodnym z kierunkiem pola zewnętrznego. W średnich temperaturach oraz dla słabych pól magnetycznych paramagnetyki wykazują liniową zależność namagnesowania od pola zewnętrznego. W niskich temperaturach lub dla bardzo silnych pól magnetycznych namagnesowanie traci liniową zależność od pola zewnętrznego i wykazuje nasycenie. Podatność magnetyczna zależy od temperatury, zjawisko to ujmuje prawo Curie. Podatność magnetyczna paramagnetyków jest dodatnia. Jest ona najczęściej zawarta pomiędzy 10^{-5} - 10^{-3} . Zarówno dia- jak i paramagnetyki znajdują małe zastosowania w elektrotechnice.

Przyczyną paramagnetyzmu jest porządkowanie się spinów elektronów ciała zgodnie z liniami zewnętrznego pola magnetycznego. W niskich temperaturach lub w silnych polach magnetycznych dochodzi do uporządkowania niemal wszystkich dipoli magnetycznych elektronów, w wyniku czego dochodzi do nasycenia. Przy braku pola zewnętrznego

momenty atomowe są nieuporządkowane. W celu osiągnięcia stanu minimalnej energii ciała paramagnetycznego rozkład momentów magnetycznych jest zgodny z prawem statystycznym Maxwella-Boltzmana oraz kątem pomiędzy momentem magnetycznym a polem zewnętrznym. Jest on dany zależnością:

$$p(\theta) = Ce^{(M_0 B \cos \theta / kT)} \quad (2.15)$$

gdzie k jest stałą Boltzmana równą $1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/}^\circ$, M_0 jest momentem atomowym, T – temperaturą w kelwinach.

W fizyce klasycznej, gdzie dopuszczalne są wszystkie kierunki momentów atomowych, polaryzacja jest równoległa do wektora indukcji, a jej amplituda jest równa:

$$\begin{aligned} J &= \mu_0 N M_0 \alpha(\chi) \\ \text{dla} \quad \chi &= \frac{M_0 B}{kT} \end{aligned} \quad (2.16)$$

gdzie

$$\alpha(\chi) = \coth(\chi) - \frac{1}{\chi} \quad (2.17)$$

Funkcję tę nazywamy funkcją Langevina.

Jeżeli uwzględnimy kwantyfikację kierunków momentów atomowych, to projekcja kierunków momentów atomowych na kierunek wektora indukcji pola zewnętrznego może przyjmować tylko $2J+1$ wartości od $-g_J J \mu_B$ do $+g_J J \mu_B$. W tym przypadku należy zastąpić w zależności 2.16 funkcję Langevina przez funkcję Brillouina. Funkcja ta dana jest wzorem:

$$B_J(\chi) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J} \chi\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{\chi}{2J}\right) \quad (2.18)$$

Funkcja Langevina jest wersją funkcji Brillouina, gdy J dąży do nieskończoności. Zarówno funkcje Langevina, jak i funkcje Brillouina można aproksymować poprzez rozwinięcie ograniczone w otoczeniu 0. W tym przypadku mamy zależność $\alpha(\chi) = \chi/3$, a polaryzację magnetyczną możemy ostatecznie zapisać jako:

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \mu_0 \chi \mathbf{H} \\ \chi &= C / T \\ C &= \mu_0 N M_0 / 3k \end{aligned} \quad (2.19)$$

W materiałach, w których atomy posiadają powłoki elektronowe, całkowity moment dipolowy wszystkich elektronów wynosi zero, czyli występuje sparowanie spinów (taka sama liczba spinów *góra* i *dół* powoduje wzajemne znoszenie się ich momentów). Jedynie atomy z częściowo zapełnioną powłoką (niesparowanymi spinami) posiadają wypadkowy moment magnetyczny różny od zera. Dipole te ustawiają się równolegle do linii zewnętrznego pola, ale z ustawienia tego wytrącane są przez drgania termiczne. W takich materiałach wytwarza się wewnętrzne pole magnetyczne skierowane zgodnie z zewnętrznym polem magnetycznym. Właściwości paramagnetyczne posiadają substancje o niesparowanych elektronach.

Kolejnym zjawiskiem jest ferromagnetyzm. Jest to zjawisko, w którym materia wykazuje własne, spontaniczne namagnesowanie. Jest odpowiedzialne za większość magnetycznych zachowań spotykanych w elektrotechnice. W materiałach tych odległości pomiędzy atomami są wystarczająco małe (rzędu 1 angstrema), aby występowała między nimi interakcja. Momenty atomowe mają tendencję do spontanicznego ustawiania się równolegle. Wzrost temperatury prowadzi do zaburzenia tego ustawienia. W temperaturze Curie polaryzacja spontaniczna ferromagnetyków całkowicie zanika. Powyżej temperatury punktu Curie ferromagnetyk zachowuje się jak paramagnetyk, przy czym podatność magnetyczna jest odwrotnie proporcjonalna do $T - T_C$, gdzie T_C jest temperaturą punktu Curie. Mówimy wtedy o paramagnetyzmie Curie-Weiss'a. Energia interakcji magnetostatycznej pomiędzy momentami magnetycznymi jest dużo niższa od energii aktywacji termicznej kT , zbyt mała, żeby spowodować ustawienie się równolegle momentów magnetycznych atomu. Źródła uporządkowania momentów atomowych w ferromagnetyku są typu elektrostatycznego. Wynikają z energii wymiany pomiędzy momentami kinetycznymi spinów. Energia ta wyrażona jest zależnością:

$$W_{ij} = -2J_{ij} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j \quad (2.20)$$

gdzie $\mathbf{S}_i$ oraz $\mathbf{S}_j$ oznaczają momenty magnetyczne spinów dwóch atomów i oraz j , J_{ij} oznaczają całkowitą wymianę pomiędzy atomami i oraz j .

Wartość J_{ij} zmniejsza się bardzo szybko w funkcji odstępu pomiędzy atomami. Energia wymiany wystąpi tylko w atomach znajdujących się w najbliższym sąsiedztwie. Energia ta określa wyraźnie zachowanie ferromagnetyka: ujemna wartość J_{ij} oznacza zachowanie typu ferrimagne-

tycznego (zostanie ono omówione w dalszej części rozdziału), dodatnie J_{ij} oznacza zachowanie ferromagnetyczne.

Jeżeli mamy materiał złożony z jednego elementu magnetycznego, to energia wymiany jest stała i dana zależnością:

$$W_{ij} = E \mathbf{M}_i \mathbf{M}_j \quad (2.21)$$

Energia momentu magnetycznego $\mathbf{M}_j$ atomu umieszczonego w zewnętrznym polu magnetycznym $\mathbf{B}$ i otoczonym Z bliskimi sąsiadami $\mathbf{M}_j$ jest dana wzorem:

$$U_j = -\mathbf{M}_j [\mathbf{B} + ZE \langle \mathbf{M}_j \rangle] \quad (2.22)$$

Przyjmijmy, że uśredniona wartość momentów magnetycznych Z sąsiadów atomu i wynosi $\mathbf{M}_j$ dla całego kryształu. Oznaczając $\mathbf{M}_j = \mathbf{J} / (\mu_0 N)$, gdzie N oznacza ilość atomów mających moment magnetyczny w jednostce objętości, otrzymamy zależność:

$$U_i = -\mathbf{M}_i [\mathbf{B} + \lambda \mathbf{J}] \quad (2.23)$$

$$\lambda = \frac{ZE}{\mu_0 N}$$

Wygląda to tak, jak gdyby moment magnetyczny zależał w każdej chwili nie tylko od pola zewnętrznego o indukcji B , ale również od pola wewnętrznego λJ proporcjonalnego do polaryzacji materiału i nazywanego polem cząsteczkowym.

Ostatnim typem materiału są ferrimagnetyki. Są to materiały, w których w temperaturach poniżej temperatury Neela pojawia się spontaniczne antyrównoległe uporządkowanie elementarnych momentów magnetycznych. Momenty te nie kompensują się wzajemnie do zera. Ferrimagnetyki charakteryzują się polaryzacją spontaniczną dużo mniejszą niż ferromagnetyki. W tabeli 2.1 przedstawiono własności różnych ferro- i ferrimagnetyków, wartości polaryzacji samoistnej w temperaturze 0 K i 300 K. Temperatura punktu Curie może zostać obliczona z zależności:

$$T_c = \frac{M_0 \lambda J_0}{3k} = \frac{M_0^2 Z E}{3k} \quad (2.24)$$

Wartość temperatury Curie jest proporcjonalna do interakcji między atomami E .

Tabela 2.1. Własności różnych materiałów o specyficznych własnościach magnetycznych

Własność	Temperatura Curie	J_s^0	J_s^{300}	struktura	K_1
Jednostki	K	T	T	-	kJ/m ³
Materiał					
żelazo	1043	2,18	2,16	cc	48
kobalt	1394	1,816	1,72	hc	530
nikiel	631	0,64	0,61	cfc	-4,5
gadolinium	289	2,66	0	hc	0
Fe ₃ O ₄	858	0,641	0,6	spinelowa	-13
CoFe ₂ O ₄	793	0,623	0,5	spinelowa	180
NiFe ₂ O ₄	858	0,377	0,34	spinelowa	-6,9
Y ₃ Fe ₅ O ₁₂	553	0,247	0,17	grenat	-2,5
Cu ₂ MnAl	610	0,794	0,7	cc	-0,47
BaFe ₁₂ O ₁₉	723	0,565	0,48	h	250
SmCo ₅	995	1,097	1,05	h	17000
Nd ₂ Fe ₁₄ B	585	1,86	1,61	kwadr	4900

Materiały ferrimagnetyczne mają samoistną polaryzację dużo niższą niż ferromagnetyki. Również temperatura punktu Curie jest dla nich niższa.

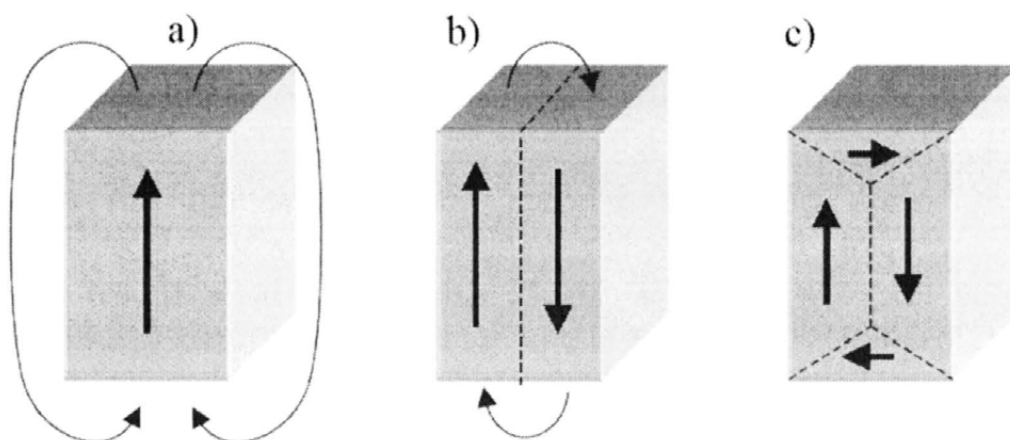
Ferryty mają pewne własności, które powodują ich stosowanie w elektrotechnice. Mają bardzo wysoka rezystywność, co pozwala na stosowanie ferrytów miękkich litych. Zachowują tę właściwość również w wysokich częstotliwościach rzędu MHz. Przykładowo dla kilkuset kHz rezystywność manganianu cynku jest rzędu 1 Ωm , nikielocynku 106 Ωm (do częstotliwości 500 MHz), natomiast rezystywność blachy krzemowej stosowanej w transformatorach jest rzędu $48 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$.

Ferryty twarde mają bardzo wysoką koercję, więc są wyśmienitym materiałem do produkcji magnesów trwałych.

2.3. Domeny magnetyczne Weissa i ścianki Blocha

W ferromagnetykach i ferrimagnetykach atomy znajdują się na tyle blisko siebie, że momenty magnetyczne niesparowanych elektronów silnie oddziałują między sobą. Prowadzi to do spontanicznego namagnesowania materiału, co pozwala na obniżenie wewnętrznej energii magnetycznej. Sąsiadujące momenty ustawiają się równolegle [46]. Grupy dipoli ukierunkowanych równolegle tworzą obszary spontanicznego namagnesowania, zwane domenami magnetycznymi (obszarami Weissa). Jeśli spontanicznie namagnesowany obszar jest wystarczająco duży, następuje podział domeny na mniejsze części, z których każda jest namagnesowana antyrównolegle do sąsiedniej (lub prostopadle w przypadku domen zamykających). Pozwala to na zawarcie całkowitej energii magnetycznej wewnątrz danego ziarna lub kryształu, czyli osiągnięcie stanu o jeszcze niższej energii [285, 362]. Materia w domenie jest całkowicie namagnesowana w jednym kierunku, zwykle wzdłuż jednej z głównych osi krystalograficznych (w metalu). Jednak w większej skali przewaga energii wymiany ustępuje na korzyść klasycznej tendencji dipoli do ustawiania się antyrównolegle. Wyjaśnia to, dlaczego nienamagnesowany ferromagnetyk nie posiada wypadkowego pola magnetycznego bądź posiada niewielkie.

Moment magnetyczny wszystkich, bezładnie zorientowanych domen znoszą się, dając zerowy bądź zbliżony do zera wypadkowy moment magnetyczny całego ciała.



Rys. 2.5. a) jedna domena, b) dwie antyrównoległe domeny, c) wiele domen – minimalny stan energii [68]

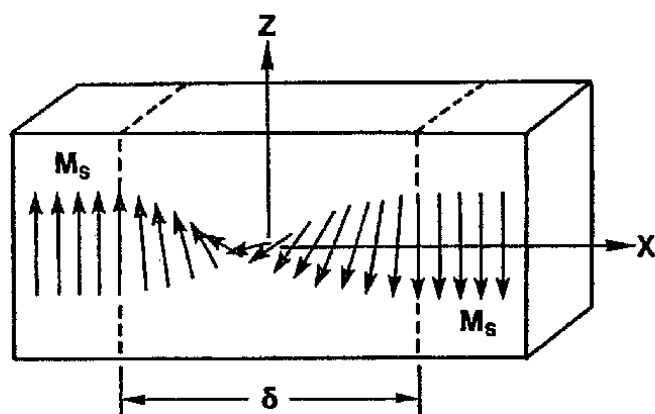
Przejście pomiędzy dwiema domenami, gdzie magnetyzacja zmienia kierunek, nazywane jest granicą domenową. Przykładem ścianki domenowej są ścianki Blocha i ścianki Néela. W ściankach Blocha magnetyzacja zmienia się równolegle, a w ściankach Néela prostopadle do kierunku domeny. Jest to stopniowe przejście w skali atomowej. Ścianki domenowe mają szerokość rzędu kilkuset atomów, w porównaniu do szerokości

domen magnetycznych dochodzących do kilku milimetrów. W ścianie momenty magnetyczne kolejnych atomów obracają się o nieznaczny kąt tak, że na przestrzeni kilkuset atomów następuje obrót o 90° lub 180° , w zależności od rodzaju domeny i ustawienia kierunku namagnesowania domen po obu stronach ściany.

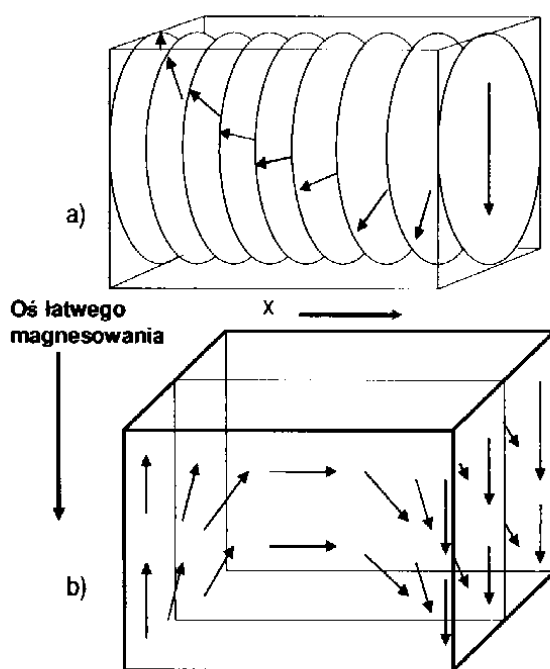
a)



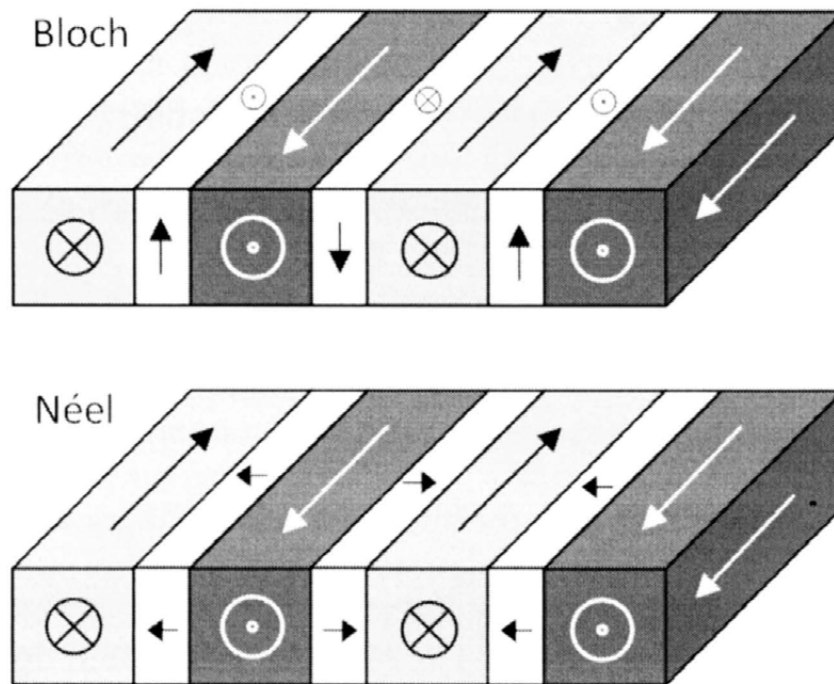
b)



c) magnetyzacja jednoosiowa



Rys. 2.6. Stopniowa zmiana kierunków momentów magnetycznych w ścianie domenowej



Rys. 2.7. Ścianki domenowe typu Blocha i Néela

Energię ścianki Blocha można obliczyć, przyjmując, że następuje w niej zmiana spinu na przeciwny. Na skutek obrotu wektora magnetyzacji energia ścianki zmienia się. W tym samym czasie magnetyczny moment jonu również zmienia kierunek, stopniowo się przekręcając. Gęstość powierzchniowa energii ścianki dana jest zależnością:

$$\gamma = 4\sqrt{AK_1} = 4\sqrt{\frac{kT_c K_1}{a}} \quad (2.25)$$

gdzie T_c jest temperaturą punktu Curie, k jest stałą Boltzmanna,

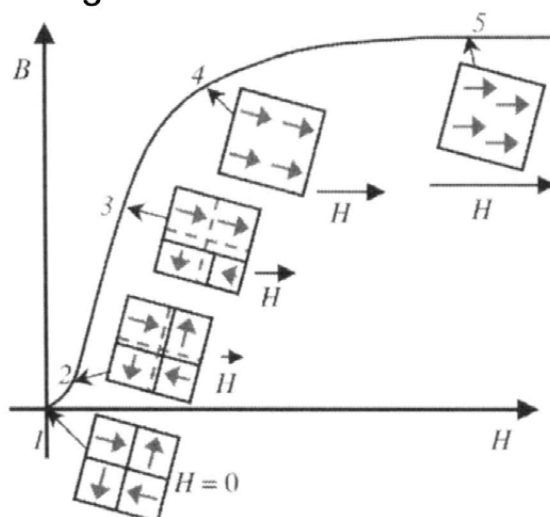
A jest parametrem energii wymiany $A \approx \frac{kT_c}{a}$, dla większości mate-

riałów A jest równe 4, a jest szerokością ścianki Blocha.

Podczas magnesowania materiału następuje zmiana szerokości domen, a co z tym związane przesuwanie się ścianek w materiale. Powoduje to generowanie się lokalnych prądów wirowych oraz rozpraszanie energii. Im szersze są domen, tym szybciej muszą się przesuwać ścianki domenowe, dlatego też w blasze elektrotechnicznej dąży się do domen jak najdłuższych i stosunkowo wąskich. Uzyskuje się to poprzez odpowiednią obróbkę metalurgiczną. Jednym ze sposobów uzyskania pożądanej struktury domenowej jest dodanie odpowiedniej powłoki, która wprowadza naprężenia mechaniczne rozciągające w kierunku zgodnym z kierunkiem domen. Dalsze udoskonalenie struktury domenowej uzyskuje się poprzez wprowadzenie dodatkowych naprężeń mechanicznych w kierunku prostopadłym do kierunku domen. Efekt taki może zostać osiągnięty przy użyciu promienia lasera lub też bardziej konwencjonalnie

poprzez walcowanie powierzchni materiału stalowymi kulami pod odpowiednim naciskiem. Uzyskuje się wówczas kilkukrotne zmniejszenie szerokości domen, znaczące zmniejszenie strat mocy i wzrost przenikalności, bez wyraźnego wpływu na inne parametry [217]. Z uwagi na energię anizotropii kryształu, domeny ustawiają się w kierunku najłatwiejszego magnesowania kryształu. Im czystszy kryształ, tym większe rozmiary domen. Najdłuższe domeny występują w orientowanych blachach elektrotechnicznych, w których długość monokrystalicznego ziarna (i domeny) może sięgać nawet powyżej 20 mm. Najczęściej domeny mają tę samą grubość co cały monokryształ, czyli około 0,18-0,35 mm w przypadku blachy elektrotechnicznej. Rozmiary poprzeczne zależą od dodatkowych uwarunkowań, jak np. energia anizotropii kryształu, temperatura, częstotliwość przemagnesowania itd. W stanie rozmagnesowanym domeny paskowe mogą osiągać szerokość do kilku mm. W materiałach magnetycznie twardych domeny mogą być bardzo małe. Rozmiar jest oczywiście również ograniczony wielkością monokryształu i grubością ścianek domenowych. W przypadku ziarna o średnicy kilkuset atomów wymiar kryształu jest porównywalny z grubością ścianki domenowej i w takim przypadku pojęcie klasycznej domeny magnetycznej przestaje mieć znaczenie. Kierunki momentów magnetycznych poszczególnych atomów nie leżą wówczas równolegle i zmieniają się ciągle w całej objętości materiału. Istnienie i zachowanie domen magnetycznych ma olbrzymie znaczenie praktyczne. W procesie przemagnesowania zachodzi ciągła zmiana objętości domen (w wyniku przesuwania ścianek), co skutkuje zmianą globalnego stanu namagnesowania materiału [150, 270, 273, 274].

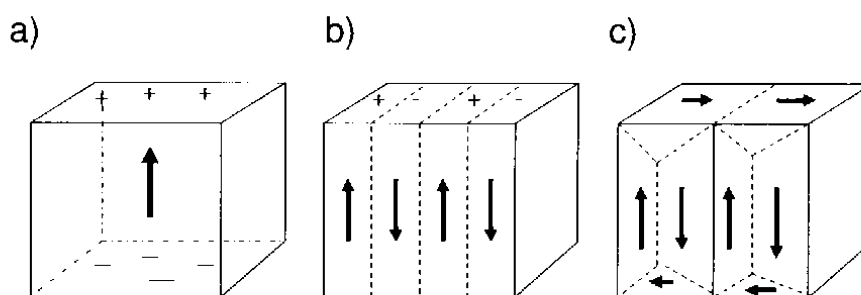
W dalszej części przedstawiona zostanie dyskusja, w jaki sposób ruchy ścianek domenowych i zmiany struktury domenowej wpływają na kształt charakterystyk magnesowania.



Rys. 2.8. Krzywa magnesowania i odpowiadające jej punktom ruchy ścianek domenowych i zmiany struktury domenowej

W rozmagnesowanym materiale objętości wszystkich domen ustawiają się tak, aby zminimalizować całkowitą energię magnetyczną, co objawia się brakiem zewnętrznego pola magnetycznego emitowanego przez materiał. Jeśli nie jest przyłożone żadne zewnętrzne pole magnetyczne, to materiał pozostaje w stanie nienamagnesowanym i domen w jednym kierunku mają równą objętość w porównaniu do domen antyrównoległych (punkt 1 na rysunku). Jeśli jednak zostanie przyłożone zewnętrzne pole magnetyczne, to domen, których kierunek jest najbardziej zbliżony do kierunku pola, zaczną zwiększać swoją objętość kosztem innych domen (punkty 2 i 3). Przy dalszym zwiększaniu natężenia pola zewnętrznego następuje rozrost do pojedynczej domeny tak, że zajmuje ona całą lub prawie całą objętość materiału (punkt 4). Kierunek domeny nie musi jednak w tym momencie odpowiadać kierunkowi przyłożonego pola, ponieważ anizotropia kryształu powoduje ustawianie się domeny w kierunku łatwego magnesowania kryształu. Jeśli jednak pole zewnętrzne zostanie jeszcze zwiększone, to nastąpi powolny obrót kierunku domeny do kierunku zgodnego z zewnętrznym polem (punkt 5). Powoduje to magnetyczne nasycenie i brak dalszego wzrostu polaryzacji magnetycznej w materiale. Całkowite nasycenie jest jednak bardzo trudne w praktyce i w przypadku próbek magnetycznych otwartych, np. obszary w pobliżu wierzchołków prostopadłościanu wymagają bardzo silnych pól celem ich całkowitego nasycenia.

Rozpatrzmy kolejno przypadek pojedynczego kryształu żelaza. W takim przypadku (rys. 2.9a) następuje minimalizacja energii wymiany i energii anizotropii. Energia magnetostatyczna jest w tym przypadku znaczna, ponieważ odległości biegunów dodatniego i ujemnego są znaczne. Na rysunku 2.9b przedstawiono 4 domeny namagnesowane antyrównolegle. Energia magnetostatyczna jest w tym przypadku znacznie mniejsza niż w pojedynczym kryształku. Bieguny dodatni i ujemny przeplatają się. Istnieje szereg momentów w położeniu antyrównoległym. Energia wymiany jest więc mniejsza niż w pojedynczym kryształku. Na rysunku 2.9c wprowadzono dodatkowo domeny stożkowe, nazwane przez Nielsa domenami zamykającymi. Powoduje to likwidację biegunów, a energia magnetostatyczna jest równa 0.



Rys. 2.9. Przykład konfiguracji momentów w kryształku żelaza: a) namagnesowanie równomierne, brak domen, b) namagnesowanie domen antyrównoległe, c) domeny antyrównoległe z domenami zamykającymi

Domeny Weissa powstają na skutek istnienia energii wymiany i energii magnetostaticznej oraz ich minimalizacji. Struktura domenowa powoduje zmniejszenie energii na skutek niedopuszczenia do powstania biegunów w ścianie oddzielającej dwie domeny. Każda z domen jest objętościowo równomiernie namagnesowana. Ścianki Blocha posiadają powierzchniowy biegun magnetyczny o gęstości danej zależnością:

$$\sigma = \mathbf{J}_s \mathbf{n} \quad (2.26)$$

gdzie $\mathbf{n}$ jest wektorem jednostkowym skierowanym na zewnątrz.

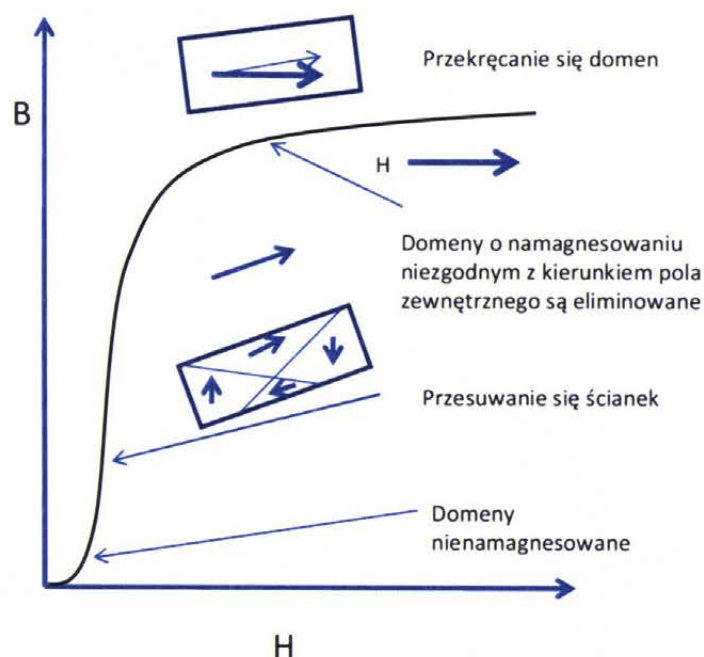
Prąd powierzchniowy wypadkowy jest zerowy, ponieważ dwa wektory $\mathbf{J}_{s1}$ i $\mathbf{J}_{s2}$ są skierowane przeciwnie.

$$(\mathbf{J}_{s1} - \mathbf{J}_{s2}) \mathbf{n} = 0 \quad (2.27)$$

Przy podejściu domenowym, a nie atomowym, należy przyjąć wektor namagnesowania jako wektor o stałym module, ale o zmiennym kierunku. Przyjmując, że $\alpha_1(r), \alpha_2(r), \alpha_3(r)$ są kosinusami kierunkowymi wektora $\mathbf{J}_s$ w punkcie r w kryształ, można wykazać, że gęstość objętościowa energii wymiany jest równa:

$$E_{wym} = A[(\nabla(\alpha_1))^2 + (\nabla(\alpha_2))^2 + (\nabla(\alpha_3))^2] \quad (2.28)$$

Dla danej sieci krystalicznej współczynnik A jest stały. Podana zależność jest znana jako równanie Landaua-Lifshitz. Energia ścianki dzielącej dwie domeny ma co najmniej dwie składowe: pierwsza jest energią wymiany, druga energią anizotropii. Energia całkowita jest energią minimalną układu.



Rys. 2.10. Zmiana w strukturze domeny w trakcie magnetyzacji [310]

Optymalne własności magnetyczne [310] uzyskuje się przy dużych ziarnach podzielonych na wąskie domeny. Magnetyzacje domen są do siebie równoległe (180°). Kierunki magnetyzacji w sąsiednich domenach są przeciwne, czyli wypadkowe namagnesowanie jest równe 0. Podczas magnesowania materiału ściany domenowe przesuwają się, odpowiada to prostoliniowej części charakterystyki. Przy dalszym zwiększaniu magnetyzacji następuje obracanie się wektorów magnetyzacji w stronę kierunku pola zewnętrznego. Przy wzroście pola magnetycznego, w części prostoliniowej granice domen przesuwają się skokowo, co wpływa na stromość części prostoliniowej charakterystyki magnesowania. Proces ten jest nieodwracalny i ustaje w okolicy kolana krzywej magnesowania. Dalszy wzrost namagnesowania następuje w wyniku obrotów wektorów magnetyzacji, co wymaga dostarczenia znacznej energii. Należy pamiętać, że w materiałach magnetycznych występują domeny zamykające. Domeny te utrudniają proces magnesowania i powodują dodatkowy wzrost stratności na skutek strat na przemagnesowanie

Zwiększanie wielkości ziaren w blachach elektrotechnicznych jest na ogół korzystne dla właściwości materiału. Istnieją jednak pewne granice. W 1967 roku Littman wykazał, że dla ziaren rzędu 1-5 mm straty histerezy zaczynają wzrastać wraz z wielkością ziarna [204]. Kiedy ziarna są bardzo duże, powoduje to również wzrost wielkości domen, a to z kolei prowadzi do zwiększenia strat w żelazie, nawet w przypadku materiału pozbawionego defektów.

2.4. Magnetyzm w skali makroskopowej

Magnetyzacja (namagnesowanie) jest właściwością materiałów, która opisuje pole magnetyczne wytwarzane przez materiał. Przez magnetyzację rozumie się także wielkość fizyczną określającą wytwarzane przez materiał pole magnetyczne, definiuje się ją przez określenie momentów magnetycznych wytworzonych w jednostce objętości [85, 237, 339]. Głównymi składnikami magnetyzacji są orbitalne i spinowe momenty magnetyczne elektronów, jak to zostało pokazane w rozdziale poprzednim. W niektórych materiałach (np. ferromagnetykach) magnetyzacja istnieje bez obecności zewnętrznego pola magnetycznego (magnetyzacja spontaniczna). W innych typach materiałów magnetyzacja jest indukowana przez zewnętrzne pole magnetyczne. Namagnesowanie przez zewnętrzne pole magnetyczne wynika z energii Zeemana, która jest opisana zależnością:

$$E_Z = - \int_V \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{J} dV \quad (2.29)$$

gdzie $\mathbf{H}_a$ jest polem zewnętrznym, $\mathbf{J}$ – polaryzacją.

Namagnesowaniem nazywamy gęstość objętościową dipolowych momentów magnetycznych:

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{M}}{dv} \quad (2.30)$$

Częściej używane jest pojęcie polaryzacji magnetycznej:

$$\mathbf{J}_p = \mu_0 \frac{d\mathbf{M}}{dv} \quad (2.31)$$

Związek magnetyzacji i natężenia pola magnetycznego ma następującą postać:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (2.32)$$

gdzie $\mathbf{B}$ jest wektorem indukcji magnetycznej, $\mathbf{H}$ – natężeniem pola magnetycznego, $\mathbf{M}$ – wektorem magnetyzacji, μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni.

Możemy rozróżnić dwa zjawiska będące źródłem magnesowania [45, 200, 277]. Pierwszym jest magnesowanie wynikające z przesuwania się domen. Domeny przesuwają się zgodnie z kierunkiem pola zewnętrznego. Przesuwanie się domen powoduje stan zakłócenia równowagi ładunków magnetycznych. Energia magnetostatyczna układu rośnie. Stan równowagi odpowiada minimum energii całkowitej E_c .

$$E_c = E_m + E_z \quad (2.33)$$

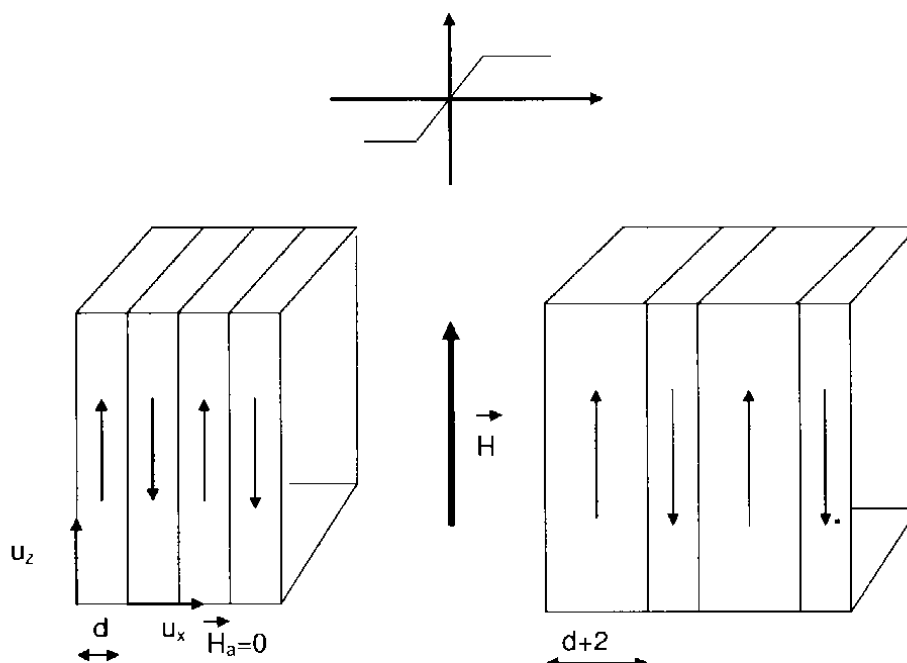
gdzie E_m jest energią magnetyczną, a E_z energią Zeemana.

Polaryzacja jest opisana zależnością:

$$\langle \mathbf{J} \rangle = \frac{2x}{d} J_S \mathbf{1}_z = \mu_0 \chi_a \mathbf{H}_a \quad (2.34)$$

gdzie χ_a jest podatnością próbki.

Wymiary próbki i domen zostały przedstawione na rysunku 2.11.

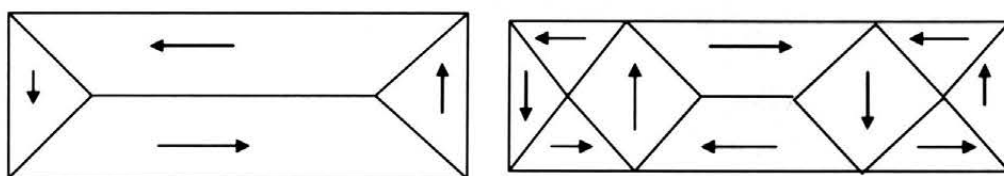


Rys. 2.11. Magnesowanie przez przesuwanie się ścianek

Dla wartości progowej natężenia pola zewnętrznego $H_{ap} = J_S / (\mu_0 \chi_a)$ otrzymuje się przesunięcie $x_S = d/2$, dla którego to przesunięcia domeny przeciwne oraz ich ścianki zanikają. Polaryzacja jest jednorodna i równa $J_S \mathbf{1}_z$. Próbką jest nasycona. Obliczenie podatności magnetycznej wykonuje się w oparciu o energię magnetostaticzną, która na pierwszy rzut oka wydaje się nie zależeć od polaryzacji. Można więc przyjąć, że namagnesowanie próbki jest jednorodne. Obliczenia dla dowolnego kształtu są bardzo skomplikowane. Jedynym kształtem, dla którego obliczenia analityczne są możliwe, jest elipsoida.

Przesuwanie się ścianek Blocha jest zjawiskiem typowym dla materiałów miękkich. Można również zaobserwować zmianę namagnesowania na skutek obrotu koherentnego namagnesowania w znacznych obszarach. Częsteczki, których rozmiary są zbyt małe, żeby mogły w nich się utworzyć domeny, podlegają namagnesowaniu na skutek obrotu. Charakterystyki magnesowania zależą w znacznym stopniu od kształtu cząsteczek. Polaryzacja w takim przypadku jest jednorodna.

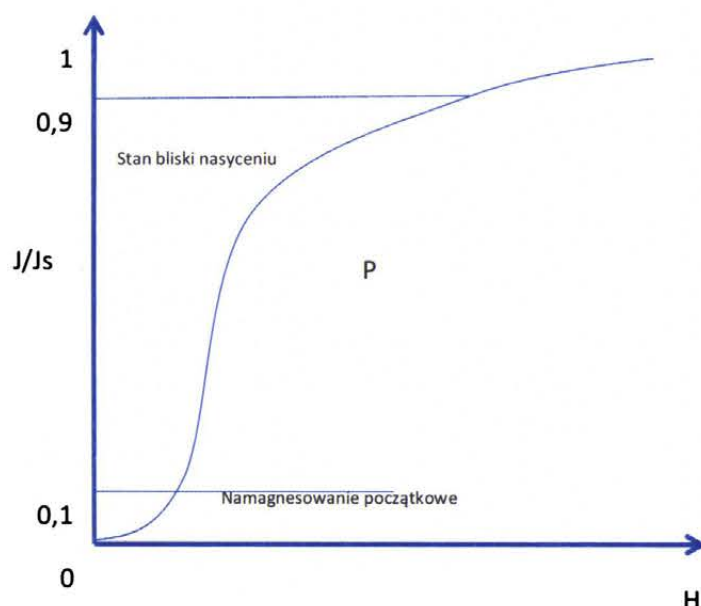
Stan odnamagnesowania jest stanem wielodomenowym, gdzie polaryzacja magnetyczna średnia jest równa zero. Zakładamy, że ilość domen jest skończona. Polaryzacja magnetyczna jest wielkością statystyczną przy podejściu makroskopowym. Namagnesowanie zmienia się w funkcji położenia. Stanem odnamagnesowania nazywamy stan, gdzie średnia polaryzacja jest równa zero w każdym punkcie rozpatrywanego obszaru. Na rysunku 2.12 przedstawiono dwie przykładowe konfiguracje ilustrujące stan odnamagnesowania.



Rys. 2.12. Dwie konfiguracje domen w odmagnesowanym materiale [91]

We wszystkich materiałach polikrystalicznych istnieje wiele układów domen odpowiadających stanowi odmagnesowania. Jak uzyskać stan dobrego odmagnesowania. Teoretycznie najlepszą metodą jest stopniowe ochładzanie struktury od temperatury Curie, w zerowym polu magnetycznym. Jest to bardzo trudne i praktycznie niestosowane. Najczęściej prowadzi się proces odmagnesowania w temperaturze pokojowej, w kierunku najlepszej magnetyzacji. W początkowym etapie magnesuje się próbkę polem zmiennym o amplitudzie rzędu $0,9J_s$, gdzie J_s jest polaryzacją nasycenia. Częstotliwość pola magnesującego powinna być wystarczająco mała, żeby zapewnić dobrą penetrację pola w objętości próbki. W drugim etapie zmniejsza się bardzo wolno i regularnie amplitudę pola magnesującego, aż do osiągnięcia wartości zerowej. Wektor nasycenia zakreśla coraz mniejsze pętle histerezy, aż do osiągnięcia wartości zerowej.

Magnesowanie próbki będącej w stanie całkowitego odmagnesowania powoduje powstanie polaryzacji magnetycznej przedstawionej na rysunku 2.13. Krzywą tę nazywamy pierwotną charakterystyką magnesowania.



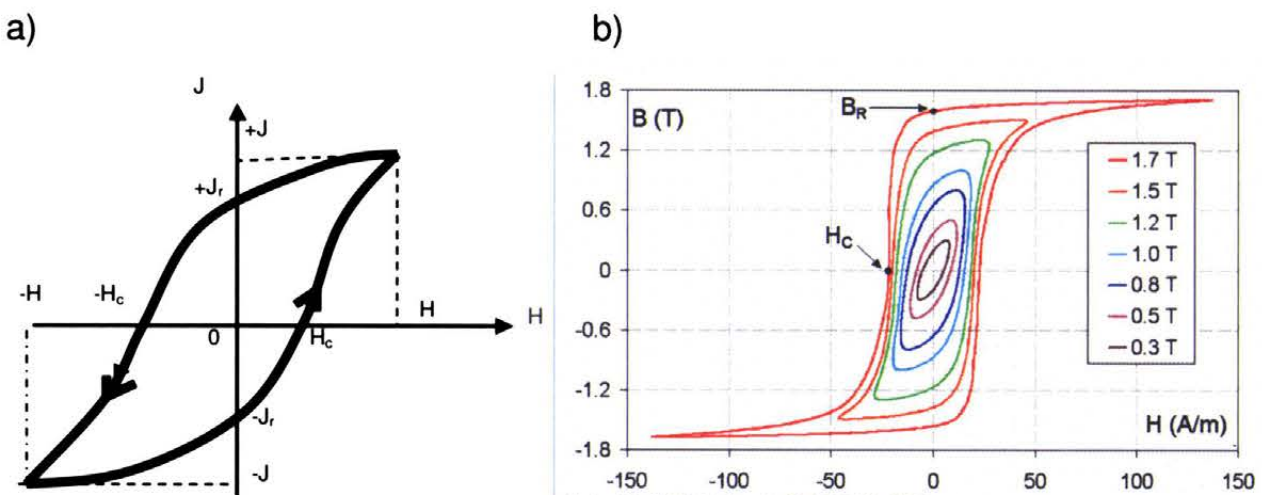
Rys. 2.13. Dwie konfiguracje domen w odmagnesowanym materiale [169]

2.4.1. Pętla histerezy

Mierząc zmienność magnesowania materiału ferromagnetycznego, można zauważyć, że otrzymane przebiegi zależą nie tylko od wartości pola wymuszającego, temperatury, ciśnienia i innych parametrów, ale również od poprzedniego stanu namagnesowania. Materiały magnetyczne zachowują pamięć poprzednich stanów namagnesowania poprzez stany domen. Pierwszym, który zauważył to zjawisko, był J.A. Ewing [116]. Wykazał istnienie pamięci magnetycznej i odmienną krzywą charakteryzującą materiał, zależnie od tego czy pole wymuszające rośnie, czy maleje. Zjawisko to nazwał histerezą.

Szczególnie wyraźnie można zaobserwować zjawisko histerezy, kiedy zmieniamy pole wymuszające cyklicznie pomiędzy wartością H i $-H$ (rys 2.14). Cykl histerezy ma zawsze ten sam kierunek, tak jakby skutek był zawsze opóźniony w stosunku do przyczyny. Przyczyną jest natężenie wymuszającego pola magnetycznego H , a skutkiem polaryzacja magnetyczna. Jeżeli wymuszenie ma charakter dynamiczny, to do istniejących przyczyn dodają się prądy indukowane w materiałach przewodzących. Spowoduje to zwiększenie szerokości pętli histerezy. Dla każdego cyklu histerezy (rys 2.14a) można zdefiniować punkty charakterystyczne, są to:

- remanencja, czyli namagnesowanie szczątkowe J_c . Jest to wartość indukcji magnetycznej pozostała po usunięciu zewnętrznego pola magnetycznego magnesującego dany materiał ferromagnetyczny.
- Koercja magnetyczna, czyli natężenie powściągające. Jest to wartość zewnętrznego pola magnetycznego, jaką trzeba przyłożyć do ferromagnetyka, aby zmniejszyć do zera pozostałość magnetyczną.



Rys. 2.14. Cykle histerezy

Przy przemagnesowywaniu wystarczająco wolnym cykl histerezy składa się z rodziny krzywych, jedna zawarta w drugiej, tak jak to pokazano na rysunku 2.14b.

Przedstawmy teraz model pozwalający uwzględnić zjawisko histerezy magnetycznej. Weźmy system w którym zmiana magnetyzacji powoduje ruch jednej ścianki Blocha o 180° . Ścianka jest umiejscowiona w punkcie x . Nazwijmy $E_p(x)$ energię potencjalną systemu. Energia ta związana jest z energią wymiany anizotropii magnetokrystalicznej i magnetoelastycznej. Energia zależy od położenia względem x , ponieważ system zawiera zanieczyszczenia.

W polu równym 0 ścianka zajmuje pozycję x odpowiadającą energii potencjalnej minimalnej:

$$\begin{aligned}\frac{dE_p}{dx} &= 0 \\ \frac{d^2E_p}{dx^2} &> 0\end{aligned}\tag{2.35}$$

W polu zewnętrznym o natężeniu H_e ścianka podlega ciśnieniu zewnętrznemu, które doda się do sił wewnętrznych:

$$\Pi = 2\mathbf{J}_S \mathbf{H}_e\tag{2.36}$$

Ścianka przesuwa się, aż do osiągnięcia stanu równowagi:

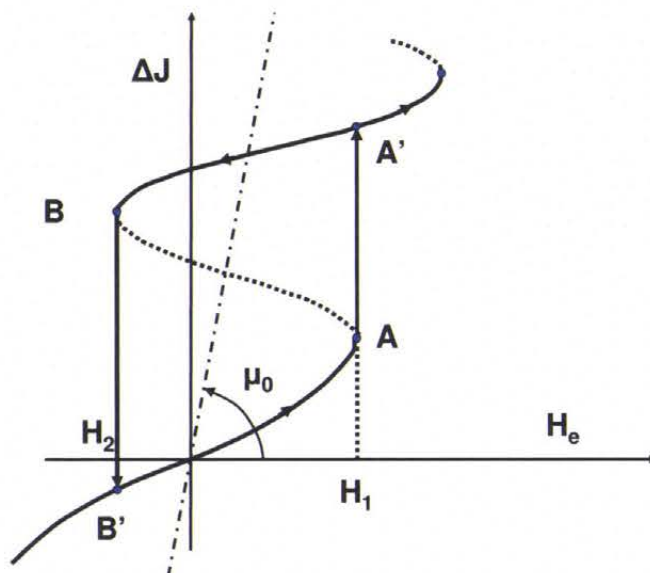
$$2\mathbf{J}_S \cdot \mathbf{H}_e - \frac{1}{S} \frac{dE_p}{dx} = 0\tag{2.37}$$

co pozwala określić zależność:

$$H_e = \beta \frac{dE_p}{dx} = f(x)\tag{2.38}$$

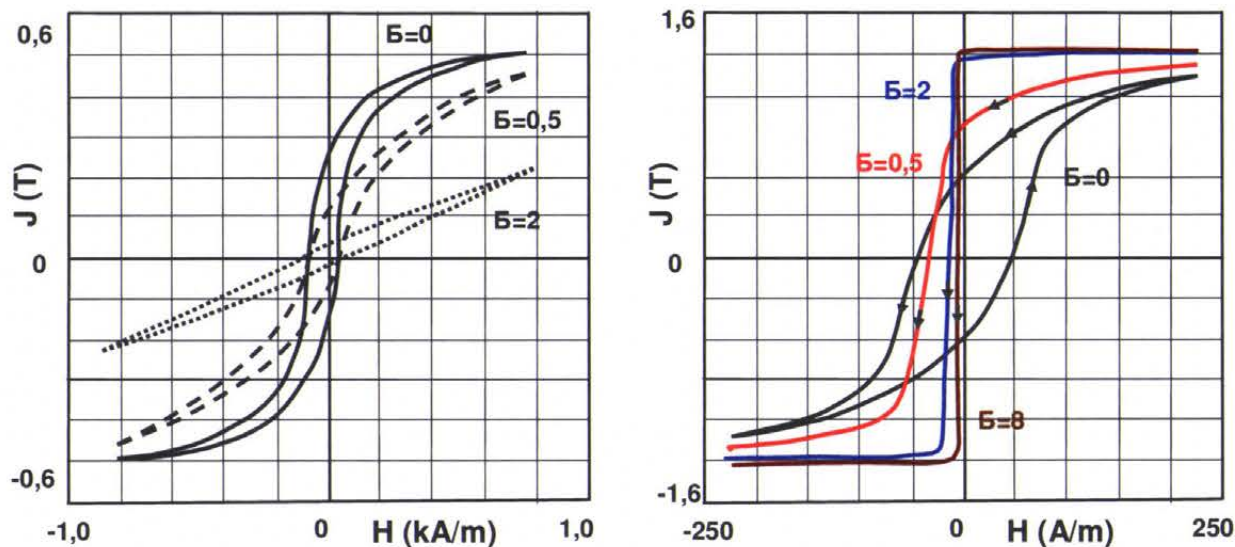
gdzie β jest stałą zależną od kierunku wektorów $\mathbf{J}_S$ oraz $\mathbf{H}_e$ oraz pola ścianki S .

Na rysunku 1.15 pokazano źródła powstania pętli histerezy.



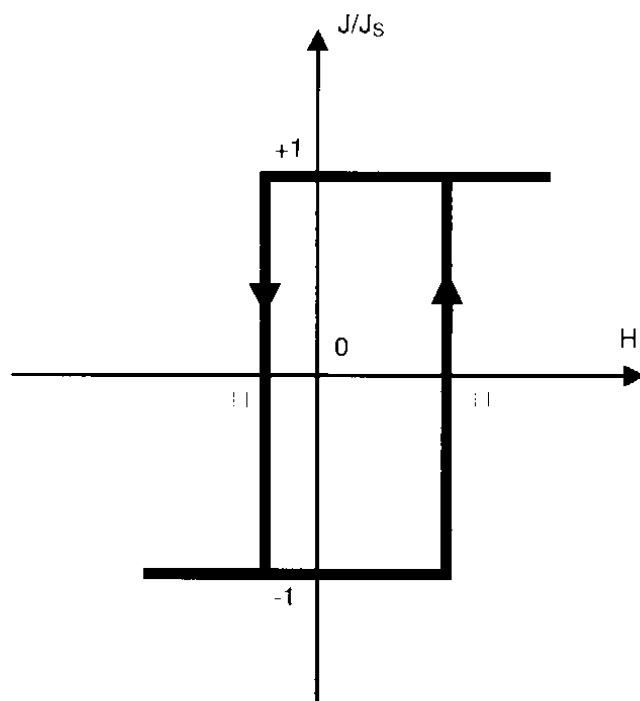
Rys. 2.15. Interpretacja powstawania pętli histerezy

Wszelkiego typu domieszki powodują powstanie indukowanej anizotropii jednoosiowej typu magnetoelastycznego. Może to zmodyfikować strukturę domen. Dla różnych tekstur można otrzymać pętle histerezy całkowicie odmienne. Kersten w latach 30, a następnie Bozorth, przeprowadzili szereg pomiarów pozwalających określić wpływ naprężeń na kształt pętli histerezy. Na rysunku 2.16 przedstawiono deformacje cyklu dla różnych naprężeń.



Rys. 2.16. Deformacja cyklu histerezy na skutek różnego typu naprężeń [66]

Powszechne występowanie histerezy wywołało potrzebę matematycznego opisu tego zjawiska. Model Preisacha jest uważany za pierwszy matematyczny opis zjawiska histerezy. Został on opublikowany przez F. Preisacha w 1935 r., jako przybliżone odwzorowanie odpowiedzi materiału ferromagnetycznego na zmiany zewnętrznego pola magnetycznego.



Rys. 2.17. Model Preisacha

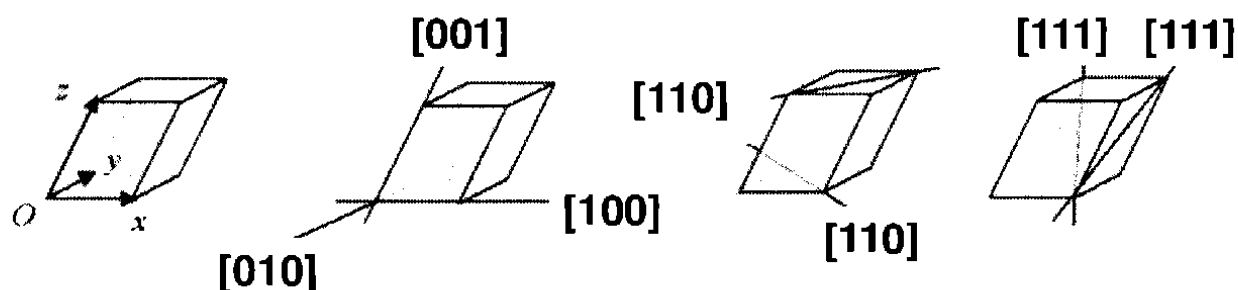
Kolejne modyfikacje modelu oraz jego zastosowanie do modelowania materiałów zblachowanych zostaną przedstawione w dalszej części książki [247].

3. Anizotropia magnetyczna

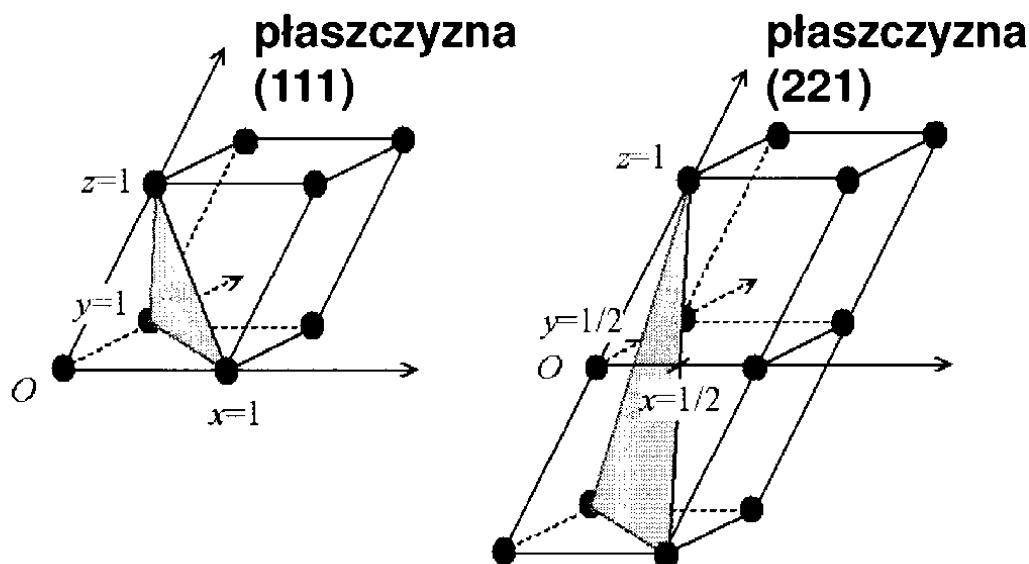
3.1. Anizotropia magnetokrystaliczna

Właściwości magnetyczne struktur krystalicznych są anizotropowe, czyli zależą od kierunku krystalograficznego. Wynika to z uporządkowania momentów magnetycznych. Kierunki łatwego magnesowania zależą od typu sieci kryształu. Pojedynczy kryształ żelaza i stali krzemowej najłatwiej magnetyzuje się w kierunku $[100]$ wg wskaźników Millera, trudniej w kierunku $[110]$, a najtrudniej w kierunku przekątnej przestrzennej $[111]$ sieci przestrzennie scentrowanej.

Wskaźniki Millera określają notację stosowaną w krystalografii do opisu kierunków i płaszczyzn krystalograficznych. Rodzina płaszczyzn lub prostych jest określona przez trzy liczby całkowite.

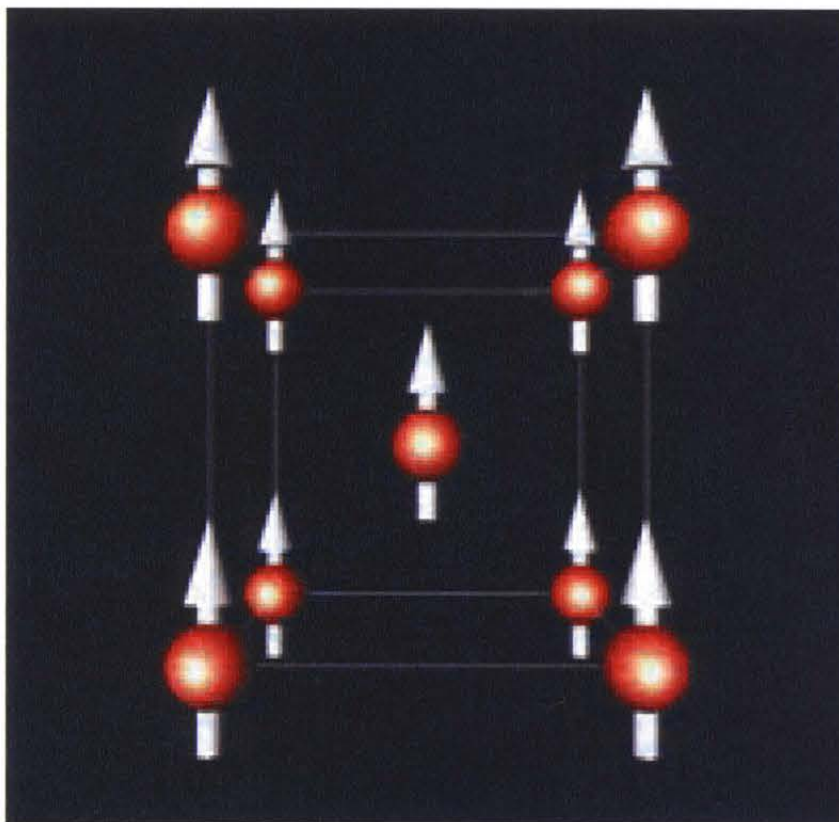


Rys. 3.1. Przykładowe kierunki Millera dla krawędzi kryształu żelaza



Rys. 3.2. Przykładowe kierunki Millera dla płaszczyzn

Miarą anizotropii magnetokrystalicznej jest pole anizotropii, które odpowiada zejściu się krzywych magnesowania w kierunku łatwym i trudnym. Elementarny kryształ jest komórką regularną objętościowo centrowaną, ale uporządkowanie magnetyczne powoduje, że istnieje pewien wyróżniony kierunek. Zmiana kierunku namagnesowania wymaga dostarczenia energii.



Rys. 3.3. Kryształ żelaza

Energia ferromagnetyka zależy od kierunku wektora namagnesowania $\mathbf{M}$ względem poszczególnych osi kryształu. Jeżeli $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ są kosinusami kierunkowymi wektora namagnesowania $\mathbf{M}$, to gęstość energii anizotropii krystalicznej możemy wyrazić zależnością:

$$\mathbf{E}_k = \mathbf{K}f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \quad (3.1)$$

gdzie $\mathbf{K}$ jest stałą anizotropii, natomiast f jest funkcją ukierunkowania wektora magnetyzacji $\mathbf{M}$.

Kierunek namagnesowania, dla którego wartość energii anizotropii jest minimalna, nazywamy kierunkiem łatwym, a ten gdzie jest ona maksymalna kierunkiem trudnym.

Anizotropia magnetyczna może mieć różne źródła. Może ona być skutkiem kształtu próbki. Wynika to stąd, że rozkład biegunów magnetycznych na powierzchni próbki jest zależny od orientacji wektora $\mathbf{M}$. Można wykazać, że dla próbek o kształcie elipsoidy $\mathbf{H}_{\text{mag}}$ jest jednorodne w ich wnętrzu i wynosi $\mathbf{H}_{\text{mag}} = -N \mathbf{M}$, gdzie N jest tzw. współczynnikiem

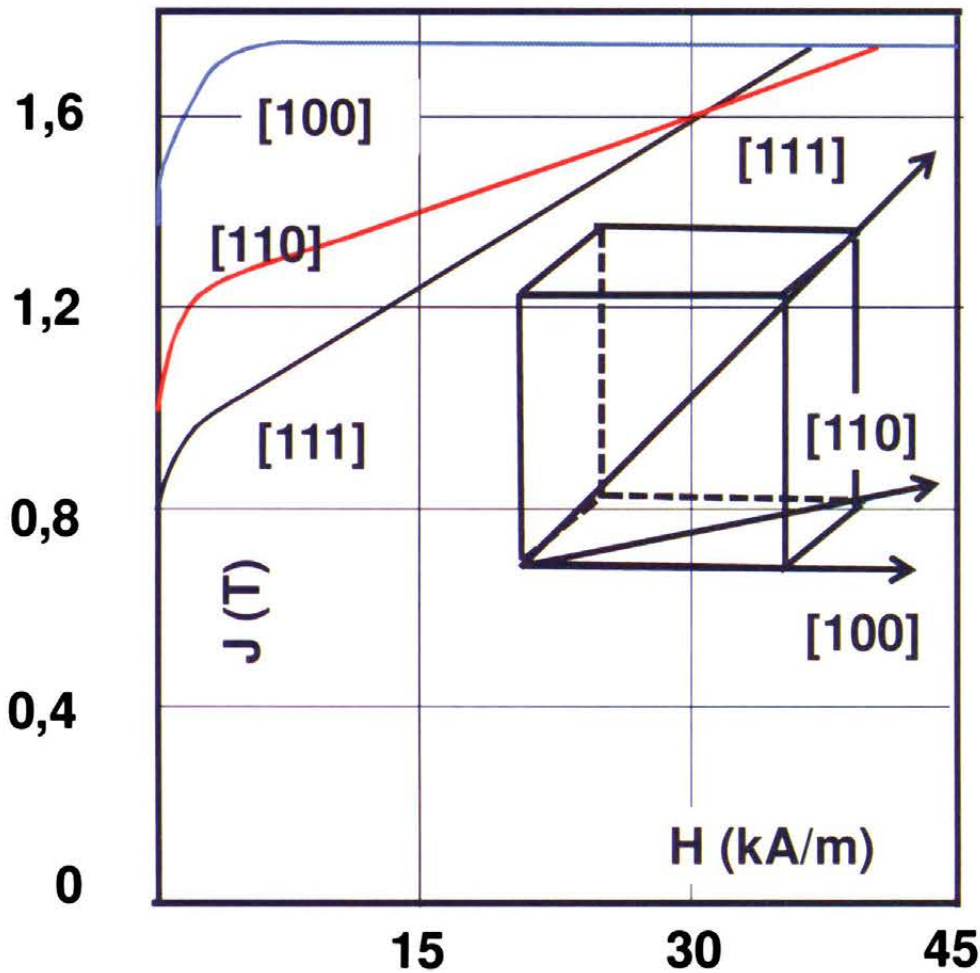
roz magnesowania zależnym od orientacji $\mathbf{M}$ względem osi głównych elipsoidy. N jest wartością tensorową. Dla osi głównych $N_a + N_b + N_c = 4\pi$. Dla próbki elipsoidalnej energia anizotropii krystalicznej dana jest zależnością:

$$E_k = \frac{1}{2} N M^2 \quad (3.2)$$

Ten rodzaj anizotropii nazywamy anizotropią kształtu. W próbkach monokrystalicznych anizotropia magnetokrystaliczna jest wywołana sprzężeniem spin-orbita, co powoduje, że E_k zależy od kierunku wektora $\mathbf{M}$ względem osi kryształu. Dla kryształów o symetrii kubicznej E_k może być wyrażona przez:

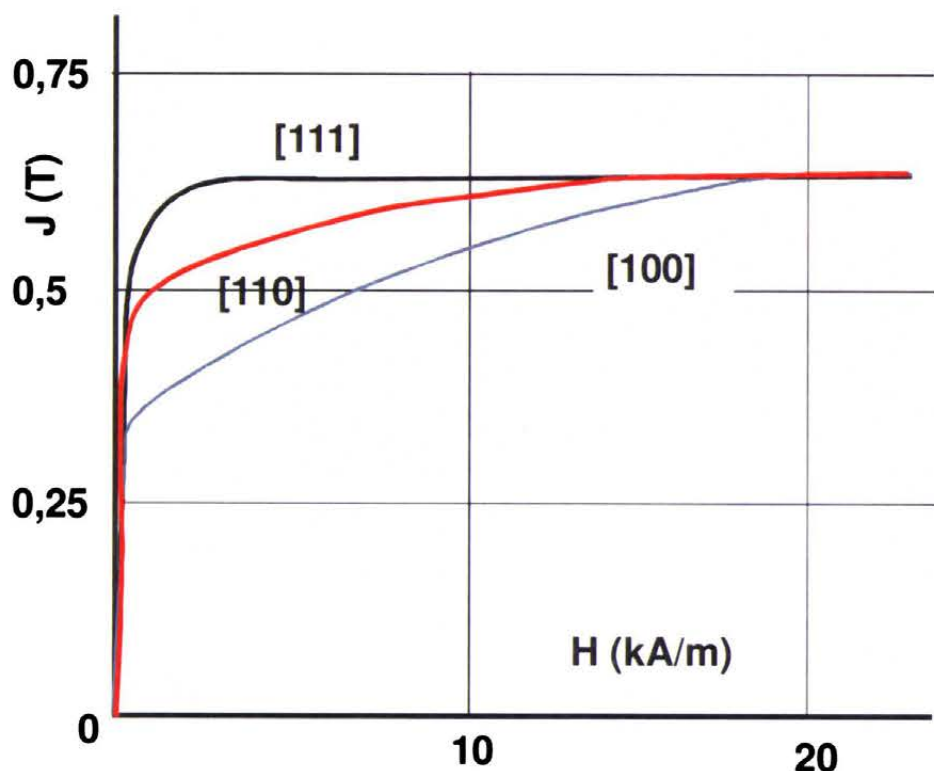
$$E_k = K_0 + K_1 \sum \alpha_i^2 \alpha_j^2 \quad (3.3)$$

gdzie K_0, K_1 są stałymi anizotropii magnetokrystalicznej, α_i, α_j są kosinusami kierunkowymi wektora namagnesowania $\mathbf{M}$.

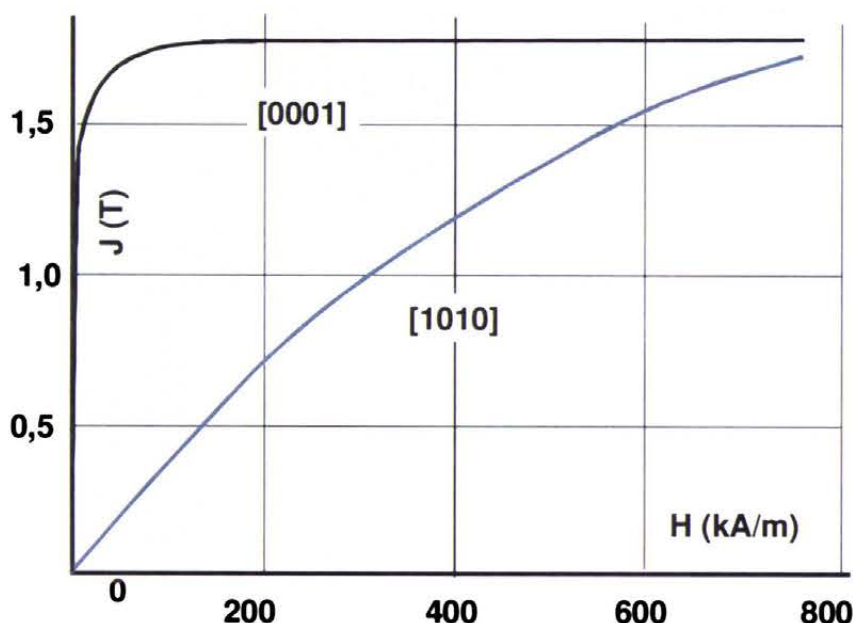


Rys. 3.4. Anizotropia magnetyczna kryształu żelaza [66]

Na rysunku 3.5 i 3.6 pokazano krzywe magnesowania dla różnych kierunków w kryształach niklu i kobaltu.



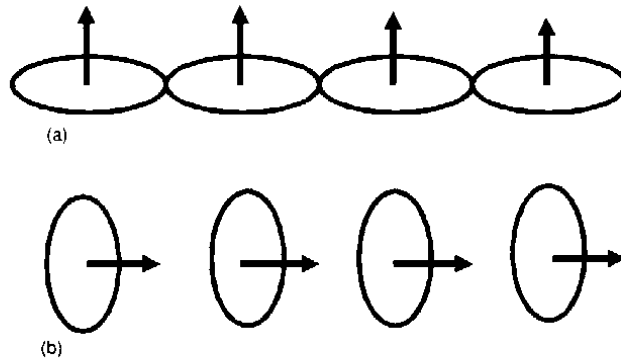
Rys. 3.5. Krzywe magnesowania dla różnych kierunków krystalograficznych ilustrujące zjawisko anizotropii magnetycznej dla kryształu niklu [68]



Rys. 3.6. Krzywe magnesowania dla różnych kierunków krystalograficznych ilustrujące zjawisko anizotropii magnetycznej dla kryształu kobaltu [68]

Momenty spinowe odpowiedzialne za ferromagnetyzm oddziałują z orbitalnymi momentami atomowymi, zaś momenty orbitalne oddziałują z siecią krystaliczną. Kierunek spinu wynika z orientacji chmury elektronowej, która określona jest przez kierunek momentu orbitalnego. Energia

układu dla dwóch różnych kierunków jest różna, czyli jest ona anizotropowa. Pokazano to na rysunku 3.7.



Rys. 3.7. Dzięki oddziaływaniu spin-orbita chmura elektronowa nie ma symetrii sferycznej. W stanie (a) i (b) energie elektrostatyczna i energia wymiany układu są różne, w wyniku czego powstaje anizotropia magnetyczna [360]

Jeżeli próbka (np. cienka warstwa) jest polikrystaliczna, wówczas energia krystaliczna E_k uśrednia się i jest równa zero. Przeważnie jednak mamy do czynienia z pewnym preferencyjnym ułożeniem krystalitów (tzw. tekstura) i wówczas energia E_k jest różna od zera.

Jeżeli ferromagnetyk poddamy działaniu jakiegoś naprężenia mechanicznego, wówczas z powodu odkształcenia sieci krystalicznej anizotropia magnetokrystaliczna jest różna zależnie od kierunku i wartości naprężenia. Zjawisko to nazywamy magnetostrykcją [261]. Ogólnie, magnetostrykcja opisuje zarówno zjawisko zmiany energii anizotropii spowodowane naprężeniem, jak i zjawisko odwrotne: zmiany kształtu ferromagnetyka spowodowane jego magnesowaniem. Jeżeli teraz do próbki polikrystalicznej, o chaotycznie rozłożonych krystalitach, przyłożymy naprężenie, to energia związana z takim stanem będzie równa:

$$E_k = \frac{3}{2} \lambda \sigma \sin^2 \varphi_0 \quad (3.4)$$

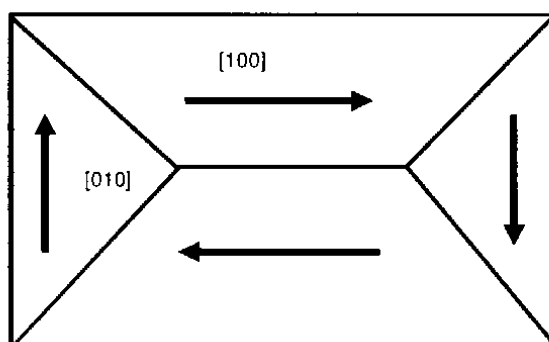
gdzie φ_0 jest kątem między wektorem namagnesowania a kierunkiem naprężenia; λ jest uśrednioną stałą magnetostrykcji.

Ten rodzaj energii nazywamy anizotropią magnetoelastyczną. Anizotropia, która charakteryzuje się zależnością dla kąta φ_0 typu $\sin^2 \varphi_0$, nazywana jest anizotropią jednoosiową.

Jeżeli jakiś materiał ferromagnetyczny poddamy działaniu wysokiej temperatury w obecności pola magnetycznego, stwierdzimy, że po ochłodzeniu do temperatury pokojowej indukuje się w próbce anizotropia jednoosiowa z osią łatwą wzdłuż kierunku przyłożonego pola. Taką jednoosiową anizotropię nazywamy anizotropią indukowaną polem [224, 373]. Przyjmuje się, że w polu magnetycznym indukuje się pewne uporządkowanie (np. pole $\mathbf{H}$ generuje pewne uporządkowanie par atomo-

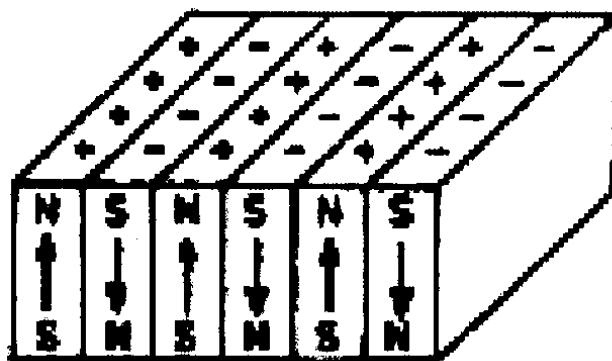
wych). Takie uporządkowanie zostaje zamrożone w czasie chłodzenia i powoduje powstanie anizotropii jednoosiowej.

Aby zminimalizować energię magnetostaticzną E_{ms} związaną z polem od magnesowania, jednodomenowy ferromagnetyk ulega podziałowi na domeny. Rozmiary domen są najczęściej małe (od μm do mm), zawierają one w sobie ogromną liczbę atomów. Wewnątrz pojedynczej domeny momenty magnetyczne są uporządkowane równoległe, lecz od domeny do domeny momenty magnetyczne skierowane są w różnych kierunkach. Tak więc globalne namagnesowanie próbki ferromagnetycznej jest zerowe. Na przykład w pojedynczym kryształ Fe o symetrii kubicznej mamy sześć typów domen, z których każda odpowiada jednemu z równoważnych kierunków łatwego namagnesowania równoległego do osi typu $[100]$ (rys. 3.8).



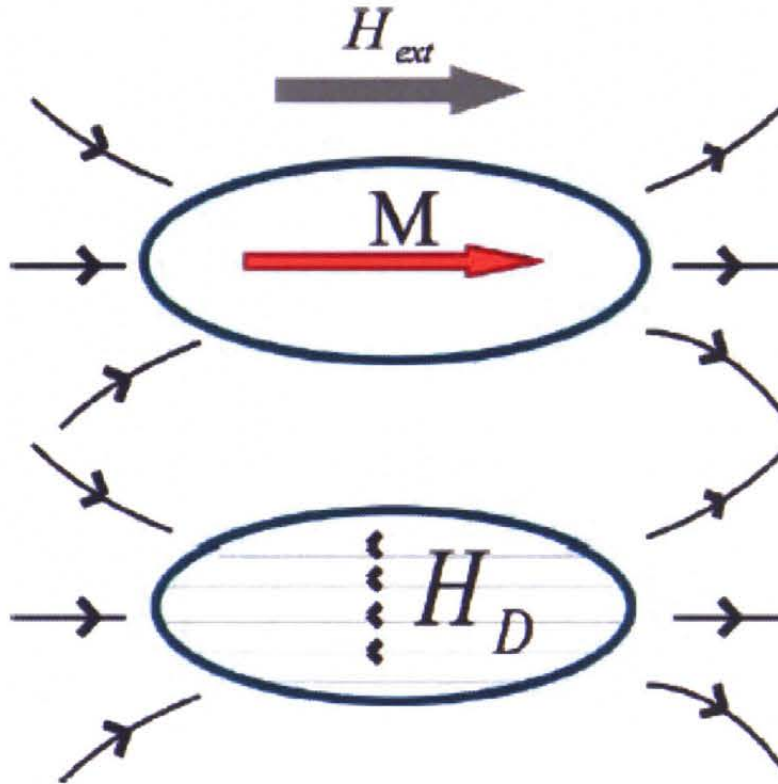
Rys. 3.8. Struktura domenowa kubicznego kryształu o osiach łatwych typu $[100]$

Ferromagnetyk ulega więc podziałowi na domeny magnetyczne (rys. 3.9), gdyż w stanie jednodomenowym (gdy w całej objętości momenty magnetyczne skierowane byłyby w jednym kierunku) jego energia magnetostaticzna byłaby duża. Na przykład, namagnesowana do stanu nasycenia, próbka Fe o kształcie kulistym charakteryzuje się energią magnetostaticzną 10-krotnie większą od energii anizotropii magnetokryształicznej.



Rys. 3.9. Podział ferromagnetyka na domeny

Anizotropia magnetyczna wynika również z wzajemnego oddziaływania uporządkowanych dipoli magnetycznych. Całkowity moment magnetyczny dipola wpływa na momenty innych dipoli.



Rys. 3.10. Demagnetyzacja H_D indukowana poprzez powierzchniowy rozkład dipoli, spowodowany skończoną wielkością próbki [360]

Energie wynikające z interakcji między dipolami można obliczyć z zależności:

$$F_{kszt} = \sum_{i \neq j} \frac{\mathbf{m}_i \mathbf{m}_j}{r_{i,j}^3} - \frac{3[\mathbf{m}_i(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)][\mathbf{m}_j(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)]}{r_{i,j}^5} \quad (3.5)$$

Jeżeli granice są ciągłe, to energię kształtu można zapisać w postaci całkowej :

$$F_{kszt} = -\mu_0 / (2V) \int d^3r \mathbf{M}(r) \mathbf{H}_D(r) \quad (3.6)$$

gdzie $\mathbf{H}_D(r)$ jest polem spowodowanym wpływem innych dipoli otaczających dipol o momencie $d^3r \mathbf{M}(r)$, pole to jest nazywane polem demagnesującym [26, 192, 275].

Anizotropia kształtu i pole demagnesujące występują w przypadku próbek o długości skończonej [315]. Anizotropia kształtu jest zależna od warunków brzegowych i kierunku energii dipola w stosunku do łatwej osi

magnetyzacji. Należy bardzo ostrożnie stosować wzór 3.5 w przypadku struktury wielowarstwowej. Na rysunku 3.10 pokazano przykład pola demagnetyzującego, wynikającego ze skończonej długości próbki.

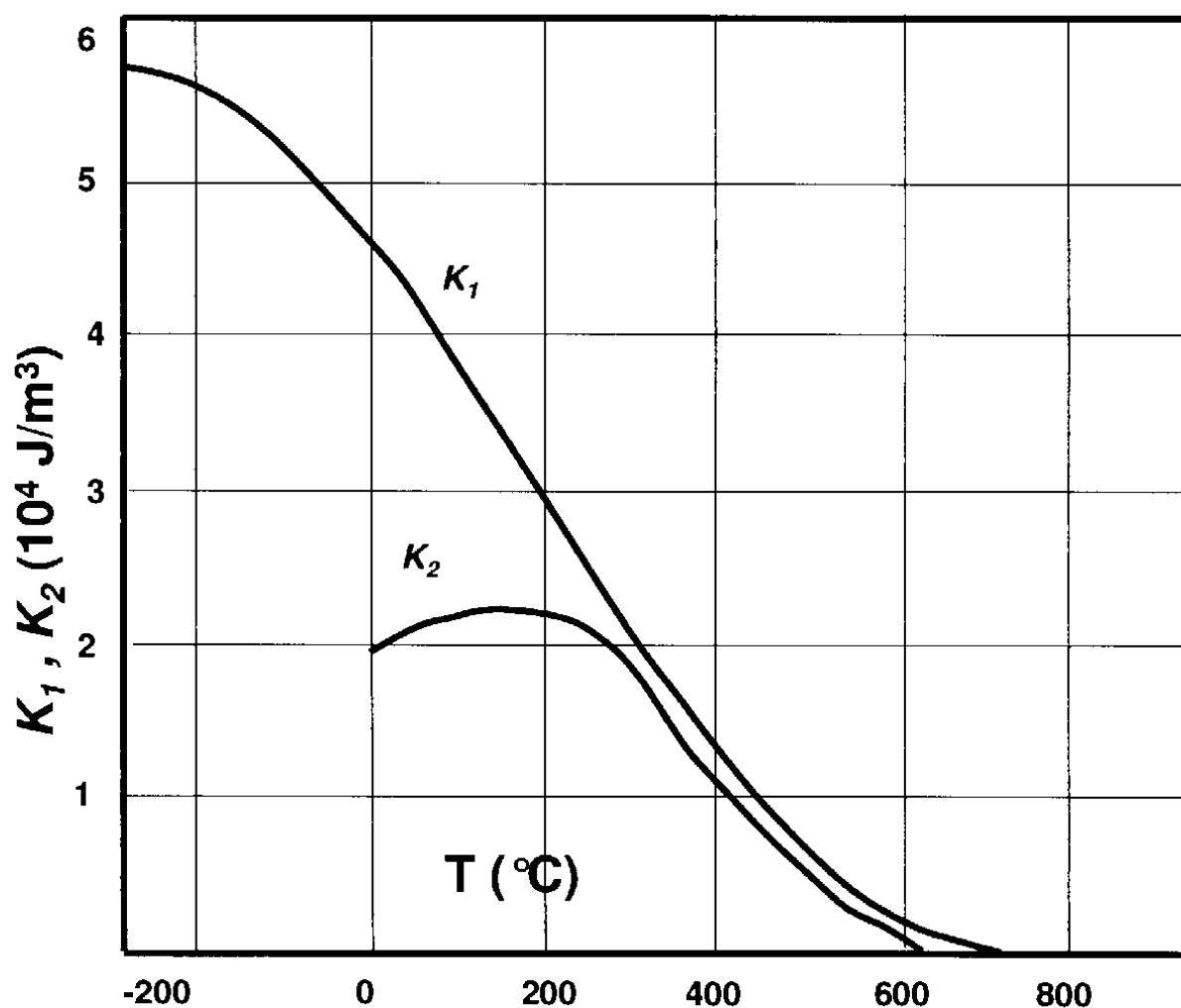
Innym typem anizotropii magnetycznej jest anizotropia jednoosiowa. Wynika ona z uporządkowania kierunkowego par atomów. Równanie tej anizotropii ma postać:

$$E_{ai} = \langle K_j \sin^2 v + K_j' \sin^4 v \rangle V \quad (3.7)$$

gdzie K_j oraz K_j' są stałymi anizotropii jednoosiowej, zaś v jest kątem pomiędzy magnetyzacją a osią. Współczynnik K_j wynosi dla blachy anizotropowej około 35-40 kJ/m³.

Anizotropia magnetyczna wpływa na szereg właściwości materiału, takich jak straty w żelazie, koercja, magnetostrykcja i demagnetyzacja.

Stałe anizotropii zmieniają się w funkcji temperatury [289]. Na rysunku 3.11 pokazano zmianę stałych K_1 i K_2 w funkcji temperatury dla żelaza.



Rys. 3.11. Zmiana stałych anizotropii w funkcji temperatury

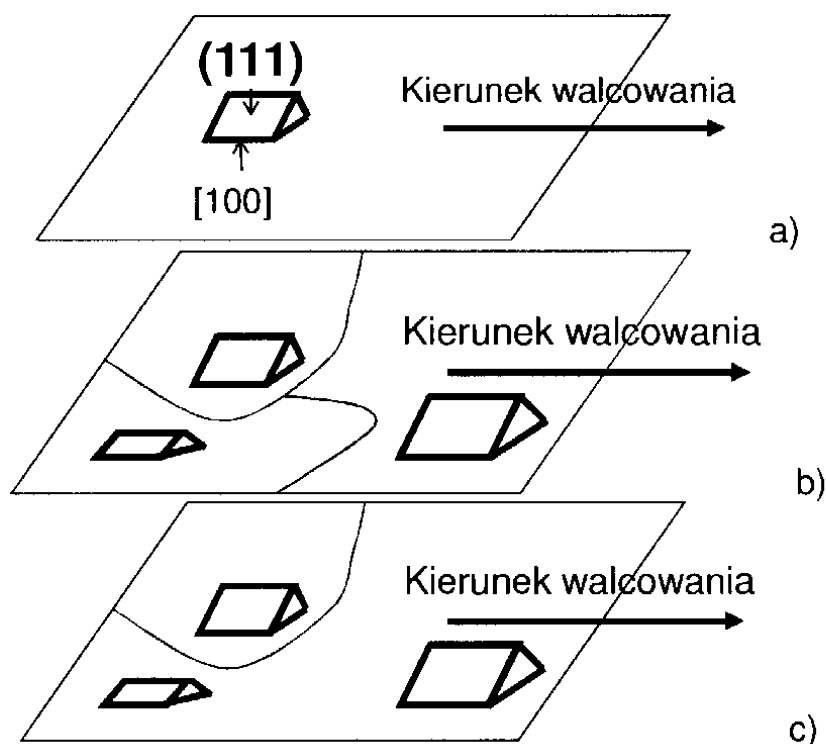
3.2. Anizotropia blachy elektrotechnicznej

W materiałach polikrystalicznych, jakimi są blachy elektrotechniczne, możliwe jest każde ukierunkowanie poszczególnych kryształów. Obróbka plastyczna powoduje uprzywilejowanie pewnych kierunków. Proces technologiczny może być tak prowadzony, aby osiągnąć zamierzoną orientację lub jej uniknąć.

Właściwości magnetyczne materiału są wypadkową właściwości poszczególnych kryształów. W strukturze nieuporządkowanej nie można zaobserwować zjawiska anizotropii magnetycznej. Przy produkcji blachy anizotropowej orientuje się ziarna tak, aby kierunki łatwego magnesowania były zgodne z kierunkiem walcowania blachy.

Blachy anizotropowe wyróżniają się dużymi ziarnami o powierzchni do kilkudziesięciu mm^2 , w grubości blachy występuje tylko jedno ziarno, w odróżnieniu od blach izotropowych, gdzie tych ziaren jest kilka. Ziarna w blachach izotropowych nie są uporządkowane i mają nieregularny kształt. Tekstura blachy izotropowej jest teksturą mieszaną [47, 119, 128, 324-326].

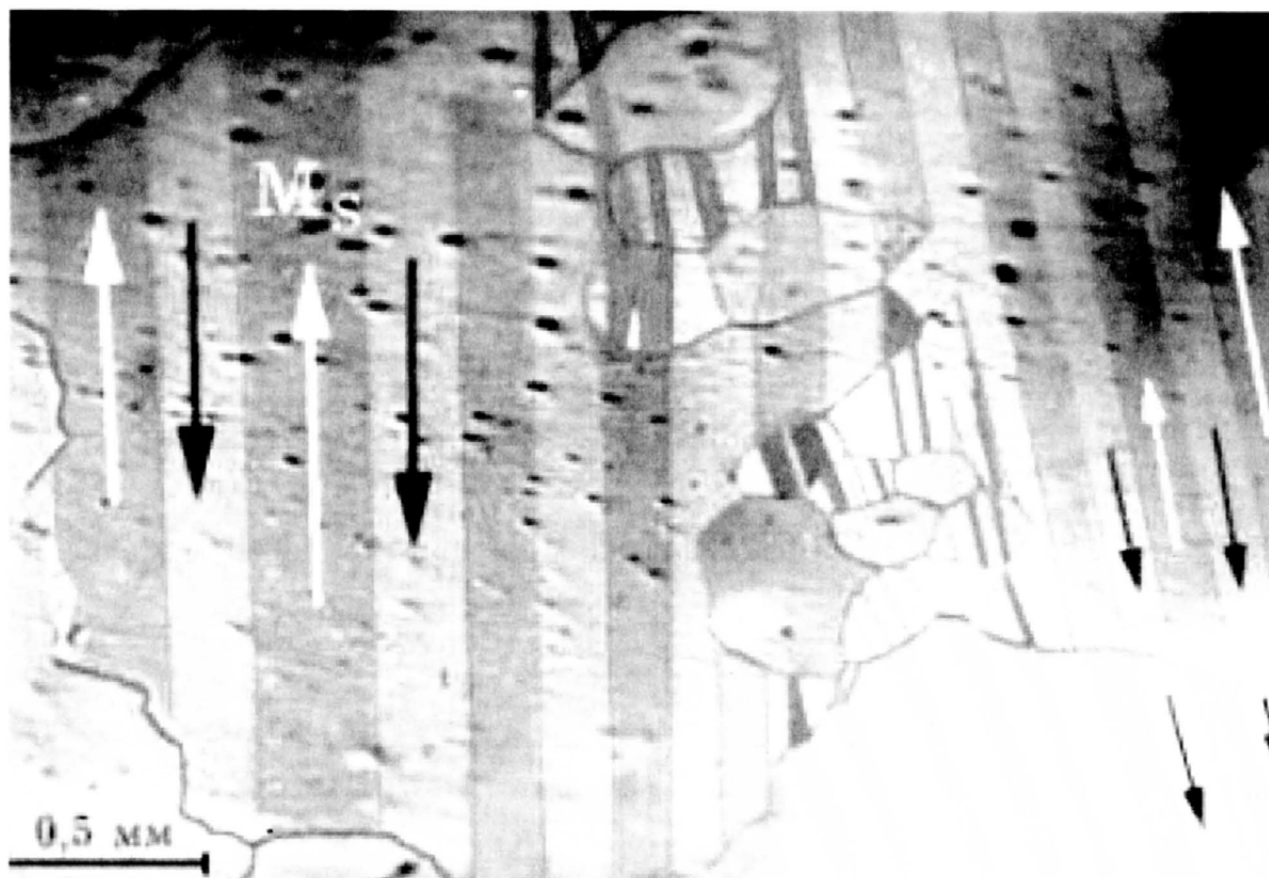
Do kompleksowej analizy anizotropii w kryształach i blachach stosuje się stopień stekstuwowania. Jest to stosunek objętości materiału całkowicie zorientowanego do objętości całkowitej badanej próbki.



Rys. 3.12. Schematyczna budowa ferromagnetyka: (a) monokryształ Fe-Si, (b) blacha izotropowa krzemowa o różnym udziale tekstury Gossa, (c) blacha izotropowa bezkrzemowa o różnych typach tekstury mieszanej [311]

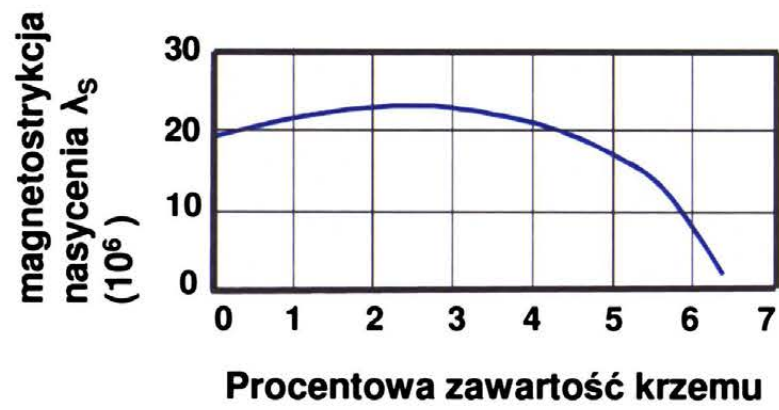
Na rysunku 3.12 przedstawiono budowę ferromagnetyka, w punkcie (a) dla pojedynczego kryształu, (b) dla blachy anizotropowej, w punkcie (c) dla blachy izotropowej. W płaszczyźnie próbek istnieją trzy kierunki o różnym stopniu anizotropii. Kierunek $\varphi = 0^\circ$, czyli kierunek najłatwiejszego namagnesowania, odpowiadający kierunkowi walcowania blachy. Dla kryształu jest to kierunek [100]. Kierunek $\varphi = 55^\circ$, czyli kierunek najtrudniejszego namagnesowania, dla kryształu jest to kierunek [111]; $\varphi = 90^\circ$ odpowiada kierunkowi prostopadłemu do kierunku walcowania, a w kryształach [110].

W przypadku blach izotropowych bezkrzemowych występuje duża niejednorodność właściwości. Wynika to z różnych typów tekstury mieszanej oraz z pasmowych ułożeń wtrąceń [23, 155, 203, 310-314, 315-317].

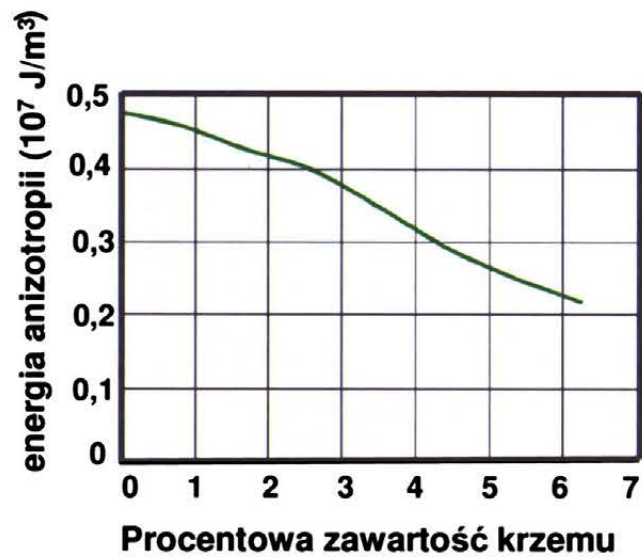


Rys. 3.13. Przykładowe tekstury Fe-Si 3% [127]

Na rysunkach 3.14-3.18 pokazano wpływ dodatków na poszczególne właściwości blachy, takie jak anizotropia, magnetostrykcja, przewodność, temperatura Curie, czy też indukcja nasycenia [70, 327, 328]. Wpływ zanieczyszczeń na przenikalność magnetyczną żelaza i stopu żelazo-krzem został opisany przez Yansena, a następnie przez Littmana [206]. Ilość cząsteczek wtrąceń wpływa w wyraźny sposób na straty w żelazie [199, 306].



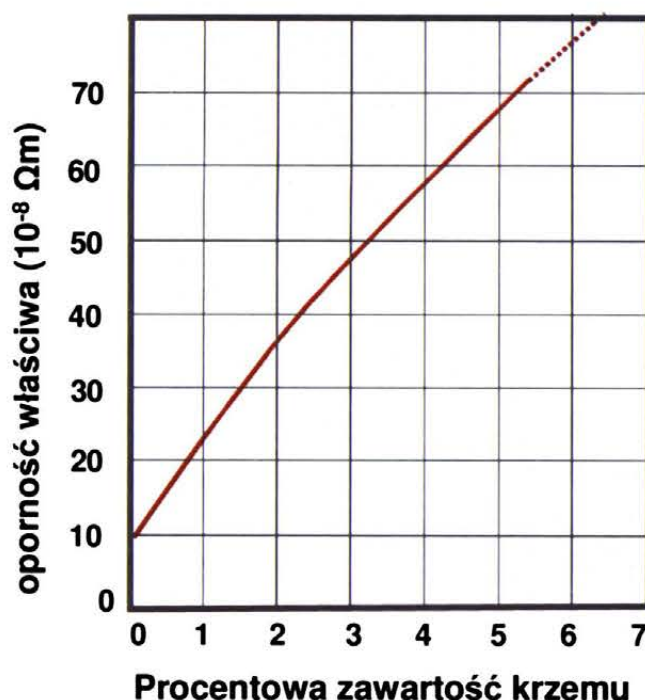
Rys. 3.14. Zmiany właściwości stopu żelazo-krzemowego wraz ze składem [206]



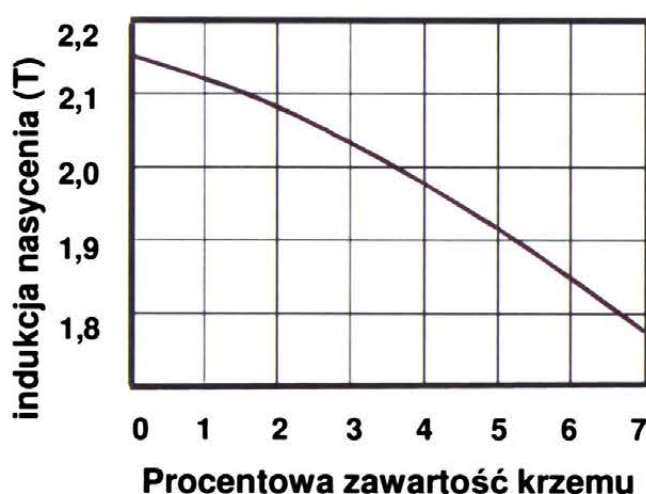
Rys. 3.15. Zmiany właściwości stopu żelazo-krzemowego wraz ze składem [206]



Rys. 3.16. Zmiany właściwości stopu żelazo-krzemowego wraz ze składem [206]



Rys. 3.17. Zmiany właściwości stopu żelazo-krzemowego wraz ze składem [206]



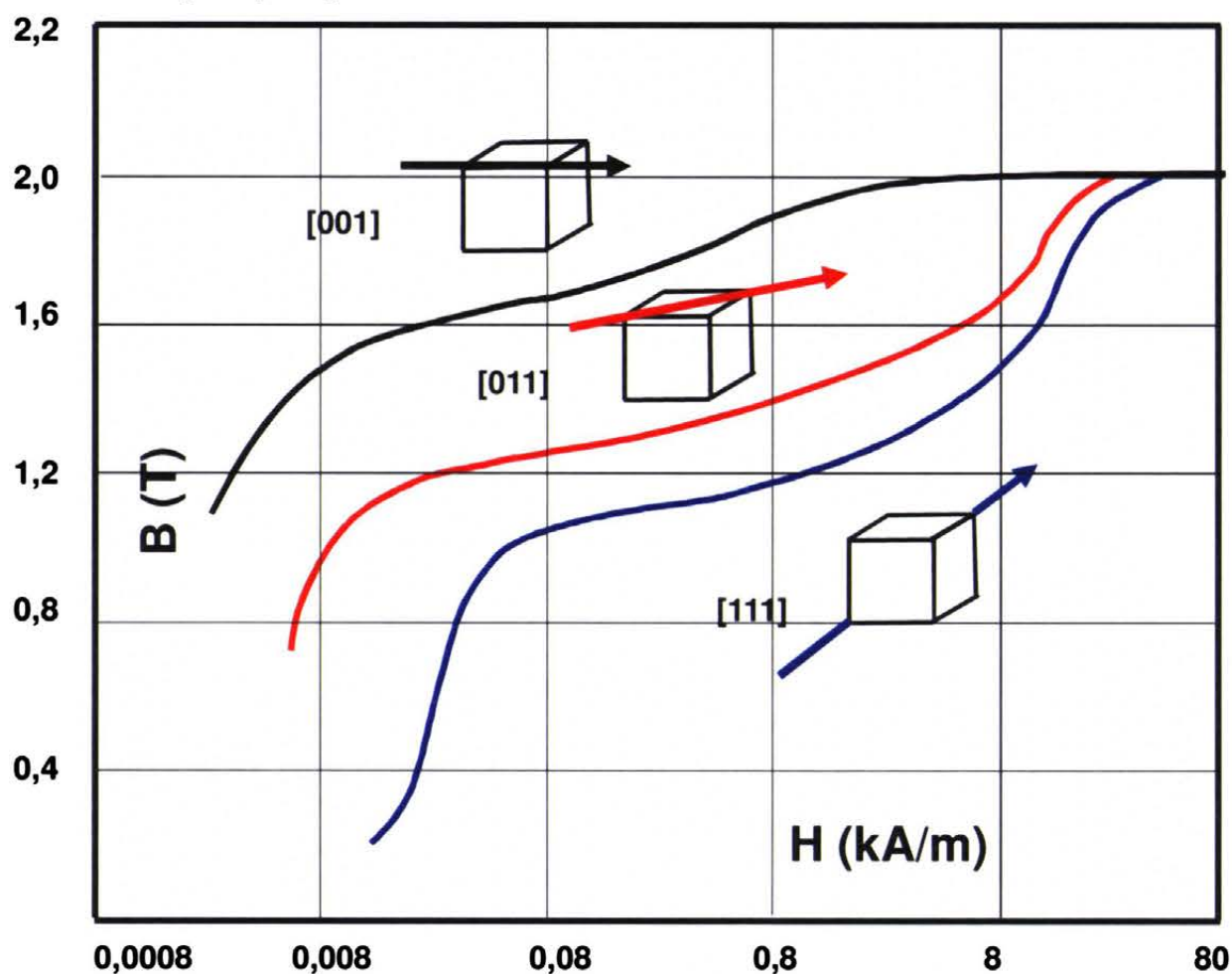
Rys. 3.18. Zmiany właściwości stopu żelazo-krzemowego wraz ze składem [206]

Najlepsza orientacja kryształów w blasze wynika z właściwości kryształu żelaza w kierunku [001] jak to pokazano na rysunku 3.19 [82, 206, 364]. Indukcja przy namagnesowaniu rzędu 800 A/m dla nieorientowanych blach zawierających 3% krzemu wynosi około 1,45 T. Indukcja mierzona w kierunku walcowania blachy wynosi około 1,8T[175].

Craik and McIntyre wykazali zgodność pomiędzy mierzonymi i obliczanymi zależnościami dla różnego typu tekstur. W przypadku blach anizotropowych proces odwracalnego obracania się wektora magnetyzacji wymaga dostarczenia mniejszej energii, czyli jest łatwiejszy. Wynika to z dążenia do ustawiania się łatwego kierunku magnesowania równoległe do pola zewnętrznego.

Dla materiałów o teksturze o kształcie sześciennym dochodzi tylko do prostego obrotu domeny, ponieważ kierunek [001] usiłuje ustawić się na powierzchni blachy.

Haller i Kramer [140] dla przypadku pojedynczego kryształu Si-Fe wykazali, że dynamiczne rozmiary domeny zmniejszają się dla częstotliwości 60 Hz. Wynika to z indukowania się prądów wirowych. Wykazali oni, że rozkład prądów wirowych nie jest równomierny w wielokrystalicznych blachach. W produkowanych blachach wielkość ziaren jest wynikiem kompromisu pomiędzy właściwościami magnetycznymi, składem i kosztami produkcji [329]. Dla blach izotropowych lepszą przenikalność magnetyczną uzyskuje się dla większych ziaren. Duże ziarna są wynikiem ich wzrostu w wysokiej temperaturze. Pozwala to jednocześnie na usunięcie zanieczyszczeń, a co z tym związane na zmniejszenie strat histerezowych [220].



Rys. 3.19. Kierunki krystalograficzne podczas magnesowania kryształu Si-Fe

Innym zagadnieniem jest kwestia grubości blachy. Cieńsze materiały mają wyższe straty histerezowe, najprawdopodobniej w wyniku wyższej energii magnetostatycznej koniecznej do ustawienia się w kierunku najlepszych właściwości. Keurath stwierdził zwiększanie się odległości między ściankami domen wraz ze zmniejszaniem się grubości blachy. Wia-

domo, że dążenie do produkowania cieńszych blach wynika z potrzeby ograniczenia strat od prądów wirowych. Zmniejszaniu się strat od prądów wirowych wraz ze zmniejszaniem się grubości blachy towarzyszy zwiększanie się strat histerezy.

4. Modelowanie pola elektromagnetycznego

Pole elektromagnetyczne w urządzeniach elektrycznych jest opisane za pomocą różniczkowych równań Maxwella [33, 85, 124, 162, 213, 307, 351, 352]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{J} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho_v \end{aligned} \tag{4.1}$$

oraz równań materiałowych

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \tag{4.2}$$

gdzie $\mathbf{H}$ jest natężeniem pola magnetycznego, $\mathbf{E}$ – natężeniem pola elektrycznego, $\mathbf{B}$ – indukcją magnetyczną, $\mathbf{D}$ – indukcją elektryczną, μ – przenikalnością magnetyczną, ε – przenikalnością dielektryczną.

Przy częstotliwościach stosowanych w urządzeniach elektrycznych prądy przesunięcia mogą być pominięte, stąd gęstość prądu $\mathbf{J}$ w przewodnikach powiązana jest z natężeniem pola elektrycznego zależnością

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \tag{4.3}$$

Stosowanie potencjałów skalarnych lub wektorowych pozwala ograniczyć ilość niewiadomych w porównaniu z rozwiązaniem równania opisanego za pomocą wektora indukcji lub natężenia pola magnetycznego. Istnieją dwie kategorie potencjałów elektrycznych i magnetycznych, są to potencjały skalarne i wektorowe. Mogą być one rzeczywiste lub zespolone.

1. Definicja potencjałów skalarnych

– potencjał elektryczny V , który można stosować, kiedy $\operatorname{rot}(\mathbf{E}) = 0$, czyli kiedy indukcja nie zmienia się w funkcji czasu, jest zdefiniowany zależnością:

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}(V) \tag{4.4}$$

Jednostką skalarnego potencjału elektrycznego jest volt.

– skalarny potencjał magnetyczny Ψ , można stosować w przypadku, kiedy $rot(\mathbf{H}) = 0$, czyli kiedy w badanym obszarze nie występują prądy. Jest on zdefiniowany zależnością:

$$\mathbf{H} = -grad(\Psi) \quad (4.5)$$

Jest on wyrażony w amperach.

– zredukowany potencjał magnetyczny Φ

Definicja potencjału zredukowanego wynika z podziału wektora natężenia pola magnetycznego na dwie składowe:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_S + \mathbf{H}_m \quad (4.6)$$

Pierwsza składowa jest określona przez prawo Biot-Savarta dla źródeł prądowych. Ponieważ $rot(\mathbf{H}_m) = 0$, więc skalarny potencjał zredukowany dany jest zależnością:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_S - grad(\Phi) \quad (4.7)$$

gdzie jednostką potencjału Φ jest amper.

Podstawową wadą stosowania potencjałów skalarnych jest mała dokładność obliczeń w środowisku ferromagnetycznym. Wynika to z dużych wartości względnej przenikalności magnetycznej. W regionach ferromagnetycznych różnica pomiędzy $\mathbf{H}_S$ a $grad(\Phi)$ jest bardzo mała, więc błędy zaokrąglenia będą wpływać na wyniki obliczeń.

2. Definicja potencjałów wektorowych

– Magnetyczny potencjał wektorowy $\mathbf{A}$

Magnetyczny potencjał wektorowy jest opisany zależnością $\mathbf{B} = rot \mathbf{A}$, gdzie jednostką potencjału $\mathbf{A}$ jest Vs/m lub Wb/m.

Warunek wprowadzenia potencjału wektorowego daje rodzinę rozwiązań, w celu określenia jednoznacznego rozwiązania należy wprowadzać dodatkowy warunek $div \mathbf{A} = 0$, nazywany warunkiem Coulomba.

Jeżeli do opisu pola elektromagnetycznego zastosujemy magnetyczny potencjał wektorowy opisany zależnością $\mathbf{B} = rot \mathbf{A}$ oraz skalarny potencjał elektryczny V , z równań wyjściowych otrzymujemy:

$$rot\left(\frac{1}{\mu} rot \mathbf{A}\right) = \mathbf{J} \quad rot \mathbf{E} = -\frac{\partial (rot \mathbf{A})}{\partial t} \quad (4.8)$$

stąd

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad}V \quad (4.9)$$

Gęstość prądu wyraża się więc zależnością

$$\mathbf{J} = -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \gamma \text{grad}V \quad (4.10)$$

W celu wprowadzenia ciągłości rozwiązania należy wprowadzić dodatkowo warunek $\text{div } \mathbf{J} = 0$.

– Zmodyfikowany potencjał wektorowy $\mathbf{A}^*$

Jest on określony zależnością:

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A} + \int \text{grad}(V) dt \quad (4.11)$$

Takie sformułowanie pozwala użyć potencjału $\mathbf{A}^*$ zamiast pary potencjałów $\mathbf{A}$ - V .

– Wektorowy potencjał elektryczny $\mathbf{T}$

Potencjału tego można używać w przypadku, kiedy $d\rho / dt = 0$. Jest on zdefiniowany zależnością:

$$\mathbf{J} = \text{rot}(\mathbf{T}) \quad (4.12)$$

Jednostką $\mathbf{T}$ jest A/m. Potencjał ten ułatwia uwzględnienie rozkładu prądów w masywnych przewodnikach.

4.1. Aspekt historyczny

Metody symulacji cyfrowej pól elektromagnetycznych zaczęły się dynamicznie rozwijać w latach osiemdziesiątych ubiegłego stulecia; związane to było ze zwiększaniem się mocy obliczeniowych komputerów [159]. W tym okresie zawiązała się grupa naukowców z różnych krajów zajmująca się rozwijaniem metod obliczeniowych trójwymiarowych oraz uwzględnieniem prądów wirowych i strat od tych prądów (workshop for eddy currents). Problematykę badań grupy oraz osiągnięcia zostały przedstawione w artykule [250]. Zespół ten rozwinął szereg programów, które zostały następnie skomercjalizowane i są używane do dzisiaj. Chari zaproponował metodę pozwalającą na obliczanie prądów wirowych [72] i zaprezentował wyniki swoich badań na konferencji Compumag81 w Grazu, w Austrii. W tym samym okresie Biddlecombe, Simkin, Highway oraz Trowbridge [32] zaproponowali używanie magnetycznego potencjału

wektorowego we wszystkich typach regionów, tak przewodzących jak i niemetalicznych. Ten model wymagał stosowania czterech niewiadomych w każdym węźle, w związku z tym wymagał dużej pamięci komputera. Ponieważ moce obliczeniowe w tym okresie były nieporównywalne z istniejącymi dzisiaj, konieczne było opracowanie modelu mniej pamięciochłonnego. W trakcie konferencji Compumag83 Emson, Simkin oraz Rodger zaproponowali redukcję ilości niewiadomych w węźle elementu skończonego. Wyeliminowali skalarny potencjał elektryczny w regionach przewodzących, wprowadzając zmodyfikowany potencjał wektorowy. W ten sposób ilość niewiadomych w węźle została sprowadzona do 3 w regionie przewodzącym i jednego w nieprzewodzącym. Metoda ta była szeroko aplikowana do obliczeń pola w trakcie lat osiemdziesiątych [115]. Eliminacja potencjału wektorowego w regionach nieprzewodzących spowodowała szereg kłopotów związanych z nieciągłością przewodności. Kameari [166, 167] zaproponował stosowanie przecięć (electrical cuts) i co z tym związane skoki potencjału w regionach nieprzewodzących, co pozwoliło rozwiązać problem. W tym samym okresie została stworzona metoda elementów brzegowych ((boundary element method – BEM). Jedną z pierwszych prac w tej dziedzinie opublikował zespół badaczy francuskich Bossavit i V´erit´e [55]. Stworzyli oni program TRIFOU, który pozwalał na uwzględnienie prądów wirowych z zastosowaniem natężenia pola magnetycznego $\mathbf{H}$, jako zmiennej stanu [56]. Zespół autorów z Japonii: Missaki i Tsuboi [230] opracował szereg modeli, w których wykorzystywano jako zmienne stanu indukcję i natężenie pola [248, 249], model $(\mathbf{A}, \Phi)$. Jednocześnie Nakata zaproponował schemat pozwalający na testowanie nowych metod i modeli [250]. Było to o tyle ważne, że w tym okresie tworzono większość metod i modeli, które stosujemy do dziś. Zaproponowane przez niego testy połączone z wynikami pomiarów były następnie szeroko rozpowszechnione i stosowane do weryfikacji nowych metod i modeli. Początek lat 90. to okres, w którym powstała większość programów do obliczeń pola elektromagnetycznego FLUX, Magnet, Opera, Ansoft, OERSTED 2D, FARADAY 3D i inne [380].

W 89 roku ekipa z Grazu sprecyzowała warunki, w których można stosować tylko wektorowy potencjał magnetyczny w regionach przewodzących [37]. Opracowali oni również szereg innych modeli dla regionów przewodzących [38, 39, 44, 284, 285]. Zaproponowali oni ustawianie wartości zerowej składowej normalnej potencjału wektorowego na granicy regionów przewodzących, co prowadziło do sklejania regionów. Równolegle do przedstawionych modeli prowadzono prace nad modelem $(\mathbf{H}, \Phi)$ [221, 222]. W artykule [35] Biro zaproponował rozkład wektora $\mathbf{H}$ na dwie składowe, składową $\mathbf{H}_F$ odpowiadającą za rozkład prądów indukowanych w przewodniku oraz składową $\mathbf{H}'$ nazywaną potencjałem zredukowanym. Ten model został zastosowany do elementów krawę-

dziowych w regionach przewodzących, natomiast w pozostałych regionach stosowano aproksymacje magnetycznego potencjału skalarnego Φ w węzłach. W metodzie tej dochodziło do złego uwarunkowania macierzy. Biro rozwiązał ten problem, stosując magnetyczny potencjał wektorowy $\mathbf{T}$ w regionach przewodzących i skalarny potencjał magnetyczny Φ w innych regionach z aproksymacją węzłową [40], udało mu się uzyskać stabilność proponowanego rozwiązania. Coraz więcej prac proponuje stosowanie metod hybrydowych, przykładowo metody elementów krawędziowych dla regionów przewodzących i metody elementów granicznych dla regionów zewnętrznych [291, 292]. W obu interpolacjach stosowane jest natężenie pola elektrycznego $\mathbf{E}$ jako zmienna stanu. Ta metoda pozwoliła również na wprowadzenie homogenizacji w materiałach uwarstwionych [107, 223, 285].

Inne podejście zaprezentował Kost [182], proponując zastosowanie elementów brzegowych do obliczeń prądów wirowych stosując model $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$. Ponieważ tu również występowały problemy ze złym uwarunkowaniem macierzy, zaproponował on wprowadzenie prądów zastępczych do wektora natężenia pola elektrycznego połączonego z polem magnetycznym $\mathbf{H}$ [182-184].

Biro z kolei wprowadził specjalny element powierzchniowy, który reprezentował prądy wirowe. Element ten był używany do rozdzielania dwóch regionów, w których używano różnych potencjałów [44], a mianowicie magnetycznego potencjału wektorowego $\mathbf{A}$ i skalarnego potencjału magnetycznego Φ . Zapewniło to ciągłość rozwiązania i dało symetryczną macierz. Metoda ta jest szczególnie przydatna do modelowania cienkich warstw i pozwala uwzględnić prądy wirowe bez konieczności podziału warstw na elementy objętościowe [223]. Do obliczeń przewodów z wieloma drutami oraz kabli zespół niemiecko-japoński zaproponował użycie sprzężonej metody MES+BEM [156, 183, 184, 299-304]. Inna metoda IBC (impedance boundary condition) została zaproponowana do obliczeń cienkich ekranów [74, 75, 78, 79, 80].

W obliczeniach pól elektromagnetycznych zastąpiono elementy węzłowe poprzez elementy Withney'a różnego typu: krawędziowe, powierzchniowe i objętościowe [110, 291].

W Kanadzie w Uniwersytecie Toronto opracowana została hybrydowa metoda IDFE (Integral Differential Finite Element), początkowo do obliczeń 2D dla problemów otwartych zawierających regiony przewodzące przy jednorodnym zasilaniu. Zastosowano funkcje Green'a [77-80]. Obszar wewnętrzny był aproksymowany z zastosowaniem metody elementów skończonych z magnetycznym potencjałem wektorowym oraz elektrycznym potencjałem skalarnym. Funkcje Greena pozwalają na obliczenia zewnętrznych regionów otwartych z zastosowaniem skalarnego

potencjału magnetycznego, mogą one być również używane do obliczeń zagadnień związanych z ruchem [380].

Najnowsze prace dotyczą metod pozwalających na redukcję czasu [364] oraz poprawę dokładności obliczeń [43, 57, 293].

W dalszej części rozdziału zostaną omówione poszczególne modele. Należy sobie zdać sprawę, że niektóre mają już tylko znaczenie historyczne w związku z gwałtownym wzrostem tak szybkości obliczeń, jak i pamięci komputerów.

4.2. Modelowanie dwuwymiarowe

Zastosowanie rozwiązania dwuwymiarowego (2D) wymaga wprowadzenia szeregu uproszczeń. Zakładamy, że badane urządzenie jest nieskończenie długie. W modelu 2D badany magnetowód jest traktowany jako nieprzewodzący i prądy wirowe w blachach rdzenia nie mogą być uwzględnione. Wynika to z konieczności przyjęcia warunku, że wszystkie prądy płynące w modelu mają wyłącznie składową normalną do powierzchni blachy.

Dla modelu 2D pole jest opisywane poprzez magnetyczny potencjał wektorowy, który w tym przypadku ma tylko składową $A_z(x,y)$ oraz potencjał elektryczny $V(z)$, który jest stały na powierzchni przewodnika. Wielkości te opisywane są równaniem:

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{1}_z A_z \right) = -\gamma \mathbf{1}_z \left(\frac{\partial A_z}{\partial t} + \text{grad}_z V \right) \quad (4.13)$$

Po wprowadzeniu potencjału elektrycznego do równania $\text{div} \mathbf{J} = 0$ otrzymujemy równanie Laplace'a opisujące potencjał elektryczny dla pola dwuwymiarowego:

$$\text{div} (\text{grad} V) = 0 \quad \nabla^2 V = 0. \quad (4.14)$$

Ponieważ potencjał elektryczny zmienia się jedynie wzdłuż osi z równanie (4.8) przyjmuje postać:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (4.15)$$

Potencjał elektryczny zmienia się liniowo. Napięcie na cewce o liczbie zwojów n_c i długości l_z jest dane zależnością

$$u_c = n_c l_z \text{grad}_z V \quad (4.16)$$

Biorąc pod uwagę, że natężenie pola elektrycznego jest wyznaczone z dokładnością do grad V

$$E_z = -\frac{\partial A_z}{\partial t} - \text{grad}_z V \quad (4.17)$$

napięcie na cewce z prądem o liczbie zwojów n_c może być określone wzorem

$$u_c = R_c i(t) + \frac{d\psi_c}{dt} \quad (4.18)$$

gdzie R_c jest rezystancją cewki

$$R_c = \frac{(n_c)^2 l_z}{S_c \gamma} = \left(\frac{n_c}{S_c}\right)^2 \int_{S_c} \frac{1}{\gamma} dS \quad (4.19)$$

a Ψ_c strumieniem magnetycznym skojarzonym z cewką

$$\Psi_c = \frac{n_c}{S_c} \int_{S_c} A_z dS \quad (4.20)$$

Zwykle wygodniej jest w równaniu polowym w miejsce członu związanego z gradientem potencjału elektrycznego wprowadzić bezpośrednio gęstości prądów obliczanych na podstawie wartości prądów w obwodach. Równanie przyjmuje wtedy postać

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{1}_z A_z \right) = \mathbf{1}_z \left(-\gamma \frac{\partial A_z}{\partial t} \right) + \mathbf{1}_z (J_{ik}) \quad (4.21)$$

gdzie J_{ik} jest gęstością prądu określoną na podstawie wartości prądu w i -tym obwodzie oraz orientacją boku cewki k będącej elementem obwodu i . W tym przypadku elementem sprzęgającym równanie polowe z równaniami obwodowymi są prądy w obwodach urządzenia.

Otrzymane równania polowe rozwiązywane są z zastosowaniem wariacyjnej metody elementów skończonych. W tym celu równanie polowe przekształcane jest do postaci różniczkowo-całkowej, tzw. postaci uogólnionej. Równanie dla magnetycznego potencjału wektorowego może być przedstawione w postaci:

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{J} = 0 \quad (4.22)$$

dla którego reluktancja $\frac{1}{\mu}$ oraz funkcja wymuszenia $\mathbf{J}$ należą w przestrzeni rozwiązań $\Omega(\mathbb{R}^2)$ do przestrzeni funkcyjnej $L^2(\bar{\Omega})$ (funkcji ciągłych z wyjątkiem skończonej liczby powierzchni kawałkami gładkich, wymiaru mniejszego od dwu (linie i punkty) i całkownych z kwadratem). Jednoznaczność zagadnienia wymaga określenia warunków granicznych na powierzchni S ograniczającej obszar Ω . Postać uogólnioną równania (4.22) otrzymujemy, mnożąc skalarnie obie strony równania przez funkcję wektorową $\Psi \in H_0^1(\bar{\Omega})$ i całkując w obszarze Ω .

$$\int_{\Omega} \left\{ \left[\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} \right) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{J} \right] \bullet \Psi \right\} d\Omega = 0 \quad (4.23)$$

Przyjmując założenie, że równanie (4.23) ma być spełnione dla dowolnej funkcji $\Psi \in H_0^1(\bar{\Omega})$, oczywiste jest, że rozwiązanie tak postawionego zadania będzie pokrywać się z rozwiązaniem równania (4.22). Przestrzeń rozwiązań zadania uogólnionego $H_0^1(\bar{\Omega})$ jest przestrzenią Sobolewa. Jest to rzeczywista unormowana przestrzeń liniowa funkcji określonych w $\bar{\Omega}$, takich, że składowe funkcji wektorowej $\Psi \in C(\Omega)$, natomiast ich pochodne należą do $L^2(\bar{\Omega})$.

Korzystając z tożsamości różniczkowej

$$\text{div}(\mathbf{G} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \bullet \text{rot} \mathbf{G} - \mathbf{G} \bullet \text{rot} \mathbf{H} \quad (4.24)$$

całkę z zależności (4.23) można przekształcić do postaci

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} \right) \bullet \Psi d\Omega &= \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{rot} \Psi \bullet \text{rot} \mathbf{A} d\Omega + \\ &+ \int_{\Omega} \text{div} \left[\left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} \right) \times \Psi \right] d\Omega \end{aligned} \quad (4.25)$$

Do całki $\int_{\Omega} \text{div} \left[\left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} \right) \times \Psi \right] d\Omega$ stosuje się twierdzenie Gaussa

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) \cdot \boldsymbol{\Psi} d\Omega &= \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \boldsymbol{\Psi} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{A} d\Omega + \\ &- \oint_S \left[\boldsymbol{\Psi} \times \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) \right] \cdot d\mathbf{S} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Wykorzystując warunki ciągłości wielkości polowych, możemy stwierdzić, że całki $\oint_S \left[\boldsymbol{\Psi} \times \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) \right] \cdot d\mathbf{S}$ zerują się na granicach wewnętrznych obszaru Ω . Ostatecznie otrzymujemy równanie w postaci

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \boldsymbol{\Psi} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{A} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot \boldsymbol{\Psi} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\Psi} d\Omega = 0 \quad (4.27)$$

$$\forall \boldsymbol{\Psi} \in H_0^1(\overline{\Omega}).$$

Równania pola elektromagnetycznego w postaci wariacyjnej mogą być rozwiązywane wieloma metodami numerycznymi. Idea większości tych metod jest jednak wspólna i opiera się na aproksymacji funkcji poszukiwanej za pomocą wybranego zbioru znanych funkcji spełniających warunków liniowej niezależności.

4.3. Modelowanie trójwymiarowe

Zagadnienia symulacji trójwymiarowych pól elektromagnetycznych w urządzeniach elektrycznych są zagadnieniami trudnymi i czasochłonnymi ze względu na skomplikowaną strukturę obiektów, silnie nierównomierny rozkład wielkości polowych oraz nieliniowość materiałów ferromagnetycznych [5, 8, 9, 24, 25, 49, 64, 97, 99, 100, 112, 118, 160, 177-181, 187, 201, 212, 244, 283, 291, 294, 309, 354, 355].

W celu optymalizacji przygotowywanego modelu poszukujemy metod wykorzystujących jak najmniejszą liczbę zmiennych. W celu ograniczenia liczby niewiadomych wszędzie tam, gdzie jest to możliwe, zastępujemy potencjały wektorowe przez potencjały skalarne.

Przykładowo dla pola magnetycznego w obszarach nieprzewodzących, niezawierających prądów stosowany jest magnetyczny potencjał skalarny.

$$\begin{aligned} - \operatorname{div} (\mu \operatorname{grad} \Phi) &= 0 \\ \operatorname{grad} \Phi \cdot \operatorname{grad} \mu + \mu \nabla^2 \Phi &= 0. \end{aligned} \quad (4.28)$$

W obszarach nieprzewodzących uwzględnienie obecności prądów o znanym i wymuszonym zewnętrznym rozkładzie wymaga pewnych koniecznych korekt. Natężenie pola magnetycznego można w nich przedstawić, jako sumę dwóch składowych

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s - \mathbf{H}_m \quad (4.29)$$

z których pierwsza $\mathbf{H}_s$ jest natężeniem pola pochodzącym od prądów wymuszających w środowisku o przenikalności magnetycznej $\mu = \mu_0$, a $\mathbf{H}_m$ jest natężeniem pojawiającym się na skutek występowania w otoczeniu materiałów ferromagnetycznych. Składowa natężenia pola pochodząca od prądów wymuszających w środowisku o przenikalności magnetycznej $\mu = \mu_0$ jest wyrażona wzorem (prawo Biota-Savarta)

$$\mathbf{H}_s = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} = \int_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{1}_r}{4 \pi r^2} dv. \quad (4.30)$$

gdzie $\mathbf{1}_r$ jest wektorem skierowanym od punktu (x', y', z') przestrzeni V zawierającej gęstość prądu do punktu (x, y, z) w którym obliczamy indukcję magnetyczną.

W celu obliczenia składowej $\mathbf{H}_m$ natężenia pola magnetycznego uwzględniamy prawo przepływu, które będzie miało następującą postać:

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{H}_m \cdot d\mathbf{l} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{H}_m &= 0 \end{aligned} \quad (4.31)$$

można wprowadzić do jej opisu, analogicznie jak dla pola magnetostaticznego, funkcję skalarną Φ_r – noszącą nazwę zredukowanego magnetycznego potencjału skalarnego, przy czym

$$\mathbf{H}_m = - \operatorname{grad} \Phi_r \quad (4.32)$$

Wypadkowe natężenie pola magnetycznego ma więc postać:

$$\mathbf{H} = \int_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{1}_r}{4 \pi r^2} dv - \operatorname{grad} \Phi_r. \quad (4.33)$$

Podstawienie wypadkowego natężenia pola magnetycznego do równania

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (4.34)$$

proceedzi do wyrażenia:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mu \mathbf{H} &= 0 \\ \mathbf{H} \cdot \operatorname{grad} \mu + \mu \operatorname{div} \mathbf{H} &= 0 \\ (\mathbf{H}_m + \mathbf{H}_s) \cdot \operatorname{grad} \mu + \mu \operatorname{div}(\mathbf{H}_m + \mathbf{H}_s) &= 0. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Po przyjęciu jednorodnego warunku dla dywergencji $\mathbf{H}_m$ równanie opisujące zredukowany magnetyczny potencjał skalarny przyjmuje postać:

$$-\operatorname{grad} \Phi_r \cdot \operatorname{grad} \mu + \mathbf{H}_s \cdot \operatorname{grad} \mu = 0, \quad (4.36)$$

Rozwiązanie powyższego równania pozwala określić wektor $\mathbf{H}_m = -\operatorname{grad} \Phi_r$ i całkowite natężenie pola magnetycznego $\mathbf{H}$.

W obszarach przewodzących pole elektromagnetyczne może być opisane za pomocą magnetycznego potencjału wektorowego. Podstawienie wzoru definicyjnego potencjału wektorowego

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A} \quad (4.37)$$

do drugiego równania Maxwella daje zależności:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{A} \end{aligned} \quad (4.38)$$

Pozwala to określić natężenie pola elektrycznego z dokładnością do $\operatorname{grad} V$. Ponieważ $\operatorname{rot} \operatorname{grad} V \equiv 0$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} V, \quad (4.39)$$

gdzie V jest elektrycznym potencjałem skalarnym.

Po wstawieniu wyrażenia (4.37) do I równania Maxwella dla quasi-ustalonego pola elektromagnetycznego

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{J} \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \gamma \mathbf{E} \end{aligned} \quad (4.40)$$

równanie przyjmuje postać:

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) = -\gamma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \operatorname{grad} V \right). \quad (4.41)$$

Zdefiniowanie potencjału wektorowego $\mathbf{A}^*$ następująco:

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A} - \int \text{grad } V \, dt \quad (4.42)$$

pozwała uzyskać równanie:

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A}^* \right) = -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial t} \quad (4.43)$$

mające jednoznaczne rozwiązanie przy warunku

$$\text{div } \gamma \mathbf{A}^* = 0. \quad (4.44)$$

Dla uzyskania jednoznacznego rozwiązania w całym obszarze równania powyższe muszą być uzupełnione o dodatkowe równania wynikające z warunków ciągłości rozwiązania na granicach obszarów opisanych za pomocą różnych potencjałów.

Model $\mathbf{A}$ - V

Jest to najczęściej stosowany model. Używany w nim jest wektorowy potencjał magnetyczny $\mathbf{A}$ i skalarny potencjał elektryczny V . Pole elektryczne jest opisane zależnością:

$$\mathbf{E} = -\text{grad}(V) - \frac{d\mathbf{A}}{dt} \quad (4.45)$$

Pierwszy składnik uwzględnia wpływ potencjału elektrycznego V wymuszanego przez źródła zewnętrzne, drugi opisuje pole indukowane zgodnie z prawem Faraday'a. Zależność ta łączy prawo Ampera z prawem Gaussa i prowadzi do równania modelu:

$$\begin{aligned} \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot}(\mathbf{A}) \right) + \sigma \text{grad}(V) + \sigma \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \sigma (\mathbf{v} \times \text{rot}(\mathbf{A})) &= \mathbf{J}_{\text{zew}} \\ \text{div}(\epsilon \text{grad}(V)) + \frac{d}{dt}(\text{div}(\mathbf{A})) + \rho &= 0 \end{aligned} \quad (4.46)$$

gdzie $\mathbf{v}$ jest prędkością, z jaką przemieszcza się materiał przewodzący, $\mathbf{J}_{\text{zew}}$ jest prądem źródeł zewnętrznych, ϵ jest przenikalnością dielektryczną, ρ gęstością ładunku, σ jest konduktywnością.

Pierwsze równanie systemu wynika z prawa Ampera i opisuje natężenie pola magnetycznego $\mathbf{H}$ jako funkcję potencjału wektorowego $\mathbf{A}$. Całkowity prąd został zastąpiony przez potencjał narzucony przez indukowane pole, prąd indukowany na skutek ruchu oraz prąd zewnętrzny.

Składowa normalna gęstości prądu całkowitego układu powinna być zerowa w każdym punkcie wzdłuż linii otaczającej powierzchnię S regionu przewodzącego.

$$\sigma \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (4.47)$$

Gdzie $\mathbf{n}$ jest wektorem jednostkowym prostopadłym do powierzchni S otaczającej przewodnik.

W tych warunkach potencjał elektryczny V powinien spełniać warunek Neumanna na tej granicy:

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{t}} \quad (4.48)$$

Gdzie $\mathbf{t}$ jest wektorem jednostkowym w kierunku stycznym do powierzchni S .

Drugie z równań (4.46) przedstawia prawo Gaussa dla elektrycznego potencjału skalarnego V i wektorowego potencjału magnetycznego $\mathbf{A}$. Wyrażenie to można uprościć, stosując warunek Coulomba.

Jeżeli w badanym obszarze nie występują ładunki $\rho = 0$, to drugie równanie systemu równań (4.46) upraszcza się do postaci:

$$\text{div}(\epsilon \text{grad}(V)) = 0 \quad (4.49)$$

Jeżeli narzucone są zerowe potencjały elektryczne na granicy badanego obszaru, drugie równanie systemu 4.46 jest równe 0. Uprozczone zostanie również pierwsze równanie układu do postaci:

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu} \text{rot}(\mathbf{A})\right) + \sigma \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \sigma(\mathbf{v} \times \text{rot}(\mathbf{A})) = \mathbf{J}_{\text{zew}} \quad (4.50)$$

Kiedy wszystkie zmienne są funkcjami sinusoidalnymi o pulsacji ω , można je przedstawić w postaci zespolonej. Otrzymujemy wtedy model magnetodynamiczny harmoniczny:

$$\begin{aligned} \text{rot}(\underline{\mathbf{H}}) &= \underline{\mathbf{J}}_t + j\omega \underline{\mathbf{D}} \\ \text{rot}(\underline{\mathbf{E}}) &= -j\omega \underline{\mathbf{B}} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Omówione wcześniej uproszczenia obowiązują również dla pola harmonicznego i uproszczone równanie ma postać:

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu} \text{rot}(\underline{\mathbf{A}})\right) + j\omega \sigma \underline{\mathbf{A}} + \sigma(\mathbf{v} \times \text{rot}(\underline{\mathbf{A}})) = \underline{\mathbf{J}}_{\text{zew}} \quad (4.52)$$

a równanie Laplace'a przyjmie wtedy postać:

$$\nabla^2 \underline{\mathbf{A}} + j\omega\mu\sigma \underline{\mathbf{A}} + \sigma\mu(\mathbf{v} \times \text{rot}(\underline{\mathbf{A}})) = \mu \underline{\mathbf{J}}_{zew} \quad (4.53)$$

Model $\mathbf{T}-\Omega$

Model ten jest rzadziej używany niż opisany wcześniej model $\mathbf{A}-V$. Role potencjałów zostały tutaj odwrócone [228]. Pole elektryczne w środowisku przewodzącym zostało opisane wektorowym potencjałem elektrycznym $\mathbf{T}$, a pole magnetyczne skalarnym potencjałem magnetycznym Ω .

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} - \text{grad}(\Omega) \quad (4.54)$$

Równania pola dla tego modelu są następujące:

$$\begin{aligned} \text{rot}(\sigma^{-1} \text{rot}(\mathbf{T})) + \frac{\partial \mu \mathbf{T}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} (\mu \text{grad}(\Omega)) \\ \text{div}(\mu \text{grad}(\Omega)) &= \text{div}(\mu \mathbf{T}) \end{aligned} \quad (4.55)$$

Drugie równanie przedstawia zasadę zachowania strumienia. Układ równań daje rodzinę rozwiązań, w związku z tym należy podać warunki dla potencjału wektorowego $\mathbf{T}$ na granicy obszaru przewodzącego albo wprowadzić warunek Coulomba lub Lorentza. Innym sposobem jest wyeliminowanie jednej składowej potencjału $\mathbf{T}$.

W celu zmniejszenia czasu obliczeń dla tego modelu, dla obszarów nieliniowych można zastosować metodę sprzężonych gradientów, metodę ICCG, metodę podziału macierzy na bloki połączoną z zastosowaniem metody relaksacji dla bloku.

Model $\mathbf{T}-\mathbf{A}$

Ze względu na dużą liczbę niewiadomych (6 dla każdego węzła) model ten jest rzadko stosowany. Biorąc pod uwagę wzrost mocy obliczeniowych komputerów, należy poważnie się zastanowić nad użyciem tego modelu dla regionów przewodzących. Prawdopodobnie w przyszłości zastąpi on modele $\mathbf{A}-V$ oraz $\mathbf{T}-\Omega$.

Wyprowadzany jest on bezpośrednio z równań 4.1-4.3 i daje następujący układ równań:

$$\begin{aligned} \text{rot}\left(\frac{1}{\mu} \text{rot}(\mathbf{A})\right) &= \text{rot}(\mathbf{T}) \\ \text{rot}\left(\frac{1}{\sigma} \text{rot}(\mathbf{T})\right) &= -\text{rot}\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) \end{aligned} \quad (4.56)$$

Potencjały $\mathbf{A}$ i $\mathbf{T}$ dają jednoznaczne rozwiązanie i nie ma konieczności wprowadzania dodatkowych warunków. Potencjał wektorowy magnetyczny $\mathbf{A}$ jest obliczany we wszystkich regionach obszaru, natomiast po-

tencjał wektorowy elektryczny $\mathbf{T}$ tylko w obszarach przewodzących. Ciągłość na granicy obszaru przewodzącego jest zawsze zachowana.

4.3.1. Elementy węzłowe

Metoda elementów skończonych opiera się na aproksymacji przestrzeni rozwiązania równań wariacyjnych przestrzenią $H_n^1(\Omega)$ o wymiarze n . Przestrzeń $H_n^1(\Omega)$ jest przestrzenią liniową z n funkcjami bazowymi $\{\varphi_i\}_{i=1}^n$, $H_n^1(\Omega) := \text{lin } \{\varphi_i\}_{i=1}^n$ [2, 3, 4, 15, 34, 96, 191, 190, 193]. Funkcje bazowe w zależności od przyjętej wersji aproksymacji mogą być funkcjami skalarnymi lub wektorowymi.

Funkcje bazowe φ_i , które muszą być oczywiście liniowo niezależne, tworzą bazę przestrzeni H_n^1 . Rozwiązanie w H_n^1 może być dla skalar-nych funkcji bazowych poszukiwane w postaci:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{ni} \varphi_i \quad (4.57)$$

Taka postać aproksymacji jest wykorzystywana do rozwiązywania równań w postaci uogólnionej przy zawężeniu zbioru funkcji dowolnych $\Psi \in H_0^1(\bar{\Omega})$ do zbioru funkcji bazowych φ_i . Specyfika metody elementów skończonych polega na wyborze funkcji bazowych o następujących właściwościach:

- nośniki funkcji bazowych są małe w porównaniu z obszarem ich określoności,
- aproksymacja zadanej funkcji funkcjami bazowymi jest interpolacją.

Dla stanu ustalonego równania polowo-obwodowe mogą być rozwiązywane z założeniem sinusoidalnej zmienności wielkości polowych przy przyjęciu zastępczej, stałej w czasie wartości przenikalności magnetycznej określonej w oparciu o amplitudę indukcji.

$$\mathbf{A} = \text{Im}(\underline{\mathbf{A}}(x, y) e^{j\omega t}) \quad (4.58)$$

Rozwiązanie zespolone pozwala w zasadniczy sposób skrócić czas obliczeń, ponieważ unikamy rozwiązywania układu równań względem czasu. Rozwiązanie zespolone można stosować dla układów liniowych. W przypadku nieliniowości konieczna jest linearyzacja i przyjęcie zastępczej charakterystyki dla całego okresu zmienności wielkości polowych. Rozwiązanie zespolone może być więc stosowane przy małych nasyceniach lub w sytuacji wymuszonego strumienia o sinusoidalnej zmienności w czasie.

W przypadku ogólnym otrzymujemy dla badanego obiektu układ równań różniczkowo-całkowych postaci

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{rot } \phi_i \cdot \text{rot } A d\Omega + \int_{\Omega} \gamma \frac{\partial A}{\partial t} \phi_i d\Omega - \int_{\Omega} J \phi_i d\Omega = 0 \quad (4.59)$$

$\phi_i \in H_0^1(\bar{\Omega}) \quad i = 1, 2, \dots, n$

Prowadzi to do uzyskania układu równań różniczkowych względem czasu, który może być zapisany w postaci macierzowej.

$$\mathbf{R}\mathbf{A} + \mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{B} = 0 \quad (4.60)$$

Układ ten jest rozwiązywany za pomocą aproksymacji schematem różnicowym z wagą Θ przyjmującą wartości z przedziału $[0,1]$. Dla $\Theta = 0,5$ jest to schemat Cranka-Nicolsona [320, 332], często korzysta się również z rozwiązania dla $\Theta = 2/3$. Prowadzi to do rozwiązania za pomocą jednokrokowej metody względem czasu.

$$\left(\mathbf{R}(1 - \Theta) - \frac{\mathbf{S}}{\Delta t} \right) \mathbf{A}_n + \left(\mathbf{R}\Theta + \frac{\mathbf{S}}{\Delta t} \right) \mathbf{A}_{n+1} + \mathbf{B}_n(1 - \Theta) + \mathbf{B}_{n+1}\Theta = 0 \quad (4.61)$$

gdzie $\mathbf{A}_n$ i $\mathbf{A}_{n+1}$ są wartościami poszukiwanymi w kolejnych krokach czasowych, $\mathbf{B}_n$ i $\mathbf{B}_{n+1}$ wartościami wymuszeń w tych krokach, Δt jest krokiem czasowym, a Θ wagą metody, w tym przypadku przyjmowaną za równą 1.

Rozwiązanie zadania rozpoczyna się od przyjęcia wartości początkowych, które są zwykle warunkami zerowymi dla wielkości polowych. Procedura rozwiązania rozpoczyna obliczenia od przyjęcia minimalnego kroku czasowego, który następnie jest korygowany w zależności od uzyskiwanego błędu rozwiązania, szacowanego zwykle metodą podwójnego kroku. Dla zagadnień nieliniowych (dla których własności materiałowe opisane są jednowartościową – nieuwzględniającą zjawiska histerezy i monotoniczną charakterystyką magnesowania $B(H)$) rozwiązanie układu (4.61) połączone jest z zastosowaniem metody Newtona lub metody iteracji prostych [92-95, 262-264, 374].

4.3.2. Elementy krawędziowe

Zastosowanie modeli opisanych za pomocą potencjałów skalarnych jest możliwe jedynie w obszarach pozbawionych prądów wirowych.

Większość zagadnień związanych z modelowaniem magnetowodów urządzeń elektrycznych wymaga uwzględnienia tego zjawiska. Z tego powodu stosuje się do nich opis za pomocą magnetycznego potencjału wektorowego. Ponieważ potencjał wektorowy ma trzy składowe, w związku z tym rozwiązywane jest zagadnienie o znacznie większej liczbie niewiadomych, niż to miało miejsce w przypadku potencjałów skalarnych. Dążenie do uzyskania opisu za pomocą wielkości skalarnych spowodowało wprowadzenie do modelowania elementów krawędziowych. Elementy krawędziowe pozwoliły na bardziej efektywne rozwiązywanie problemów obwodowo-polowych w przestrzeni 3D [36, 53, 54, 94, 125].

Dla elementów krawędziowych interpolacja $f^{(e)}$ poszukiwanej funkcji skalarnej f w punkcie $P(x,y,z)$ umieszczonym na powierzchni lub w środku ostrosłupa jest określona jako kombinacja liniowa wartości określonych dla sześciu krawędzi f_m elementu oraz odpowiednich funkcji bazowych $\mathbf{w}_m$.

$$\mathbf{f}^{(e)}(P) = \sum_{m=1}^6 f_m \mathbf{w}_m \quad (4.62)$$

Stopniami swobody (niewiadomymi) są w tym przypadku całki liniowe wektora wzdłuż krawędzi ostrosłupa, a więc wartości skalarne. Ponieważ aproksymowana wielkość – potencjał wektorowy jest wektorem, funkcje bazowe są w tym przypadku funkcjami wektorowymi, definiowanymi dla każdej z krawędzi elementu ostrosłupowego. Postać funkcji bazowej zdefiniowanej dla krawędzi leżącej pomiędzy wierzchołkami ostrosłupa k i l jest następująca

$$\mathbf{w}_i = N_k \text{grad } N_l - N_l \text{grad } N_k \quad (4.63)$$

gdzie N_i są węzłowymi funkcjami bazowymi o postaci

$$N_k(x, y, z) = L_k(x, y, z) = \frac{\text{volume}(P(x, y, z), V_l, V_m, V_n)}{\text{volume}(V_k, V_l, V_m, V_n)} \quad (4.64)$$

Tak określone funkcje bazowe spełniają warunki jednoznaczności w sensie opisywanej zmiennej, a więc całka liniowa funkcji bazowej jest równa jeden wzdłuż boku, dla którego funkcja jest określona

$$\int_{l_m} \mathbf{w}_m d\mathbf{l} = 1 \quad (4.65)$$

oraz jest równa zero wzdłuż wszystkich pozostałych boków. Wymiar funkcji bazowej to $1/m$. Tak określone funkcje bazowe są nazywane funkcjami pierwszego rzędu Whitneya.

Krawędziowe funkcje bazowe mają następujące właściwości:

- składowa styczna interpolowanej wielkości wektorowej jest ciągła przy przejściu z elementu do elementu

$$f_t^{e1} = f_t^{e2} \quad (4.66)$$

- składowa normalna interpolowanej wielkości wektorowej jest nieciągła przy przejściu z elementu do elementu, z wyjątkiem przypadku, kiedy wielkość wektorowa jest niezmienna w kierunku normalnym do boku ostrosłupa

$$f_n^{e1} \neq f_n^{e2} \quad (4.67)$$

- ciągłość składowej stycznej daje ciągłość składowej normalnej wektora określonego jako rotacja wektora bazowego

$$g_n^{e1} = g_n^{e2} \quad \mathbf{g} = \nabla \times \mathbf{f} = \text{rot } \mathbf{f} \quad (4.68)$$

- dywergencja aproksymowanego pola wektorowego zeruje się we wnętrzu elementu

$$\nabla \cdot \mathbf{f} = \nabla \cdot \left(\sum_{m=1}^6 f_m \mathbf{w}_m \right) = \sum_{m=1}^6 (f_m \nabla \cdot \mathbf{w}_m) + \mathbf{w}_m \cdot \nabla f_m = 0 \quad (4.69)$$

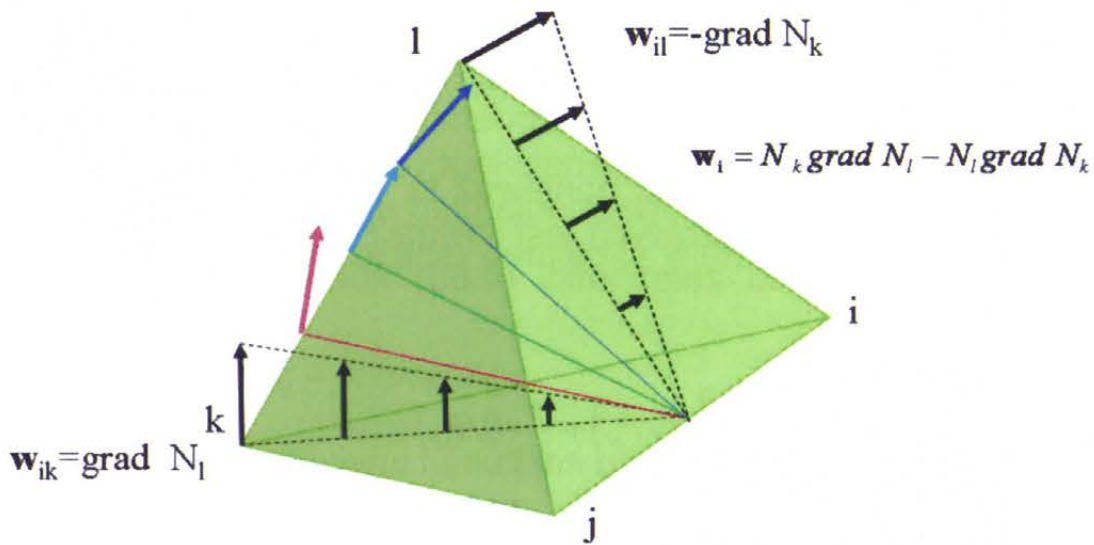
gradient f_m jest równy zero, ponieważ f_m jest stała wzdłuż boku oraz dywergencja funkcji bazowych jest równa zero we wnętrzu elementu. Przy wyprowadzeniu zależności (4.69) korzysta się z tożsamości wektorowej

$$\begin{aligned} \text{div}(\mathbf{VF}) &= \frac{\partial}{\partial x}(VF_x) + \frac{\partial}{\partial y}(VF_y) + \frac{\partial}{\partial z}(VF_z) = \\ &= V \frac{\partial}{\partial x}(F_x) + \frac{\partial V}{\partial x} F_x + V \frac{\partial}{\partial y}(F_y) + \frac{\partial V}{\partial y} F_y + V \frac{\partial}{\partial z}(F_z) + \frac{\partial V}{\partial z} F_z = \\ &= V \left(\frac{\partial}{\partial x}(F_x) + \frac{\partial}{\partial y}(F_y) + \frac{\partial}{\partial z}(F_z) \right) + \frac{\partial V}{\partial x} F_x + \frac{\partial V}{\partial y} F_y + \frac{\partial V}{\partial z} F_z = \\ &= V \text{div} \mathbf{F} + \mathbf{F} \cdot \text{grad} V = V \nabla \cdot \mathbf{F} + \mathbf{F} \cdot \nabla V \end{aligned} \quad (4.70)$$

- rotacja aproksymowanego pola jest stała w obrębie elementu, a więc postać aproksymacji jest podobna jak dla elementów węzłowych. Poszukiwana wielkość jest przybliżana rozkładem objętościowo stałym.

Zaletą elementów krawędziowych jest spełnianie warunku zerowania się dywergencji, co daje automatycznie spełnianie warunku jednoznaczności. Spełnienie warunku Coulomba dla potencjału wektorowego oraz ciągłość składowej stycznej potencjału jest warunkiem wystarczającym do spełnienia warunku ciągłości składowej normalnej indukcji.

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \mathbf{f} &= \nabla \times \left(\sum_{m=1}^6 f_m \mathbf{w}_m \right) = \sum_{m=1}^6 (f_m \nabla \times \mathbf{w}_m) + \mathbf{w}_m \times \nabla f_m = \\
 &= \sum_{m=1}^6 (f_m \nabla \times \mathbf{w}_m) = \sum_{m=1}^6 (f_m \nabla \times (L_i \nabla L_j - L_j \nabla L_i)) = \sum_{m=1}^6 (f_m \nabla \times (L_i \nabla L_j - L_j \nabla L_i)) = \\
 &= \sum_{m=1}^6 (f_m (\nabla L_i \times \nabla L_j + L_i \nabla \times \nabla L_j) - (\nabla L_j \times \nabla L_i + L_j \nabla \times \nabla L_i)) = \\
 &= \sum_{m=1}^6 (f_m (\nabla L_i \times \nabla L_j - \nabla L_j \times \nabla L_i)) = 2 \sum_{m=1}^6 (f_m (\nabla L_i \times \nabla L_j))
 \end{aligned} \tag{4.71}$$



Rys. 4.1. Krawędziowa funkcja bazowa

Na rysunku 4.1 została przedstawiona funkcja bazowa przypisana do krawędzi rozpiętej pomiędzy wierzchołkami l-k ostrosłupa. Jak widać, wektorowa funkcja bazowa $\mathbf{w}_l$ może być interpretowana jako pole prędkości ciała obracającego się wokół krawędzi i-j. Wektor funkcji bazowej jest prostopadły do płaszczyzn zawierających krawędź i-j i ma długość proporcjonalną do odległości punktu, w którym jest określany, od krawędzi i-j. Na rysunku pokazano pięć kolejnych położenia wektora funkcji bazowej na boku l-k. Jak widać, w punkcie środkowym boku wektor funkcji bazowej jest styczny do kierunku boku l-k.

4.4. Modelowanie złożonych struktur

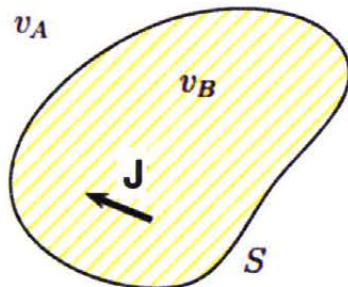
Obliczanie rozkładu pola elektromagnetycznego za pomocą metody elementów skończonych daje bardzo dobre wyniki wewnątrz i w bliskim otoczeniu badanego urządzenia. Otrzymanie rozkładów pola w dużej odległości od urządzenia lub systemu urządzeń jest trudne, a często nawet niewykonalne, ze względu na znaczną ilość elementów w siatce badanej struktury. W takim przypadku rozwiązaniem może być zastosowanie metody nazywanej dalej „metodą pudełek”. Jest ona oparta na drugim prawie Strattona [16, 51, 52, 75, 141, 321, 368]. Metoda ta pozwala przeprowadzać symulacje metodą elementów skończonych oddzielnie dla każdego urządzenia, a następnie dla całej struktury zastosować metodę analityczno-numeryczną.

Przyjmijmy że w analizowanym systemie znajdują się dwa obszary. Rozwiązanie dla całej struktury jest otrzymywane dwustopniowo:

- 1) Obliczane jest pole elektromagnetyczne wewnątrz urządzenia, stosując metodę elementów skończonych, i zapamiętywane są wartości pola na otaczającej urządzenie powierzchni. Przyjmuje się powierzchnie otaczające „pudełka” o prostym kształcie, najczęściej powierzchnię walcową dla maszyny elektrycznej i prostopadłościenną dla transformatora. Zewnętrzne powierzchnie pudełek są źródłami wymuszeń dla drugiego kroku metody.
- 2) Pole w dużej odległości od źródeł jest obliczane w oparciu o wartości na powierzchniach zastępczych „pudełek” w sposób, który zostanie przedstawiony w dalszej części rozdziału.

Zastępowanie źródeł przez zastępcze powierzchnie wymaga otoczenia „pudełkami” wszystkich źródeł w strukturze, czyli pozwala na obliczenie równolegle rozkładu pola dla każdego urządzenia. Jedno obliczenie N urządzeń jest zastępowane przez N obliczeń jednego urządzenia.

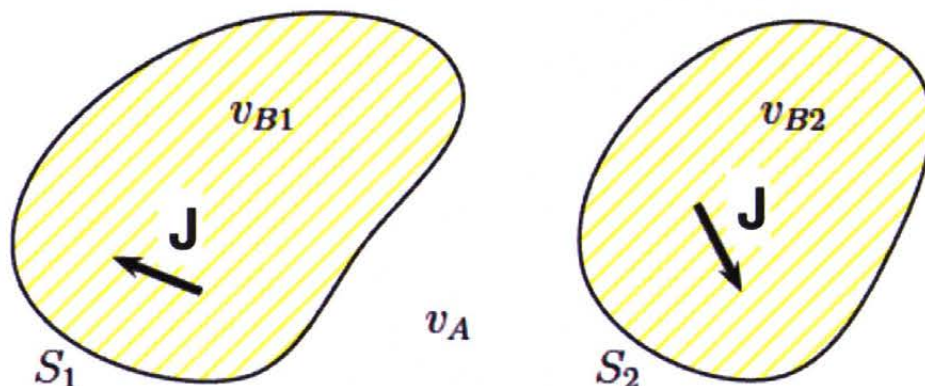
Na podstawie rysunku 4.2 zostanie przedstawiona idea metody „pudełek”. Załóżmy, że istnieją w strukturze dwa regiony objętościowe: v_A będący regionem wewnętrznym oraz v_B będący regionem zewnętrznym. Oba regiony są rozdzielone powierzchnią S . Region wewnętrzny zawiera źródła prądowe $\mathbf{J}$, a region zewnętrzny ich nie zawiera.



Rys. 4.2. Idea „pudełka” zastępczego

Wartości pola w obszarze wewnętrznym, zawierającym źródła, są znajdowane za pomocą metody elementów skończonych. W obszarze zewnętrznym stosowana jest metoda analityczno-numeryczna pozwalająca obliczyć wartości pola w dowolnych punktach tego obszaru.

Metodę można również stosować dla wielu źródeł prądowych. Załóżmy, że mamy dwa obszary zawierające źródła, tak jak to pokazano na rysunku 4.3.



Rys. 4.3. Dwa „pudełka” zastępcze, oba zawierające źródła prądowe

Założmy w pierwszym etapie, że pomiędzy dwoma źródłami nie występuje interakcja. Równania pola magnetycznego dla potencjału wektorowego dane są ogólnie znanymi zależnościami:

$$\begin{aligned} \text{rot rot } \mathbf{A} &= \mu \mathbf{J} \\ \text{div } \mathbf{A} &= 0 \end{aligned} \quad (4.72)$$

Indukcja w punkcie P rysunku 4.4 jest obliczana zgodnie z wzorem Strattona:

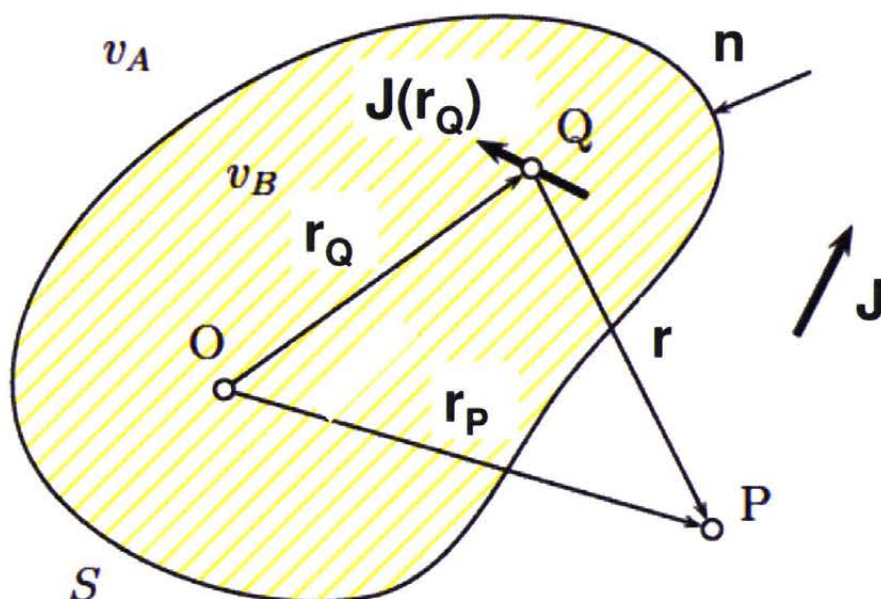
$$\iiint_v (\mathbf{Q} \cdot \text{rot rot } \mathbf{P} - \mathbf{P} \cdot \text{rot rot } \mathbf{Q}) dv = \oint\oint_S (\mathbf{P} \times \text{rot } \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \times \text{rot } \mathbf{P}) \cdot d\mathbf{S} \quad (4.73)$$

gdzie $\mathbf{P}$ i $\mathbf{Q}$ są dowolnymi funkcjami wektorowymi ciągłymi wewnątrz obszaru v i mającymi ciągłą pierwszą i drugą pochodną.

Dla struktury przedstawionej na rysunku 4.4 można wprowadzić następujące oznaczenia:

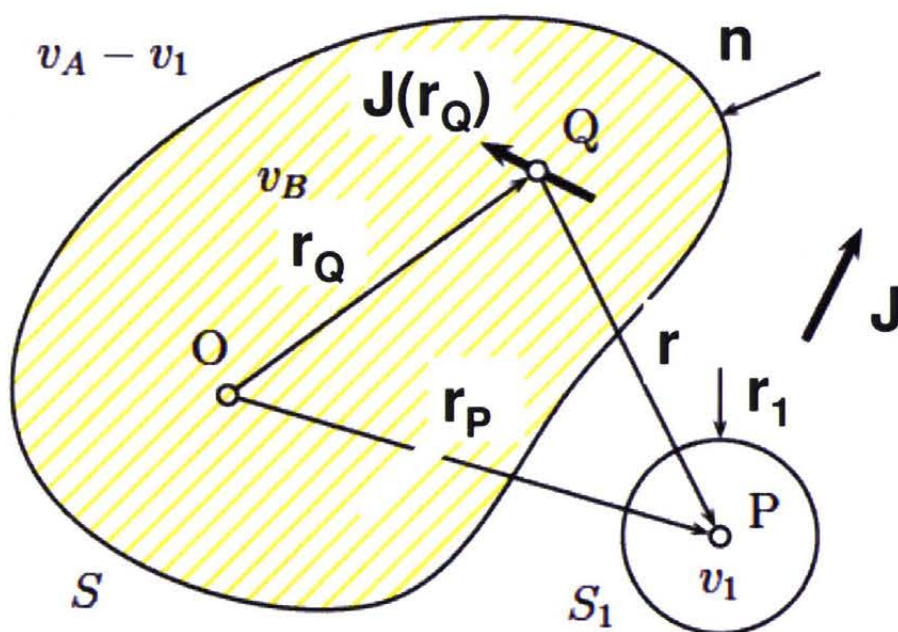
$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{A} \\ \mathbf{Q} &= \text{rot } \frac{\mathbf{e}}{r} \end{aligned} \quad (4.74)$$

gdzie $\mathbf{e}$ jest wektorem jednostkowym, zaś $r = |\mathbf{r}|$



Rys. 4.4. Szkic problemu ze źródłami prądowymi w obszarze wewnętrznym i zewnętrznym, określenie punktu P oraz oznaczeń używanych we wzorach

Funkcja Q ma biegun dla $r = 0$, w związku z czym nie można stosować dla tego punktu twierdzenia Strattona. Z tego powodu otoczenie punktu, dla którego promień r dąży do 0, zostaje wydzielone z obszaru v poprzez otoczenie go kulą o promieniu r_1 tak jak to pokazano na rysunku 4.5.



Rys. 4.5. Szkic wydzielenia obszaru v_1 otaczającego punkt P

Kula otaczająca punkt P ma promień r_1 i powierzchnię zewnętrzną S_1 . Utworzono w ten sposób obszar zewnętrzny $v_A - v_1$ o dwóch powierzchniach otaczających S oraz S_1 . Dla tego obszaru stosujemy wzór Strattona:

$$\begin{aligned} & \iiint_{v_A - v_1} \left(\text{rot} \frac{\mathbf{e}}{r} \cdot \text{rot rot } \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot \text{rot rot rot} \frac{\mathbf{e}}{r} \right) dv = \\ & = \oiint_{S + S_1} \left(\mathbf{A} \times \text{rot rot} \frac{\mathbf{e}}{r} - \text{rot} \frac{\mathbf{e}}{r} \times \text{rot } \mathbf{A} \right) \cdot d\mathbf{S} \\ & \text{rot rot } \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} \quad \text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B} \end{aligned} \quad (4.75)$$

ponieważ

$$\text{rot rot rot} \frac{\mathbf{e}}{r} = \text{rot grad div} \frac{\mathbf{e}}{r} = 0$$

wyrażenie $\mathbf{A} \text{rot rot rot} \frac{\mathbf{e}}{r}$ we wzorze 4.57 zniknie.

Możemy następnie przekształcić zależność $\text{rot rot} \frac{\mathbf{e}}{r}$ i otrzymamy wtedy:

$$\text{rot rot} \frac{\mathbf{e}}{r} = \text{grad div} \frac{\mathbf{e}}{r} - \Delta \left(\frac{\mathbf{e}}{r} \right) = \text{grad} \left(\frac{1}{r} \text{div } \mathbf{e} + \mathbf{e} \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) \right)$$

oraz

$$\text{rot} \frac{\mathbf{e}}{r} = \frac{1}{r} \text{rote} - \mathbf{e} \times \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = -\mathbf{e} \times \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right)$$

Równanie 4.75 przekształci się do postaci:

$$\begin{aligned} & \mu \iiint_{v_A - v_1} \left(\text{grad} \frac{1}{r} \times \mathbf{e} \right) \cdot \mathbf{J} dv = \\ & = \oiint_{S + S_1} \left[\mathbf{A} \times \text{grad} \left(\mathbf{e} \cdot \text{grad} \frac{1}{r} \right) \right] d\mathbf{S} + \oiint_{S + S_1} \left[\left(\mathbf{e} \times \text{grad} \frac{1}{r} \right) \times \mathbf{B} \right] d\mathbf{S} \end{aligned} \quad (4.76)$$

gdzie

$$\left(\text{grad} \frac{1}{r} \times \mathbf{e} \right) \cdot \mathbf{J} = \mathbf{e} \cdot \left(\mathbf{J} \times \text{grad} \frac{1}{r} \right)$$

oraz

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \text{grad} \left(\mathbf{e} \cdot \text{grad} \frac{1}{r} \right) &= -\text{rot} \left[\left(\mathbf{e} \cdot \text{grad} \frac{1}{r} \right) \mathbf{A} \right] + \left(\mathbf{e} \cdot \text{grad} \frac{1}{r} \right) \text{rot} \mathbf{A} \\ &= \left(\mathbf{e} \cdot \text{grad} \frac{1}{r} \right) \mathbf{B} \end{aligned}$$

jak również

$$\left[\left(\mathbf{e} \times \text{grad} \frac{1}{r} \right) \times \mathbf{B} \right] d\mathbf{S} = (d\mathbf{S} \times \mathbf{B}) \left(\text{grad} \frac{1}{r} \times \mathbf{e} \right) = \mathbf{e} \left[(d\mathbf{S} \times \mathbf{B}) \times \text{grad} \frac{1}{r} \right]$$

Równanie 4.58 zostanie w ten sposób przekształcone do postaci:

$$\mu \iiint_{V_A - V_1} \left(\mathbf{J} \times \text{grad} \frac{1}{r} \right) dv = \oint_{S+S_1} \left[(\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}) \text{grad} \frac{1}{r} + (d\mathbf{S} \times \mathbf{B}) \times \text{grad} \frac{1}{r} \right] \quad (4.77)$$

A po podstawieniu $d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS$ oraz $\text{grad}(1/r) = \mathbf{r}/r^3$ do wzoru 4.77 otrzymano:

$$\mu \iiint_{V_A - V_1} \left(\mathbf{J} \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) dv = \oint_{S+S_1} \left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \frac{\mathbf{r}}{r^3} + (\mathbf{n} \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right] dS \quad (4.78)$$

Na powierzchni S_1 zależność 4.78 ma postać:

$$\left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \frac{\mathbf{r}}{r^3} + (\mathbf{n} \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right] = \left(\frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{B}}{r_1} \right) \frac{\mathbf{r}_1}{r_1} + \left(\frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{B}}{r_1} \right) \times \frac{\mathbf{r}_1}{r_1} = \frac{1}{r_1^2} \mathbf{B} \quad (4.79)$$

Dla promienia r_1 dążącego do 0, czyli w bezpośrednim otoczeniu punktu P można uśrednić wartości indukcji $\mathbf{B}$ i wtedy zależność (4.79) przyjmie postać:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{r}_P) &= \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V_A} \mathbf{J} \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv - \frac{1}{4\pi} \oint_S \left[(\mathbf{n} \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right] dS + \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \oint_S \left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right] dS \end{aligned} \quad (4.80)$$

Indukcja w punkcie P jest opisana trzema członami, których znaczenie fizyczne jest następujące:

- człon pierwszy określa rozkład prądów wewnątrz obszaru V_A ,
- człon drugi jest rozkładem prądów powierzchniowych $\mathbf{K} = -(\mathbf{n} \times \mathbf{B}) / \mu$ na powierzchni S ,

- człon trzeci jest rozkładem magnetycznych ładunków powierzchniowych $\sigma_m = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} / \mu$ na powierzchni S.

Wyrazy (2) i (3) tworzą razem prądy zastępcze w regionie v_B .

Powierzchnia S jest następnie dyskretyzowana za pomocą elementów wystarczająco małych, aby można było przyjąć stałość pola wewnątrz elementu. Przyjmujemy kierunek normalny do powierzchni elementu tak, aby uzyskać dodatnie całki powierzchniowe. Zależność (4.81) przyjmie wtedy postać:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_p) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^n \left[(\mathbf{n}_i \times \mathbf{B}_i) \times \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} \right] dS_i + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^n (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{B}_i) \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} dS_i \quad (4.81)$$

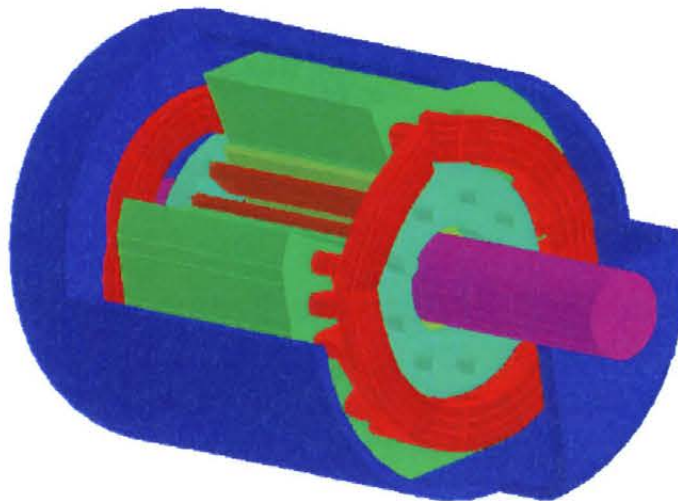
gdzie n jest ilością elementów użytych do dyskretyzacji. Przedstawiona zależność (4.81) może być zamodelowana i obliczona w środowisku MATLAB.

Jeżeli chcemy zastąpić nie jeden, ale wiele regionów zawierających źródła, równanie (4.62) będzie miało następującą postać:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_p) = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^m \left\{ \sum_{i=1}^{n_j} \left[(\mathbf{n}_{ji} \times \mathbf{B}_{ji}) \times \frac{\mathbf{r}_{ji}}{r_{ji}^3} \right] dS_{ji} + \sum_{i=1}^{n_j} (\mathbf{n}_{ji} \cdot \mathbf{B}_{ji}) \frac{\mathbf{r}_{ji}}{r_{ji}^3} dS_{ji} \right\} \quad (4.82)$$

gdzie m jest liczbą powierzchni S_j otaczających źródła, zaś n_j jest liczbą elementów, na które jest podzielona powierzchnia S_j .

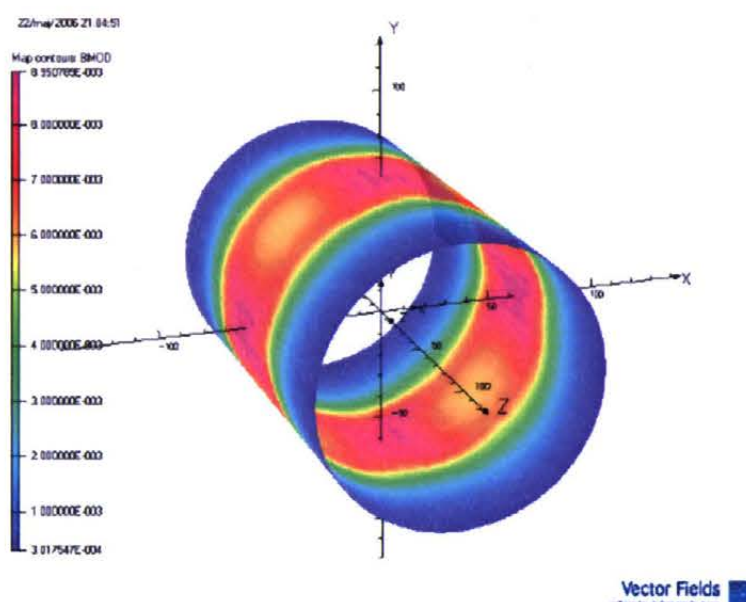
W celu weryfikacji przedstawionej metody wykonano obliczenia pola wewnątrz i na zewnątrz maszyny elektrycznej. Następnie przeprowadzono obliczenia dla dwóch maszyn, stosując metodę elementów skończonych. W obu przypadkach stosowano program komercyjny Opera. Następnie, wykorzystując obliczone wartości pola magnetycznego na powierzchni cylindrycznej, zastąpiono maszynę przez pole na otaczającą ją powierzchni i zastosowano metodę „pudełek” [254-256].



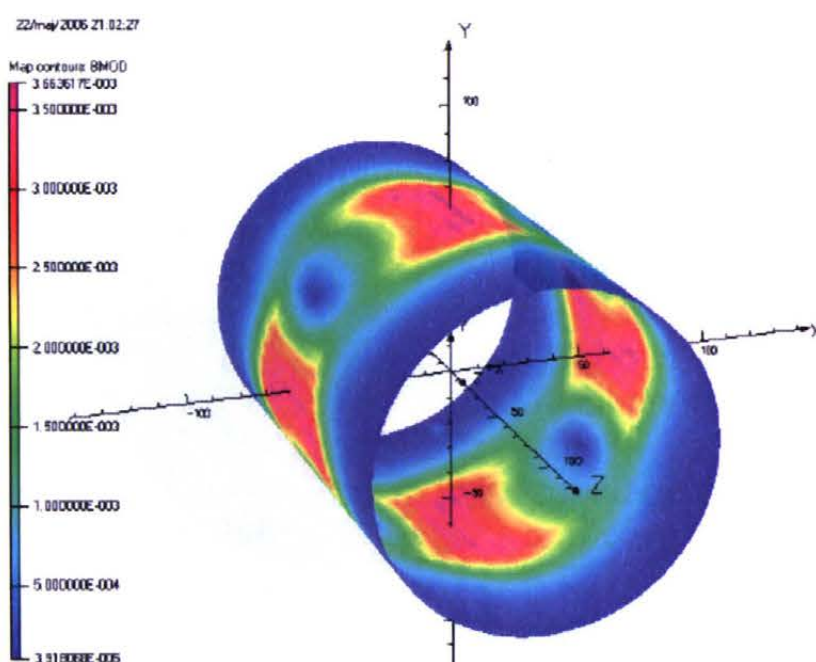
Rys. 4.6. Rzeczywista maszyna modelowana programem Opera

Na rysunkach 4.7-4.8 przedstawiono moduł indukcji w odległości 1 mm od obudowy maszyny, a na rysunkach 4.9 i 4.10 w odległości 20 mm od obudowy. Maszyna ma długość 150 mm, długość „pudełka” zastępczego wynosi 200 mm.

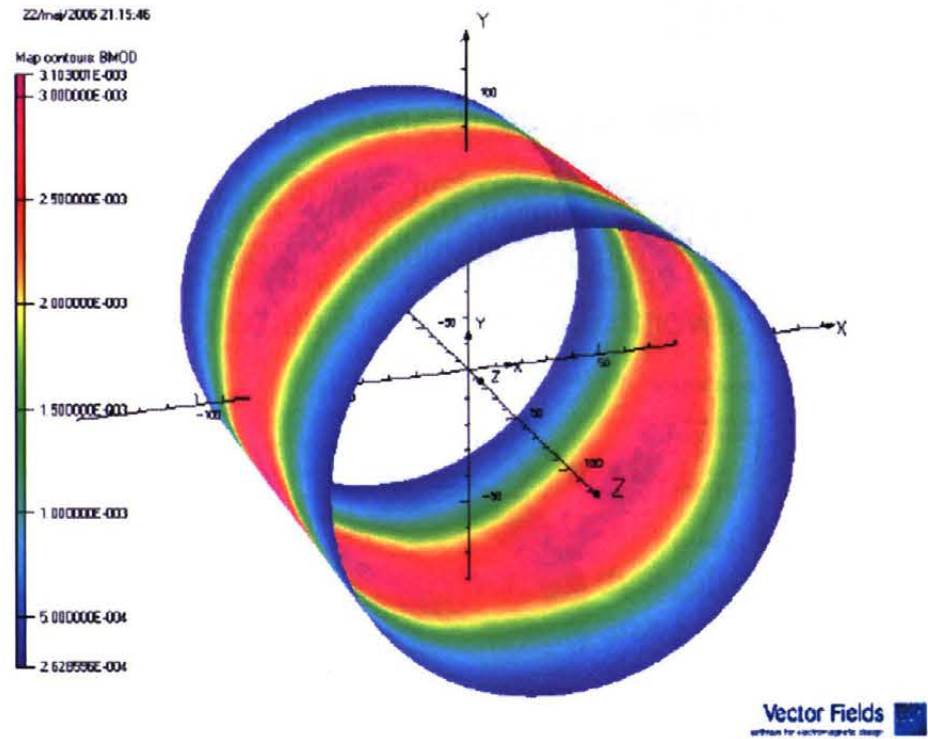
Rozkład pola wewnątrz i wokół maszyny został obliczony programem Opera, utworzono 1,1 miliona elementów, 200000 węzłów i 1,4 miliona krawędzi.



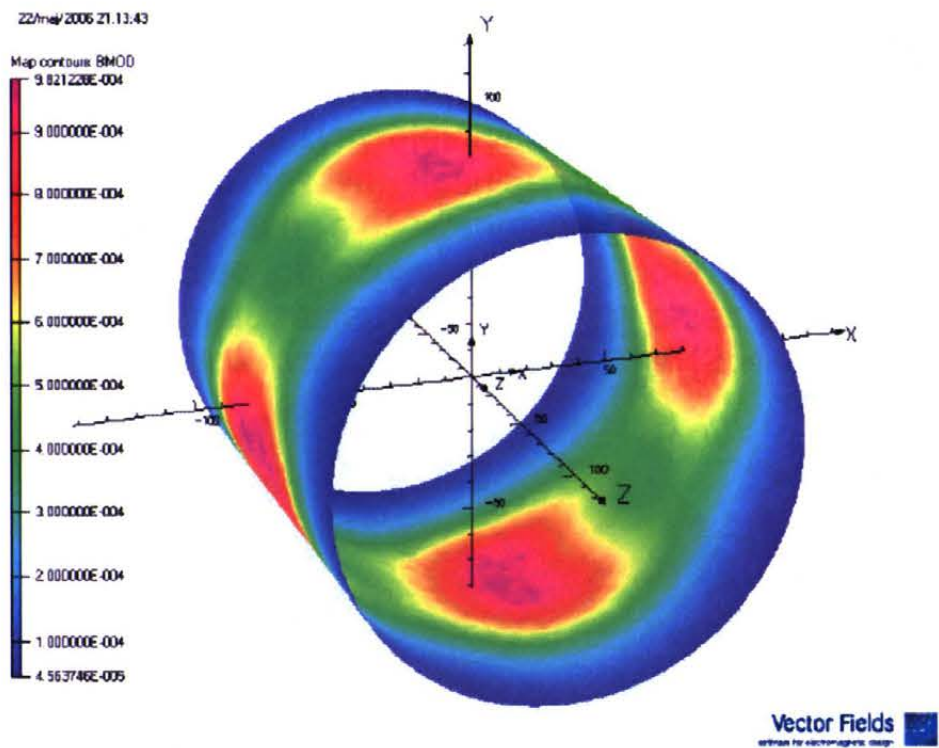
Rys. 4.7. Moduł indukcji na powierzchni odległej o 1 mm od maszyny dla $\omega t = 0^\circ$



Rys. 4.8. Moduł indukcji na powierzchni odległej o 1 mm od maszyny dla $\omega t = -90^\circ$

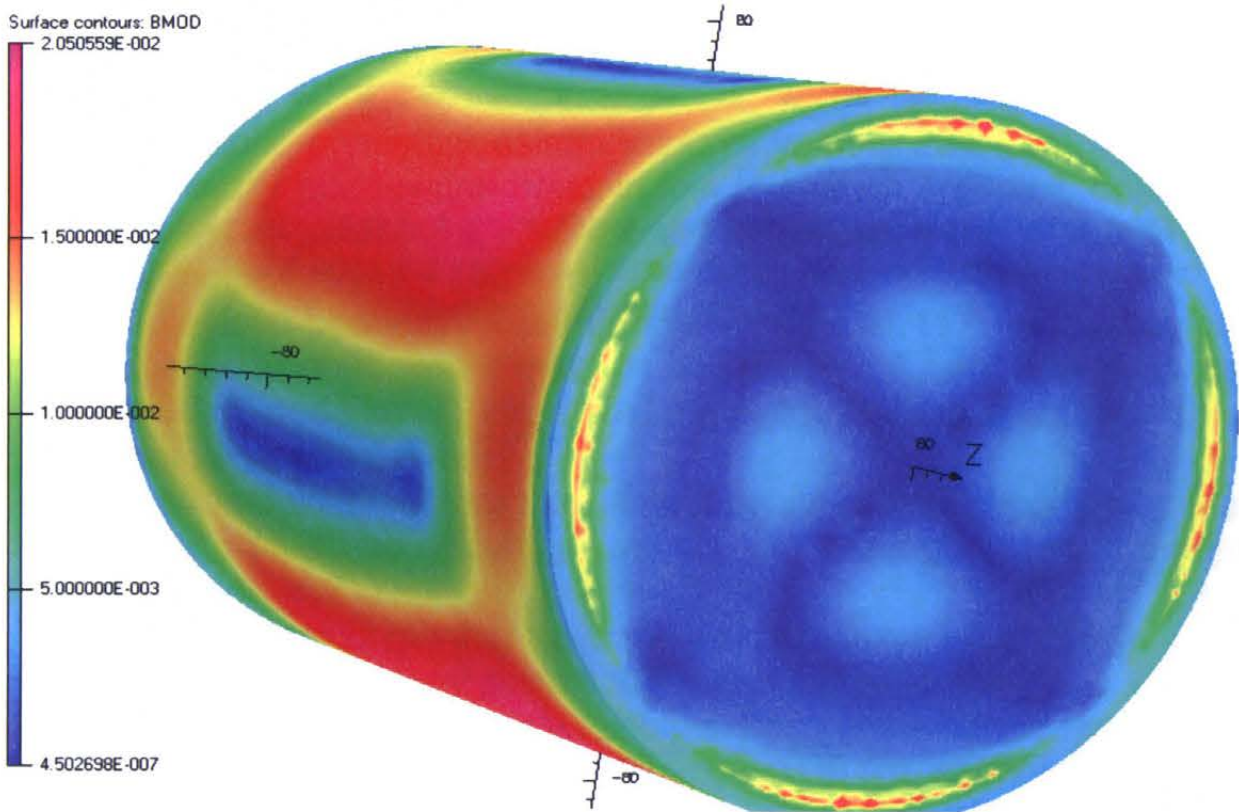


Rys. 4.9. Moduł indukcji na powierzchni odległej o 20 mm od maszyny dla $\omega t = 0^\circ$



Rys. 4.10. Moduł indukcji na powierzchni odległej o 20 mm od maszyny dla $\omega t = -90^\circ$

Cylinder pokazany na rysunku 4.7 został wykorzystany, jako źródło, w metodzie analitycznej. Na przedstawionych rysunkach pokazano tylko wartości na powierzchni bocznej maszyny. Wartości na pokrywach górnej i dolnej „pudełka” zostały również obliczone i uwzględnione, tak aby utworzyć zamkniętą powierzchnię S otaczającą źródła. Model cylindrycznego „pudełka” z wartościami indukcji na powierzchniach zewnętrznych pokazano na rysunku 4.11.



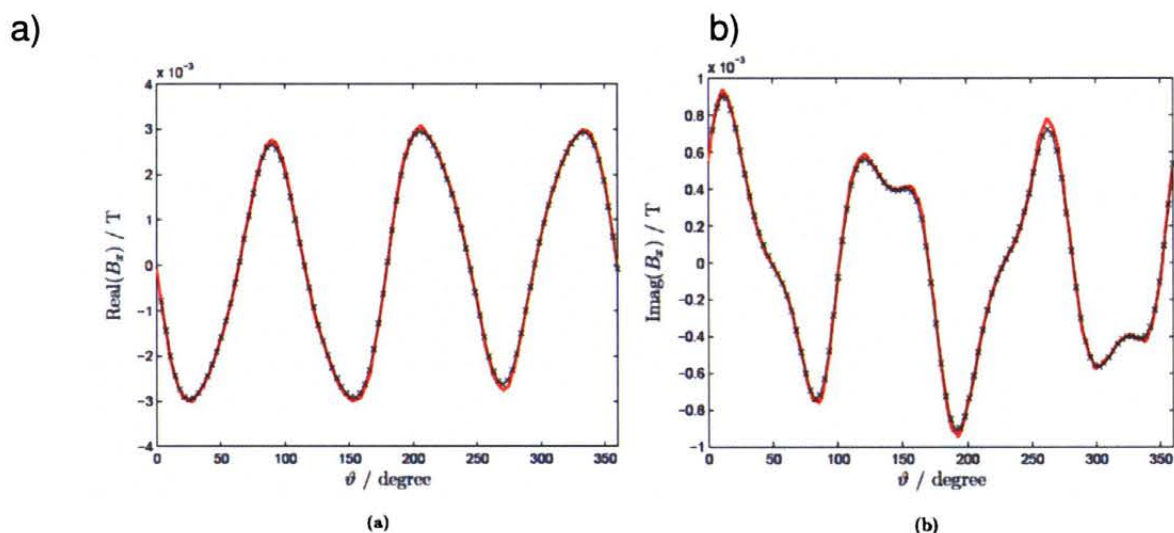
Rys. 4.11. Rozkład indukcji na powierzchni zamkniętej otaczającej maszynę dla $\omega t = 0^\circ$

Na powierzchni zamykającej pudełko można wyraźnie zauważyć wpływ połączeń czołowych uzwojeń maszyny.

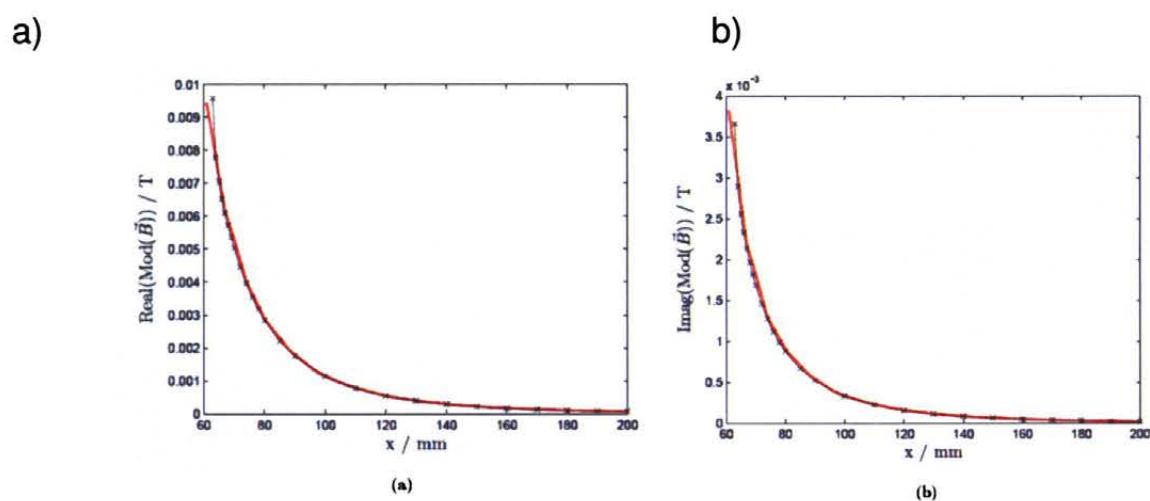
Po zadaniu wartości indukcji w każdym elemencie, na które należy podzielić powierzchnię cylindra, przechodzimy do drugiego etapu metody. Powierzchnię boczną podzielono na 4000 powierzchni elementarnych, a dolną i górną pokrywkę „pudełka” na 720 elementów. Obliczono indukcje zgodnie ze wzorem 4.81 wzdłuż trzech linii:

- A. linii kołowej o promieniu 20 mm w stosunku do osi maszyny dla $z = 0$,
- B. linii wzdłuż promienia maszyny dla $z = 0$, x zmieniającym się od 62 do 200 mm,
- C. linii osiowej dla $x = 0$, $y = 0$, z zmieniającym się od 74 do 200 mm.

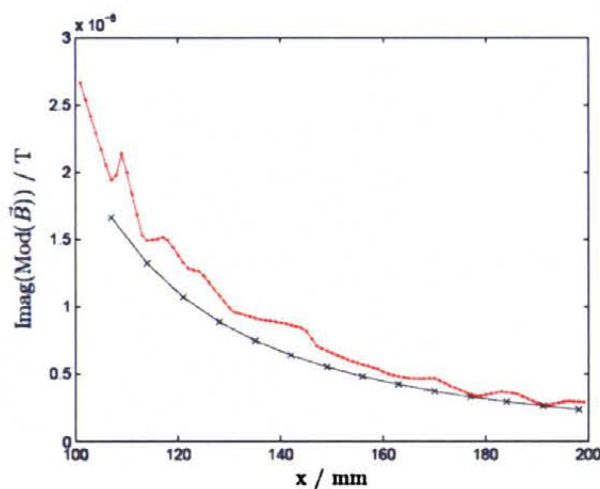
Porównano wyniki otrzymane metodą elementów skończonych dla całego układu i metodą „pudełek” dla tych samych ścieżek. Na rysunkach 4.12-4.14 przedstawiono przebiegi indukcji magnetycznej dla trzech różnych linii.



Rys. 4.12. Przebieg składowej B_x wzdłuż linii A: część rzeczywista (a) oraz urojona (b). Linia ciągła oznacza indukcję obliczoną MES, krzyżyki – obliczoną metodą „pudełek”



Rys. 4.13. Przebieg modułu indukcji wzdłuż linii B: część rzeczywista (a) oraz urojona (b). Linia ciągła oznacza indukcję obliczoną MES, krzyżyki – obliczoną metodą „pudełek”



Rys. 4.14. Część urojona modułu B wzdłuż linii C. Linia ciągła oznacza indukcję obliczoną MES, krzyżyki – obliczoną metodą „pudełek”

Przebiegi wzdłuż linii kołowej i promieniowej są zgodne dla obu metod, dla wyników osiowych otrzymane wartości w okolicach połączeń czołowych są bardzo niskie, w związku z czym rezultaty otrzymane metodą elementów skończonych obarczone są błędem. Przebieg indukcji otrzymany metodą „pudełek” jest gładki. Wskazuje to na poprawność metody nawet dla bardzo słabych pól.

Kolejną symulacją było obliczenie rozkładu pola dla dwóch pracujących maszyn. Przygotowano model z dwoma identycznymi maszynami ustawionymi równolegle. Przyjęto dwie opcje różniące się odległością między osiami maszyn:

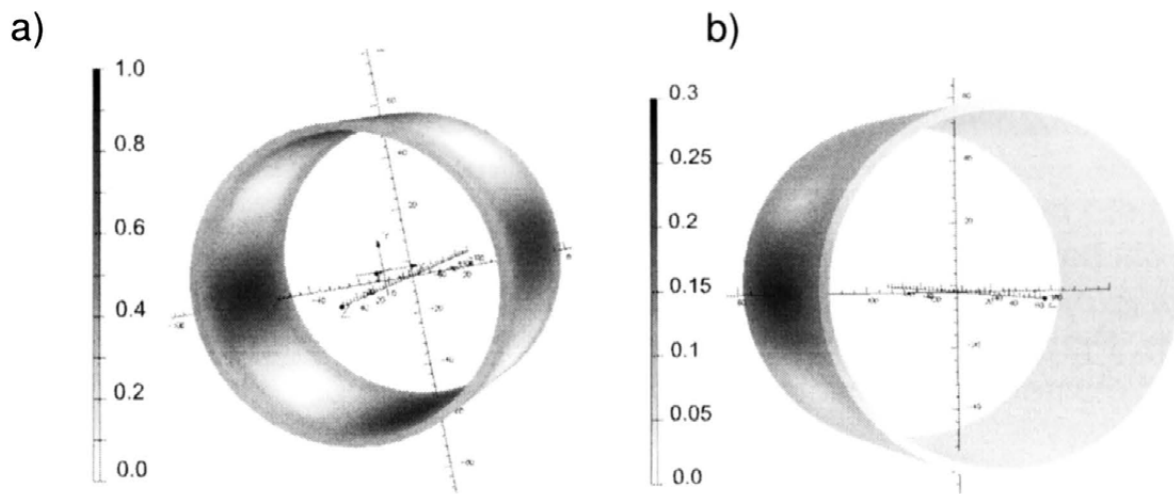
- 1) Odległość pomiędzy osiami maszyn wynosi 224 mm, odległość pomiędzy obudowami maszyn jest równa ich średnicy, odległość pomiędzy „pudełkami”, które zostaną wykorzystane w drugim kroku metody, wynosi 102 mm
- 2) Odległość pomiędzy osiami maszyn wynosi 117 mm, odległość pomiędzy obudowami maszyn jest równa 15 mm, odległość pomiędzy „pudełkami”, które zostaną wykorzystane w drugim kroku metody, wynosi 5 mm.

Analiza dla dwóch struktur ma na celu ocenę interakcji pomiędzy maszynami i jej wpływu na otrzymane wyniki. Dla każdego z dwóch modeli wykonano cztery symulacje:

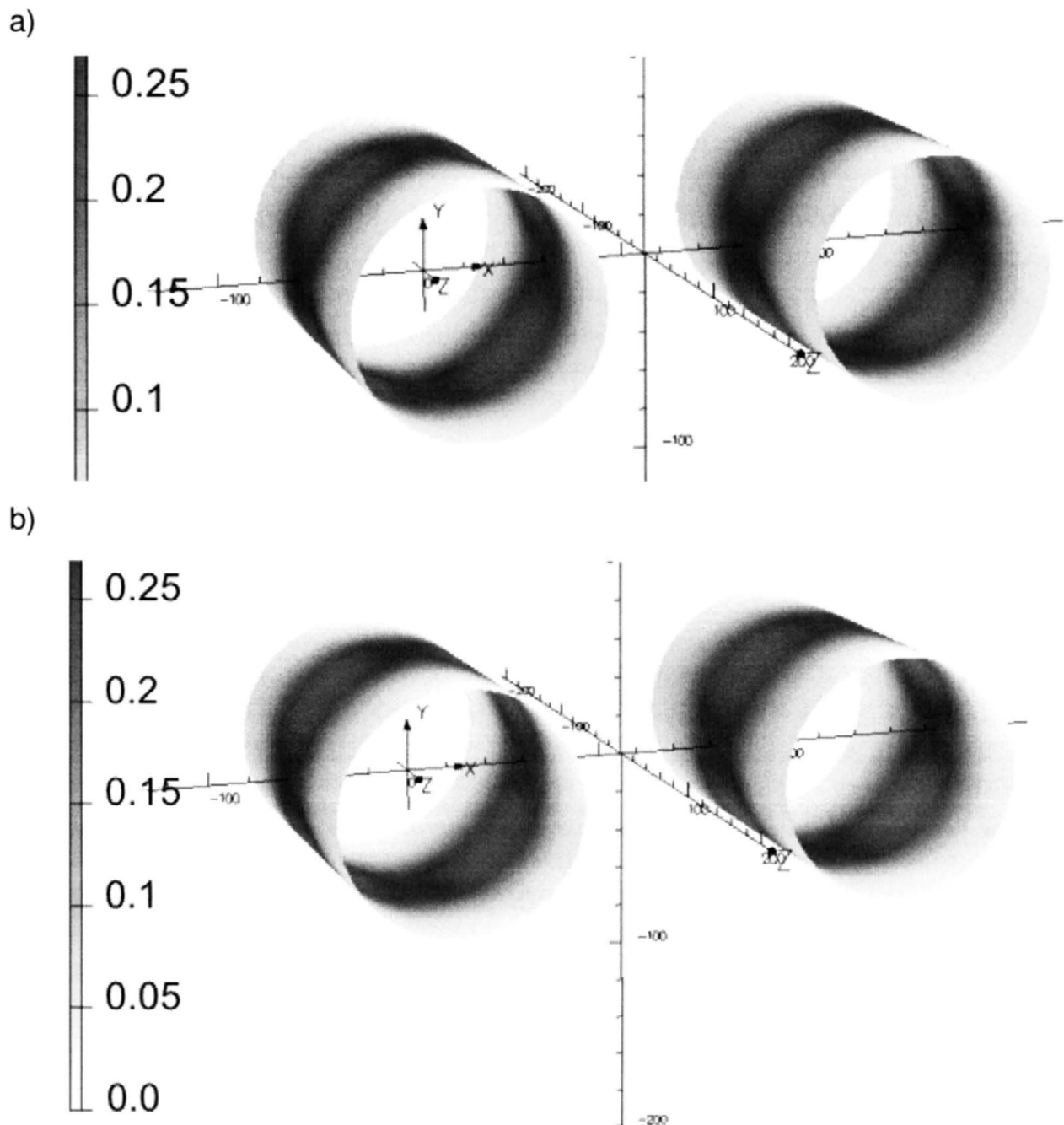
- 1) Pierwsza maszyna jest zasilona, druga maszyna nie istnieje (geometria maszyny została wypełniona powietrzem),
- 2) Obie maszyny istnieją, ale tylko pierwsza jest zasilona,
- 3) Obie maszyny są zasilone i obracają się w tym samym kierunku,
- 4) Obie maszyny są zasilone i obracają się w przeciwnych kierunkach.

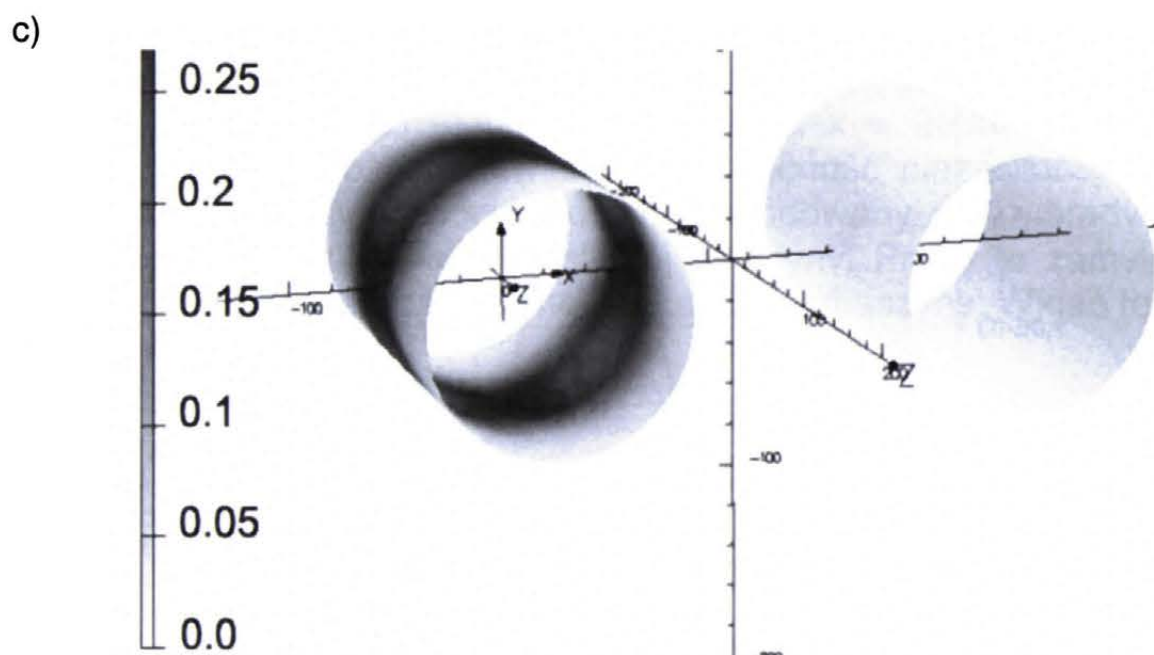
Dla modelu z odległością pomiędzy maszynami 15 mm siatka metody elementów skończonych zawiera 2,1 miliona elementów i 2,5 miliona krawędzi. Rozwiązanie ograniczono do kuli o promieniu 1 metra, na powierzchni której zadano zerowy warunek Neumana (istnieje tylko składowa styczna pola magnetycznego). Można ocenić wynik obciążenia pola poprzez obserwację składowej stycznej w pobliżu powierzchni kuli zewnętrznej.

Na rysunku 4.15a i b pokazano rozkład gęstości strumienia na obudowie zasilonej maszyny (a) i wyłączzonej maszyny (b). Porównując wyniki, możemy zauważyć koncentrację prądów w wyłączzonej maszynie od strony maszyny zasilanej.



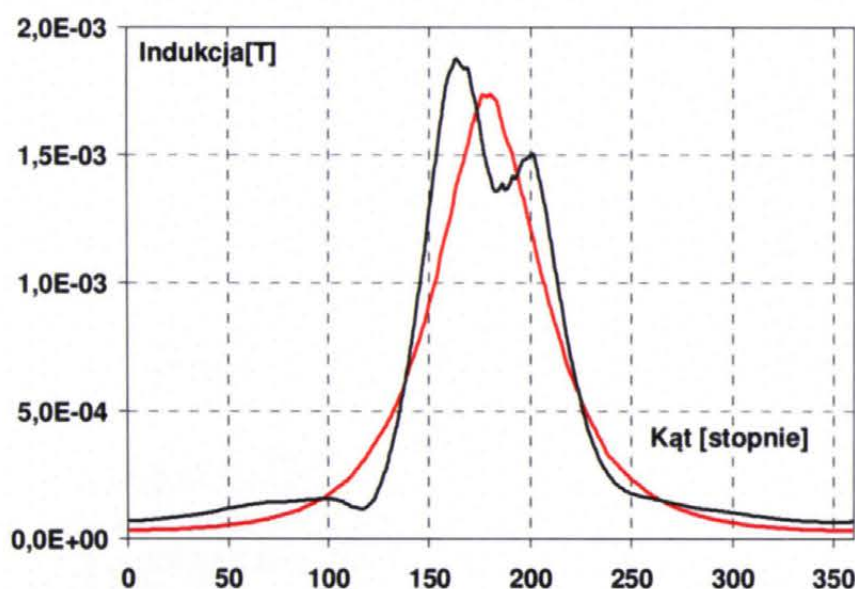
Rys. 4.15. Rozkład gęstości prądu na obudowie [A/mm²]: a) zasilona maszyna dla $\omega t = 90^\circ$, b) nie zasilona maszyna dla $\omega t = 90^\circ$



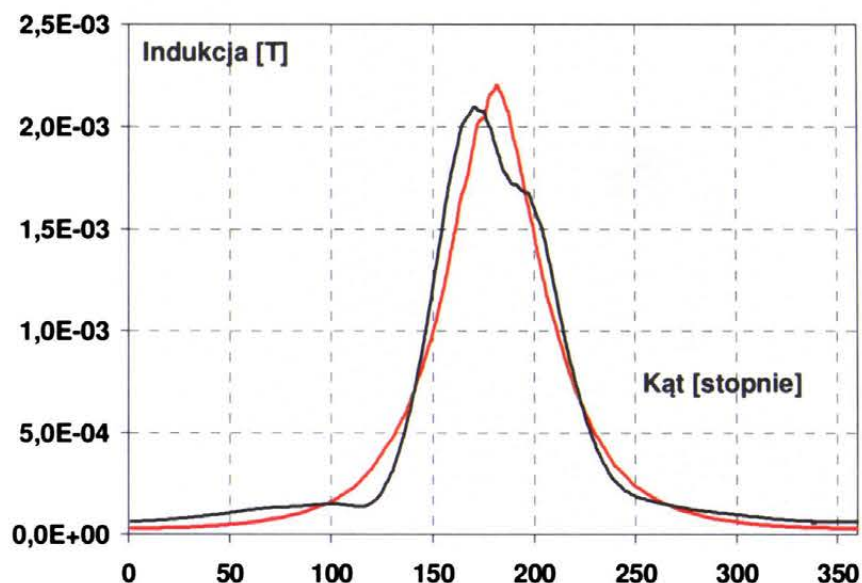


Rys. 4.16. Indukcja na powierzchniach „pudełek” zastępczych: a) ten sam kierunek wirowania maszyn, b) kierunek przeciwny, c) tylko jedna maszyna jest zasilona

Na rysunkach 4.17 i 4.18 pokazano wyniki dwóch symulacji. W pierwszej istnieje tylko jedna maszyna (linia czerwona na przebiegu), w drugiej istnieją dwie maszyny, ale tylko jedna jest zasilona (linia czarna). Rysunek pierwszy dotyczy porównania wyników wzdłuż linii kołowej przebiegającej w odległości 1 mm od obudowy lewej maszyny w połowie jej osi z. Rysunek 4.18 wykonano wzdłuż linii kołowej leżącej w odległości 5 mm od obudowy drugiej maszyny.

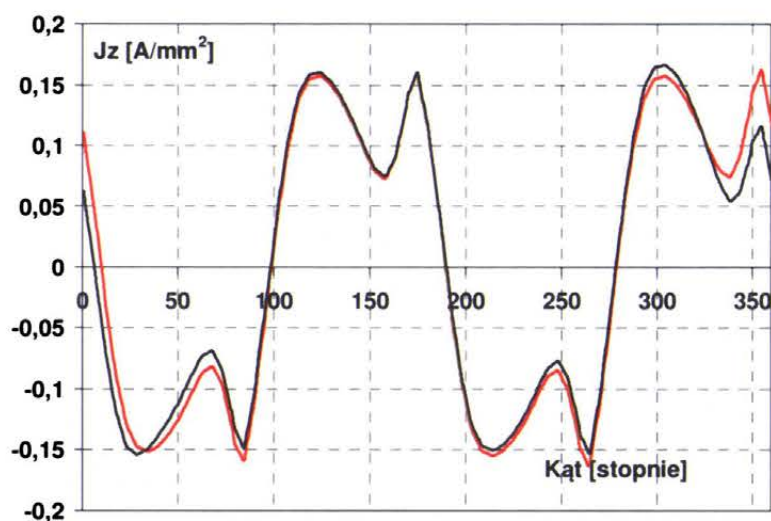


Rys. 4.17. Przebieg indukcji wzdłuż kołowej linii o promieniu 57 mm wokół pierwszej maszyny. (Linia czerwona druga maszyna nie istnieje, linia czarna obie maszyny istnieją, ale tylko jedna jest zasilona)



Rys. 4.18. Przebieg indukcji wzdłuż kołowej linii o promieniu 61 mm wokół pierwszej maszyny. (Linia czerwona – druga maszyna nie istnieje, linia czarna – obie maszyny istnieją, ale tylko jedna jest zasilona)

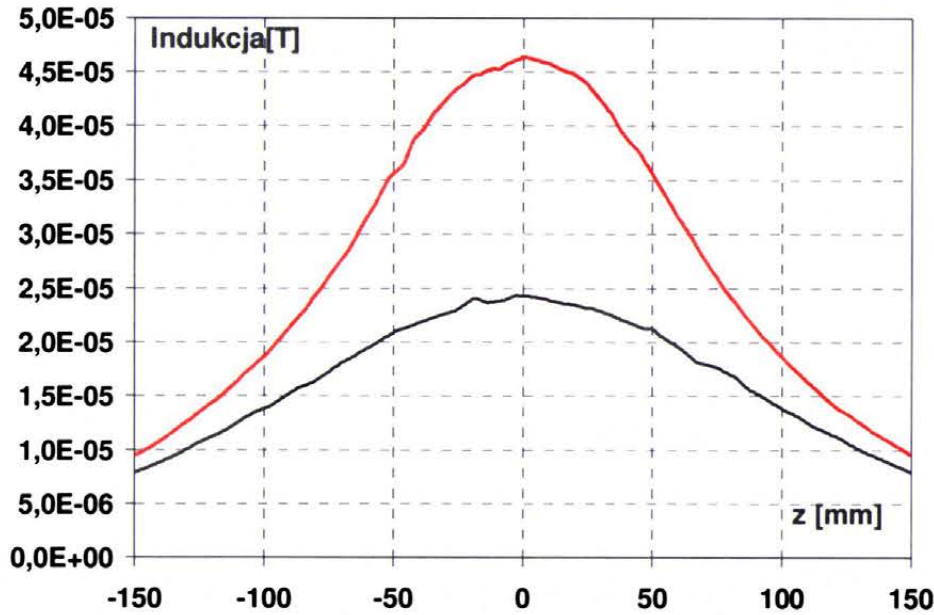
Analiza wyników wskazuje na wpływ prądów indukowanych w aluminiowej obudowie niezasilonej maszyny na rozkład pola w jej otoczeniu. Wpływ prądów indukowanych w zasilonej maszynie jest niewielki. Analiza przypadku, w którym istnieją dwa urządzenia, z których tylko jedno jest zasilone, wskazuje na zjawisko, które możemy nazwać cieniem drugiej maszyny.



Rys. 4.19. Gęstość prądów wirowych na linii kołowej na powierzchni pierwszej maszyny. (Linia czerwona – druga maszyna nie istnieje, linia czarna – obie maszyny istnieją, ale tylko jedna jest zasilona)

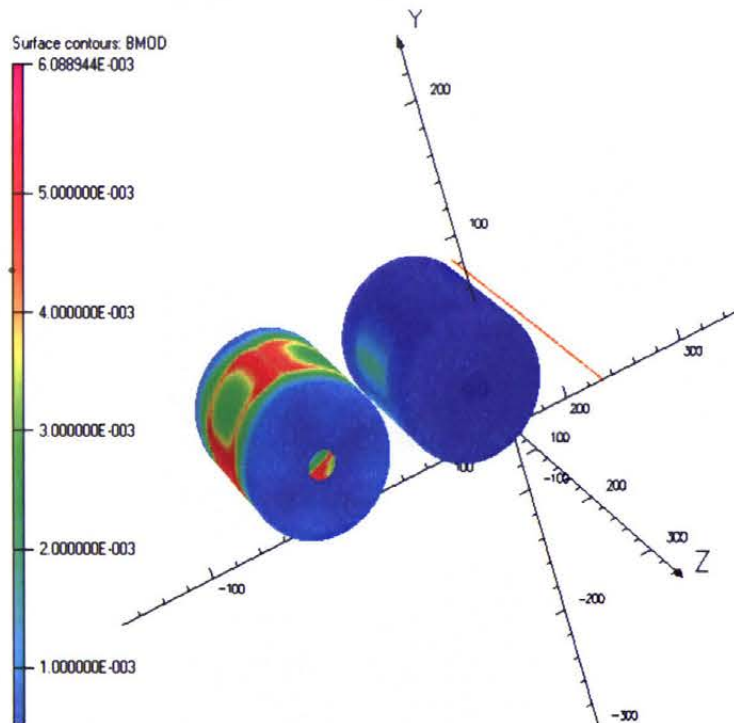
Widać wyraźnie, że różnice, czyli wpływ na siebie urządzeń, istnieje jedynie blisko zasilonej maszyny. Wpływ niezasilonej maszyny na zasiloną jest pomijalny. Istnienie urządzeń zbudowanych z materiałów przewodzących będzie miało znaczący wpływ na rozkład pola w znacznej odle-

głości od tych urządzeń. Urządzenie będące w cieniu zasilonej maszyny silnie oddziałuje na pole rozproszenia wokół całego systemu. Rysunek 4.21 pokazuje rozkład indukcji w odległości $x = 200$ mm, $y = 0$ mm w funkcji osi z . Można zauważyć, że obecność niezasilonej maszyny spowoduje tu wzrost modułu indukcji powodowany przez prądy wirowe indukowane w obudowie niezasilonej maszyny. Prądy te zamykają się w obudowie od strony przeciwnej do zasilanej maszyny. Widać to wyraźnie na rysunku 4.22.

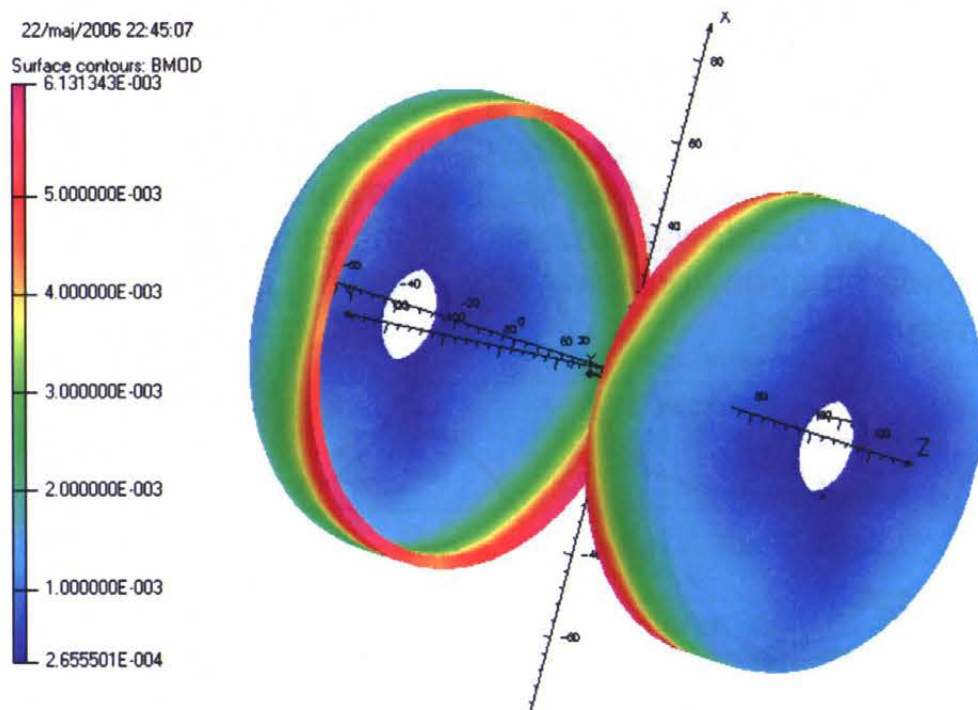


Rys. 4.20. Rozkład modułu indukcji dla $\omega t = 0^\circ$ wzdłuż linii z dla $x = 200$ mm, $y = 0$ mm, w przypadku odległości między maszynami 15 mm

a)

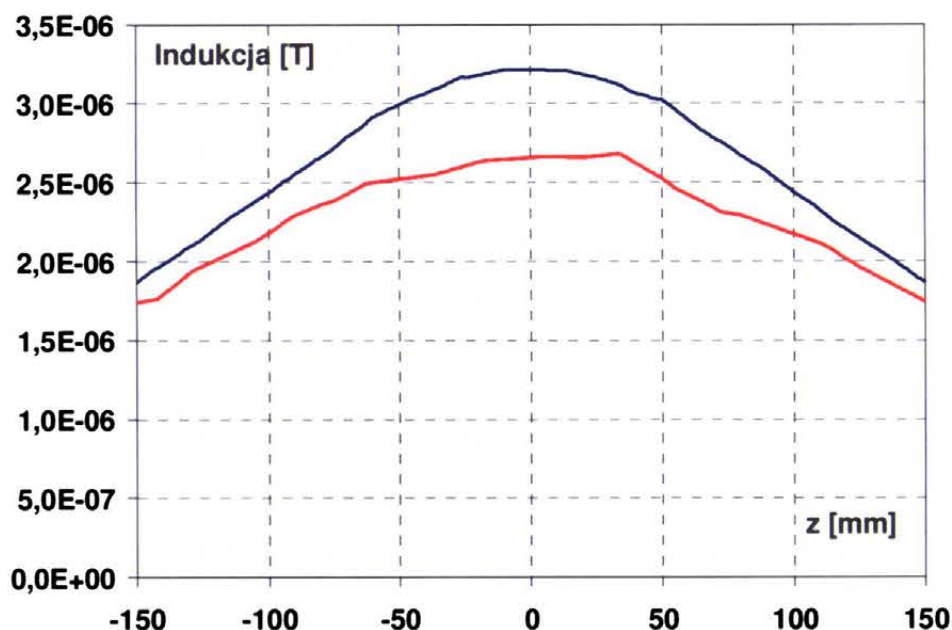


b)



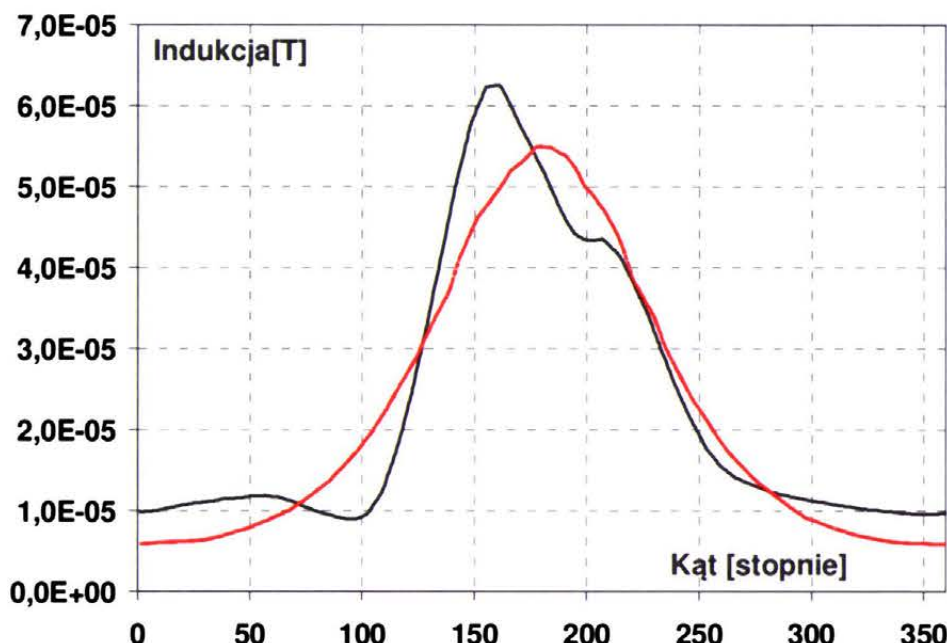
Rys. 4.21. Rozkład modułu indukcji na powierzchniach „pudełek” (a),
na pokrywach obudowy (b)

Takie same symulacje przeprowadzono dla przypadku, kiedy odległość między maszynami jest znaczna (tu jest równa ich średnicy). Na rysunku 4.22 pokazano rozkład indukcji w tej samej odległości od obudowy jak na rysunku 4.21. Pozwala to na analizę wpływu odległości między maszynami na pole rozproszenia wokół systemu.

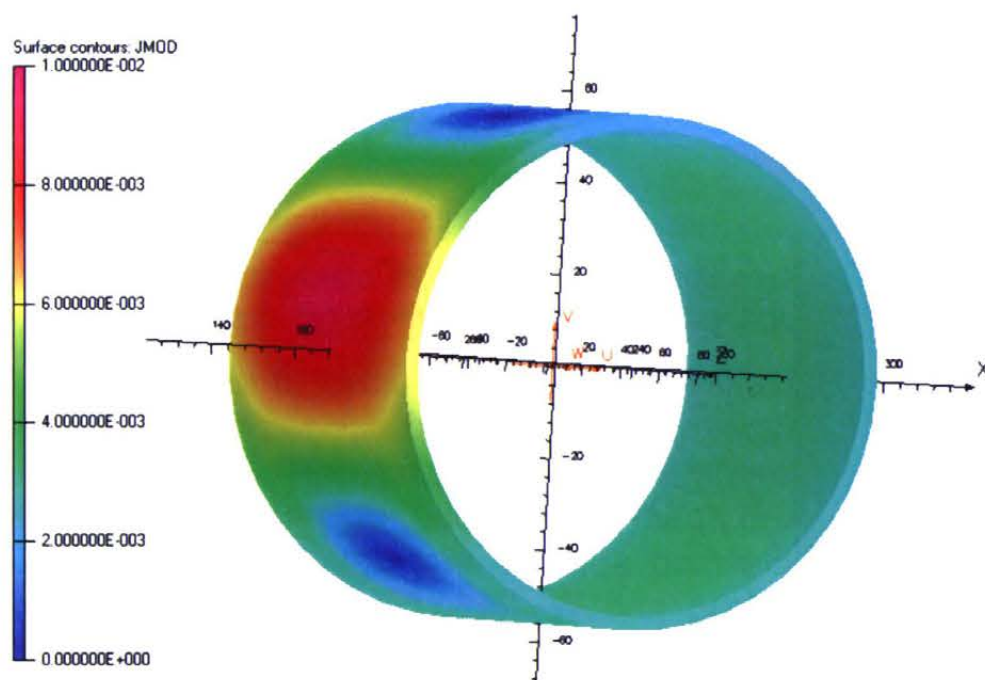


Rys. 4.22. Rozkład modułu indukcji dla $\omega t = 0^\circ$ wzdłuż linii z dla $x = 347$ mm,
 $y = 0$ mm, w przypadku odległości między maszynami 112 mm

Interakcja pomiędzy obiektami istnieje, ale jest nieznaczna. Na rysunku 4.23 pokazano przebieg indukcji wzdłuż linii kołowej odległej o 5 mm od obudowy pierwszej maszyny. Można zauważyć deformacje indukcji w pobliżu maszyny spowodowaną prądami wirowymi.



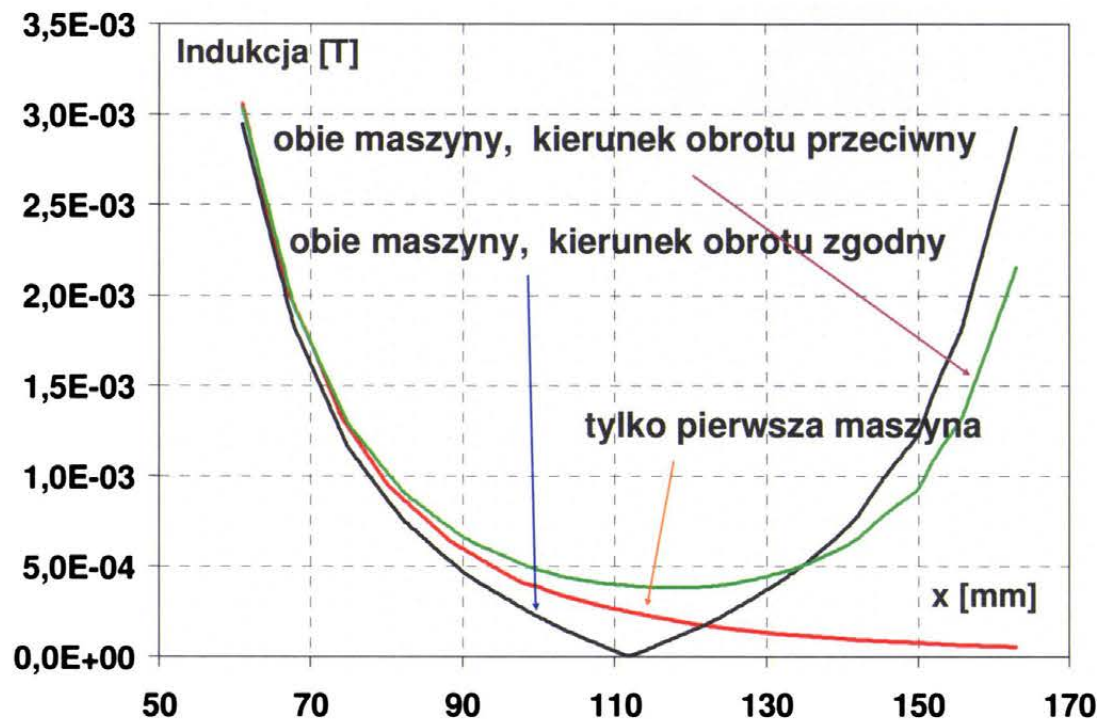
Rys. 4.23. Przebieg modułu indukcji dla $\omega t = 0^\circ$ wzdłuż linii promieniowej o promieniu 61 mm, wokół pierwszej maszyny. (Linia czerwona – druga maszyna nie istnieje, linia ciągła czarna – obie maszyny istnieją, ale tylko jedna jest zasilona)



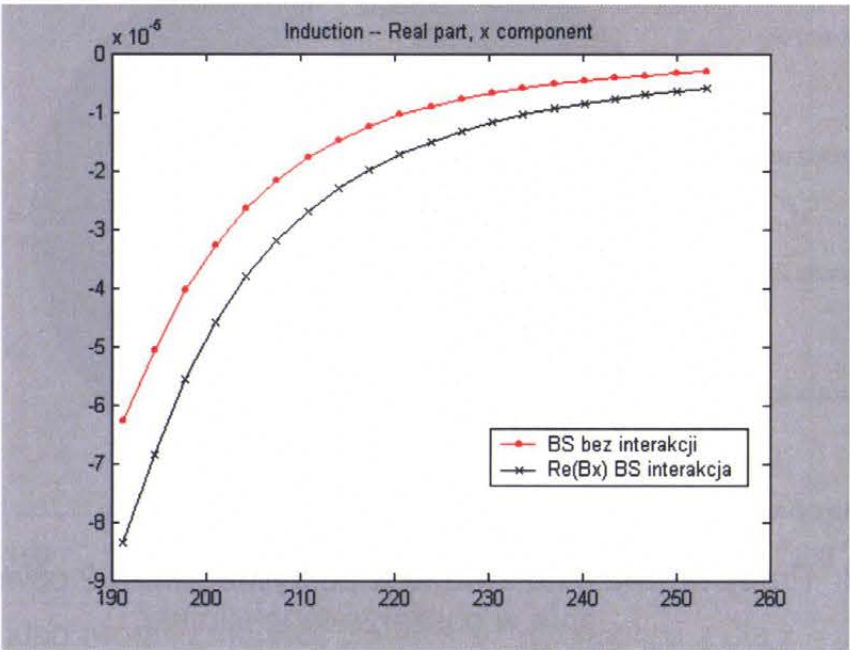
Rys. 4.24. Prądy wirowe indukowane w pokrywie silnika 2 powodujące zmianę pola w obszarze tego silnika

Jeżeli obie maszyny są zasilone, interakcja jest niezauważalna, gdyż indukcja na powierzchni wynikająca z zasilania maszyny jest znacznie wyższa niż indukcja powodowana przez prądy wirowe. Można zaob-

serwować to na rysunku 4.25. Pozwala to wysnuć wniosek, że uwzględnienie interakcji pomiędzy obiektami w metodzie „pudełek” jest konieczne tylko w przypadku istnienia materiałów przewodzących nieposiadających własnego wymuszenia (wymuszenie wynika z prądów wirowych indukowanych w sąsiednich, zasilanych obiektach).

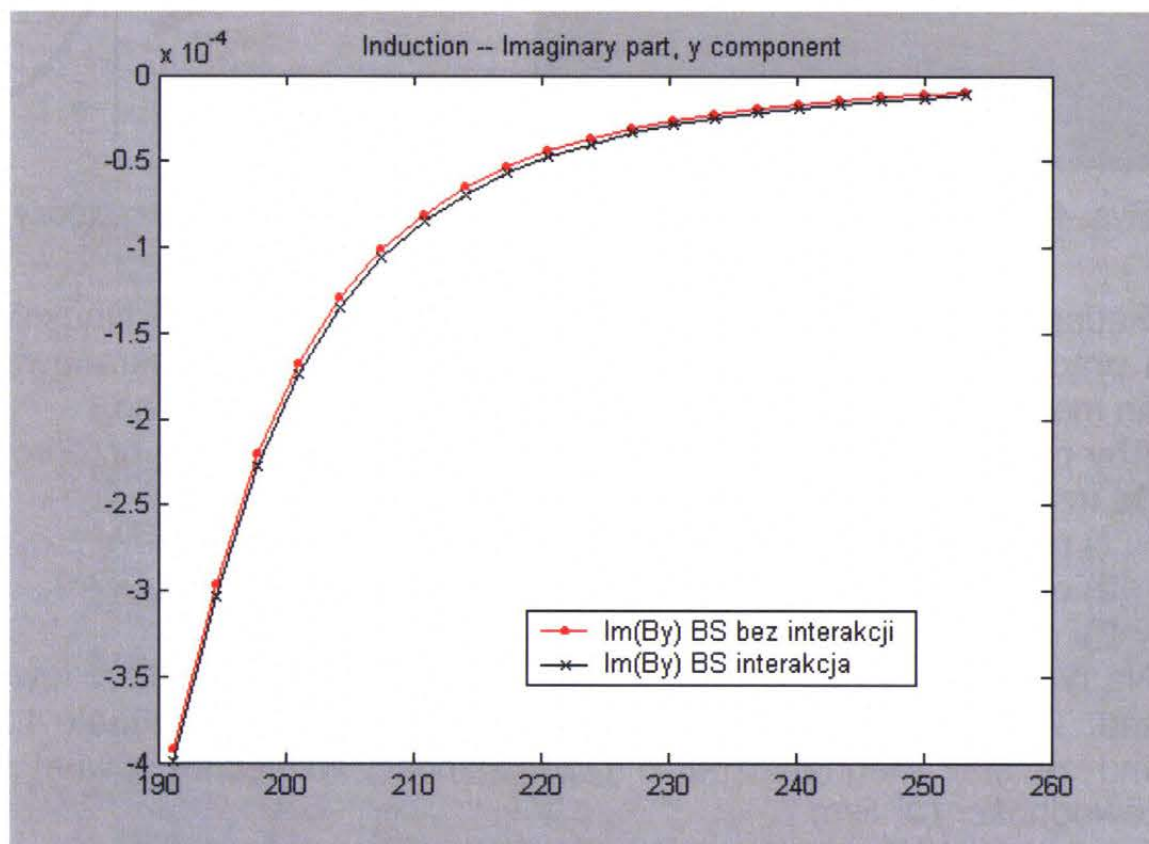


Rys. 4.25. Przebieg indukcji wzdłuż osi x przechodzącej od jednego „pudełka” do drugiego w środkowej części układu dwóch maszyn.
(od 61 mm do $(224 \text{ mm} - 61 \text{ mm}) = 163 \text{ mm}$)



Rys. 4.26. Część rzeczywista składowej B_x indukcji wzdłuż osi x od powierzchni „pudełka” drugiej maszyny (odległość między obudowami 15 mm)

Można zaobserwować różnice pomiędzy wynikami dwóch metod (MES i metoda „pudełek”) rzędu 25% przy powierzchni „pudełka”. Różnica ta maleje w funkcji odległości od maszyny. Różnice pomiędzy składową B_y pokazane na rysunku 4.27 są pomijalnie małe. Jakość wyników obliczonych metodą „pudełek” rośnie wraz z odległością od obiektów zasilanych. Gdy odległość rośnie do nieskończoności, błąd metody „pudełek” maleje do zera. Metoda ta jest dobrym uzupełnieniem metody elementów skończonych.

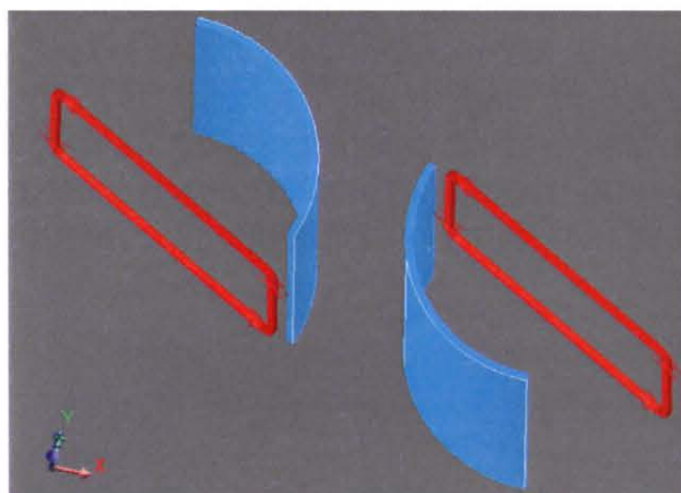


Rys. 4.27. Część rzeczywista składowej B_y indukcji wzdłuż osi x od powierzchni „pudełka” drugiej maszyny (odległość między obudowami 15 mm)

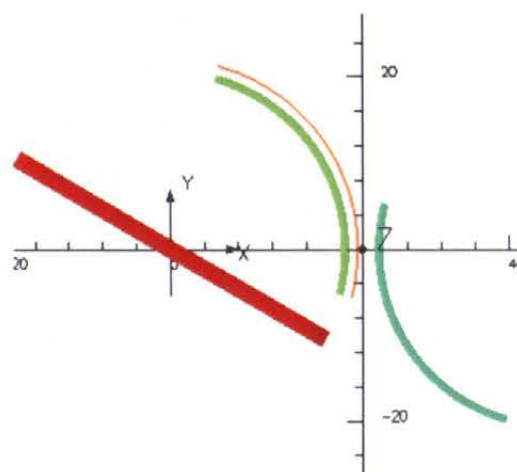
Przeprowadzone tu symulacje wyraźnie wskazują, że modelując duże systemy, należy zwrócić uwagę na fakt występowania niezasilonych mas przewodzących. Podejmowanie decyzji, które elementy układu należy zamknąć w tym samym „pudełku”, wymaga dużej ostrożności.

Dalej zostanie przedstawiona metoda pozwalająca uwzględnić interakcje pomiędzy „pudełkami” [235]. W tym przypadku należy wykonać szereg iteracji, co znacznie wydłuża czas obliczeń. W celu prezentacji sposobu uwzględnienia interakcji pomiędzy obiektami wybrano obiekty, w których wzajemny wpływ jest na tyle duży, że można łatwo analizować wyniki. Odległość pomiędzy obiektami wynosi 50 mm, tak jak to pokazano na rysunku 4.28.

a)



b)



Rys. 4.28. Model użyty do weryfikacji uwzględniania interakcji pomiędzy obiektami: (a) widok trójwymiarowy, (b) rzut z góry

Badanym obiektem są dwie prostokątne cewki zasilane sinusoidalnym prądem o amplitudzie 100 A. Każda z cewek jest zaekranowana. Ekran ma postać jednej czwartej cylindra.

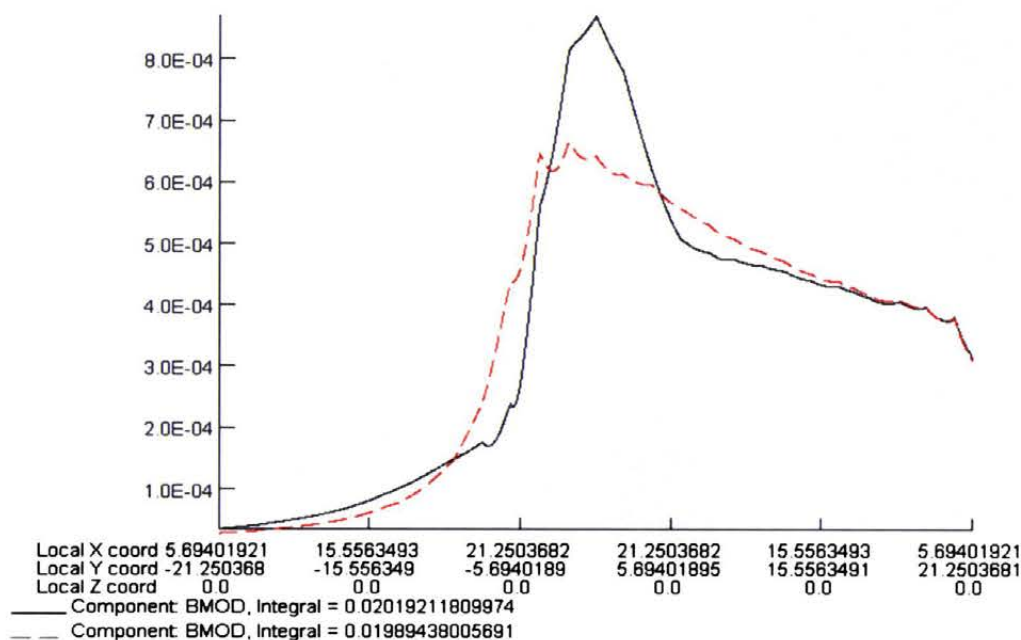
Aby przeanalizować interakcje między dwoma obiektami, przeprowadzono trzy symulacje:

- 1) pierwsza cewka jest zasilona, druga nie istnieje,
- 2) obie cewki istnieją, ale tylko jedna jest zasilona,
- 3). obie cewki są zasilone.

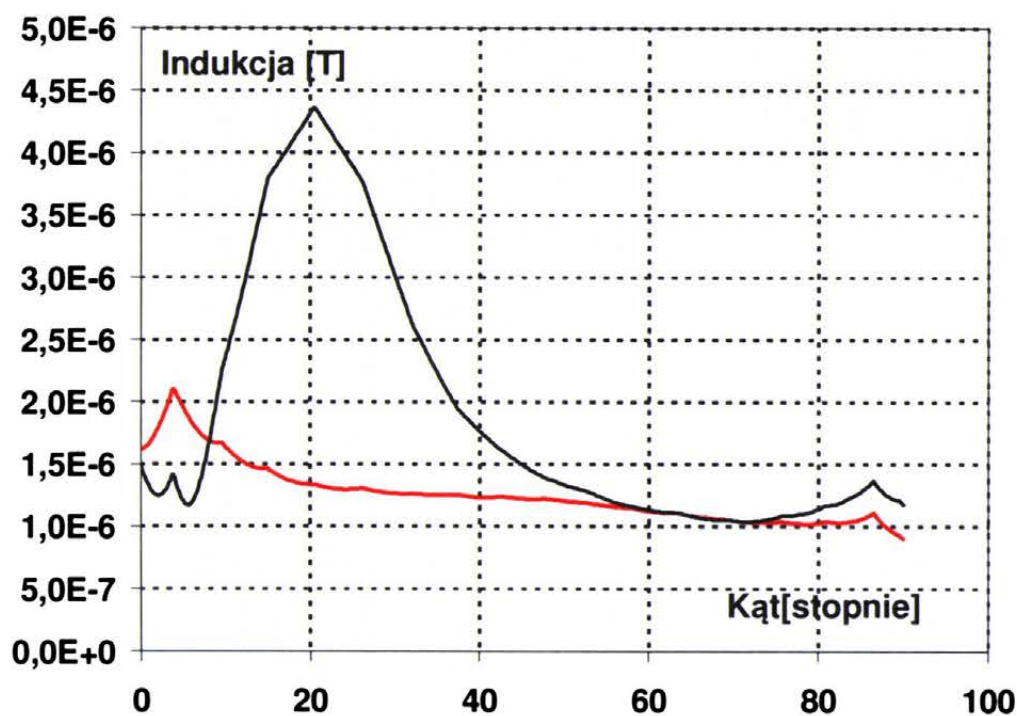
Na rysunkach 4.29a i 4.29b pokazano moduł indukcji wzdłuż lewego ekranu. Rysunek 4.29a dotyczy ekranu aluminiowego, rysunek 4.29b ekranu ze stali magnetycznej o przenikalności względnej równej 500 i przewodności 10^6 S/m.

Analiza przedstawionych wyników wykazuje znaczny wpływ drugiego ekranu magnetycznego. W związku z tym zdecydowano się przeprowadzić analizę interakcji między obiektami w oparciu o ten model. Autorzy zdecydowali się wprowadzić poprawkę do metody polegającą na uwzględnieniu reakcji prądów wirowych. Pozwala to na uzyskanie poprawnego rozkładu prądów na drodze kolejnych iteracji. Idea polega na nałożeniu na pole własne obiektu pola pochodzącego od obiektu oddlego obliczonego za pomocą metody całkowej. Jak wiele innych metod opartych na zasadzie superpozycji metoda zakłada liniowość obiektu, jednak na drodze dodatkowego postępowania iteracyjnego możliwe jest również rozpatrywanie obiektów nieliniowych. Warunkiem zakończenia obliczeń będzie tu jak zwykle brak dalszej zmiany pola wynikowego.

a)

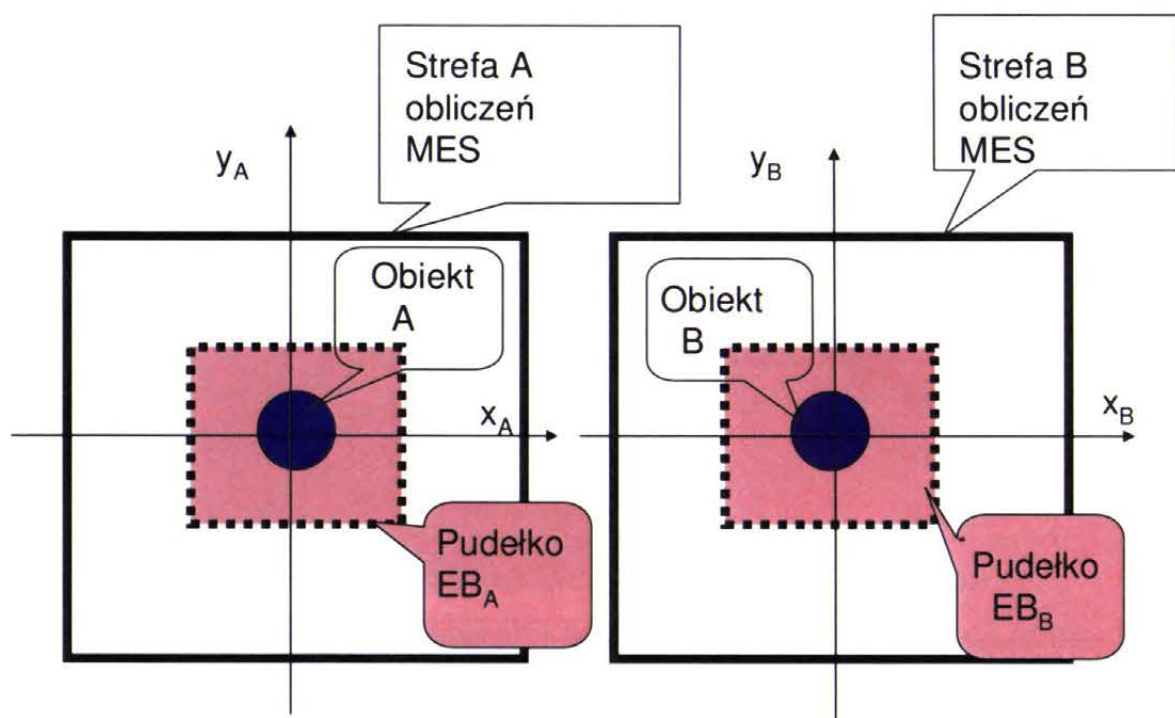


b)



Rys. 4.29. Wartości modułu indukcji w ekranie (a) aluminiowym, (b) stalowym (linia ciągła czarna – oba ekrany istnieją, linia czerwona – istnieje tylko lewy ekran)

Rozważmy dwa obiekty A oraz B przedstawione na rysunku 4.30. Jednocześnie należy zaznaczyć, że przedstawianą tu procedurę można stosować do dowolnej liczby obiektów.



Rys. 4.30. Dwa obiekty z „pudełek” zawierających obszar obliczany metodą elementów skończonych

Metoda polega na przeprowadzaniu iteracyjnie symulacji metodą elementów skończonych, uwzględniając wymuszenie własne obiektu i wymuszenie wynikające z istnienia drugiego obiektu. Kolejne etapy są następujące:

- 1) W pierwszym kroku przeprowadzamy symulację metodą elementów skończonych obiektu A bez pola dodatkowego. Wymuszeniem jest wymuszenie własne obiektu A. W wyniku symulacji obliczamy pole na powierzchni „pudełka” EB_A otaczającego obiekt A, tak jak to pokazano na rysunku 4.30.
- 2) W drugim kroku obliczamy pole metodą elementów skończonych w obiekcie B, z uwzględnieniem dodatkowego wymuszenia wynikającego z indukcji zadanej na powierzchni „pudełka”, bez zadania własnego wymuszenia obiektu B. Pozwoli nam to znaleźć aproksymacje trzech składowych indukcji w każdym punkcie obszaru B wynikającą z dodatkowego pola indukowanego przez obiekt A.
- 3) W trzecim kroku symulujemy pole w obiekcie B, uwzględniając jego własne wymuszenie i dodatkowe wymuszenie wynikające z istnienia obiektu A. W wyniku symulacji otrzymujemy rozkład indukcji w „pudełku” EB_B .
- 4) W czwartym kroku uwzględniamy wymuszenie wynikające z istnienia EB_B , obliczając rozkład pola w obszarze A. W podobny sposób jak w kroku 2 znajdujemy wyrażenie analityczne opisujące dodatkowe pole.

Proces ten powtarzamy tak długo, dopóki nie zostanie spełniony w czwartym kroku warunek dotyczący dopuszczalnego błędu metody. Jako błąd przyjęto błąd średniokwadratowy zmienności trzech składowych indukcji podczas dwóch kolejnych iteracji. Dla n -tej iteracji wyraża się on zależnością:

$$\varepsilon = \oint_{EB_A} \left((B_{x(n)} - B_{x(n-1)})^2 + (B_{y(n)} - B_{y(n-1)})^2 + (B_{z(n)} - B_{z(n-1)})^2 \right) dS \quad (4.83)$$

Wyrażenie analityczne dla dodatkowego wymuszenia w dziedzinie A lub B może zostać wyznaczone, używając potencjału skalarne Ψ w równaniu Laplace'a. W omawianym zagadnieniu możemy użyć potencjału skalarne, ponieważ obliczamy pole, zakładając brak drugiego obiektu z głównym wymuszeniem. W wyrażeniu aproksymacyjnym pomijamy nieliniowości i prądy wirowe. Zostaną one uwzględnione w kolejnych symulacjach metodą elementów skończonych, będących etapem procesu iteracyjnego.

Wykorzystuje się rozwiązanie równania Laplace'a dla sześciennego „pudełka” z zerowymi warunkami na pięciu powierzchniach brzegowych oraz warunku w postaci narzuconej funkcji na szóstej płaszczyźnie. Warunek funkcyjny jest przedstawiony w postaci szeregu Fouriera [182]. Uwzględniając sześcienny kształt „pudełka”, wprowadzamy układ współrzędnych u, v, w . Rozwiązanie dla niezerowej szóstej płaszczyzny umiejscowionej dla $w = c$ jest dane zależnością:

$$\phi(u, v, w) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\sinh(\Gamma w)}{\sinh(\Gamma c)} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{c} u\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{c} v\right) \quad (4.84)$$

$$\text{gdzie } \Gamma = \frac{\pi}{c} \sqrt{m^2 + n^2}$$

Współczynniki rozwinięcia szeregu Fouriera mają postać:

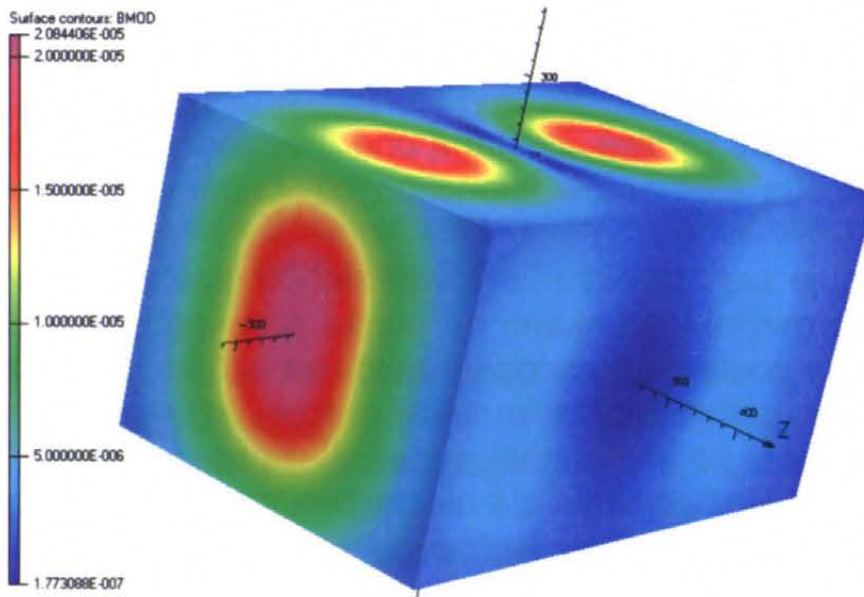
$$A_{mn} = \frac{4}{c^2} \int_0^c \int_0^c f(u, v) \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{c} u\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{c} v\right) \cdot du \cdot dv \quad (4.85)$$

gdzie $f(u, v)$ definiuje potencjał na niezerowej powierzchni „pudełka”.

Rozwiązanie równania 4.85 dla sześciu niezerowych brzegów otrzymuje się poprzez sześciokrotne wykonanie przedstawionej wcześniej operacji i dodanie elementarnych rozwiązań, stosując odpowiednie przekształcenie lokalnych współrzędnych u, v, w na system globalny x, y, z . „Pudełko” nie musi być sześciennie, ale powinno mieć postać na tyle prostą, żeby można było znaleźć rozwiązanie analityczne.

Aby sprawdzić zaproponowaną metodę, zastosowano model przedstawiony na rysunku 4.28. Dokonano symulacji metodą elementów skończonych, stosując pakiet programowy Opera 3D dla systemu z dwoma obiektami, następnie zamodelowano tylko jeden obiekt, stosując zaprezentowaną wcześniej metodę iteracji wzajemnego wpływu. Każdy z obiektów został umieszczony w wirtualnym sześciennym „pudełku”, o krawędzi równej $c = 60$ mm.

W pierwszym etapie dokonano symulacji, modelując oba obiekty metodą elementów skończonych. Wynik pokazujący rozkład indukcji na sześcienniej powierzchni otaczającej obiekty A i B pokazano na rysunku 4.31. To obliczenie jest traktowane jako dokładne.



Rys. 4.31. Rozkład natężenia pola na powierzchni otaczającej oba obiekty

Z rezultatem symulacji całego systemu są porównywane wyniki z zastosowaniem cyklu iteracyjnego. Obliczenie kolejnych iteracji uwzględniających interakcje między obiektami są wynikiem następujących operacji:

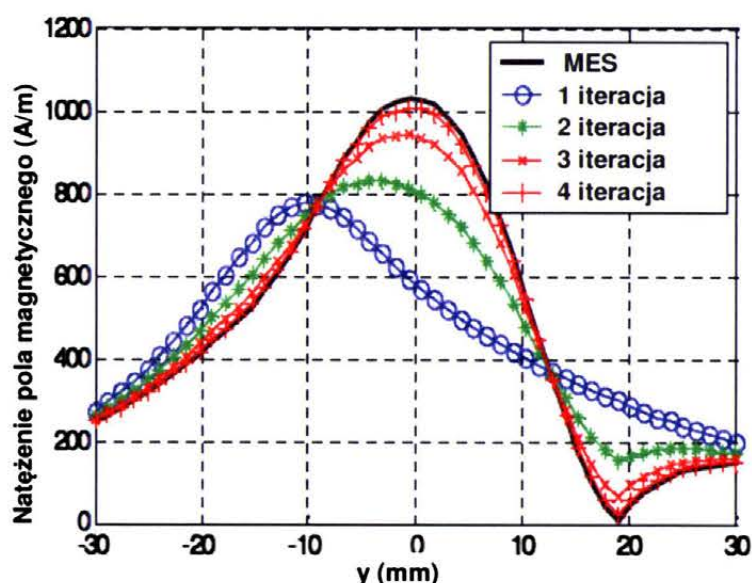
1. Usuwamy obiekt B (wszystkie materiały wewnątrz obiektu są zastępowane przez powietrze), siatka elementów nie zmienia się w kolejnych obliczeniach. W wyniku symulacji MES zapamiętywane są wartości potencjału wektorowego na powierzchni „pudełka”. Następnie obliczany jest potencjał skalarny zgodnie ze wzorem 4.84 i współczynniki rozwinięcia Fouriera wg wzoru 4.85 ($6 \times m_M \times n_M$), z obcięciem do m_M i n_M .
2. W wyniku symulacji MES obliczane jest pole magnetyczne w środku „pudełka” B oraz pole wynikające z rozwinięcia w szereg Fouriera. Wyniki te posłużą do dyskusji błędu metody.
3. Usuwamy obiekt A, a obiekt B jest zasilany. Dodajemy pole zewnętrzne obliczone analitycznie w kroku 1 dla obiektu B. Zapamiętywane

jest pole na sześciu powierzchniach „pudełka” A i powtarzamy operację opisaną w punkcie 1.

W opisanej tu procedurze nie zastosowano metody wynikającej z twierdzenia Strattona. Celem było uwzględnienie interakcji między obiektami, a nie porównanie metody elementów z metodą „pudełek”.

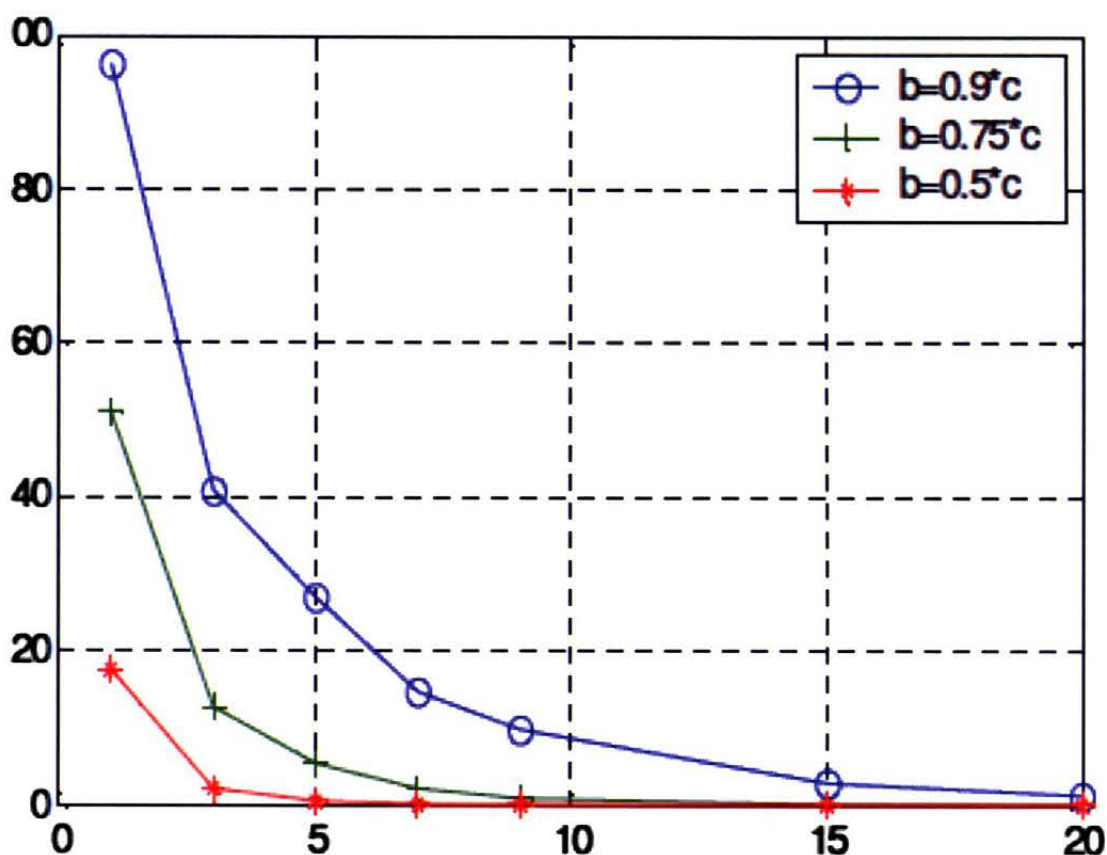
Interakcja między obiektami ma zasadnicze znaczenie w przypadku umieszczenia nieaktywnych przewodników w polu przewodników aktywnych.

Na rysunku 4.32 przedstawiono rozkład pola wzdłuż linii leżącej na osi x przechodzącej przez środki obu obiektów. Linia ciągła przedstawia rozkład dla modelu z dwoma obiektami, linia przerywana rozkład pola w tym samym miejscu dla przypadku, kiedy zamodelowano tylko jeden obiekt. Linie kropkowe przedstawiają kolejne etapy iteracyjne. Dla większej czytelności wybrano trzy iteracje z dwunastu wykonanych.



Rys. 4.32. Rozkład pola wzdłuż osi między obiektami: linia górna dotyczy przypadku, kiedy istnieje tylko jeden obiekt, linia dolna dotyczy modelu z dwoma obiektami. Linie pośrednie to kolejne etapy iteracyjne

Przetestowano wpływ liczby współczynników szeregu Fouriera na szybkość zbieżności procesu iteracyjnego. Wyniki przedstawiono na rysunku 4.33. Na skali poziomej przedstawiono liczbę iteracji, na skali pionowej liczbę wyrażeń w rozwinięciu Fouriera. Zaznaczono również, dla jakiej liczby wyrazów nie osiąga się zbieżności procesu iteracyjnego.



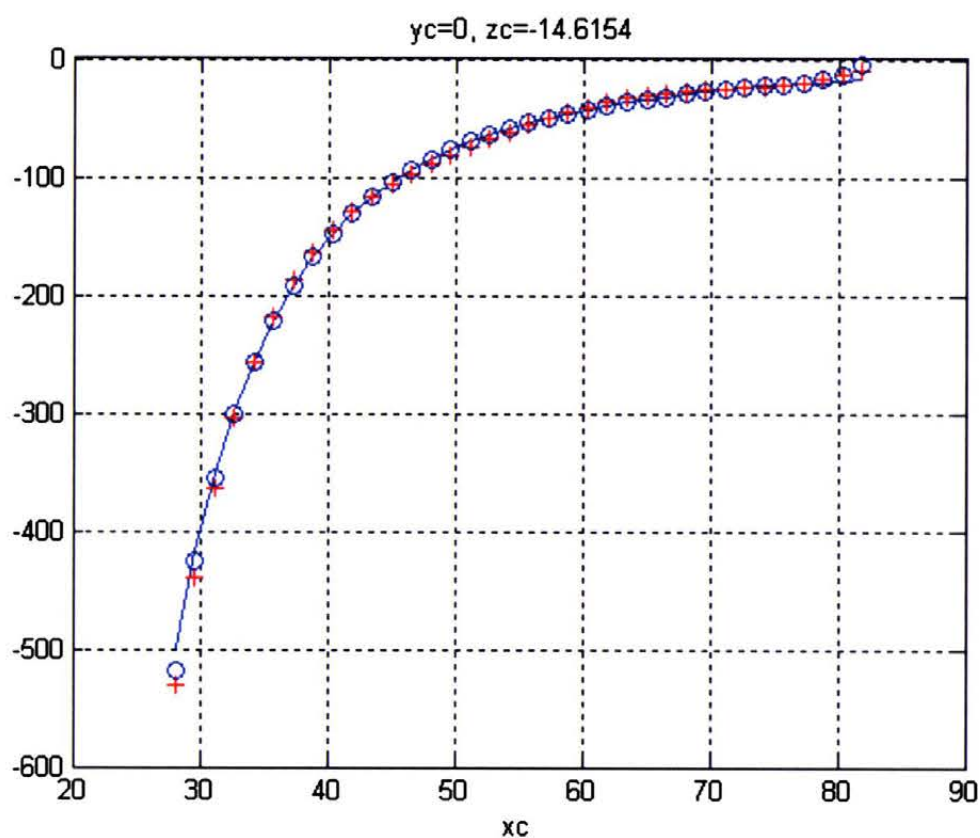
Rys. 4.33. Wpływ liczby wyrazów w rozwinięciu Fouriera na zbieżność cyklu iteracyjnego

Przygotowując model FEM, należy niezwykle starannie wykonać siatkę w obrębie powierzchni „pudełek” zastępczych. Obliczanie całek pozwalających na otrzymanie współczynników formuły analitycznej wykonywane jest w węzłach siatki przygotowanej dla FEM. Wynika to z faktu uwzględniania w całkach wartości numerycznych na powierzchniach ograniczających $f(x,y)$, $f(x,z)$, $f(y,z)$. Przy małej liczbie elementów na powierzchniach „pudełek” zastępczych proces iteracyjny jest rozbieżny.

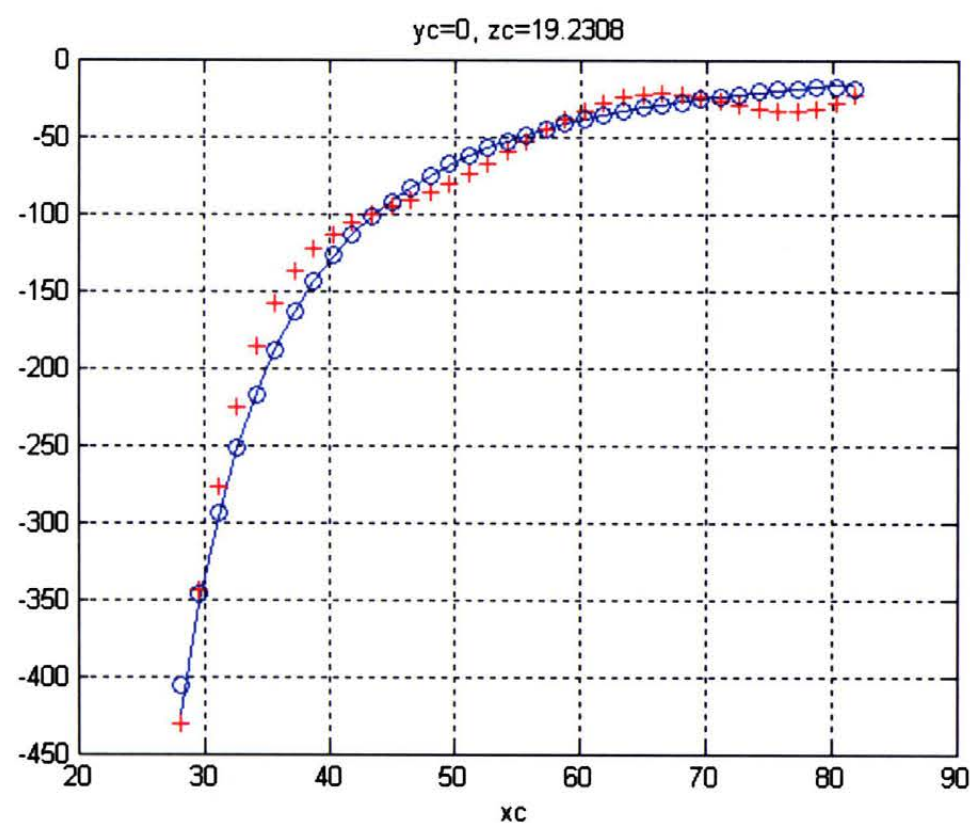
Widać wyraźnie, że proponowana metoda pozwala uwzględnić wzajemne oddziaływanie obiektów na siebie.

W przedstawionej metodzie istnieją dwa źródła błędów. Pierwsze wynika z błędów metody elementów i metody Strattona, drugim źródłem są obciążenia związane z obliczaniem wyrażenia analitycznego. Aby wyeliminować błędy wynikające z dyskretyzacji za pomocą elementów należy wybrać prosty kształt „pudełka” (sześcienny lub cylindryczny) i zastosować identyczny podział w obu metodach. Elementy muszą być regularne.

a)



b)



Rys. 4.34. Rozkład natężenia pola magnetycznego (linia ciągła ilustruje wyniki obliczone MES, linia krzyżykowa rozwinięcie Fouriera): a) linia przechodząca przez środek „pudełka”, b) linia przechodząca w pobliżu powierzchni zewnętrznej „pudełka”

Współczynniki rozwinięcia w szereg Fouriera A_{mn} otrzymano ze wzoru 4.85, stosując całkowanie numeryczne na poszczególnych powierzchniach „pudełka”. Wartości funkcji $f(u,v)$ otrzymywano w wyniku obliczeń MES w węzłach siatki. Aby móc obliczyć wystarczającą liczbę współczynników należy odpowiednio zagęścić siatkę. W prezentowanej aplikacji każda z powierzchni zewnętrznych „pudełka” zawierała 40000 kwadratowych elementów, to znaczy 200 elementów na każdej krawędzi. Liczbę punktów n_p w połowie okresu najwyższej uwzględnianej harmonicznej rozwinięcia Fouriera można obliczyć ze wzoru:

$$n_p = \frac{n_b}{2(m_M - 1)} \tag{4.86}$$

gdzie n_b jest liczbą punktów na krawędzi sześciangu, m_M jest liczbą wyrazów w rozwinięciu Fouriera. Dla siatki o 200 węzłach na krawędzi rozwinięcie w szereg o 12 wyrazach będzie wymagać 9 punktów całkowania w połowie okresu. Należy zaznaczyć, że wraz ze wzrostem liczby wyrazów dokładność rośnie, co odzwierciedla rysunek 4.33.

Jak wiadomo, obcięcie szeregu Fouriera powoduje większe błędy w okolicach granic obszaru. Z tego powodu sprawdzono dokładność aproksymacji w mniejszym sześciangu o boku b , zawartym całkowicie w „pudełku” o boku c i mającym z nim wspólny środek. Przeprowadzono obliczenia dla $b = c$, $b = c/2$. Dokładność zależy więc od wymiaru „pudełka” i rzędu rozwinięcia w szereg. Wpływ czynników na dokładność obliczeń przedstawiono w tabeli 4.1. Podano średni błąd względny ε_{rM} obliczony w objętości wewnętrznego „pudełka” o boku b oraz średni błąd względny ε_{rA} dla „pudełka” zewnętrznego o boku c . Średni błąd względny określa różnicę pomiędzy rozwiązaniem analitycznym i rozwiązaniem MES. W pierwszej kolumnie tabeli podano liczbę wyrazów rozwinięcia, w drugiej błąd obliczony dla całego „pudełka”, w kolejnych dla różnych wielkości wewnętrznych „pudełek”.

Tabela 4.1. Wpływ czynników na dokładność obliczeń

m_M	c	90% c		75% c		50% c	
	ε_{rA}	ε_{rA}	ε_{rM}	ε_{rA}	ε_{rM}	ε_{rA}	ε_{rM}
1	153	96,6	965	51	492	17,5	74
3	91	40,8	776	13	318	2,38	13,5
5	86	27,2	825	5,4	141	0,6	6
7	79	15,4	776	2,2	48	0,3	3,1
9	85	10,4	534	1,1	32	0,27	2,93
15	72	3	121	0,3	3	0,27	2,94
20	70	1,6	63	0,3	2,9	0,27	2,94

Uwzględnienie wzajemnego oddziaływania na siebie obiektów zostało przeprowadzone dla przypadku ogólnego niezawierającego symetrii

lub antysymetrii pozwalającej uprościć badany model. Przedstawiona metoda pozwala na modelowanie systemów na tyle złożonych, że symulacja MES jest praktycznie niewykonalna. Należy przy tym zaznaczyć, że w praktycznych zastosowaniach interakcja między obiektami w systemach zawierających maszyny i transformatory jest mała, w przypadku maszyny wynika to również z faktu istnienia obudowy. Interakcja pomiędzy maszynami i suchymi transformatorami jest jednokierunkowa. Silne pole rozproszenia suchego transformatora ma znaczny wpływ na maszynę, ale słabe, wytłumione przez obudowę pole maszyny nie będzie miało wpływu na transformator. W takim przypadku iteracja wzajemnej interakcji będzie bardzo szybka.

5. Metody homogenizacji materiałów zblachowanych

Trójwymiarowa symulacja komputerowa zblachowanych struktur jest bardzo czaso- i pamięciochłonna, a w większości przypadków modelowania pakietów blach transformatora lub maszyny praktycznie niewykonalna. W związku z tym od szeregu lat prowadzone są prace pozwalające zastąpić skomplikowaną strukturę rzeczywistą przez materiał zastępczy. Czynność taką nazywamy homogenizacją. Jak podaje encyklopedia: „Homogenizacja to wytwarzanie jednolitej, trwałej mieszaniny z dwóch lub więcej składników, niemieszających się ze sobą w warunkach normalnych”. W naszym przypadku jest to mieszanina wirtualna. Na podstawie właściwości poszczególnych materiałów tworzy się strukturę zastępczą mającą odpowiednie właściwości.

Homogenizacja jest używana w wielu dziedzinach techniki, między innymi:

- w mechanice [58, 65, 238]:
 - do optymalizacji topologii układu,
 - określania właściwości materiałów kompozytowych,
 - modelowania plastyczności i elastyczności metali i kompozytów,
 - homogenizacji w mechanice gruntów i skał.
- w elektrotechnice:
 - do modelowania wiązek przewodów,
 - do modelowania struktur zblachowanych,
 - modelowania kompozytowych materiałów magnetycznych
- w chemii do wytwarzania mieszanin wieloskładnikowych
- w przemyśle spożywczym i wielu innych dziedzinach.

Celem metody homogenizacji jest sformułowanie dla pewnego ośrodka niejednorodnego równoważnego mu w sensie średniego zachowania ośrodka jednorodnego. W skali mikro muszą być znane równania równowagi dla każdego składnika układu, warunki brzegowe na granicy poszczególnych materiałów tworzących strukturę, geometria układu wraz ze wszystkimi wymiarami poszczególnych składników oraz związki konstytutywne. Makrostruktura to wynikowy układ zastępczy, w skład którego wchodzi mikromateriały. W wyniku homogenizacji musimy otrzymać równania równowagi dla ośrodka jednorodnego, związki konstytutywne

oraz związek pozwalający określić wszystkie pola fizyczne na poziomie mikroskopowym, gdy znane są pola makroskopowe [12].

Istnieją dwie podstawowe metody homogenizacji:

- Homogenizacja reprezentowanej elementarnej powtarzalnej objętości,
- Homogenizacja matematyczna [7, 27, 129, 185, 333].

Metoda REO (reprezentowanej elementarnej objętości) jest metodą wygładzania. Jej podstawą jest postulat o możliwości zdefiniowania w mikro-niejednorodnym ośrodku reprezentatywnej elementarnej objętości. Jest to najmniejsza objętość badanego ośrodka zawierająca wszystkie informacje konieczne do opisu struktury i właściwości całego materiału. Wprowadzamy tu dwa pojęcia: mikro- i makroośrodka. Proces przejścia od mikrostruktury do makro jest oparty na uśrednianiu:

$$\langle u \rangle(x) = \frac{1}{\|v_{REO}\|} \int_{v_{REO}} u(y) m(x-y) dv \quad (5.1)$$

gdzie $\|v_{REO}\|$ jest miarą objętości REO, natomiast $m(y)$ jest funkcją wagi, u jest poszukiwaną właściwością.

Jedną z metod uśredniania może być minimalizacja energii układu. Jak wiadomo, rozkłady pól w strukturze dążą do zapewnienia minimalnej wartości energii układu. W procesie wygładzania wyróżnia się zmienne makroskopowe opisujące stan ośrodka jednorodnego, którego właściwości szukamy, oraz zmienne mikroskopowe opisujące stan każdego z ośrodków tworzących elementarną objętość. W przypadku struktur zaplatanych zmiennymi mikroskopowymi są: blachy o różnym kierunku walcowania oraz izolacja międzyblachowa. Dodatkowo należy dodać warunki brzegowe na granicy elementarnej objętości. Pozwoli to na obliczenie wartości i rozkładów pól fizycznych, gdy dane są wartości zmiennych makroskopowych i gdy znana jest pełna informacja o mikrostrukturze.

W matematycznym sformułowaniu metody homogenizacji dokonuje się przejścia z jednej skali obserwacji do drugiej poprzez parametryzację mikroskopowego opisu matematycznego. W celu parametryzacji używamy dodatniego parametru skali i poszukujemy granicy rozwiązania, gdy parametr ten dąży do zera. Opis matematyczny spełniony przez tę granicę jest poszukiwanym polem i opisem makroskopowym. Rozważa się w tym przypadku kompletny zbiór zagadnień parametryzowanych. Zależnie od rodzaju ośrodka, od tego czy jest on periodyczny, czy losowy stosuje się twierdzenie o zbieżności funkcji okresowych lub homogenizację stochastyczną [296].

Typowy proces homogenizacji składa się z następujących kroków:

- identyfikacja mikro- i makrostruktury,

- wprowadzenie zmiennych skalowania i określenie wartości brzegowych i warunków odzwierciedlających zjawiska fizyczne,
- linearyzacja,
- określenie rozwiązywalności problemu niejednorodności,
- podanie równania lub współczynników rozwiązania homogenicznego.

Należy podkreślić, że identyfikacja skali jest podstawowym problemem w zagadnieniach fizycznych i ważnym w zagadnieniach matematycznych. Homogenizacja matematyczna podaje sposoby przejścia, używając małego parametru, uwzględniając efekt skali.

Pojęcia mikrostruktury i wprowadzenie zastępczych parametrów pozwalających na uśrednienie właściwości złożonych materiałów są znane od wielu lat. W dziedzinie fizyki już Mossotti w 1850 roku podał zależność pomiędzy polaryzowalnością mikroskopową środowiska dielektrycznego a stałą dielektryczną makroskopową ϵ . Wynika ona z faktu, że mikroskopowe pole elektryczne działające na spolaryzowany dipol jest inne niż pole makroskopowe. Różnica ta może zostać skorygowana przez współczynnik polaryzowalności środowiska. Prace te zostały potwierdzone przez Lorenza, a następnie Clausiusa w 1879 roku. Kolejne prace, które można uznać za prekursorskie w dziedzinie homogenizacji, dotyczą materiałów kompozytowych [161, 171, 172, 202, 358]. Współczesne metody homogenizacji zostały przedstawione i omówione w pracy [344], gdzie główny nacisk położono na metody stochastyczne, a nie wykorzystujące periodyczności. Również w dziedzinie homogenizacji matematycznej istnieje bardzo bogata literatura [10, 11, 12, 295, 334]. Szczególnie interesujące są zagadnienia dotyczące określania granic obszaru parametrów materiałów kompozytowych. W ostatnich latach można zaobserwować dynamiczny rozwój badań w dziedzinie pól elektromagnetycznych w metamateriałach [76, 120, 359]. Metamateriałem nazywamy materiał, którego właściwości zależą od jego struktury w skali większej niż cząsteczkowa. Mają one właściwości niewystępujące w naturalnych materiałach. Są one wykorzystywane głównie w optyce i fotonice, gdzie umożliwiają wytwarzanie nietypowych soczewek; anten, modulatorów i filtrów. Jeżeli metamateriał ma modyfikować falę elektromagnetyczną, musi zawierać struktury o wielkości porównywalnej z długością fali. Opisywane struktury powinny być znacznie mniejsze od długości fali. Przykładowo dla fali rzędu 500 nm używa się metamateriałów o strukturach wewnętrznych rozmiaru rzędu 250 nm. Metamateriały dla mikrofal są wytwarzane sztucznie z drucianych pętli i kratownic o odpowiedniej pojemności i indukcyjności. Interesującą teorię homogenizacji nielokalnej dla metamateriałów zaproponował Igor Tsukerman [341-343]. Efektywne parametry są

zdefiniowane bezpośrednio w liniowych relacjach między parami ziaren pola, w przeciwieństwie do metod, gdzie parametry te są uzyskiwane z odbicia i transmisji danych. Teoria ta jest wynikiem połączenia dwóch pojęć: fizycznego Smitha i Pendry oraz matematycznego (interpolacji Whitney-Nedelec-Bossavit-Kotiuga). Ziarna pola są zdefiniowane za pomocą elementów Whitneya i spełniają równania Maxwella.

W rozdziale tym zostaną przedstawione różne metody homogenizacji stosowane w elektrotechnice, zarówno metody opisane na podstawie literatury, jak i własne metody autorów.

5.1. Technika homogenizacji w modelowaniu transformatora zaproponowana przez A. De Rochebrune, J.M. Dedulle, J.C. Sabonnadiere

Jedną z pierwszych metod homogenizacji w dziedzinie elektrotechniki zaproponowali naukowcy z laboratorium elektrotechniki ENSIEG-INPG z Grenoble we Francji. Opracowali ją w latach osiemdziesiątych. Wprowadzili oni pojęcie bazowej komórki do określenia makrostruktury [98]. Na rysunku 5.1 przedstawiono makrostrukturę, którą jest magnetowód transformatora i mikrostrukturę, która składa się z pojedynczej blachy i izolacji.

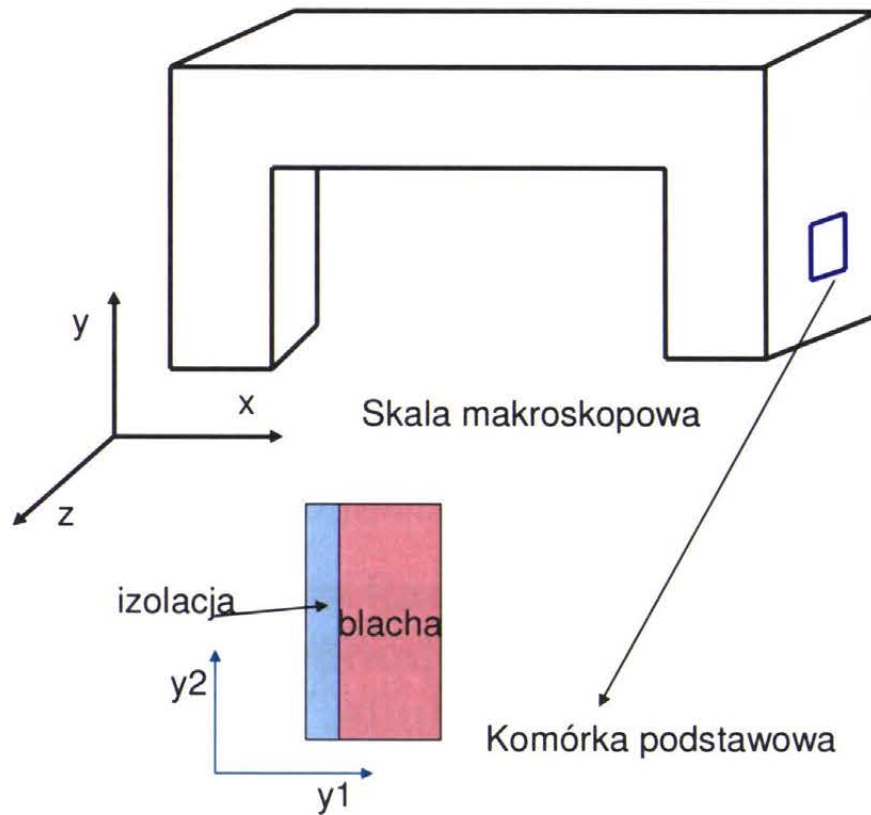
Przedstawiona teoria dotyczy homogenizacji dwuwymiarowej, czyli zastąpienia przestrzennej struktury przez powierzchnię zastępczą. W skali makroskopowej przyjęto następujące definicje:

$$H = \frac{1}{|Y|} / Yhdy \quad B = \frac{1}{|Y|} / Ybdy \quad (5.2)$$

$$|Y| = \int |y| ydy$$

gdzie H i B są odpowiednio natężeniem pola magnetycznego i indukcją w skali makroskopowej, $|Y|$ jest komórką bazową.

Zmienne skali makroskopowej (H , B , Y) są zdefiniowane jako uśrednienie zmiennych mikroskopowych w komórce bazowej. Poszukiwane jest rozwiązanie zagadnienia mikroskopowego w komórce bazowej metodą uśredniania. Ma to na celu znalezienie relacji opisujących zjawiska w skali makroskopowej, czyli pole w rdzeniu transformatora. Zagadnienie rozwiązano, używając skalarnego potencjału magnetycznego Φ , który zależy od natężenia pola magnetycznego H_0 na granicy badanej struktury.



Rys. 5.1. Mikro i makrostruktura przy modelowaniu magnetowodu transformatora

Pierwszym etapem jest sformułowanie komórki bazowej Y . Komórka ta powinna zawierać wszystkie elementy występujące w makrostrukturze, czyli w magnetowodzie transformatora, jako warunki brzegowe przyjęto warunki periodyczności na całym brzegu i warunek Dirichleta w jednym punkcie.

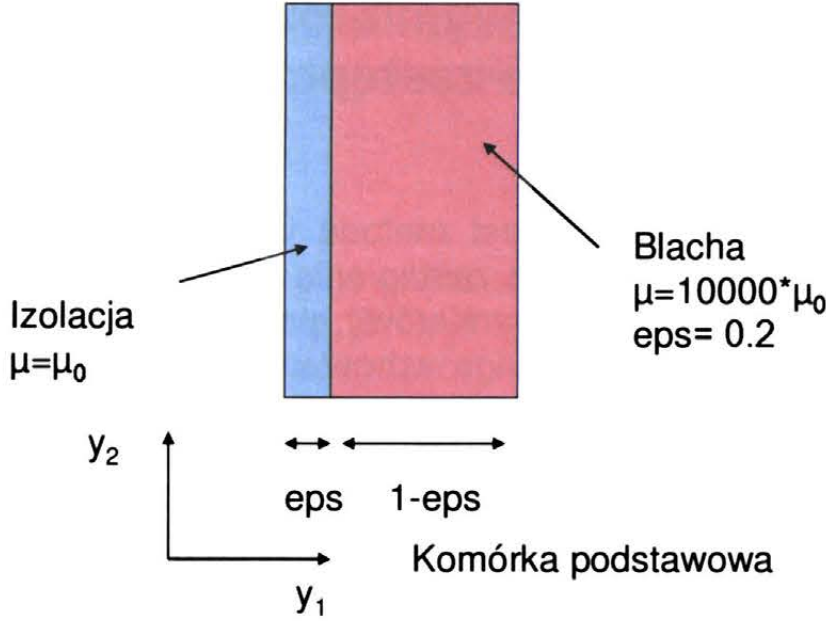
Równania dla komórki bazowej są następujące:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} b &= 0 \\ b &= -[\mu] \operatorname{grad} \varphi \\ \varphi &= -H_0 y + \varphi^* \\ H &= 1/|Y| \int_Y h dy \end{aligned} \tag{5.3}$$

gdzie φ^* jest funkcją periodyczną, y – oś komórki bazowej.

Wartości H_0 przyjęto dla granic $(0, -1)$ oraz $(-1, 0)$, przenikalność magnetyczna może być tensorem lub skalarem. Jeżeli przyjmujemy istnienie anizotropii materiału, to przenikalność jest tensorem. Przy modelowaniu izolowanej blachy komórka bazowa będzie miała dwie warstwy:

- dla izolacji $\mu'_{11} = \mu'_{22} = \mu_0$ grubość $\varepsilon = \text{eps}$
- dla blachy μ_{11} wzdłuż osi Oy_1 (rys 5.2) grubości $(1 - \varepsilon)$;
 μ_{22} wzdłuż osi Oy_2 .



Rys. 5.2. Komórka bazowa dla blachy z izolacją.

Pozwala to na napisanie równania dla zhomogenizowanej makrostruktury w postaci:

$$B_i = \begin{bmatrix} 1/lub \left\langle \frac{1}{\mu_{i,j}} \right\rangle & 0 \\ 0 & \langle \mu_{i,j} \rangle \end{bmatrix} [H_j] \quad (5.4)$$

Przenikalność magnetyczna dla struktury zastępczej blacha-izolacja dana jest macierzą:

$$[\mu] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-\varepsilon}{\mu_{11}} + \frac{\varepsilon}{\mu_{11}} & \mu_{22}(1-\varepsilon) + \mu_{22}\varepsilon \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Autorzy wykazali, że stosując modelowanie z dwiema warstwami, a następnie z zastosowaniem macierzy zhomogenizowanej otrzymuje się bardzo zbliżone rezultaty dla rozkładu pola magnetycznego. Przedstawiona metoda była jedną z pierwszych prób użycia homogenizacji do modelowania zblachowanych struktur. Wykorzystano tu szereg pojęć znanych wcześniej jak pojęcie mikro- i makrostruktury, pojęcie komórki bazowej. Autorzy stwierdzili, że można zastosować ich metodę do materiałów anizotropowych, ale w aplikacji ograniczają się do materiału izotropowego.

5.2. Modelowanie dwuwymiarowych struktur poprzez określenie zastępczej charakterystyki magnesowania

Przedstawiona tu metoda jest metodą własną autorów [147, 148, 257, 279, 280]. Pozwala ona na zastąpienie trójwymiarowej zblachowanej struktury przez model dwuwymiarowy, poprzez określenie charakterystyki zastępczej. Metoda wymaga wprowadzenia szeregu uproszczeń, a najpoważniejszym jest pominięcie strumienia w kierunku prostopadłym do powierzchni blachy. Składowa indukcji w tym kierunku jest wielokrotnie mniejsza niż składowe w kierunkach stycznych do powierzchni blachy (B_z wynosi kilka procent B_x oraz B_y). Przy modelowaniu magnetowodów transformatorów i maszyn elektrycznych powierzchnia blachy jest jednak znacznie większa od jej grubości. W związku z tym prądy wirowe indukowane przez składową indukcji w kierunku z zamykają się na znacznej powierzchni i mogą mieć znaczący wpływ na rozkład pola elektromagnetycznego w strukturze. W jednym z następnych rozdziałów zostanie omówiony prąd wirowy indukowany przez strumień normalny do kierunku blachy oraz jego wpływ na rozkład pola. Dzięki zastosowaniu analizy 3D i wykonaniu szeregu pomiarów autorzy porównują wyniki otrzymane przy zastosowaniu prezentowanej metody, symulacji 3D i pomiaru. Wykazano również, w jakich przypadkach pominięcie strumienia poprzecznego nie wprowadza dużych błędów, czyli kiedy można stosować prezentowaną tu metodę.

Metoda zostanie wyjaśniona na przykładzie modelowania zapleceń w magnetowodzie transformatora. Zastąpiono trójwymiarową strukturę zapleczenia przez zastępczą dwuwymiarową. W metodzie wykorzystano ogólnie znane zjawisko, polegające na tym, że rozkład pola jest taki, aby energia systemu miała minimalną wartość. Zastosowano metodę minimalizacji, w której funkcjonalem jest całkowita energia systemu.

Jak to zostało już wyjaśnione w poprzednim punkcie, w technice homogenizacji podstawowym pojęciem jest pojęcie mikro i makrostruktury. W przypadku modelowania zapleceń makrostrukturą jest cały pakiet blach magnetowodu, mikrostrukturą jest powtarzalny zespół blach o różnym kącie anizotropii i szczelin powietrznych bądź izolacyjnych.

Typowa procedura polega na zdefiniowaniu bazowej objętości V mogącej zastąpić całą strukturę. Zastąpienie trójwymiarowej złożonej struktury przez zastępczy materiał nie powinno zmienić rozptyłu strumieni w materiale.

Pierwszym krokiem jest zdefiniowanie składowych indukcji układu zastępczego. Zależność pomiędzy wektorem indukcji B w całej strukturze

oraz indukcji $\mathbf{b}$ w powtarzalnych mikrostrukturach dane są zależnością (5.6), gdzie V jest objętością bazową mikrostruktury.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{b} dv \quad (5.6)$$

Jeżeli zastąpimy całkowanie przez sumowanie składowych objętości $dx \cdot dy \cdot h$, otrzymamy równanie (5.7), w którym n jest liczbą różnych niepowtarzających się warstw wchodzących w skład struktury, h_i jest grubością i -tej warstwy, natomiast H jest grubością makrostruktury

$$\mathbf{B} = \frac{1}{dx \cdot dy \cdot H} \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i \cdot dx \cdot dy \cdot h_i \quad (5.7)$$

W trakcie procesu homogenizacji obliczane są składowe B_{ix} i B_{iy} indukcji $\mathbf{B}$ w punkcie P wielowarstwowej struktury, reprezentującej pakiet blach ($i = 1, 2, 3, \dots, n$). Obliczenie składowych wynika z całkowitego strumienia przenikającego przez powierzchnię ograniczającą objętość V (rys. 5.2).

$$B_{ix} = \frac{\phi'_{ix} + \phi''_{ix}}{2 \cdot dy \cdot h_i} \quad (5.8a)$$

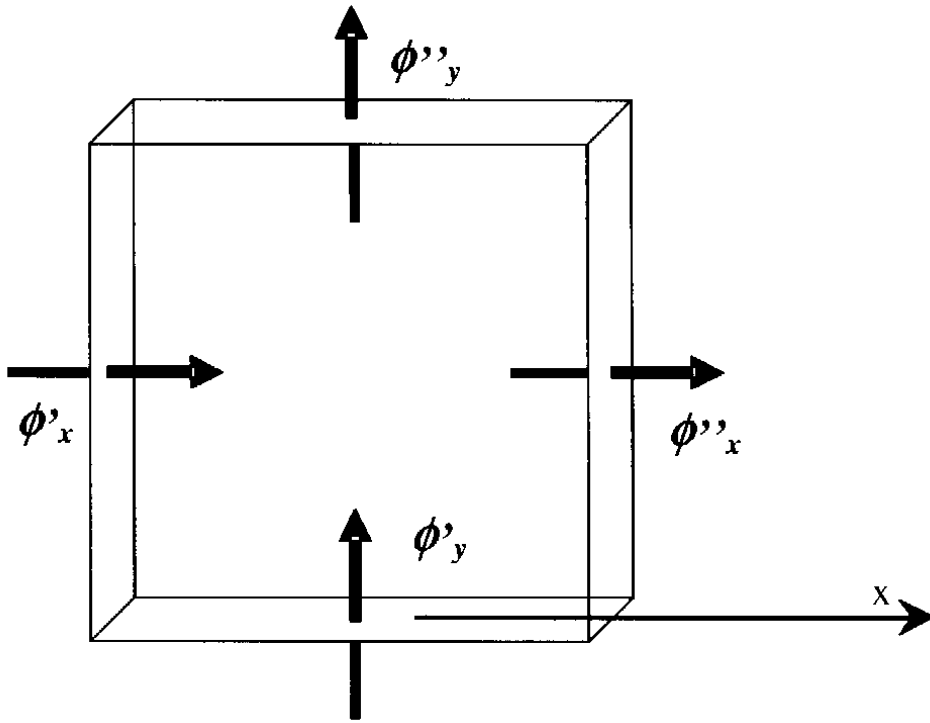
$$B_{iy} = \frac{\phi'_{iy} + \phi''_{iy}}{2 \cdot dx \cdot h_i} \quad (5.8b)$$

gdzie ϕ'_{ix} i ϕ'_{iy} są składowymi strumieniami wchodzącymi do objętości, zaś ϕ''_{ix} i ϕ''_{iy} są strumieniami wychodzącymi.

Strumień sumaryczny przenikający ściany objętości V musi być równy sumie strumieni przenikających poszczególne warstwy i . Składowe indukcji B_x i B_y wektora wypadkowego struktury zastępczej są dane zależnością:

$$B_x = \frac{\sum_{i=1}^n \phi'_{ix} + \phi''_{ix}}{2 \cdot dy \cdot H} \quad (5.9a)$$

$$B_y = \frac{\sum_{i=1}^n \phi'_{iy} + \phi''_{iy}}{2 \cdot dx \cdot H} \quad (5.9b)$$



Rys. 5.3. Strumienie wchodzące i wychodzące do i z objętości V

Przyjęto zasadę, że strumień struktury zastępczej musi być taki, aby rozkład pola był identyczny jak w strukturze rzeczywistej.

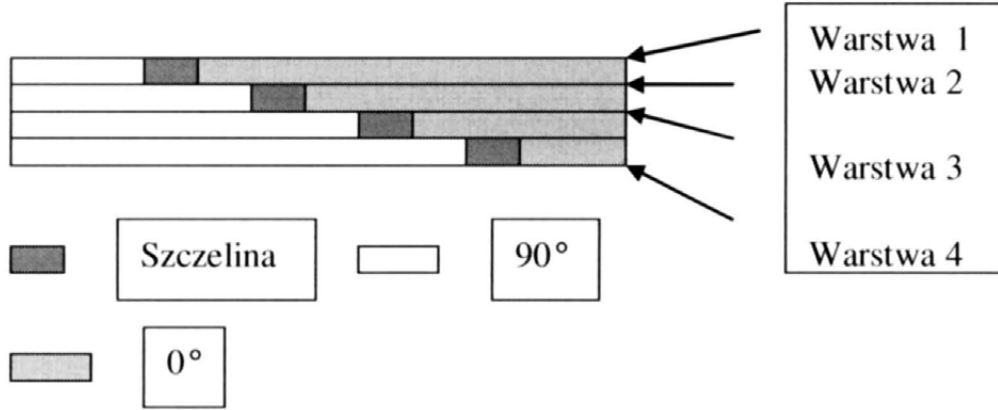
Kolejnym krokiem jest zdefiniowanie funkcji celu, którą będziemy minimalizować. Całkowita energia makrostruktury jest sumą energii składowych, zmagazynowanych w poszczególnych warstwach (równanie 5.10a). Energia magnetyczna każdej i -tej warstwy $W_{\mu i}$ o objętości V_i dana jest zależnością (5.10b).

$$W_{\mu min} = \sum W_{\mu i}(\mu_i, \mathbf{B}_i) \quad (5.10a)$$

$$W_{\mu i} = \frac{1}{2} V_i \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{H}_i \quad (5.10b)$$

gdzie μ_i jest przenikalnością magnetyczną, $\mathbf{B}_i$ wektorem indukcji w i -tej warstwie, a $\mathbf{H}_i$ wektorem natężenia pola w i -tej warstwie.

Kolejnym etapem jest obliczenie wektora indukcji w poszczególnych warstwach. W tym celu zastosowano minimalizację energii [152]. Funkcja celu zależy od geometrii i właściwości fizycznych rozpatrywanej struktury, czyli od ilości warstw, ich objętości, indukcji w poszczególnych warstwach. Jako przykład podajmy zaplecenie typu step-lap magnetowodu transformatora. W wielostopniowej zakładce tego typu na końcach i wewnątrz zakładki występują szczeliny pozorne. Ilustruje to rysunek 5.4.



Rys. 5.4. Szczeliny powietrzne w czterostopniowej zakładce step-lap

Przedstawiona struktura środkowej części zakładki zawiera blachy jarzmowe (oznaczone na rysunku kolorem jasnoszarym), blachy kolumnowe (białe) i szczeliny powietrzne (ciemnoszare). Wykonując przekrój poprzeczny zakładki, otrzymuje się n_1 blach jarzmowych mających kierunek walcowania zgodny z osią x , n_2 blach kolumnowych o kierunku prostopadłym do osi x oraz n_0 blach przedzielonych szczeliną powietrzną. Analizując rysunek 5.4, można zauważyć, że istnieje możliwość wykonania 9 różnych przekrojów, o różnym układzie warstw. Pierwszy z możliwych przekrojów zawiera 4 blachy kolumnowe, w których kierunek walcowania jest zgodny z osią y . Oznaczmy go symbolem $4y$. Drugi możliwy przekrój zawiera jedną warstwę szczelin i 3 blachy kolumnowe (oznaczenie $1-3y$). Kolejne przekroje to $1x-3y$, $1x-1-2y$, $2x-2y$, $2x-1-1y$, $3x-1y$, $3x-1$ oraz $4y$ (czyli cztery warstwy blach jarzmowych).

Szczeliny i blachy tworzą niejednorodną strukturę zawierającą trzy rodzaje materiałów: blachy o kierunku anizotropii 0° , których przenikalność określamy jako μ_{Fe0} , blachy kolumnowe o kierunku 90° (przenikalność μ_{Fe90}) oraz szczeliny powietrzne o przenikalności μ_0 . Materiały te występują w równoległych warstwach, tworząc szczelinę pozorną. Podział strumienia pomiędzy poszczególne warstwy wynika z minimum energii magnetycznej zmagazynowanej w zakładce. Wypadkowa indukcja B w zakładce dana jest zależnością (5.11), gdzie B_0 jest indukcją w powietrzu, B_{Fe0} jest indukcją w blasze jarzmowej, B_{Fe90} jest indukcją w blasze kolumnowej.

$$B_{res} = B_{Fe0} + B_{Fe90} + B_0 \quad (5.11)$$

Jeżeli V_{lay} jest objętością pojedynczej warstwy, to funkcja celu dla struktury zakładki dana jest zależnością:

$$W_{\mu min}(B_{Fe0}, B_0, B_{Fe90}) = \left[\frac{V_{lay} n_1 \nu_{Fe0} B_{Fe0}^2 + V_{lay} n_2 \nu_{Fe90} B_{Fe90}^2 + V_{lay} n_0 \nu_0 B_0^2}{2} \right]_{min} \quad (5.12)$$

Trzeci krok opisywanej metody to stworzenie rodziny charakterystyk dla różnych kątów anizotropii dla całej struktury. W tym celu zmieniamy wartości indukcji całkowitej od 0 do przyjętej wartości nasycenia. Każdy punkt charakterystyki jest obliczany według następującego algorytmu:

Przyjmujemy, że przy zadanym wektorze indukcji wypadkowej B_{res} niewiadomymi są składowe B_{Fe90x} , B_{Fe90y} , B_{Fe0x} , B_{Fe0y} . Składowe B_{0x} oraz B_{0y} wektora B_0 są obliczane z zależności (5.13)

$$(n_0 + n_1 + n_2)B_{res} = n_1 B_{Fe0} + n_2 B_{Fe90} + n_0 B_0 \quad (5.13)$$

Zgodnie z (5.14)

$$B_{0x} = \frac{(n_0 + n_1 + n_2)B_{resx} - n_1 B_{Fe0x} - n_2 B_{Fe90x}}{n_0}$$

$$B_{0y} = \frac{(n_0 + n_1 + n_2)B_{resy} - n_1 B_{Fe0y} - n_2 B_{Fe90y}}{n_0} \quad (5.14)$$

Obliczamy moduły B_0 , B_{Fe0} , B_{Fe90} oraz kąty $\alpha_1 = \arccos(\frac{B_{Fe0x}}{B_{Fe0}})$

oraz $\alpha_2 = \arccos(\frac{B_{Fe90y}}{B_{Fe90}})$.

Zgodnie z charakterystykami blachy jarzmowej i kolumnowej znajdujemy $\nu_1(B_{Fe0}^2, \alpha_1)$ oraz $\nu_2(B_{Fe90}^2, \alpha_2)$.

Obliczamy wartość funkcji celu zgodnie z zależnością (5.12). Obliczamy zgodnie z zależnością (5.15) reluktywność zastępczą struktury

$$\nu(\mathbf{B}, W_{\mu min}) = \frac{n_1 \nu_{Fe0} B_{Fe0}^2 + n_2 \nu_{Fe90} B_{Fe90}^2 + n_0 \nu_0 B_0^2}{n B^2} \quad (5.15)$$

Obliczamy natężenie pola magnetycznego z zależności $\mathbf{H} = \nu \mathbf{B}$.

W celu sprawdzenia poprawności zaproponowanej metody przeprowadzono obliczenia dla dwóch typów struktur. Otrzymane rodziny charakterystyk zastępczych zostały porównane z właściwościami blach, które wchodziły w jej skład. W ten sposób można sprawdzić charakterystyki różnego typu struktur w ciągu kilku minut. W następnym rozdziale przedstawione zostaną i porównane wyniki pomiarów, symulacji trójwymiarowej i symulacji dwuwymiarowej z użyciem zhomogenizowanych charakterystyk zastępczych. Zaproponowana metoda pozwala na obliczenie i wprowadzenie do symulacji zastępczych charakterystyk bez zmiany kodu źródłowego pakietu symulacyjnego. Jest to istotne dla użytkowników niemających własnego kodu, a stosujących oprogramowanie komercyjne.

5.3. Modelowanie zblachowanych struktur do analizy dwuwymiarowej pól elektromagnetycznych z uwzględnieniem prądów wirowych

W przypadku kiedy wskazane jest uwzględnienie wpływu strumienia poprzecznego na rozkład pola i straty w żelazie, konieczne jest stosowanie innych metod niż te proponowane w poprzednich paragrafach. Ciekawą metodę zaproponował w 2000 roku O. Bottauscio [59-63, 83]. Polega ona na superpozycji obliczeń dwu- i jednowymiarowych. Obliczenia dwuwymiarowe przeprowadzono dla kierunku x i y przy założeniu, że rozkład pola w kierunku z jest równomierny. Dzięki temu założeniu można zastosować do obliczeń potencjał wektorowy o niezerowej składowej w kierunku z . Model opracowano w oparciu o równania:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{J} \\ \mathbf{B} &= f(\mathbf{H}) \end{aligned} \quad (5.16)$$

gdzie $\mathbf{H}(t)$ jest natężeniem pola magnetycznego zmiennego w funkcji czasu, $\mathbf{B}(t)$ indukcją, a $f(\mathbf{H})$ nieliniową funkcją, która może uwzględniać histerezę i która uwzględnia prądy wirowe.

Funkcja ta jest operatorem:

$$\mathbf{B}(x, y, t) = f(t, \mathbf{H}(x, y, t)) \quad (5.17)$$

Potencjał wektorowy wprowadzono z założeniem, że $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$, w związku z tym równanie pola dwu-wymiarowego jest opisane równaniem:

$$\nabla \times f^{-1}(\nabla \times A \mathbf{1}_z) = \sum_{l=1}^L \chi_l \frac{N_l}{S_l} I_l \mathbf{1}_z \quad (5.18)$$

gdzie $\mathbf{1}_z$ jest wektorem jednostkowym w kierunku z , χ_l jest równe 1, jeżeli jesteśmy na powierzchni S_l oraz 0 poza tą powierzchnią, indeks l oznacza numer jednego z L prądów I płynących w uzwojeniu o numerze N_l o powierzchni S_l .

Nieliniowy problem opisany równaniem (5.17) został zlinearyzowany metodą stałego punktu Banacha. Funkcję f przedstawiono w formie dwóch składników: jednego liniowego, którym jest v_{2D} oraz składnika nieliniowego, którym jest residuum $\mathbf{R}$. Residuum jest obliczane iteracyjnie.

$$\mathbf{H}(t) = f^{-1}(\mathbf{B}(t)) = v_{2D} \mathbf{B}(t) + \mathbf{R}(\mathbf{H}(t)) \quad (5.19)$$

W ten sposób można zastąpić problem nieliniowy przez serię zagadnień liniowych [143]. Przy wymuszeniu okresowym można każdą z serii zastąpić serią Fouriera. Dla k-tej iteracji schematu stałego punktu równanie dla m-tej składowej harmonicznej ma postać:

$$v_{2D} \left(\frac{\partial^2 \underline{A}_m^k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{A}_m^k}{\partial y^2} \right) + \sum_{l=1}^L \chi_l \frac{N_l}{S_l} \underline{I}_{l,m}^k - \left(\frac{\partial \underline{R}_{y,m}^{k-1}}{\partial x} - \frac{\partial \underline{R}_{x,m}^{k-1}}{\partial y} \right) \quad (5.20)$$

gdzie fazory R_x oraz R_y są składowymi residuum w płaszczyźnie x, y . Niewiadomymi w równaniu (5.20) są wartości potencjału wektorowego dla znanych prądów, przedstawionych jako źródła prądowe. W przypadku zasilania napięciowego prądy są również niewiadomymi i do równań polowych dodane są równania Kirchhoffa.

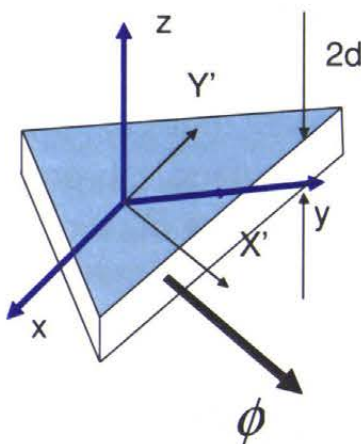
Równanie (5.20) jest rozwiązywane metodą elementów skończonych. Iteracyjna metoda stałego punktu nie modyfikuje macierzy sztywności. W trakcie procesu iteracyjnego modyfikowany jest drugi składnik równania (5.20) na skutek zmiany residuum $\mathbf{R}$. W tym celu spektrum częstotliwościowe jest obliczane w każdym elemencie dla odpowiedniej harmonicznej indukcji stosując odwrotną szybką transformację Fouriera. Nowa postać residuum jest obliczana ze wzoru:

$$\mathbf{R}^k(t) = f^{-1}(\mathbf{B}^k(t)) - v_{2D} \mathbf{B}^k(t) \quad (5.21)$$

gdzie k oznacza numer harmonicznej.

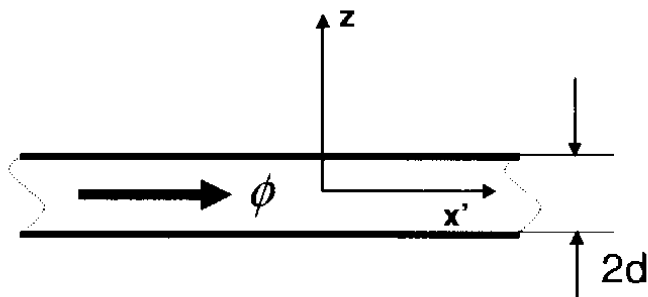
Następnie obliczona postać residuum przekształcana jest dla dziedziny częstotliwościowej i wstawiana do równania (5.20).

Dla zblachowanych struktur w funkcji f uwzględniono prądy wirowe płynące w blasze w obszarze odpowiadającym warstwie naskórkowej. W obliczeniach dwuwymiarowych zjawisko to jest pomijane. Na rysunku 5.5 przedstawiono element skończony, dla którego obliczana jest indukcja $\mathbf{B}(t)$. Indukcja ta jest obliczana dla każdego elementu blachy.



Rys. 5.5. Układ współrzędnych w elemencie

Zakładając, że w elemencie wektor indukcji ma ten sam kierunek co wektor natężenia pola magnetycznego, można przyjąć, że przez każdy element przepływa jednokierunkowy strumień na jednostkę długości $\phi(t) = B(t)2d$, tak jak to pokazano na rysunku 5.5, gdzie $2d$ jest grubością blachy. Rozkład prądów wirowych wzdłuż grubości blachy obliczany jest dla modelu jednowymiarowego pokazanego na rysunku 5.6.



Rys. 5.6. Schemat obliczeń jednowymiarowych prądu

Przy takim założeniu pomijamy zamknięcie pętli prądów wirowych przy powierzchni blachy. Jest to dopuszczalne, jeżeli grubość blachy jest co najmniej pięciokrotnie mniejsza od szerokości blachy [83]. Współrzedną x' przyjęto zgodnie z kierunkiem strumienia magnetycznego. Jednowymiarowe równanie ma postać:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \sigma \frac{\partial b}{\partial t} \quad (5.22)$$

gdzie σ jest przewodnością elektryczną blachy, h jest natężeniem pola magnetycznego w elemencie, b indukcją w elemencie.

Prądy wirowe płynące w kierunku y' są obliczane ze wzoru:

$$\mathbf{j} = \frac{\partial h}{\partial z} \mathbf{1}_{y'} \quad (5.23)$$

Jednowymiarowe równanie (5.22) jest rozwiązywane z wprowadzeniem potencjału wektorowego w elemencie $\mathbf{a} = (0, a(z), 0)$ [7] i ma postać:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(f^{-1} \left(\frac{\partial a}{\partial z} \right) \right) = \sigma \frac{\partial a}{\partial t} - \sigma \int_{-d}^d \frac{\partial a}{\partial t} dz \quad (5.24)$$

Dodatkowo przyjęto niejednorodne warunki Dirichleta na brzegach płyty, które narzucają strumień przepływający przez blachę:

$$\begin{aligned} a(z = -d, t) &= -\frac{\phi(t)}{2} \\ a(z = d, t) &= \frac{\phi(t)}{2} \end{aligned} \quad (5.25)$$

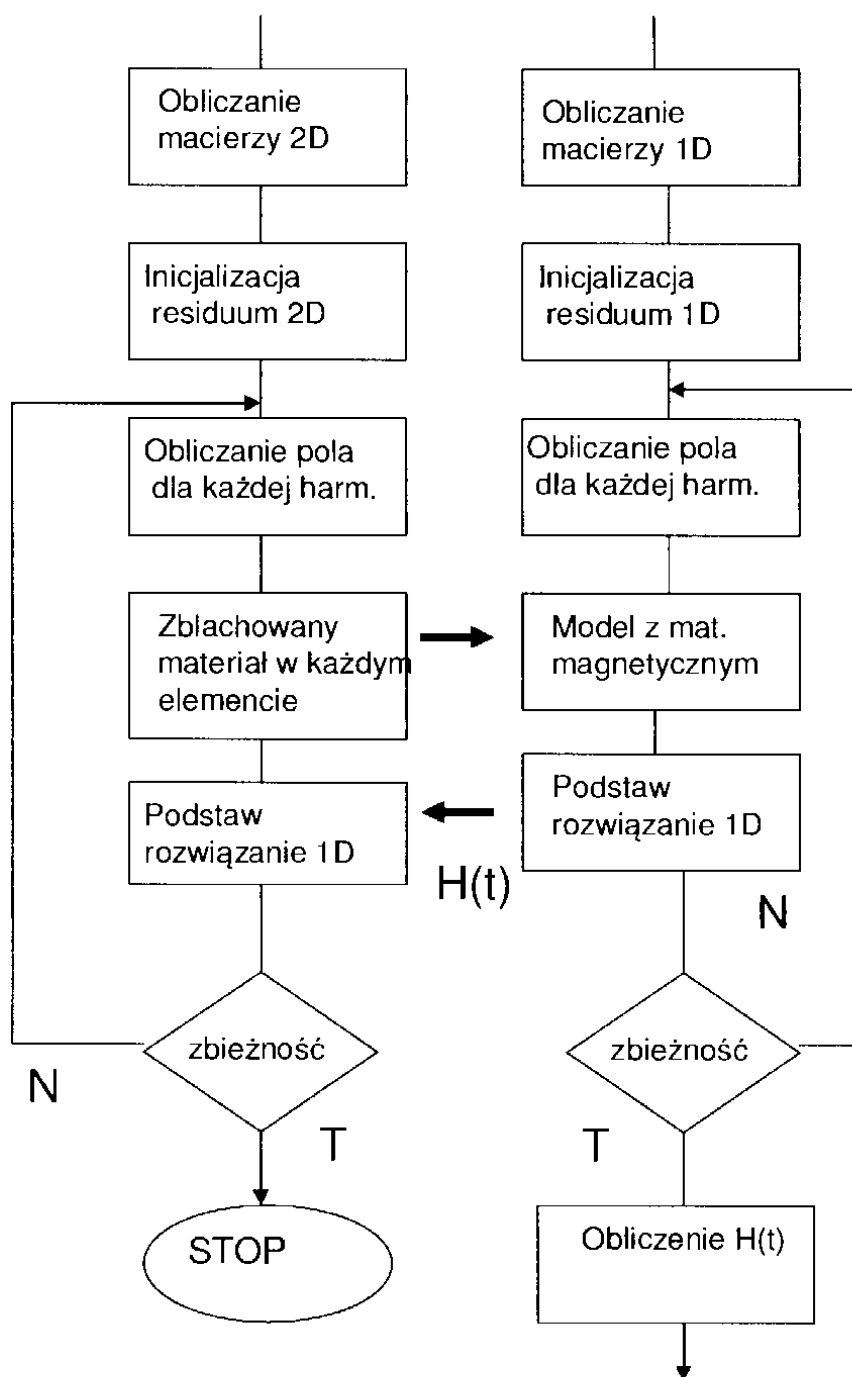
Podobnie jak dla modelu 2D zastosowano metodę stałego punktu Banacha:

$$h(t) = f^{-1}(b(t)) = v_{1D} b(t) + S(h(t)) \quad (5.26)$$

Tu również zastosowano analizę harmoniczną Fouriera. Równanie dla m-tej harmonicznej ma postać:

$$v_{1D} \frac{\partial^2 \underline{a}_m^k}{\partial z^2} = j\omega m \sigma \underline{a}_m^{k-1} - \frac{\partial S_m^{k-1}}{\partial z} \quad (5.27)$$

gdzie ω jest częstotliwością, zaś $j = \sqrt{-1}$.



Rys. 5.7. Algorytm procesu obliczeniowego

Obydwa procesy iteracyjne są prowadzone równolegle. Na rysunku 5.7 przedstawiono algorytm prezentowanej metody, zaznaczając sposób wymiany danych pomiędzy dwoma równoległymi procesami 1D i 2D. W celu skrócenia czasu obliczeń można dwa procesy prowadzić równolegle na dwóch procesorach komputera.

Dla każdej k-tej iteracji wykonywane są następujące operacje:

- obliczany jest rozkład pola dla modelu dwuwymiarowego (2D)
- dla każdego elementu skończonego obliczana jest indukcja $B(t)$, stosując odwrotną szybką transformację Fouriera
- dla każdego elementu obliczane jest residuum $R(t)$, uwzględniając wyniki modelu 1D
- spektrum harmoniczne residuum $R(\omega)$ jest obliczane, stosując szybką transformację Fouriera
- iteracje są powtarzane aż do otrzymania zbieżności.

Zaproponowana metoda jest szybka, jeżeli użyjemy obliczeń równoległych (na jednym procesorze symulacji 2D i na drugim 1D). Pozwala ona na uwzględnienie wpływu prądów wirowych tak od strumienia podłużnego jak i poprzecznego.

Podobną technikę zaproponowali J Pippuri, A Belahcen, E. Djalá i A. Arkkio z Finlandii [281, 282]. Połączyli oni rozwiązanie jednowymiarowe z rozwiązaniem dwuwymiarowym. Model 1D dotyczy kierunku prostopadłego do powierzchni blachy. Magnetyczny potencjał wektorowy i gęstość prądów wirowych są opisane zależnością:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= a_x(z, t)\mathbf{e}_x + a_y(z, t)\mathbf{e}_y \\ \mathbf{j} &= j_x(z, t)\mathbf{e}_x + j_y(z, t)\mathbf{e}_y \end{aligned} \quad (5.28)$$

gdzie $\mathbf{e}_x$ i $\mathbf{e}_y$ są wektorami jednostkowymi w kierunku x i y, czyli w kierunkach zgodnych z powierzchnią blachy.

Potencjał wektorowy wzdłuż grubości blachy spełnia równanie:

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{a}) = -\sigma \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} \quad (5.29)$$

Z warunkami:

$$\begin{aligned} a_x(-d, t) &= dB_y \\ a_x(0, t) &= 0 \\ a_y(-d, t) &= -dB_x \\ a_y(0, t) &= 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

Charakterystyka reluktywności w funkcji kwadratu indukcji jest aproksymowana metodą funkcji sklepanych.

Dla modelu dwuwymiarowego potencjał wektorowy i gęstość prądów wirowych są opisane równaniem:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= A(x, y, t)\mathbf{e}_z \\ \mathbf{J} &= J(x, y, t)\mathbf{e}_z\end{aligned}\quad (5.31)$$

Pole elektromagnetyczne spełnia równanie [144]:

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A} + \mathbf{H}_c) = \frac{N\mathbf{i}}{S} \quad (5.32)$$

gdzie N jest ilością zwojów cewki połączonych w szereg, $\mathbf{i}$ prądem w cewce, a S jest przekrojem cewki.

Przy zasilaniu napięciowym musi być spełnione równanie:

$$\mathbf{u} = \frac{IN}{S} \int_S \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} d\mathbf{S} + R\mathbf{i} \quad (5.33)$$

gdzie l oznacza długość czynną przewodu, a R rezystancję cewki.

Zagadnienie 1D jest rozwiązywane wstecznym algorytmem Eulera, a 2D metodą elementów skończonych. Nieliniowe równania są rozwiązywane metodą Newtona-Raphsona.

W różniczce składowa prądów wirowych $\mathbf{H}_c$ jest zdefiniowana jako różnica natężenia pola magnetycznego $\mathbf{h}$ na powierzchni blachy ($z = -d$) i natężenia pola magnetycznego $\mathbf{H}$ otrzymanego z analizy 2D.

$$\mathbf{H}_c(x, y, t) = \mathbf{h}(-d, t) - \mathbf{H}(x, y, t) \quad (5.34)$$

W celu oszacowania natężenia pola magnetycznego na powierzchni blachy zaproponowano dwa podejścia. W pierwszym podejściu można obliczyć wartość $\mathbf{h}$ w punkcie $z = -d$ na podstawie funkcji kształtu, jako iloczyn indukcji i reluktywności. Drugie podejście polega na użyciu zależności:

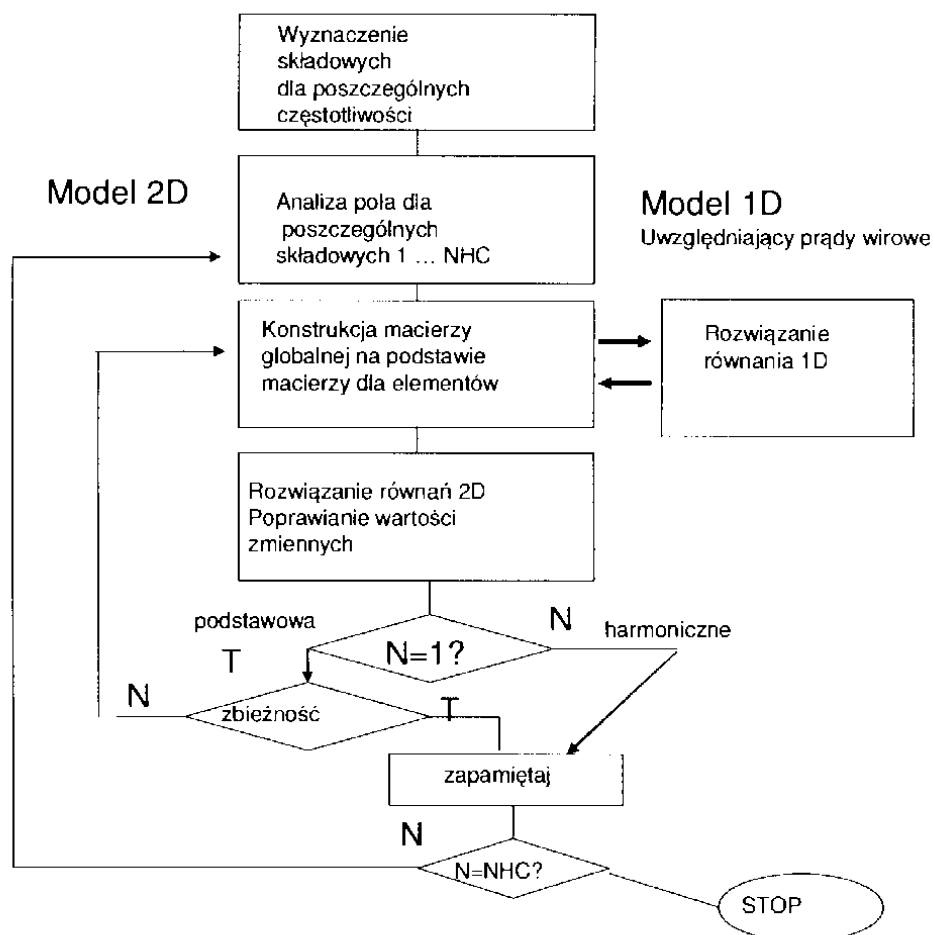
$$\nabla \times \mathbf{h} = \mathbf{j} \quad (5.35)$$

z której można wyprowadzić wzory:

$$h_x(-d, t) = - \int_{-d}^{z_i} j_y(z, t) dz + h_x(z_i, t) \quad (5.36)$$

$$h_y(-d, t) = - \int_{-d}^{z_i} j_x(z, t) dz + h_y(z_i, t) \quad (5.37)$$

Algorytm proponowanej metody pokazano na rysunku 5.8.

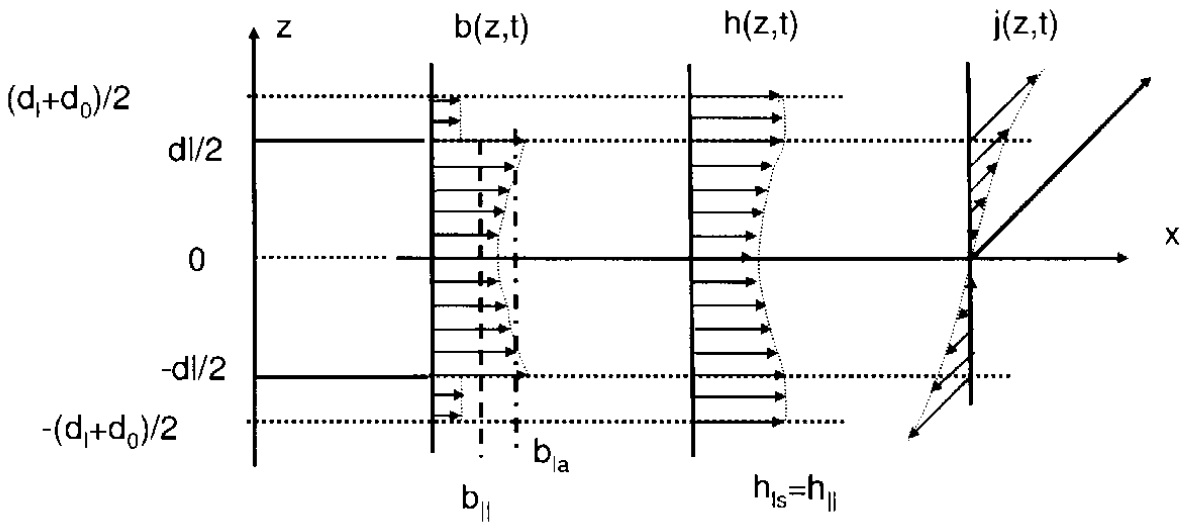


Rys. 5.8. Algorytm metody

5.4. Homogenizacja równania pola

Kolejna metoda homogenizacji została zaproponowana przez zespół z Liege w Belgii. Metoda ta dotyczy homogenizacji zblachowanych struktur liniowych oraz nieliniowych. Metoda pozwala na uwzględnienie prądów wirowych [109, 133-137, 188]. Może być stosowana do modelowania tak struktur dwu, jak i trójwymiarowych oraz wprowadzona do metody elementów skończonych. Wadą metody jest konieczność posiadania kodu źródłowego i jego modyfikacji. W związku z tym nie można jej aplikować do istniejących programów komercyjnych.

Zakłada się, że blachy użyte do budowy struktury są jednorodne, mają stałą przenikalność magnetyczną i przewodność. Przyjmuje się, że rozpatrywana jest jedna blacha o grubości d_l , oś z jest normalna do powierzchni blachy - $d_l < z < d_l$ (rys 5.9).



Rys. 5.9. Rozkłady indukcji $b(z,t)$, natężenia pola $h(z,t)$ i gęstości prądu $j(z,t)$ wzdłuż grubości pojedynczej blachy

Równanie opisujące pole ma postać:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \sigma \frac{\partial b}{\partial t} \quad (5.38)$$

Całkowity prąd indukowany $j(z,t) = -j(-z,t)$, wzdłuż osi y jest równy 0. W celu homogenizacji przyjęto uśrednione wartości indukcji:

$$b_{la}(t) \equiv \frac{1}{d_t} \int_{-d_t/2}^{d_t/2} b(z,t) dz \quad (5.39)$$

A pole magnetyczne na powierzchni jest równe:

$$h_{ls}(t) \equiv h(z = \pm d_t / 2, t) \quad (5.40)$$

Rozwiązanie równania (5.38) z narzuconą uśrednioną indukcją bądź uśrednionym polem magnetycznym na powierzchni, można otrzymać z rozwinięcia w dziedzinie rozwiązań częstotliwościowych lub czasowych.

Dla rozwiązań częstotliwościowych przy częstotliwości f i pulsacji $\omega = 2\pi f$ reluktywność zespolona ma następujące rozwiązanie analityczne:

$$v(t) = \frac{h_{ls}}{b_{la}} = v_l \frac{d^*}{2} \left(\frac{\sinh d^* + \sin d^*}{\cosh d^* - \cos d^*} + j \frac{\sinh d^* - \sin d^*}{\cosh d^* - \cos d^*} \right) \quad (5.41)$$

gdzie: d^* jest zastępczą grubością blachy $d^* = d_l / \delta$;

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu_l \omega}}$ jest głębokością wnikania pola w blachę.

Rozwiązanie równania (5.38) w dziedzinie rozwiązań czasowych można otrzymać numerycznie za pomocą metody elementów skończonych. Punktem wyjściowym jest wielomianowe rozwinięcie indukcji $b(z,t)$:

$$b(z,t) = \alpha_0(z)b_{la}(t) + \alpha_2(z)b_{l2}(t) + \dots \quad (5.42)$$

gdzie $\alpha_0(z) = 1, \alpha_2(z) = -(1/2) - (z/d_l)^2$, współczynnik jest równy jedności na powierzchni blachy.

Uwzględniając zależność (5.42) w równaniu pola (5.38), otrzymamy natężenie pola magnetycznego wzdłuż grubości blachy w postaci:

$$h(z,t) = h_{ls}(t) - \sigma d_l^2 \beta_2(z) \frac{db_{la}}{dt} - \sigma d_l^2 \beta_4(z) \frac{db_{l2}}{dt} - \dots \quad (5.43)$$

gdzie $\beta_2(z) = 1/8 - \frac{\left(\frac{z}{dt}\right)^2}{2}$, $\beta_4(z) = -1/32 + \frac{\left(\frac{z}{dt}\right)^2}{4} - \frac{\left(\frac{z}{dt}\right)^4}{2} \dots$, zostały otrzymane poprzez podwójne całkowanie $\alpha_0(z), \alpha_2(z) \dots$ i zakładając zerową wartość na powierzchni blachy $\beta_i(z = \pm d_l/2) = 0$.

Dla liniowej reluktywności, uwzględniając dwa człony rozwinięcia, mamy:

$$\begin{bmatrix} h_{ts} \\ 0 \end{bmatrix} = \nu_l \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{la} \\ b_{l2} \end{bmatrix} + \sigma d_l^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{12} & \frac{-1}{\omega} \\ \frac{-1}{\omega} & \frac{1}{210} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} b_{la} \\ b_{l2} \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

W modelu 1-wymiarowym przyjmujemy powierzchnię blachy nieskończenie dużą, czyli metodę można stosować jedynie dla geometrii o grubości blach wielokrotnie mniejszych niż jej szerokość i grubość.

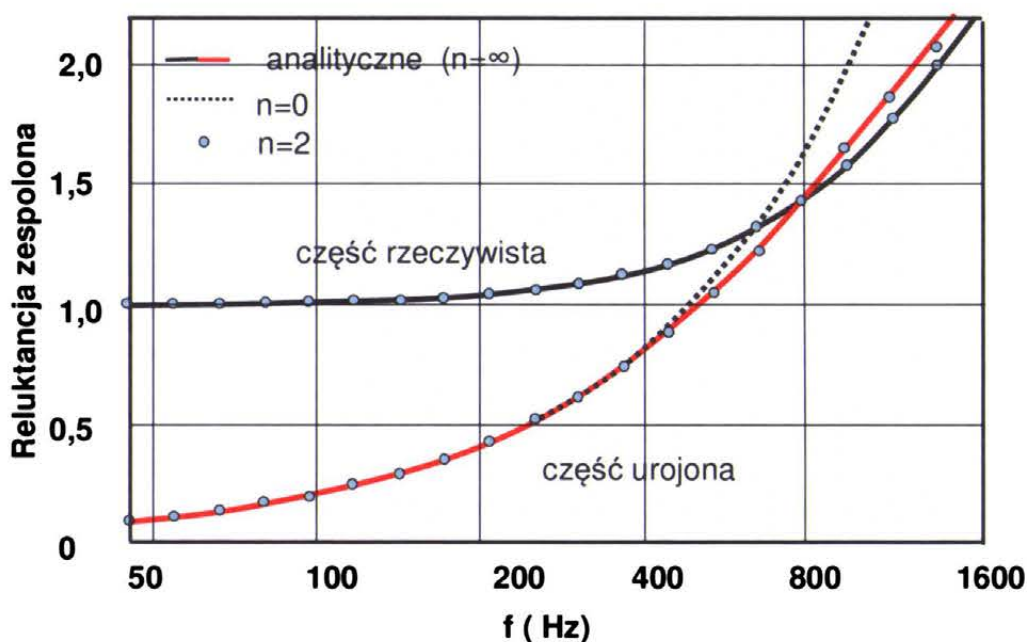
Na rysunku 5.10 przedstawiono reluktancję zespoloną w funkcji częstotliwości dla blachy o grubości $d = 0,5$ mm, przewodności $5 \cdot 10^6$ S/m, przenikalności względnej blachy 2500.

Kolejnym etapem jest uwzględnienie izolacji międzyblachowej. Załóżmy, że mamy izolację międzyblachową o grubości d_0 i reluktywności ν_0 . Współczynnik wypełnienia jest dany przez

$$\lambda = \frac{d_l}{d_l + d_0} \quad (5.45)$$

Zakładamy, że natężenie pola magnetycznego h_0 i indukcja b_0 w izolacji są stałe na całej jej szerokości. Zhomogenizowane pole w pakiecie blach z izolacją międzyblachową dane jest zależnością:

$$\begin{aligned} h_{row} &= h_{ls} = h_0 \\ b_{row} &= \lambda b_{la} + (1 - \lambda) b_0 \end{aligned} \quad (5.46)$$



Rys. 5.10. Reluktancja zespolona w funkcji częstotliwości

Dla przypadku statycznego, czyli dla częstotliwości równej zero, prądy wirowe nie występują i indukcja oraz natężenie pola są stałe na przekroju blachy. Zhomogenizowana reluktywność statyczna dana jest zależnością:

$$\frac{1}{\nu_{row}} = \frac{b_{row}}{h_{row}} = \lambda \frac{b_t}{h_l} + (1 - \lambda) \frac{b_0}{h_0} = \frac{\lambda}{\nu_l} + \frac{1 - \lambda}{\nu_0} \quad (5.47)$$

Indeksy row dotyczą równoległego pakietu blach i izolacji międzyblachowych.

Równanie (5.44) dla pakietu z izolacją międzyblachową przyjmie postać:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} h_{row} + \frac{1 - \lambda}{\nu_0} \sigma_{row} d_i^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{12} \\ \frac{1}{\omega} \end{bmatrix} \frac{dh_{row}}{dt} = \\ = \nu_{row} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{row} \\ b_{row2} \end{bmatrix} + \sigma_{row} d_i^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{12} & \frac{-1}{\omega} \\ \frac{-1}{\omega} & \frac{1}{210} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} b_{row} \\ b_{row2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.48)$$

Przedstawiona zależność dotyczy strumienia równoległego do powierzchni blachy. Rozpatrzmy teraz strumień normalny do kierunku blachy, czyli przenikający ją w kierunku z. Natężenie pola magnetycznego i indukcja nie zmieniają się w funkcji z i są dane przez:

$$\begin{aligned} b_{pr} &= b_t = b_0 \\ h_{pr} &= \lambda h_l + (1 - \lambda) h_0 \end{aligned} \quad (5.49)$$

co prowadzi do zhomogenizowanej reluktywności w postaci:

$$\nu_{pr} = \frac{h_{pr}}{b_{pr}} = \lambda \frac{h_l}{b_l} + (1 - \lambda) \frac{h_0}{b_0} = \lambda \nu_l + (1 - \lambda) \nu_0 \quad (5.50)$$

Indeks pr oznacza wielkości dotyczące strumienia normalnego, czyli prostopadłego do powierzchni blachy.

Prądy wirowe indukowane przez strumień normalny są równoległe do powierzchni blachy i stałe wzdłuż grubości blachy. Jeżeli zagadnienie jest liniowe, można nałożyć strumienie równoległe i prostopadłe, stosując superpozycję wzdłuż dwóch prostopadłych do siebie kierunków.

$$\begin{aligned} h &= h_p + h_r \\ b &= b_p + b_r \end{aligned} \quad (5.51)$$

gdzie h_p , h_r , b_p , b_r są odpowiednio zespolonymi wartościami składowej prostopadłej natężenia pola magnetycznego, składowej równoległej natężenia pola magnetycznego, składowej prostopadłej indukcji, składowej równoległej indukcji.

W ten sposób trzy składowe strat od prądów wirowych mogą zostać po prostu zsumowane. Wprowadźmy tensor reluktywności i dwa tensory przewodności, które zostaną następnie użyte do modyfikacji programu obliczeniowego. W systemie kartezjańskim tensory te mają następującą postać:

tensor reluktywności

$$[\nu] = \begin{bmatrix} \nu_r & 0 & 0 \\ 0 & \nu_r & 0 \\ 0 & 0 & \nu_p \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

tensory konduktywności dla kierunku prostopadłego i normalnego do blachy

$$[\sigma_r] = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [\sigma_p] = \begin{bmatrix} \sigma_p & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.53a, b)$$

Dla modelu z magnetycznym potencjałem wektorowym rozwiązywane równanie ma postać:

$$(\nu \operatorname{rota}, \operatorname{rota}')_{\Omega} + (\sigma \partial_t \underline{a}, \underline{a}')_{\Omega_l} = (j, \underline{a}')_{\Omega_s} \quad (5.54)$$

$$\forall \underline{a}' \in F_a(\Omega)$$

gdzie $F_a(\Omega)$ jest funkcją zdefiniowaną w przestrzeni Ω i zawiera funkcję bazową $\underline{a}$ oraz funkcje testową $\underline{a}'$. $(\dots)_{\Omega}$ oznacza całkę objętościową po Ω z iloczynu skalarnego, Ω_l jest obszarem przewodzącym, w którym występują prądy wirowe (w tym przypadku jest to obszar blach po homogenizacji), Ω_s jest obszarem nieprzewodzącym, w którym występują prądy wymuszone.

Po wprowadzeniu zależności 5.48 otrzymamy:

$$(\nu \operatorname{rota}, \operatorname{rota}')_{\Omega-\Omega_l} + (\nu \operatorname{rota}, \operatorname{rota}')_{\Omega_l} + (\sigma_p \partial_t \underline{a}, \underline{a}')_{\Omega_l} + \left(\frac{\sigma_r d_l^2}{12} \partial_t \operatorname{rota}, \operatorname{rota}' \right)_{\Omega_l} - \left(\frac{\sigma_r d_l^2}{60} \partial_t \underline{b}_2, \operatorname{rota}' \right)_{\Omega_l} = (j, \underline{a}')_{\Omega_s} \quad (5.55)$$

$$\left(\frac{\nu}{5} \underline{b}_2, \underline{b}_2' \right)_{\Omega_l} - \left(\frac{\sigma_r d_l^2}{60} \partial_t \operatorname{rota}, \underline{b}_2' \right)_{\Omega_l} + \left(\frac{\sigma_r d_l^2}{210} \partial_t \underline{b}_2, \underline{b}_2' \right)_{\Omega_l} = 0 \quad (5.56)$$

Dla systemu nieliniowego przy uwzględnieniu dwóch pierwszych wyrażań rozwinięcia mamy:

$$\begin{bmatrix} h_s \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\sigma d^2}{420} \begin{bmatrix} 35 & -7 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} b_a \\ b_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} h_{Fe}(b(z, t)) \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} dz \quad (5.57)$$

gdzie $b(z, t) = b_a(t) + \alpha_2(z)b_2(t)$.

Nieliniowe równanie może następnie być rozwiązane metodą Newtona-Raphsona. Przy zadanym natężeniu pola magnetycznego na powierzchni $S(t)$ równanie (5.55) będzie miało postać:

$$\frac{\sigma d^2}{420 \Delta t} \begin{bmatrix} 35 & -7 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\theta}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \frac{dh_{Fe}}{db} \begin{bmatrix} \alpha_0 \alpha_0 & \alpha_0 \alpha_2 \\ \alpha_2 \alpha_0 & \alpha_2 \alpha_2 \end{bmatrix} dz \quad (5.58)$$

gdzie $\frac{dh_{Fe}}{db}$ jest reluktywnością różniczkową.

Całkowanie od 0 do $d/2$ należy wykonać numerycznie.

Przedstawioną metodę należy zaimplementować do programu obliczania pola metodą elementów skończonych. Uniemożliwia to stosowanie metody w programach komercyjnych.

Założmy, że rozpatrujemy problem trójwymiarowo w dziedzinie Ω i do opisu zagadnienia użyjemy potencjału wektorowego. Gęstość prądu

została zadana w podobszarze Ω_S , a prądy indukowane znajdują się w obszarze Ω_I . Do dyskretyzacji użyto elementów krawędziowych o funkcji kształtu γ_j . Aproksymacja potencjału wektorowego ma postać:

$$\mathbf{a} = \sum_j a_j \mathbf{y}_j \quad (5.59)$$

Prawo Ampera w formie uogólnionej ma postać:

$$(\mathbf{h}(\text{rot } \mathbf{a}), \text{rot } \mathbf{y}_i)_{\Omega} + (\sigma \partial_t \mathbf{a}, \mathbf{y}_i)_{\Omega_I} = (\mathbf{j}, \mathbf{y}_i)_{\Omega_S} \quad (5.60)$$

Obszar Ω_I składa się z pakietu blach. Przyjmujemy, że izolacja międzyblachowa jest nieskończenie cienka w porównaniu z grubością blachy (współczynnik wypełnienia jest bliski 100%). Przyjeliśmy, że wektor indukcji i natężenia pola są równoległe do powierzchni blachy. Jeżeli grubość blachy jest wielokrotnie mniejsza od jej szerokości i grubości, to indukcja i natężenie pola zmieniają się nieznacznie wzdłuż grubości blachy, jak również w kolejnych blachach w porównaniu z ich sąsiadami. Dla wolnozmiennego, prawie stałego pola równanie (5.60) można uprościć:

$$(\mathbf{h}(\text{rot } \mathbf{a}), \text{rot } \mathbf{y}_i)_{\Omega - \Omega_I} + (\mathbf{h}_S, \text{rot } \mathbf{y}_i)_{\Omega_I} = (\mathbf{j}, \mathbf{y}_i)_{\Omega_S} \quad (5.61)$$

Na rysunku 5.11 pokazano ilustrację prawa Ampera dla takiego uproszczenia. Kontur C_1 wynika z prądu w cewce, czyli prądu wymuszającego. Natomiast kontur C_2 dotyczy tak prądu wymuszającego jak i prądów wirowych.

Dla przypadku liniowej reluktywności równanie pola ma postać:

$$\begin{aligned} & (\nu \text{rot } \mathbf{a}, \text{rot } \mathbf{y}_i)_{\Omega - \Omega_I} + (\nu_{Fe} \text{rot } \mathbf{a}, \text{rot } \mathbf{y}_i)_{\Omega_I} + \\ & + \left(\frac{\sigma d^2}{12} \partial_t \text{rot } \mathbf{a}, \text{rot } \mathbf{y}_i \right)_{\Omega_I} - \left(\frac{\sigma d^2}{60} \partial_t \mathbf{b}_2, \text{rot } \mathbf{y}_i \right)_{\Omega_I} = (\mathbf{j}, \mathbf{y}_i)_{\Omega_S} \end{aligned} \quad (5.62)$$

Wstawiając zależność (5.56) i uwzględniając funkcje bazowe otrzymujemy:

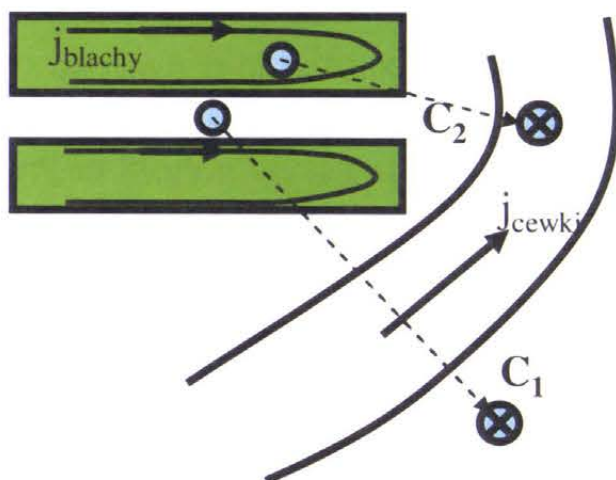
$$\left(\frac{\nu}{5} b \mathbf{n}_2, \mathbf{z}_i \right)_{\Omega_I} - \left(\frac{\sigma d^2}{60} \partial_t \text{rot } \mathbf{a}, \mathbf{z}_i \right)_{\Omega_I} + \left(\frac{\sigma d^2}{210} \partial_t \mathbf{b}_2, \mathbf{z}_i \right)_{\Omega_I} = 0 \quad (5.63)$$

Jeżeli uwzględnimy nieliniową charakterystykę magnesowania o postaci:

$$h = h_{Fe}(b) \quad (5.64)$$

Przyjmując homogenizację z rozwinięciem do dwóch członów, jak również aproksymację za pomocą elementów krawędziowych oraz dyskrety-

zacje czasową, otrzymamy układ nieliniowych równań, do rozwiązania których stosujemy metodę Newtona-Raphsona.



Rys. 5.11. Kontur, wzdłuż którego stosuje się prawo Ampera

Dla materiałów izotropowych ze skalarną reluktywnością równanie można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial \mathbf{h}_{Fe}}{\partial \mathbf{b}} = \nu_{Fe} \mathbf{1} + 2 \frac{d\nu_{Fe}}{db^2} \mathbf{b}\mathbf{b} \quad (5.65)$$

gdzie $\mathbf{b}\mathbf{b}$ jest iloczynem diadycznym wektora $\mathbf{b}$.

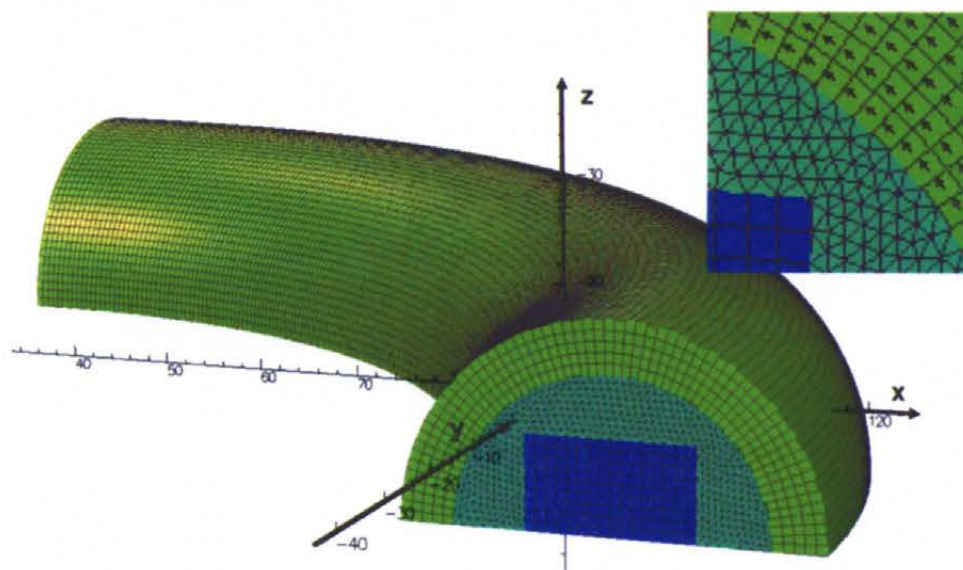
Dla przypadku dwuwymiarowego równanie (5.65) w postaci macierzowej wygląda następująco:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{h}_{Fe}}{\partial \mathbf{b}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_x}{\partial b_x} & \frac{\partial h_x}{\partial b_y} \\ \frac{\partial h_y}{\partial b_x} & \frac{\partial h_y}{\partial b_y} \end{bmatrix} = \nu_{Fe} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 2 \frac{d\nu_{Fe}}{db^2} \begin{bmatrix} b_x b_x & b_x b_y \\ b_y b_x & b_y b_y \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

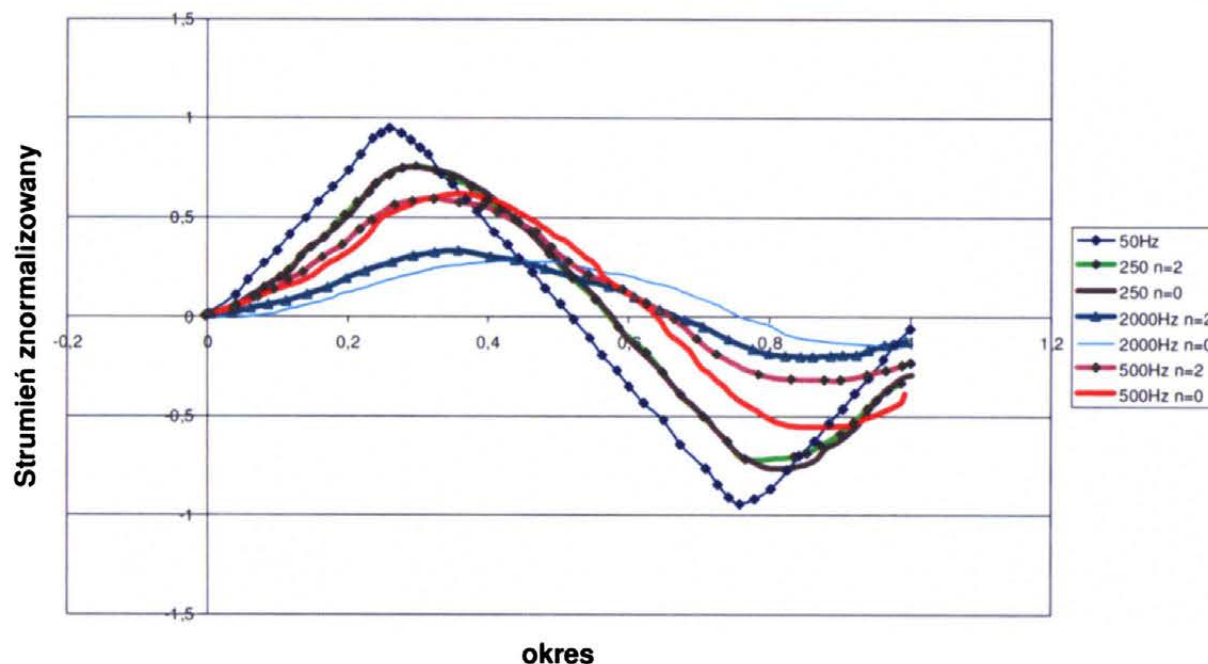
W celu sprawdzenia, prezentowana metoda została użyta do obliczenia zblachowanego pierścienia, zbudowanego z 20 blach, $dl = 0,5$ mm, wewnętrzny promień $r_1 = 40$ mm, zewnętrzny promień $r_2 = 50$ mm, przewodność $5 \cdot 10^6$ S/m, o względnej przenikalności magnetycznej 2500. Blachy rozdzielone są izolacją o grubości 0,02 mm (czyli współczynnik wypełnienia jest równy 0,96). Na pierścieniowym magnetowodzie nawinięto 100 równomiernie rozłożonych zwojów. Badany układ został pokazany na rysunku 5.12.

Na rysunku 5.13 i 5.14 pokazano porównanie wyników otrzymanych z symulacji 3D i z zastosowaniem metody homogenizacji. Na rysunku

5.13 porównano wyniki indukowanego prądu wirowego dla częstotliwości 50 Hz, 250 Hz, 500 Hz i 2000 Hz. Porównano wyniki symulacji 3D bez homogenizacji z wynikami zhomogenizowanymi za pomocą uproszczonego wzoru dla $n = 0$ oraz wzoru dla rozwinięcia $n = 2$. Stwierdzono, że przebiegi otrzymane z symulacji 3D i z homogenizacji przy $n = 2$ całkowicie się pokrywają, różnice są niezauważalne. Przy przyjęciu $n = 0$ wyniki pokrywają się dla niskich częstotliwości, dla częstotliwości większej niż 250 Hz różnice są wyraźne. Pokazano to na rysunku.



Rys. 5.12. Model zblachowanego pierścienia; zamodelowano jedną czwartą struktury, stosując dwa warunki symetrii

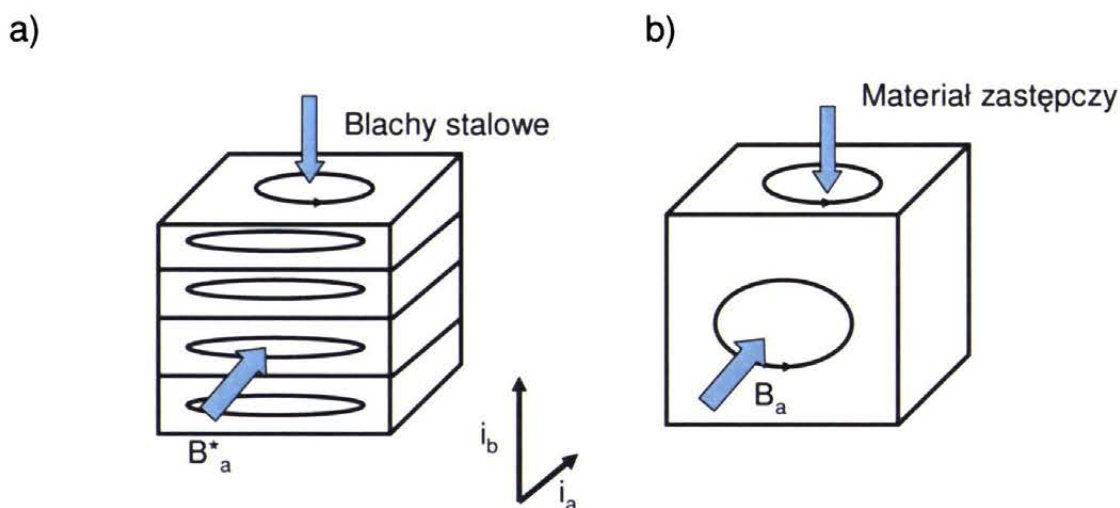


Rys. 5.13 Porównanie prądów wirowych otrzymanych przy symulacji 3D bez homogenizacji metodą elementów skończonych oraz w wyniku homogenizacji z zastosowaniem różnej ilości wyrazów rozwinięcia

Wyniki symulacji metodą elementów skończonych dla realnej struktury oraz wyniki otrzymane za pomocą prezentowanej metody są zgodne.

5.5. Metoda homogenizacji struktur zblachowanych z uwzględnieniem prądów wirowych

Kolejna prezentowana metoda została zaproponowana przez zespół z Japonii: Kazuhiro Muramatsu, Takashi Okitsu, Hidefumi Fujitsu i Fumihito Shimanoe [245, 246]. Metoda pozwala na zastąpienie zblachowanej struktury przez jednorodny lity materiał, można ją stosować tak dla analizy liniowej, jak i nieliniowej. Uwzględnia ona wpływ zarówno strumienia podłużnego, jak i poprzecznego. Struktura homogenizowana jest złożona z szeregu blach, przez które przenika strumień prostopadły do powierzchni blachy i strumień poprzeczny, tak jak to pokazano na rysunku 5.14a; blachy mają przenikalność magnetyczną μ^* oraz przewodność σ^* . W wyniku homogenizacji otrzymujemy strukturę zastępczą pokazaną na rysunku 5.14b, o anizotropowej przenikalności μ_α, μ_β i przewodności $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$. Dwie wartości tak przenikalności, jak i przewodności, dotyczą kierunku równoległego i prostopadłego do powierzchni blachy.



Rys. 5.14. Struktura zblachowana (a), lity materiał zastępczy (b)

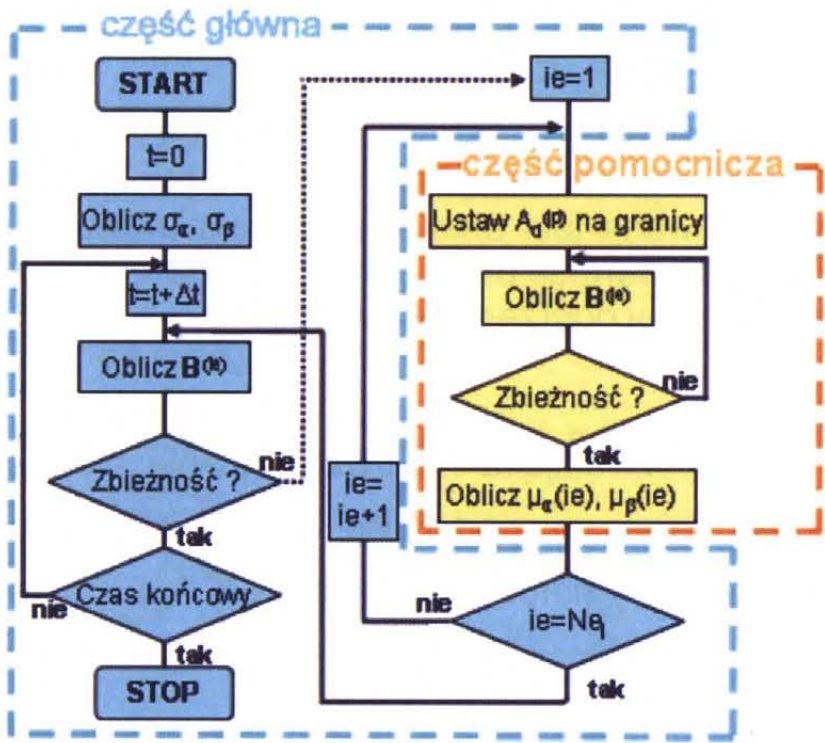
Linie, wzdłuż których zamykają się prądy wirowe indukowane przez strumień poprzeczny i normalny, zostały pokazane na rysunku 5.14. Konduktywność w kierunku α dana jest zależnością (5.67)

$$\sigma_\alpha = F\sigma^* \quad (5.67)$$

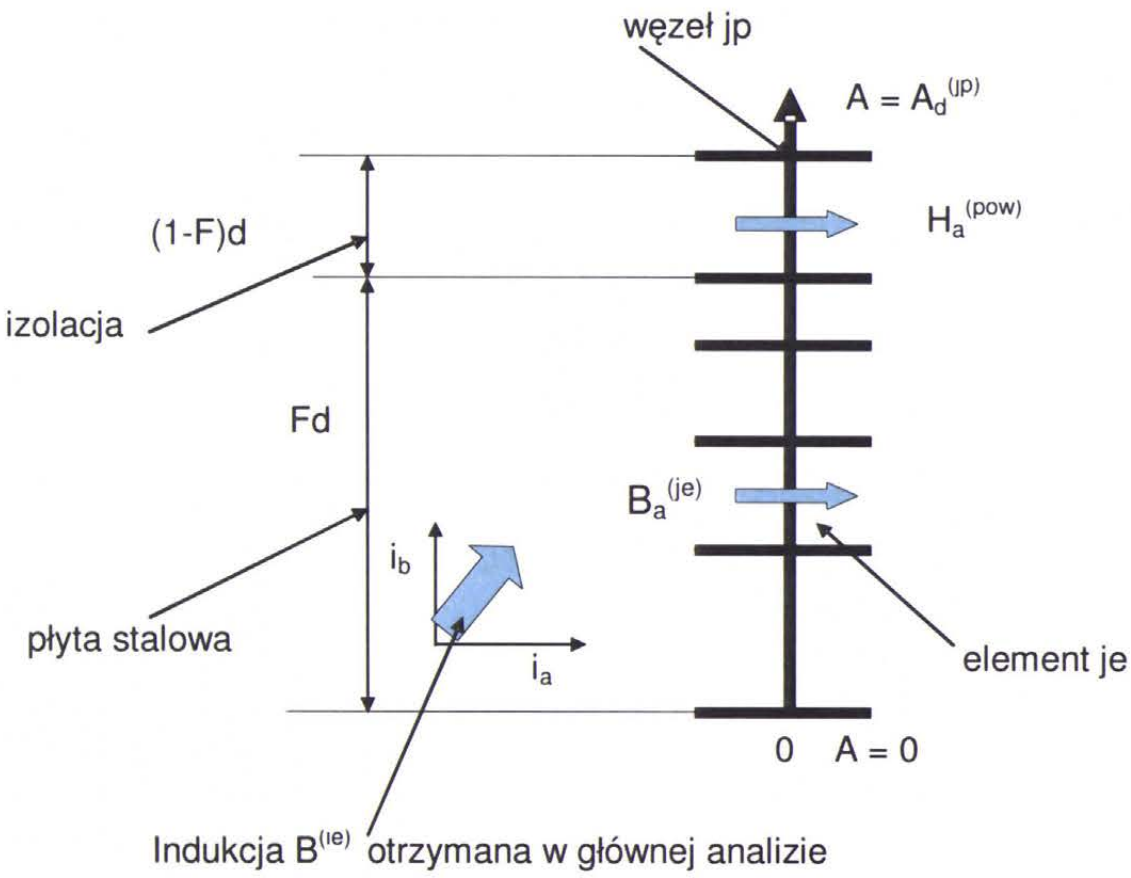
Prądy wirowe od strumienia normalnego zostały pominięte.

Przenikalności magnetyczne w obu kierunkach zostały określone w wyniku analizy zagadnienia jednowymiarowego. Na rysunku 5.15 przedstawiono algorytm metody. Algorytm zbudowany jest z dwóch

części: części głównej i części, w której rozwiązywane jest równanie jednowymiarowe.



Rys. 5.15. Algorytm metody



Rys. 5.16. Podział na elementy wzdłuż grubości blachy

Równanie analizy jednowymiarowej, przy założeniu, że grubość blachy jest nieskończenie mała w porównaniu z jej powierzchnią, jest postaci:

$$-\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\nu^* \frac{\partial}{\partial \beta} A \right) + \sigma^* \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (5.68)$$

Siatka zbudowana dla tej analizy jest pokazana na rysunku 5.16.

Wskaźniki j oraz p oznaczają odpowiednio j -ty element i p -ty węzeł, dla którego wykonywana jest analiza jednowymiarowa. Na powierzchni dla $z = d$ zadana jest wartość potencjału wektorowego. Określany jest on na podstawie składowej poprzecznej indukcji:

$$A_d^{(jp)} = B_\alpha^{ie} d \quad (5.69)$$

Indukcja $B_h^{*(je)}$ pozwalająca na uwzględnienie nieliniowości w elemencie jest określana na podstawie dwóch składowanych: $B_\alpha^{*(je)}$ i $B_\beta^{*(je)}$ w części głównej metody według wzoru:

$$B_h^{*(je)} = \sqrt{B_\alpha^{*(je)^2} + B_\beta^{*(je)^2}} \quad (5.70)$$

W analizie jednowymiarowej równanie (5.68) jest dyskretyzowane, dla każdej chwili czasowej $t + dt$ obliczany jest potencjał w każdym węźle (jp), a następnie zapamiętywane są wartości w każdym elemencie (je). Ostateczne obie składowe przenikalności magnetycznej obliczane są ze wzorów:

$$\mu_\alpha^{ie} = \frac{B_\alpha^{ie}}{H_\alpha^{*(jair)}} \quad (5.71)$$

$$\mu_\beta^{ie} = \frac{d}{\sum_{je=1}^{N_{ej}} \frac{l^{(je)}}{\mu^{*(je)}}} \quad (5.72)$$

gdzie $H_\alpha^{*(jair)}$ jest natężeniem pola magnetycznego w powietrzu. Jest on określany w wyniku analizy jednowymiarowej, N_{ej} jest ilością elementów, $l^{(je)}$ jest długością elementu je w analizie jednowymiarowej. Równanie pola w nieliniowej analizie trójwymiarowej zastępczego litego materiału jest dane przez:

$$\begin{aligned} \text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A}) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} V \right) &= 0 \\ \text{div} \left(-\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} V \right) \right) &= 0 \end{aligned} \quad (5.73)$$

gdzie V jest elektrycznym potencjałem skalarnym.

Właściwości fizyczne materiału: przewodność i reluktancja są anizotropowe. Każda z wartości reluktywności dla różnych kierunków zależy od składowej indukcji w kierunku poprzecznym i normalnym. Stosowana jest metoda Newtona-Raphsona. Współczynniki metody dane są zależnościami:

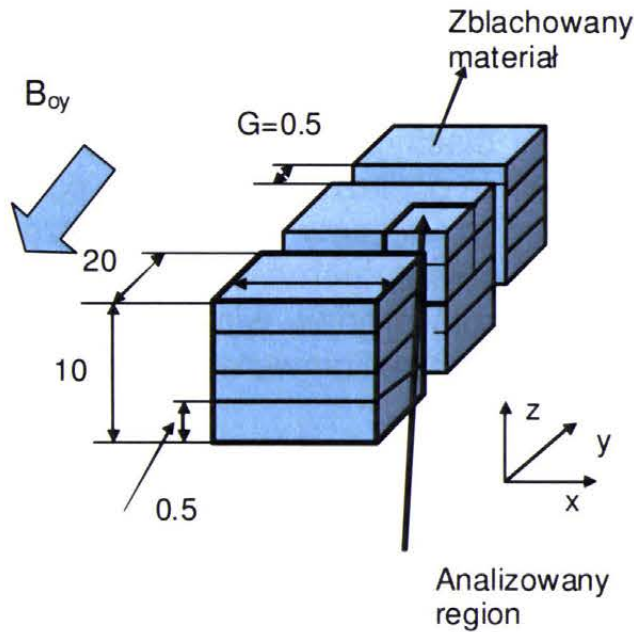
$$\frac{\partial \nu_{\alpha}}{\partial A} = \frac{\partial \nu_{\alpha}}{\partial B_{\alpha}^2} \frac{\partial B_{\alpha}^2}{\partial A} \quad (5.74)$$

$$\frac{\partial \nu_{\beta}}{\partial A} = \frac{\partial \nu_{\beta}}{\partial B_{\beta}^2} \frac{\partial B_{\beta}^2}{\partial A}$$

Autorzy metody obliczyli również straty od prądów wirowych, stosując wzór:

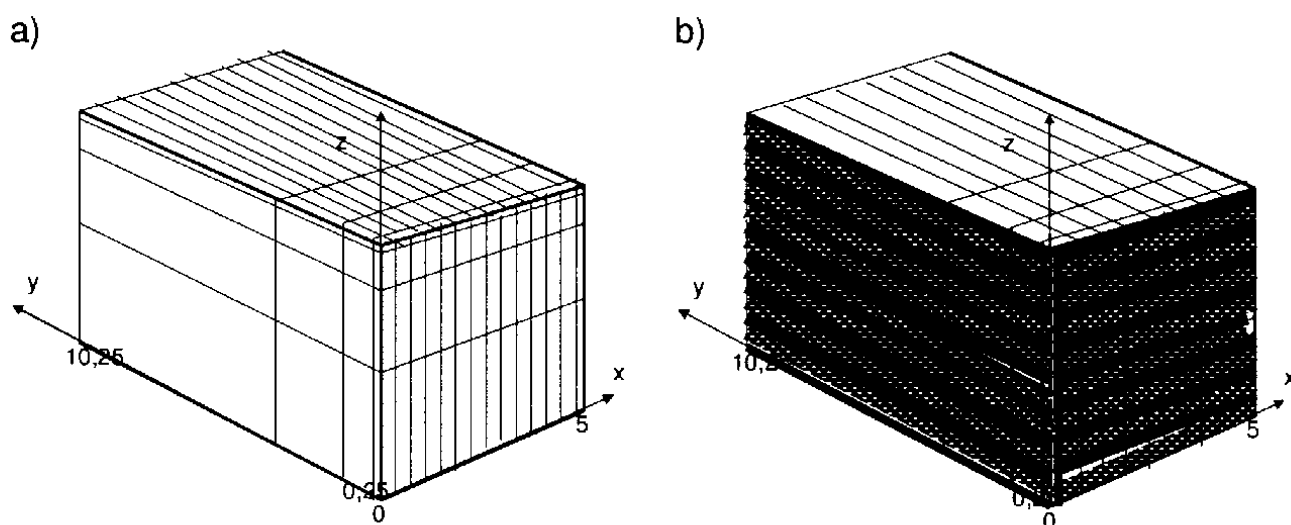
$$W_{prwir} = \sum_{ie=1}^{N_{ei}} \left(\frac{1}{d} \sum_{je=1}^{N_{ej}} \frac{\frac{\mathbf{J}e_{\alpha}^{(ie)}}{F} + \mathbf{J}e_{\beta}^{(ie)2}}{\sigma^*} I^{(je)} \right) V^{(ie)} \quad (5.75)$$

Na rysunku 5.17 pokazano badaną strukturę, a na rysunku 5.18 siatkę dla całego modelu i siatkę dla zastępczego materiału.



Rys. 5.17. Zblachowana struktura

Proponowana metoda daje bardzo dobre rezultaty przy obliczaniu strat od prądów wirowych, gorsze wyniki otrzymuje się przy obliczaniu rozptywu strumienia. Metoda nie pozwala uwzględnić histerezy i w związku z tym obliczyć całkowitych strat w żelazie.



Rys. 5.18. a) rzeczywista struktura, b) model zastępczy

5.6. Homogenizacja zblachowanych izotropowych struktur do obliczania rozkładu pól i strat w żelazie dla niskich częstotliwości

Metoda zaproponowana w 2007 roku przez zespół z Uniwersytetu w Tokio: Hiroyuki Kaimori i Akihisa Kameari oraz Koji Fujiwara z Kyoto proponuje homogenizację dla niskich częstotliwości [165]. Wykorzystują oni metodę elementów skończonych [246]. Zhomogenizowane równania są otrzymywane analitycznie, pomijając prądy wirowe indukowane przez strumień podłużny (równoległy do powierzchni blachy). Autorzy proponują obliczanie strat od prądów wirowych od strumienia podłużnego na etapie postprocessingu.

Zastępczą reluktywność oznaczamy przez N , a przewodność przez Σ . Przyjmujemy, że pole jest równomierne wzdłuż osi równoległej do powierzchni blachy i nie indukuje prądów wirowych. Przyjmujemy, że właściwości blachy są izotropowe i nieliniowe dane zależnościami:

$$\mathbf{h}_s = h_s(b_s) \frac{\mathbf{b}_s}{b_s} = \nu_s(b_s) \mathbf{b}_s; \quad b_s = |\mathbf{b}_s| \quad (5.76)$$

gdzie $\mathbf{h}_s$ i $\mathbf{b}_s$ są natężeniem pola i indukcją w blasze, ν_s jest reluktywnością blachy.

Zastępcze zhomogenizowane reluktywności w kierunku równoległym i normalnym do powierzchni blachy są oznaczone jako N_r oraz N_p . Są one wyznaczone z warunku ciągłości:

$$\frac{1}{N_r} \equiv \frac{1}{N_x} = \frac{1}{N_y} = \frac{\alpha}{\nu_s(b_s)} + \frac{1-\alpha}{\nu_0} \quad (5.77)$$

$$N_p \equiv N_z = \alpha \nu_s(b_s) + (1-\alpha) \nu_0$$

gdzie α jest współczynnikiem upakowania, a ν_0 reluktywnością izolacji międzyblachowej.

Amplituda indukcji w blasze dana jest zależnością:

$$b_s = \sqrt{\left\{ \frac{N_r}{\nu_s(b_s)} \right\}^2 (B_x^2 + B_y^2) + B_z^2} \quad (5.78)$$

Indukcja B jest uśredniana w rozpatrywanym obszarze. Równania (5.77) i (5.78) są rozwiązywane metodą Newtona-Raphsona. Zhomogenizowana zastępcza przewodność struktury w kierunkach równoległym i normalnym do powierzchni blachy Σ_r oraz Σ_p jest dana zależnością:

$$\begin{aligned} \Sigma_r &\equiv \Sigma_x = \Sigma_y = \alpha \sigma_s \\ \Sigma_r &\equiv \Sigma_z = 0 \end{aligned} \quad (5.79)$$

Pole dla zastępczej struktury jest obliczane na podstawie zależności:

$$\mathbf{H} = N\mathbf{B}; \quad \mathbf{J} = \Sigma\mathbf{E} \quad (5.80)$$

Zastępcza reluktywność i przewodność są tensorami, których postać przedstawia wzór (5.81):

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{B}} = \begin{bmatrix} N_r & 0 & 0 \\ 0 & N_r & 0 \\ 0 & 0 & N_p \end{bmatrix} + \alpha \beta \begin{bmatrix} \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^4 B_x^2 & \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^4 B_x B_y & \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^4 B_x B_z \\ \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^4 B_x B_y & \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^4 B_y^2 & \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^4 B_y B_z \\ \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^4 B_x B_z & \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^4 B_y B_z & B_z^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{b_s^2} \left(\frac{\partial h_s}{\partial b_s} - \frac{h_s}{b_s} \right) \quad (5.81)$$

gdzie

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{1 - \alpha}{\nu_0} \left(\frac{N_r}{\nu_s} \right)^3 \frac{B_x^2 + B_y^2}{b_s^2} \left(\frac{\partial h_s}{\partial b_s} - \frac{h_s}{b_s} \right)}$$

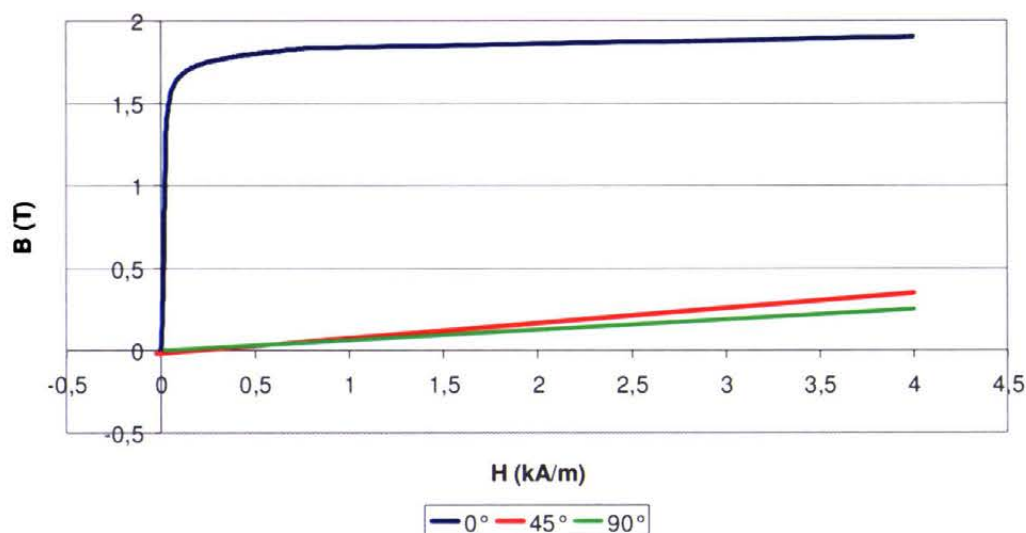
Na rysunku (5.19) pokazano przykładowe charakterystyki magnesowania. Można zauważyć, że charakterystyki w kierunku normalnym są praktycznie liniowe.

Straty w żelazie są obliczane w postprocessingu po uprzednim rozwiązaniu równań polowych metodą elementów skończonych. Straty od prądów wirowych indukowanych przez strumień podłużny są obliczane

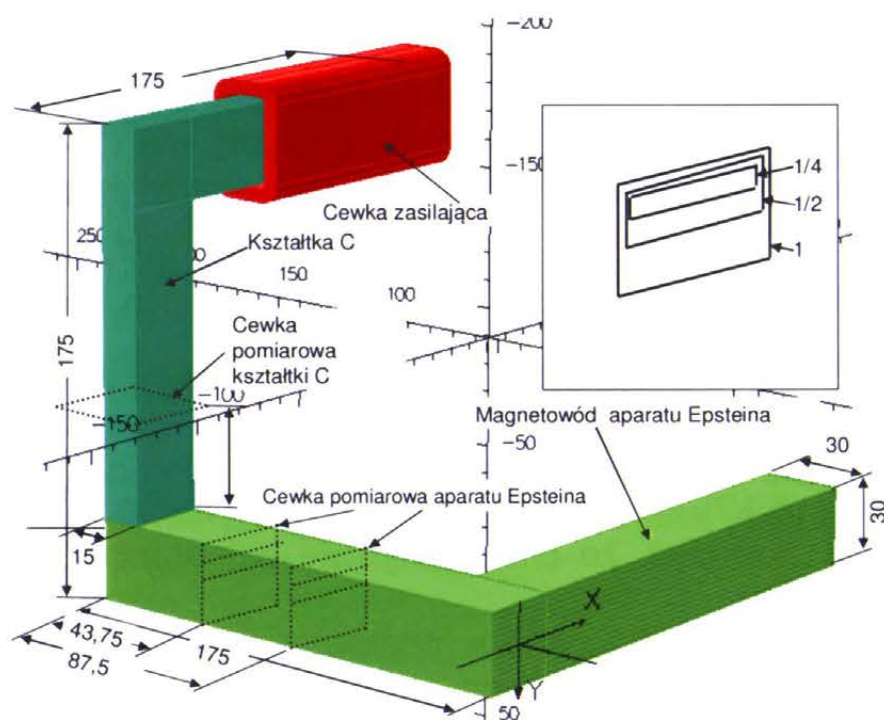
w trakcie rozwiązywania równań pola. Straty od strumienia normalnego do powierzchni blachy są obliczane z zależności:

$$W = \alpha(K_e f^2 b_{Sm}^2 + K_h f b_{Sm}^2) + J_r^2 / \Sigma_r \quad (5.82)$$

gdzie b_{Sm} jest maksymalną otrzymaną amplitudą indukcji w blasze, a f częstotliwością, K_e oraz K_h są odpowiednio współczynnikami strat od prądów wirowych od strumienia równoległego do powierzchni blachy oraz strat histerezowych.



Rys. 5.19. Charakterystyki struktury w kierunku równoległym i normalnym do powierzchni blachy, współczynnik upakowania jest równy 0,98

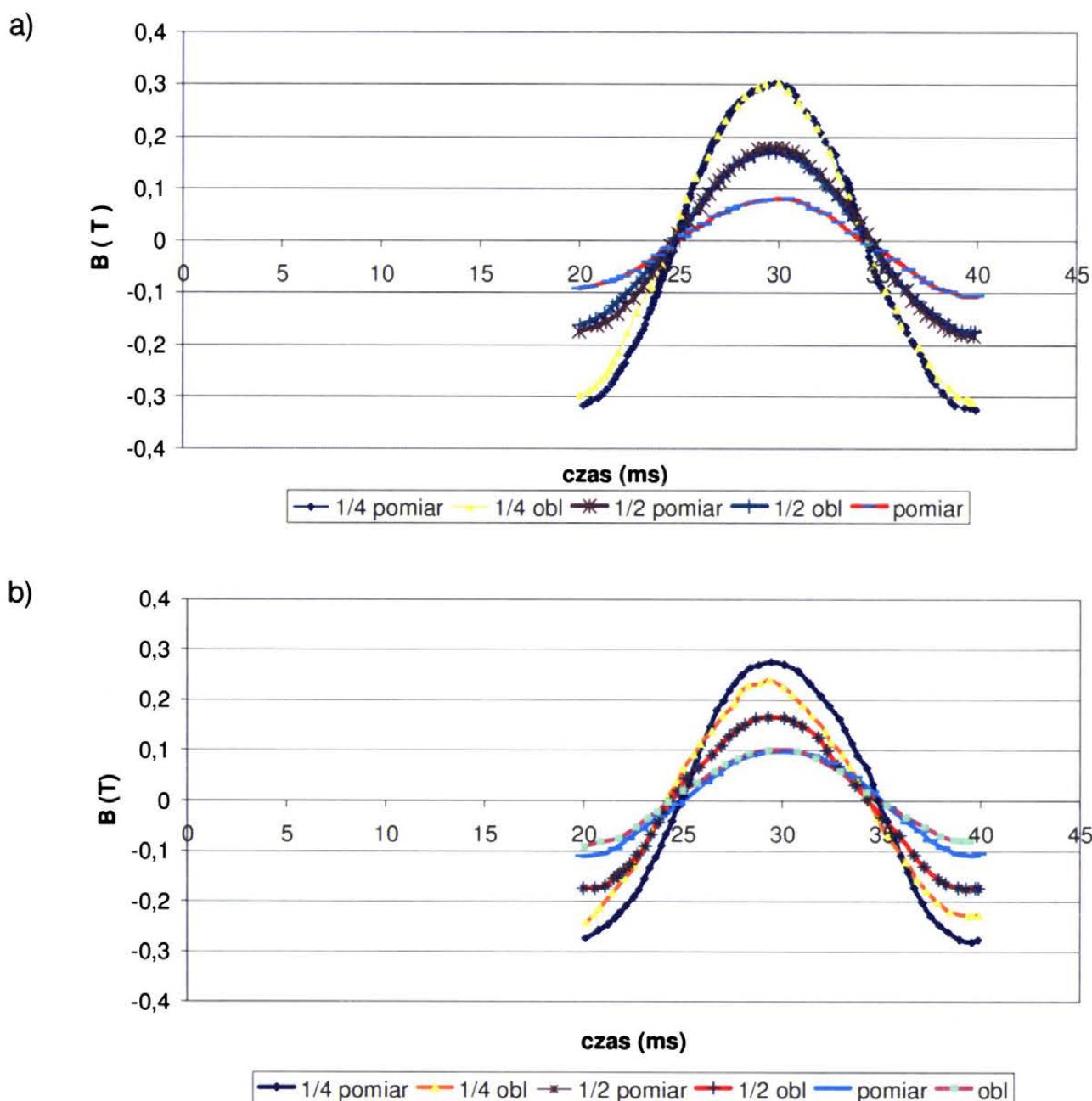


Rys. 5.20. Model doświadczalny

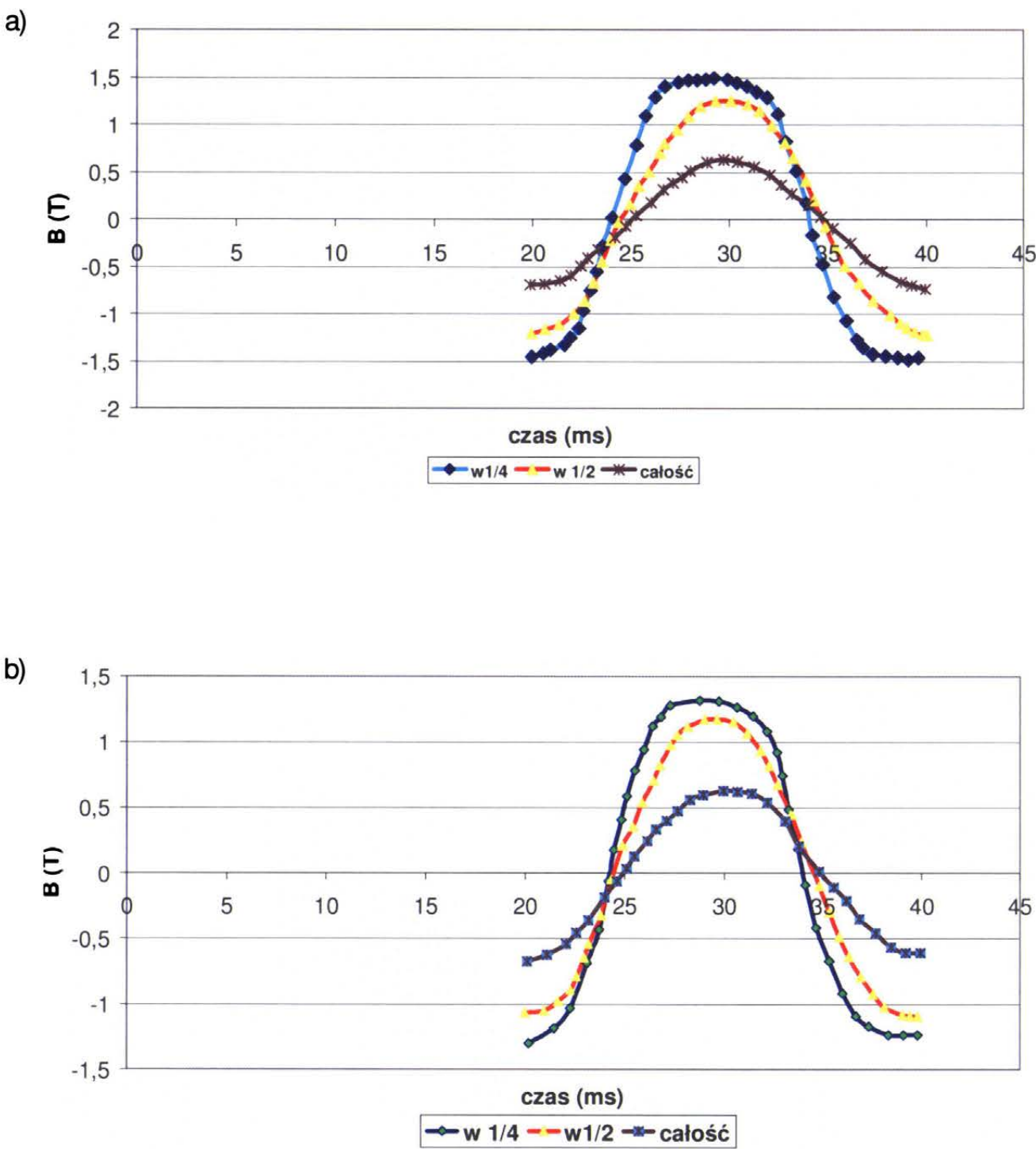
Współczynniki te otrzymano pomiarowo. J_r jest gęstością prądów wirowych równoległych do powierzchni blachy obliczonych z równania pola metodą elementów skończonych.

Metoda została zweryfikowana dla modelu przedstawionego na rysunku 5.20. Model jest symetryczny względem osi x oraz y. Model zbudowany jest z kształtki C oraz aparatu Epsteina. Mierzony jest rozkład pola.

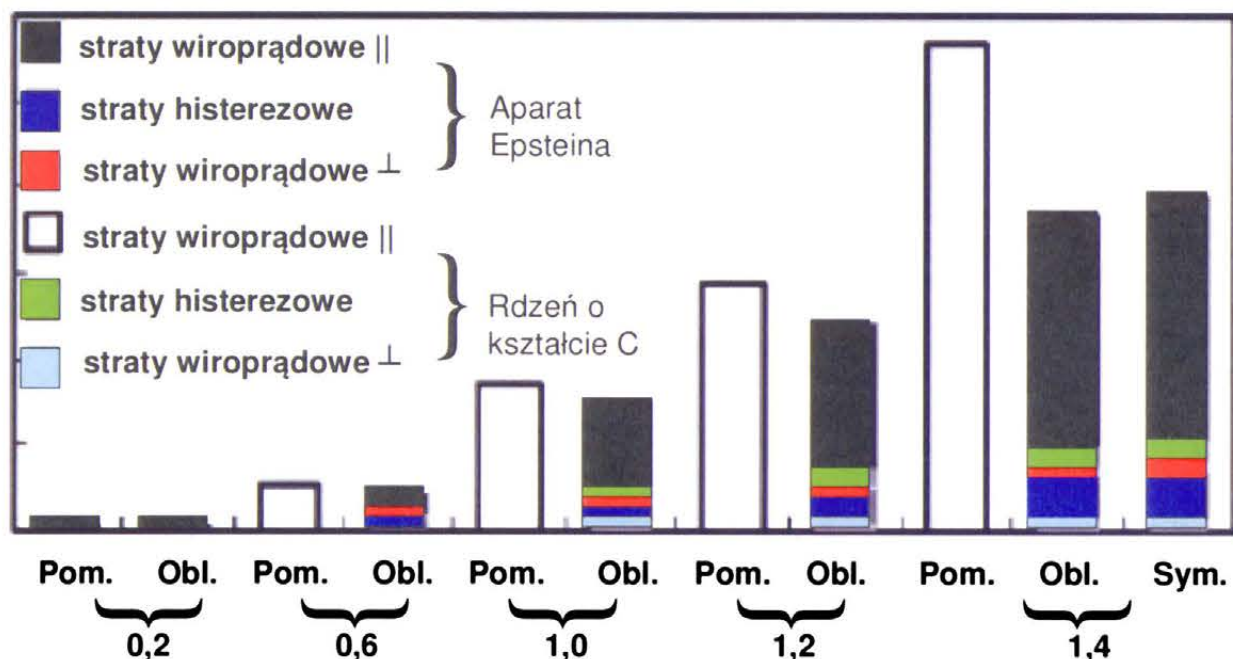
Wymuszeniem jest cewka umieszczona na kształtce C, zasilana napięciem sinusoidalnym o częstotliwości 50 Hz. Wyniki analizy zostały porównane z pomiarami. Wyniki tego porównania dla różnych poziomów indukcji znajdują się na rysunku 5.21 i 5.22.



Rys. 5.21. Porównanie wyników pomiarowych i otrzymanych z obliczeń dla indukcji średniej 0,2 T: a) dla cewki umieszczonej w pozycji $x = 43,75$ mm, b) $x = 87,5$ mm



Rys. 5.22. Porównanie wyników pomiarowych i otrzymanych z obliczeń dla indukcji średniej 1,4T: a) dla cewki umieszczonej w pozycji $x = 43,75$ mm, b) $x = 87,5$ mm

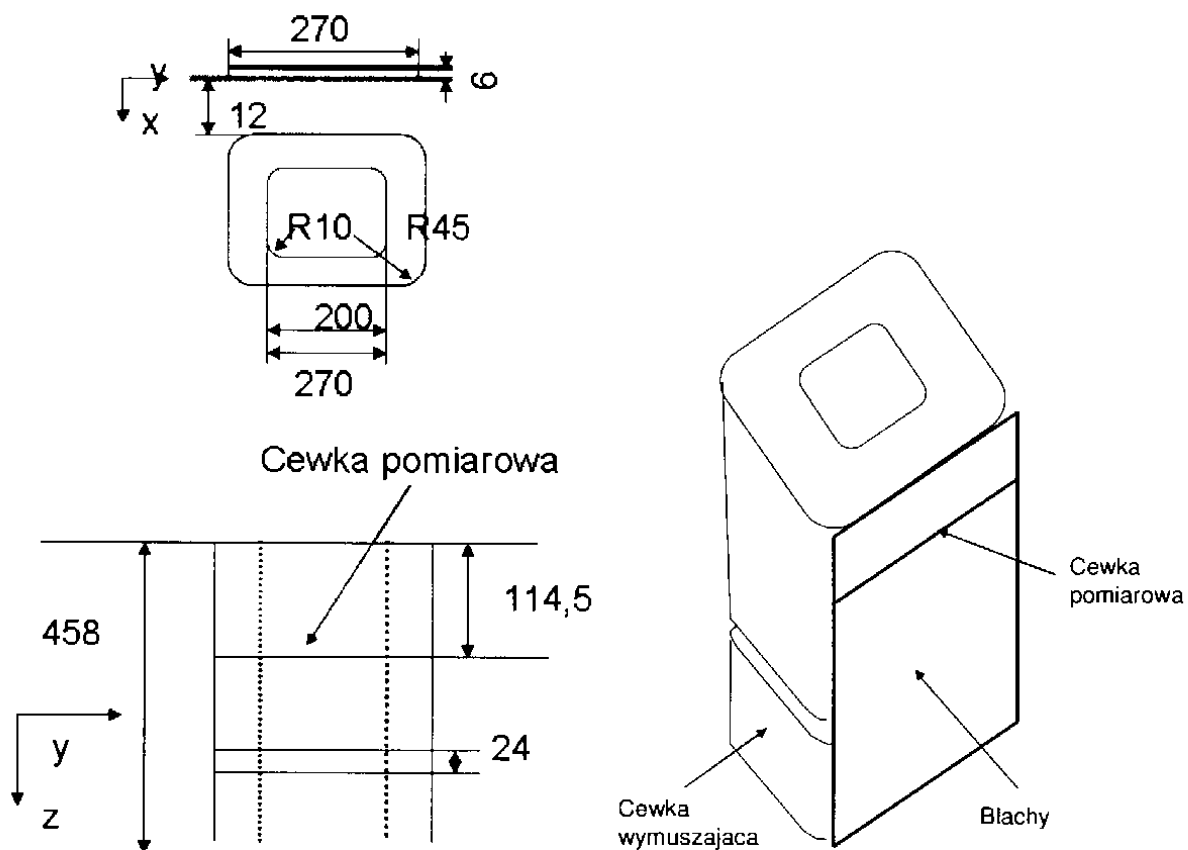


Rys. 5.23. Porównanie strat w żelazie pomierzonych i obliczonych

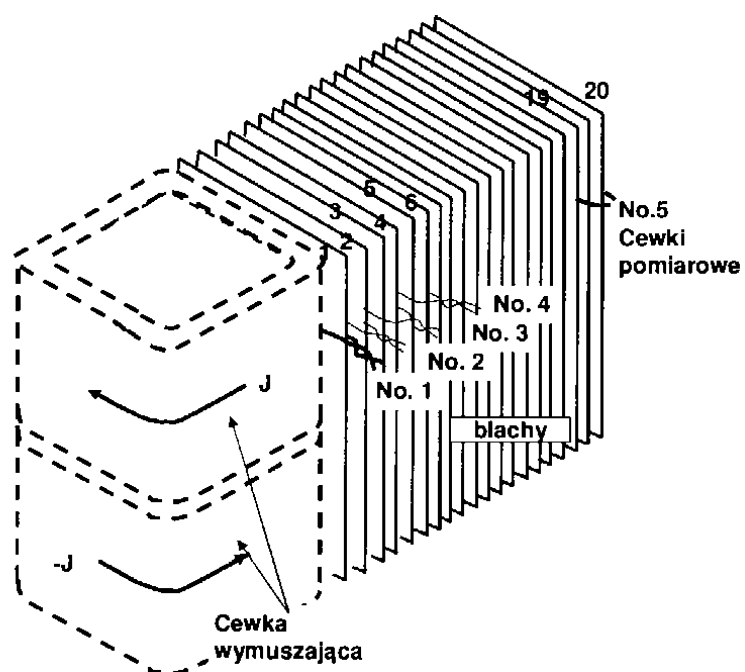
Zaproponowaną metodę można łatwo aplikować do obliczeń metodą elementów skończonych, pod warunkiem posiadania kodu programu.

5.7. Homogenizacja blach anizotropowych z uwzględnieniem nieliniowości i wpływu prądów wirowych

Kolejna metoda opracowana przez grupę badaczy z Chin we współpracy z Infolityką, twórcą programu Magnet, dotyczy również analizy i weryfikacji strat w żelazie w pakietach zblachowanych, zbudowanych z blach krzemowych anizotropowych. Mocnym punktem metody jest uwzględnienie strat wiatrowych od strumienia normalnego do powierzchni blachy. W odróżnieniu od metody opisanej w podrozdziale 5.4 autorzy przeanalizowali wpływ strumienia normalnego na rozkład pola i na straty w żelazie. W celu analizy zjawisk w typowych strukturach zblachowanych w urządzeniu przedstawionym na rysunku 5.24 i 5.25 [81] umieszczono 20 blach, każda o grubości 0,3 mm.

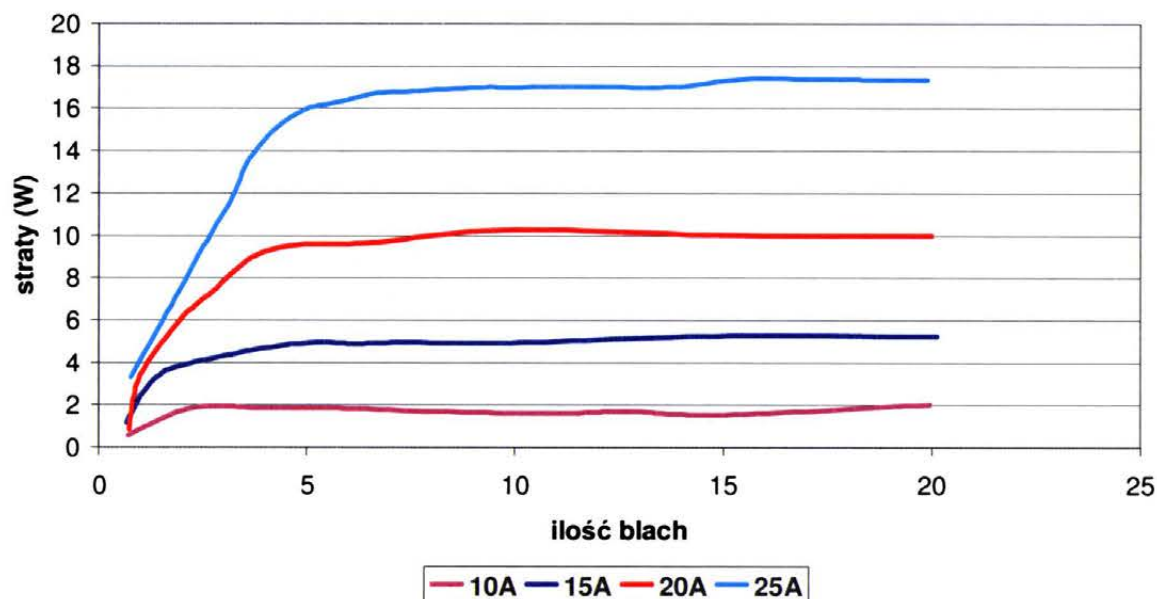


Rys. 5.24. Urządzenie pomiarowe

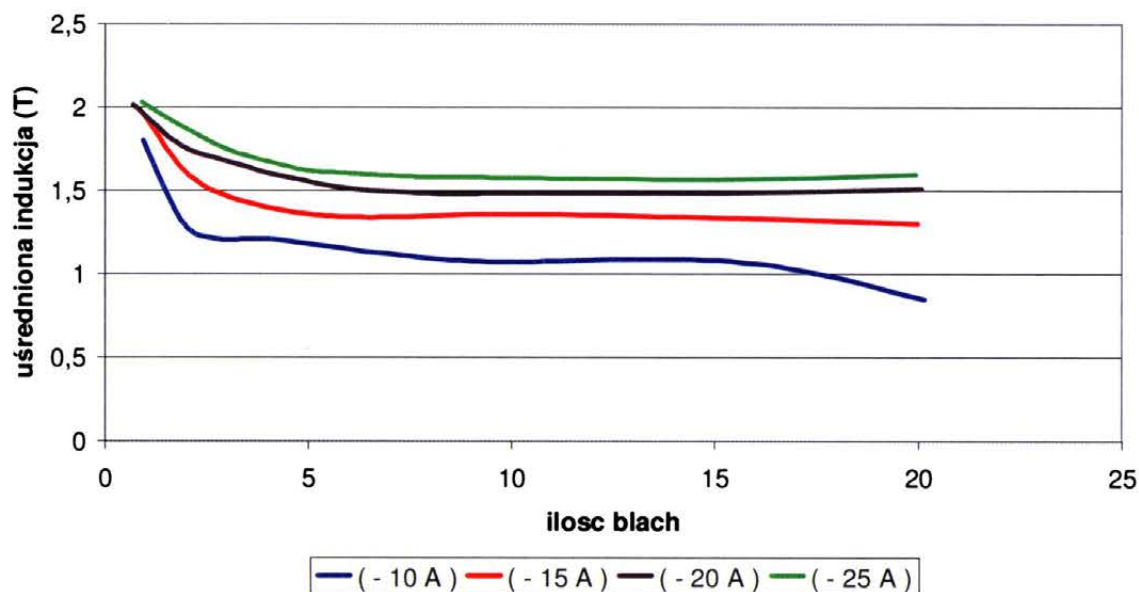


Rys. 5.25. Rozmieszczenie cewek pomiarowych

Dla modelu pomierzono rozkład pola i straty w żelazie używając analizatora mocy WT-3000 [81, 330]. Na rysunkach 5.26 i 5.27 przedstawiono pomierzony rozkład strat w żelazie i rozkład strumienia w funkcji liczby blach i dla różnych źródeł prądowych.

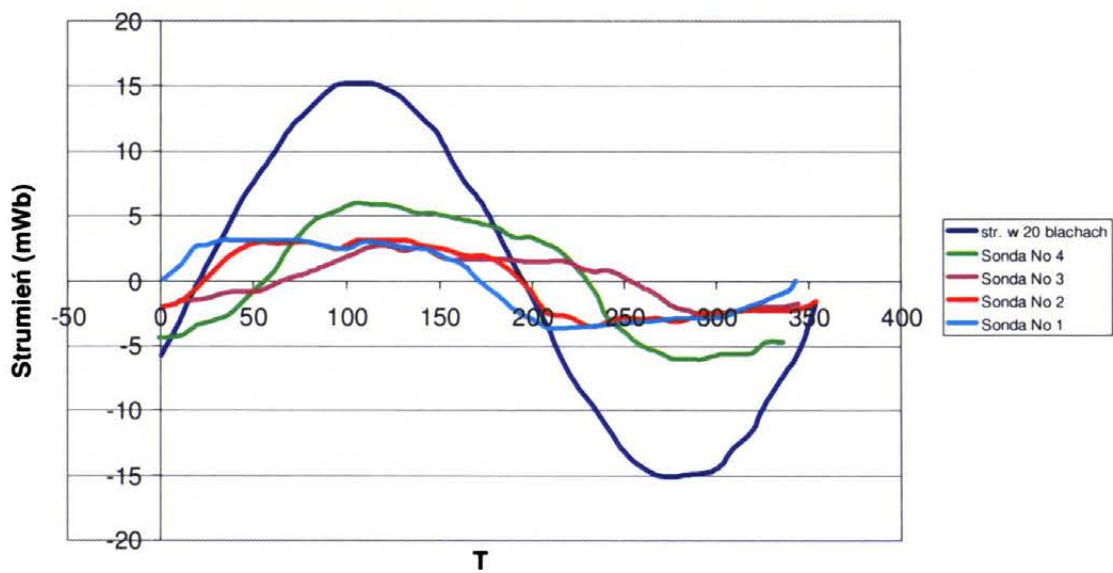


Rys. 5.26. Pomierzone straty w żelazie w funkcji liczby blach w pakiecie dla różnych wartości źródła prądowego zasilającego układ pomiarowy



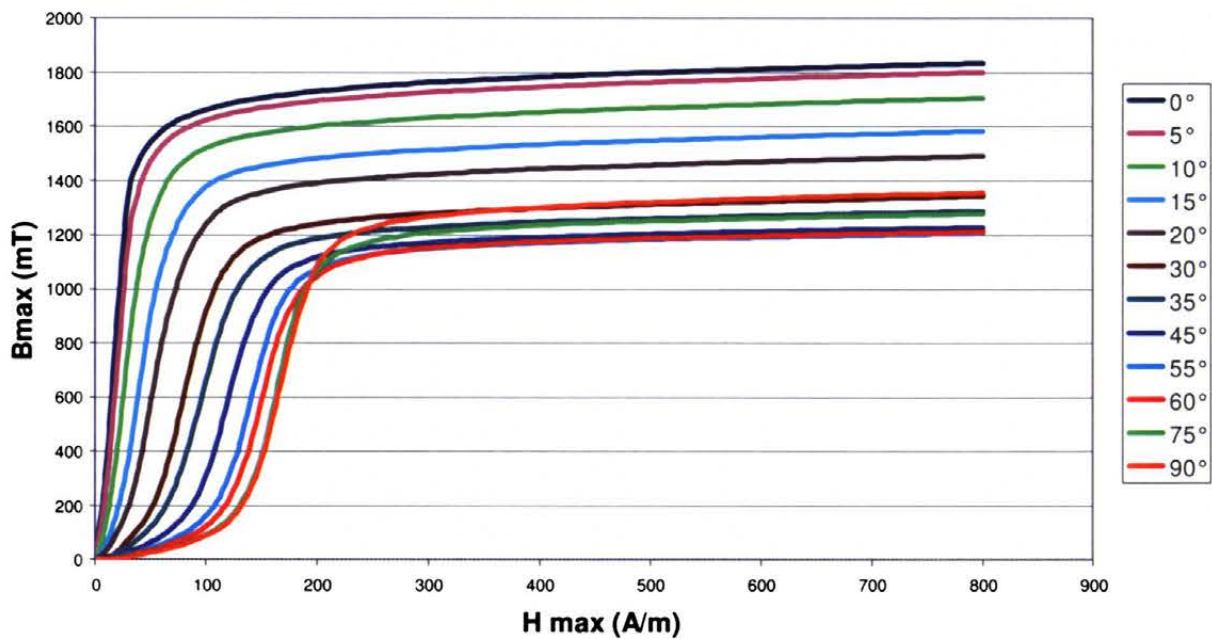
Rys. 5.27. Pomierzona uśredniona indukcja w funkcji ilości blach w pakiecie dla różnych wartości źródła prądowego zasilającego układ pomiarowy

Na rysunku 5.28 przedstawiono pomierzony strumień przechodzący przez cewki pomiarowe od 1 do 4 przy prądzie zasilającym równym 25 A. Pokazano również całkowity strumień przenikający pakiet 20 blach.

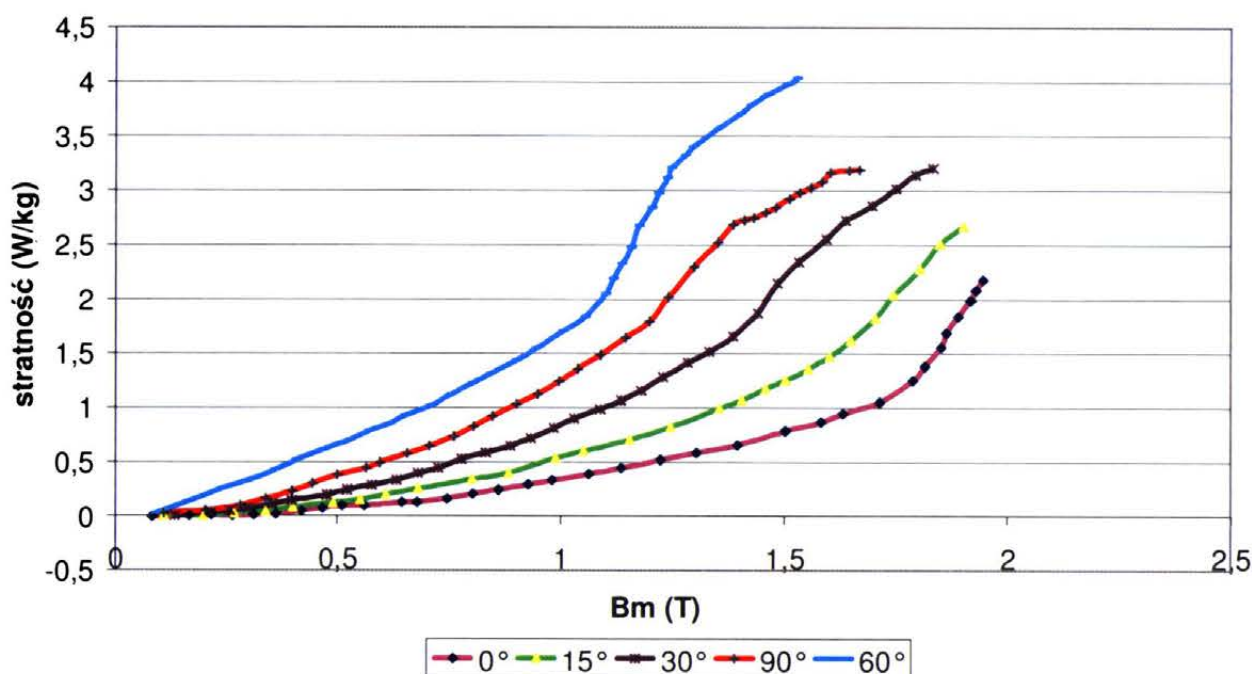


Rys. 5.28. Strumień przenikający cewki pomiarowe

Dla tych samych blach pomierzono również charakterystyki magnetyczne i charakterystyki stratności dla różnych kierunków anizotropii

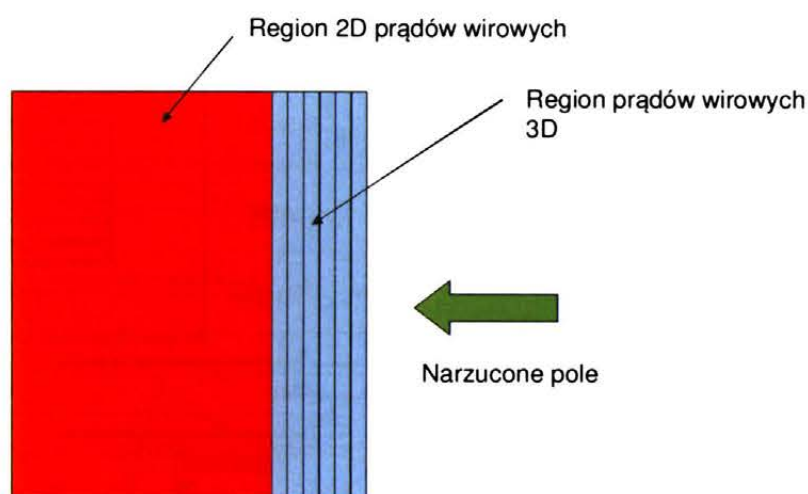


Rys. 5.29. Pomierzone charakterystyki magnetyczne dla różnych kierunków anizotropii



Rys. 5.30. Pomierzone charakterystyki stratności dla różnych kierunków anizotropii

Pakiet blach został następnie zastąpiony przez lity materiał zastępczy, tak żeby uwzględnić anizotropowy charakter materiału. Analizując pomiary, stwierdzono, że blachy najbliższe źródłu należy uwzględniać osobno, ze względu na występującą naskórkowość oraz znaczną moc w nich wytracaną. Kolejne blachy zostały zastąpione jednolitym materiałem, tak jak to pokazano na rysunku 5.31.



Rys. 5.31. Uproszczony model pakietu

Do modelowania nieliniowej anizotropowej charakterystyki materiału zastępczego zastosowano zależność na koenergię zgodnie ze wzorem:

$$\omega' = \int_0^H B(h) dH \quad (5.83)$$

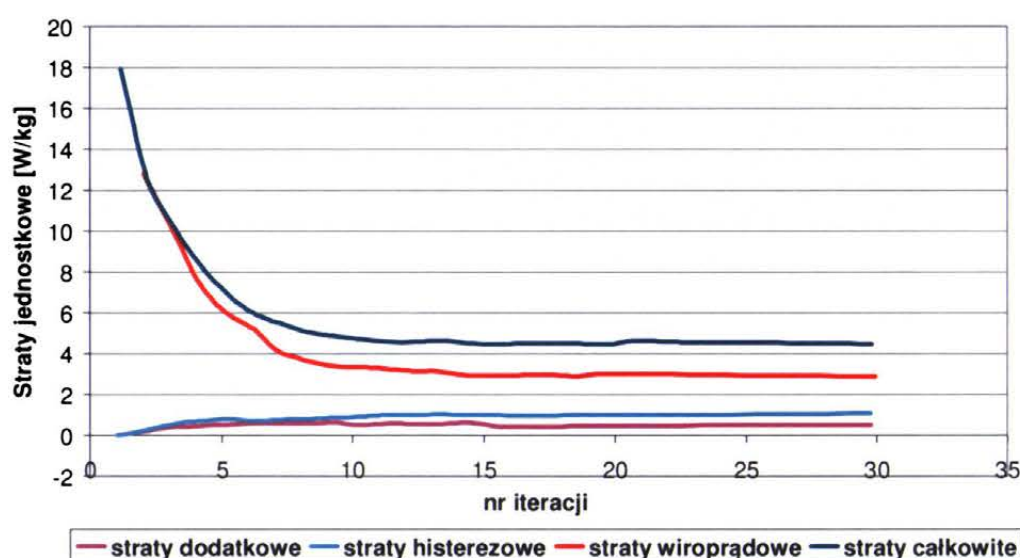
$$B = \nabla_H \omega'$$

Gęstość koenergii jest obliczana i zapamiętywana. W kolejnym kroku, podczas rozwiązywania zagadnienia metodą elementów skończonych, podczas każdego kroku i dla każdej iteracji obliczana jest indukcja. W modelu użyto potencjałów $\mathbf{T}$ - Ω [330], w takim przypadku rozwiązanie jest kombinacją magnetycznego potencjału skalarne Ω i potencjału wektorowego pola elektrycznego $\mathbf{T}$. W trakcie iteracji jest obliczany gradient natężenia pola w kierunku x i y . W kierunku normalnym do powierzchni blachy, czyli w kierunku z używana jest charakterystyka materiału pomierzona dla tego kierunku.

Procedura obliczania strat w żelazie jest następująca: dla każdego elementu obliczany jest kąt Θ_B na podstawie składowych indukcji w kierunku x i y : $\Theta_B = \arctan \frac{B_x}{B_y}$ (5.83). Kąt Θ_B znajduje się pomiędzy dwoma znanymi kątami $\Theta_{B1} \geq \Theta_B \geq \Theta_{B2}$ odpowiadającym dwóm punktom W_1 i W_2 na pomierzonej wcześniej charakterystyce. Ważone średnie straty w elemencie są dane zależnością (5.84):

$$W_{elementu} = \frac{\theta_{B2} - \theta_B}{\theta_{B2} - \theta_{B1}} W_1 + \frac{\theta_B - \theta_{B1}}{\theta_{B2} - \theta_{B1}} W_2 \quad (5.84)$$

W kierunku normalnym do powierzchni blachy opracowana jest krzywa stratności dla tego kierunku. Na rysunku 5.32 pokazano, jak zmieniają się straty podczas kolejnych iteracji.



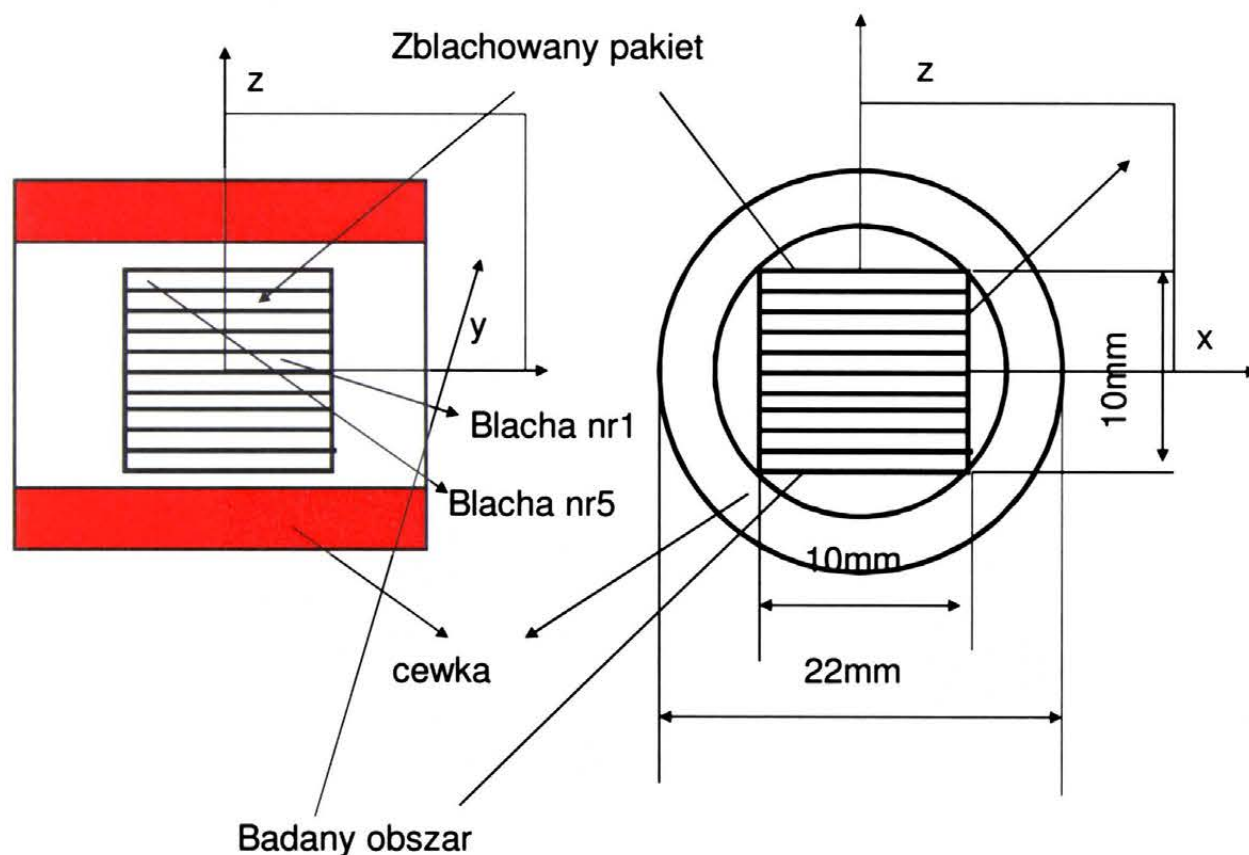
Rys. 5.32. Straty w trakcie kolejnych iteracji

5.8. Model do obliczania strat w zblachowanym materiale ferromagnetycznym

Metoda wprowadzona przez Węgrów: I. Sebestyen, S. Gyiothy, J. Pavo i O. Biro [298] jest znaczącą modyfikacją wcześniej prowadzonych prac z dziedziny homogenizacji [149, 267, 269]. Nowa metoda składa się z dwóch etapów. W pierwszym jest obliczane pole w litym, jednorodnym materiale zastępczym o anizotropowej przewodności i nie-liniowej przenikalności. Jeżeli natężenie pola magnetycznego jest sinusoidalne w każdym punkcie badanej przestrzeni, to przenikalność magnetyczna może być obliczona z zależności:

$$\mu = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T B^2(t) dt}}{\frac{H}{\sqrt{2}}} = \frac{B_{rms}}{H_{rms}} \quad (5.85)$$

Indukcja w każdej chwili czasowej jest znajdowana w oparciu o charakterystykę magnesowania, $\hat{H}$ jest amplitudą harmonicznego podstawowego, T jest okresem. Zaproponowany wzór dotyczy wymuszenia prądowego, jeżeli chcemy zastosować wymuszenie napięciowe wzór należy zmodyfikować.



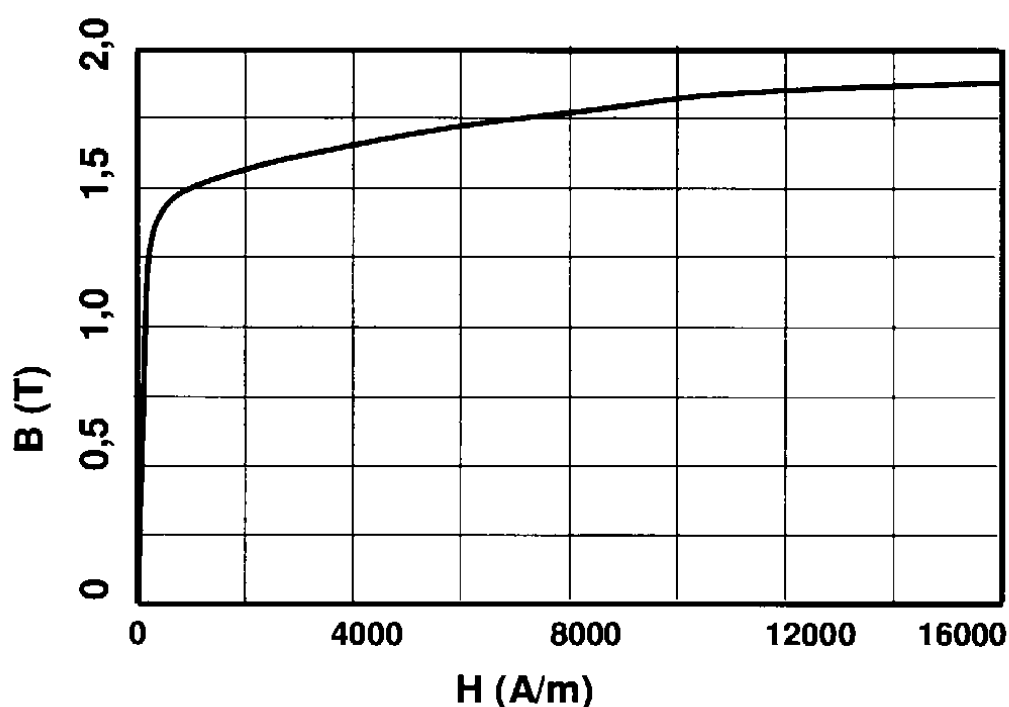
Rys. 5.33. Geometria pierwszego modelu

W drugim kroku nieliniowy jednorodny materiał jest zastępowany przez materiał o liniowej niejednorodnej przestrzennie przenikalności magnetycznej. Przestrzenny rozkład przenikalności jest obliczany na podstawie pierwszego kroku i charakterystyki magnesowania. Autorzy wprowadzili pojęcie niejednorodnej przenikalności. W celu weryfikacji metody przeprowadzono obliczenia, które porównano z wynikami pomiarów dla różnych prostych geometrii.

Geometrię pierwszego mierzonego i obliczanego modelu pokazano na rysunku 5.33.

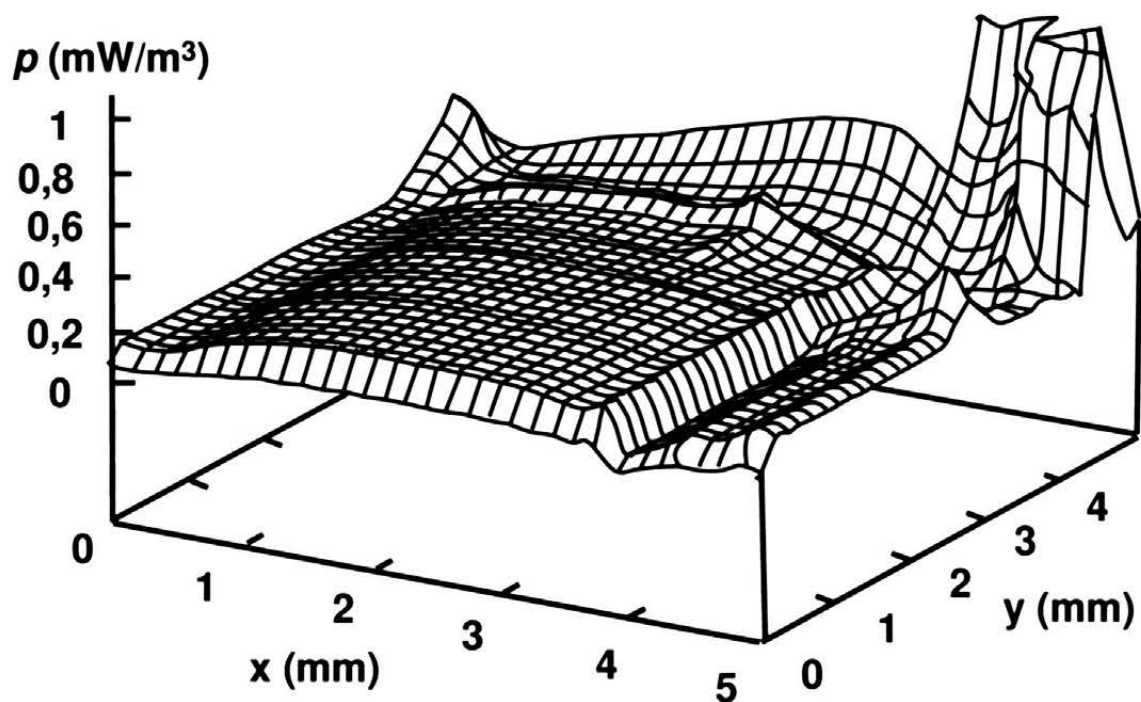
Wymuszeniem jest sinusoidalny prąd w cewce o częstotliwości 50 Hz i amplitudzie 24 kA, przewodność materiału jest równa 5,857 MS/m. Charakterystyka magnesowania materiału jest przedstawiona na rysunku 5.34.

W celu weryfikacji proponowanej metody przeprowadzono symulację trójwymiarową, której wyniki są traktowane jako wartości wzorcowe, w porównaniu z obliczeniami z zastosowaniem proponowanej metody.

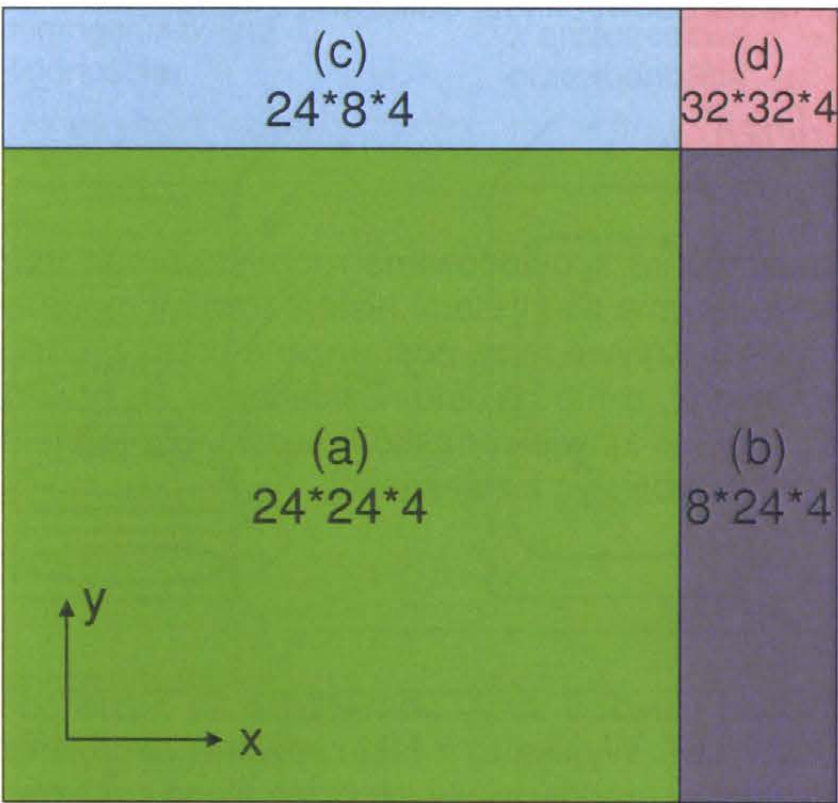


Rys. 5.34. Charakterystyka magnesowania materiału zastępczego

Uśrednione straty mocy są obliczane jako średnia wartość chwilowej mocy obliczonej dla całego okresu. W wyniku analizy rezultatów otrzymanych dla jednej blachy pokazanej na rysunku 5.35 zdecydowano się podzielić blachę na 4 obszary, tak jak to pokazuje rysunek 5.36.



Rys. 5.35. Rozkład strat mocy w jednej blasze



Rys. 5.36. Podział blachy na obszary

W tabeli 5.1 przedstawiono analizę błędów metody dla każdego z czterech obszarów, jako dokładne traktowano obliczenie 3D.

Tabela 5.1. Analiza błędów metody dla każdego z czterech obszarów

Obszar blachy	Straty 3D (mW)	Błąd procentowy
A	6,0971	11,4
B	6,871	0,2
C	8,27	-12
D	9,434	-19,4
całość	30,673	-6,9

W modelu 2 zastosowano geometrię pokazaną na rysunku 5.33, ale zmieniono wymiary. Pakiet składa się z 320 blach o grubości 0,5 mm. Wewnętrzny promień cewki zasilającej ma 160 mm, a zewnętrzny 266,6 mm, długość cewki 495 mm, ilość zwojów wynosi 432. Wymiary rdzenia: 160*160 mm², przewodność blachy 2,5 MS/m. Dynamiczne straty można rozdzielić na straty wiropądowe, histerezyowe i dodatkowe. Gęstość objętościowa strat wiropądowych jest obliczana z wzoru:

$$p_{ec} = f \int_T \frac{[J(t)]^2}{\sigma} dt \tag{5.86}$$

Straty dodatkowe są spowodowane ruchem domen magnetycznych. Straty dodatkowe łącznie ze stratami histerezyowymi mogą być określone z krzywej stratności. Krzywe te są dostarczane przez producenta blachy i dotyczą jednej blachy, a nie pakietu. Zakładając, że przy częstotliwości 50 Hz można pominąć zjawisko naskórkowości, dla jednej blachy straty wiropądowe można obliczyć z zależności:

$$p_{ec} = \frac{\pi^2}{6} \sigma d^2 f^2 B_{max}^2 \tag{5.87}$$

W rzeczywistym układzie straty pomierzone są różne od strat obliczonych z zależności 5.87. Wynika to z faktu istnienia strumienia normalnego do powierzchni blachy i prądów wirowych przez niego indukowanych.

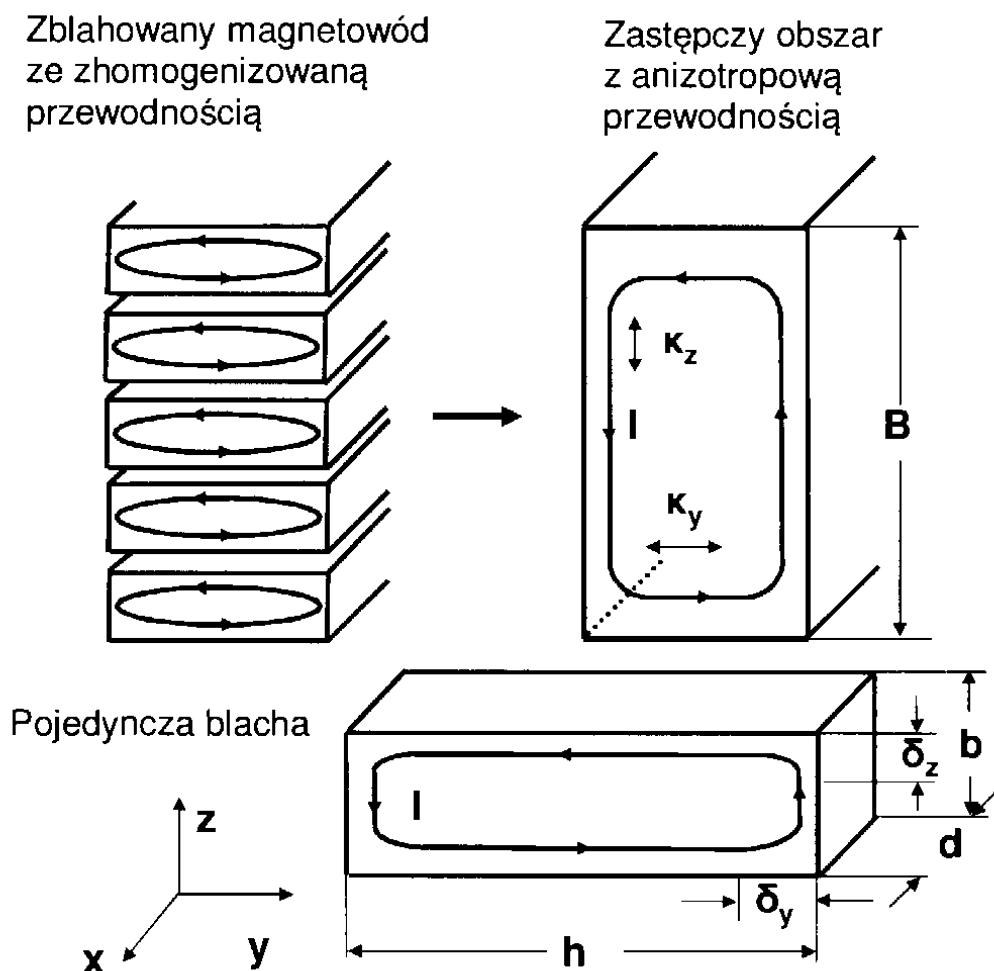
5.9. Obliczanie zastępczej anizotropowej przewodności w zblachowanych strukturach

W rozdziale tym zostanie przedstawiony model pozwalający na analityczne obliczenie zastępczej przewodności w kierunku normalnym do powierzchni blach [138, 139]. Model pozwalający na znalezienie zastępczej przewodności zblachowanej struktury musi spełniać następujące warunki:

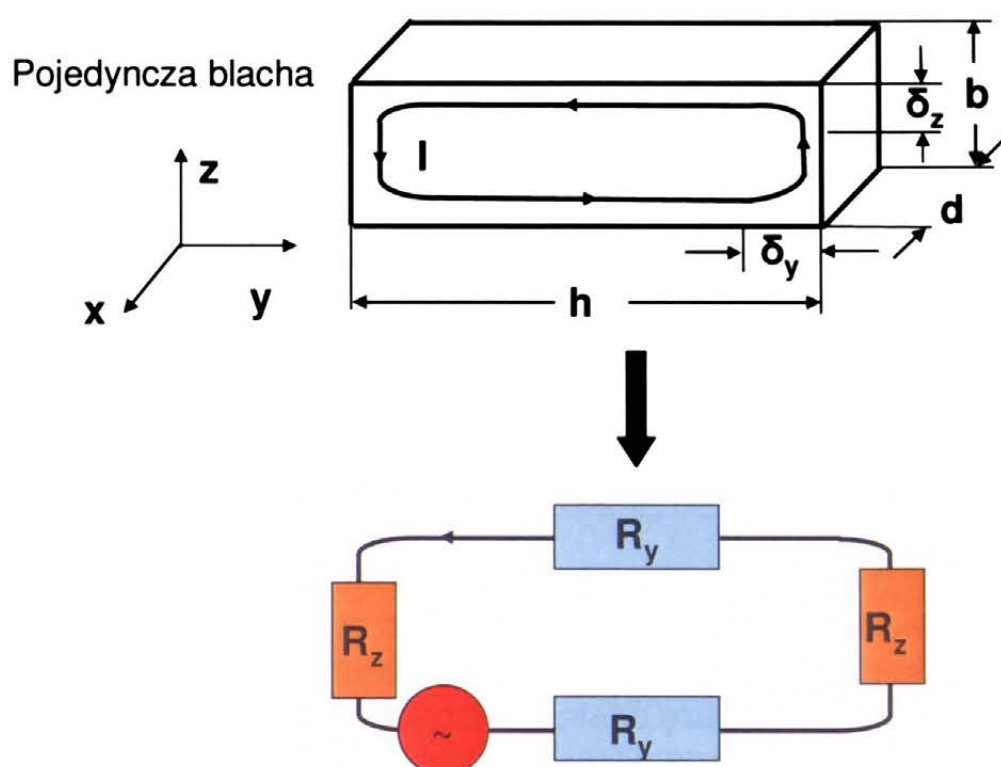
- równość mocy traconej w rzeczywistej i zastępczej strukturze.
- równość strumienia rozproszenia wokół rzeczywistej i zastępczej struktury.
- z warunku drugiego wynika równość całkowitych prądów na powierzchni rzeczywistej i zastępczej struktury.

Na rysunku 5.37 przedstawiono zblachowaną strukturę rzeczywistą i zhomogenizowaną strukturę zastępczą.

Oporność blachy można przedstawić w postaci zastępczej rezystancji określanej na podstawie drogi prądu i przewodności, co pozwala nam otrzymać model obwodowy pokazany na rysunku 5.38.



Rys. 5.37. Prądy wirowe w blachach i w strukturze zastępczej



Rys. 5.38. Rezystorowy model zastępczy

Zastępcza warstwa przewodząca, z jednorodnym rozkładem gęstości prądu, ma taką samą moc rozpraszaną jak nieskończona półprzestrzeń, w której gęstość prądu zmniejsza się wykładniczo. Oporność blachy o anizotropowej przewodności w kierunku z i y jest dana zależnością:

$$R = \frac{2}{d} \left(\frac{h - \delta_y}{\delta_z \kappa_y} + \frac{b - \delta_z}{\delta_y \kappa_z} \right) \quad (5.88)$$

gdzie δ_y, δ_z są grubościami warstwy przewodzącej w kierunku y i z, wynikającymi z naskórkowości, a κ przewodnością.

Dane są one zależnościami:

$$\delta_z = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \kappa_y}} \quad (5.89)$$

$$\delta_y = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \kappa_z}} \quad (5.90)$$

gdzie f jest częstotliwością, a μ przenikalnością magnetyczną.

Zależności te są prawdziwe przy warunku, że $\delta_y \ll h$ oraz $\delta_z \ll b$. Wprowadzając zależności 5.88, 5.89 i 5.90 do równania 5.91, otrzymamy:

$$n R_L = R_H \quad (5.91)$$

Ostatnie równanie wynika z równości prądów w strukturze rzeczywistej i zastępczej. Otrzymujemy ostatecznie zależność:

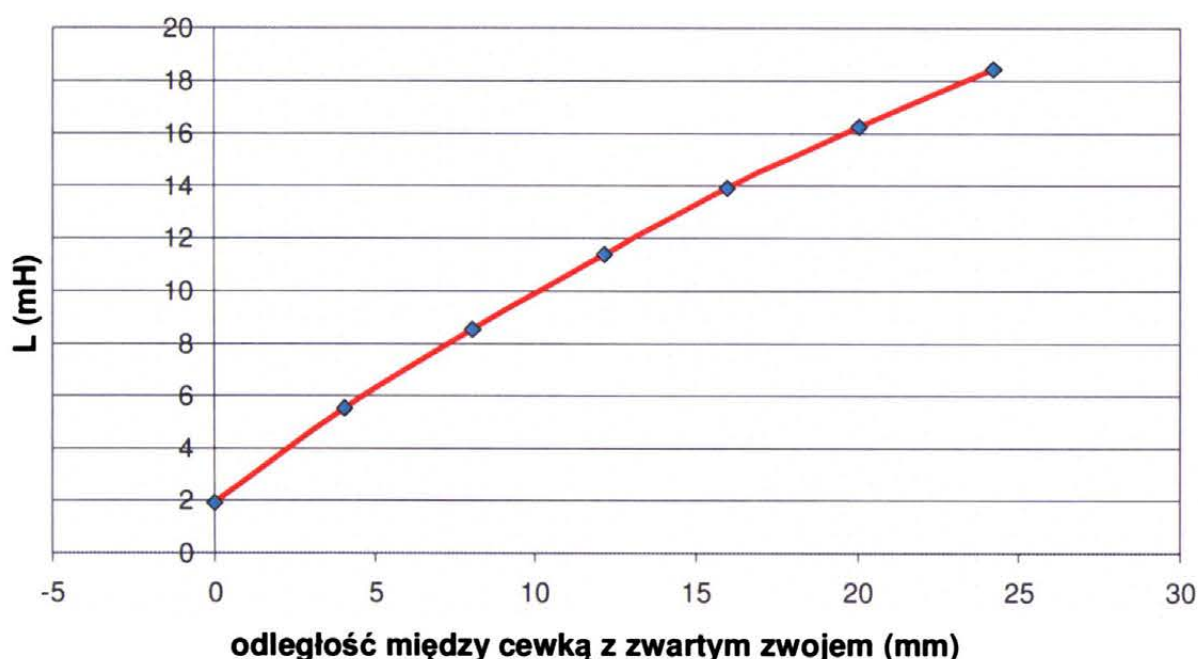
$$\kappa_z = \kappa_L \left(\frac{B - 2\delta_L}{n(h + b - 2\delta_L) - h} \right)^2 \quad (5.92)$$

gdzie δ_L jest zastępczą naskórkowością izotropowego materiału, a κ_L izotropową konduktywnością.

Zaprezentowana zależność została zastosowana do obliczenia zespolonej impedancji czujnika pierścieniowego ze zwartym zwojem. Indukcyjność takiego czujnika jest praktycznie liniowa w funkcji pozycji. Wymiary czujnika są następujące: $B = 4,9$ mm, $b = 0,2$ mm, $h = 8,7$ mm, $n = 21$, $\kappa_L = 1,33$ MS/m, $f = 10$ kHz, $\mu_r = 2000$, $\delta_L = 0,097$ mm. Całkowita długość w kierunku x jest równa 39,7 mm, a w kierunku y wynosi 30 mm, wysokość ramienia środkowego 5,2 mm, a dolnego i górnego 4,1 mm.

Naskórkowość warstwy zastępczej powinna być mniejsza od połowy naskórkowości pojedynczej blachy.

Dla badanego układu otrzymano $\kappa_z = 971$ S/m. Obliczenia przeprowadzono programem MAFIA, gdzie używając modułu W3, rozwiązano równanie Maxwella w dziedzinie częstotliwości dla wymuszenia prądowego. Wyniki pokazano na rysunkach 5.39 i 5.40 dla przewodności w kierunku z równej 1000 S/m.

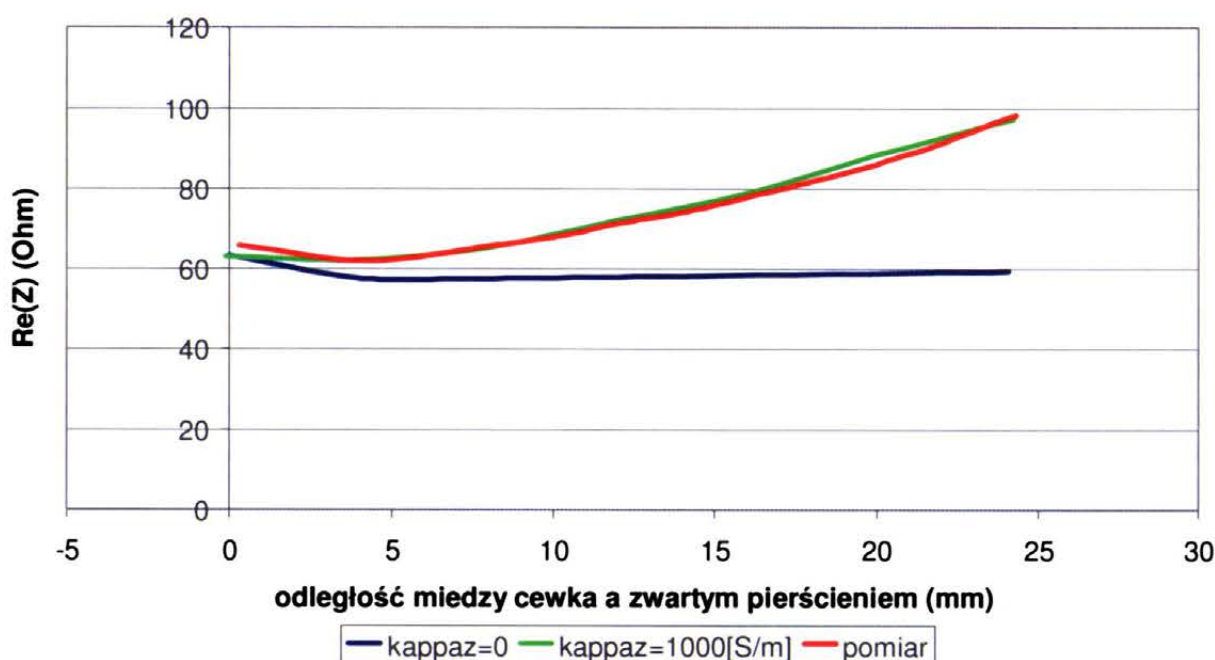


Rys. 5.39. Porównanie indukcyjności czujnika obliczonej i pomierzonej. Linia ciągła – pomiar, znaczniki – obliczenia dla $\kappa_z = 1000$ S/m

Indukcyjność i rezystancję można obliczyć ze wzorów:

$$L = \frac{1}{\omega} \operatorname{Im} \left(\frac{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}}{I_{\text{complex}}} \right) \quad (5.93)$$

$$R = \operatorname{Re} \left(\frac{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}}{I_{\text{complex}}} \right) + R_0 \quad (5.94)$$



Rys. 5.40. Porównanie przewodności czujnika obliczonej i pomierzonej

Jak widać, zaproponowana bardzo prosta i szybka metoda daje dobrą zgodność z pomiarem.

Jeżeli grubość blachy jest porównywalna z naskórkowością materiału zastępczego, proponowanej metody nie można stosować. Autorzy proponują wtedy modyfikację. Efektywna zastępcza naskórkowość jest dana zależnością:

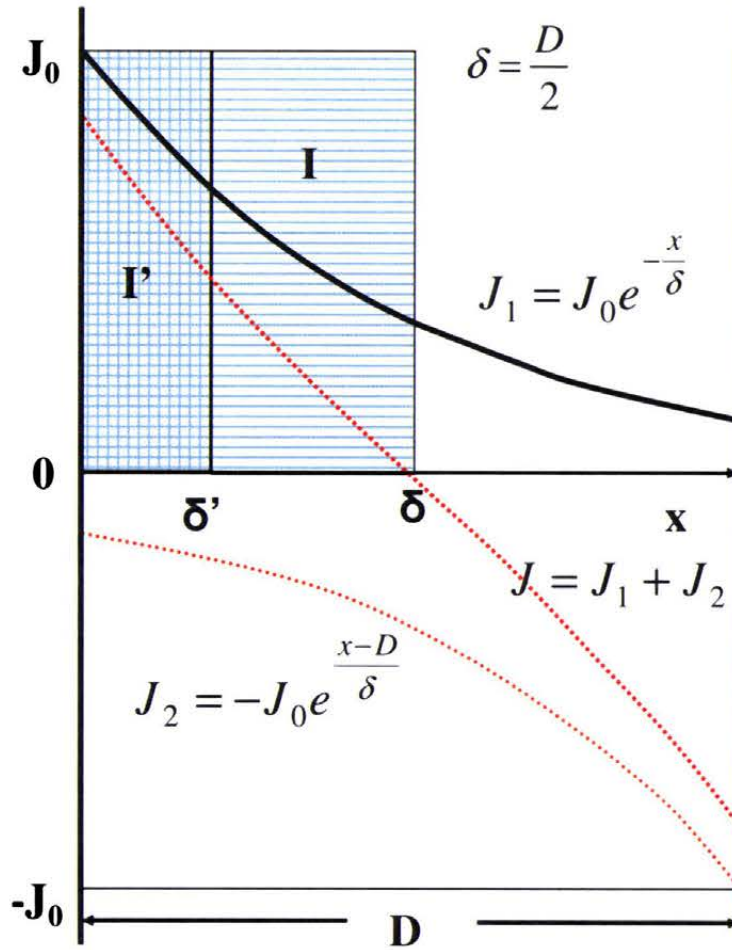
$$\delta' = \int_0^{D/2} e^{-\frac{x}{\delta}} - e^{-\frac{x-D}{\delta}} dx = \delta \left(1 - e^{-\frac{D}{2\delta}} \right)^2 \quad (5.95)$$

Przy dużych wartościach $D \geq \lambda$; $\delta'' \rightarrow \delta$, natomiast dla małych D $D \ll \lambda$; $\delta'' \rightarrow 0$, wprowadzając to do równania 5.88, otrzymujemy:

$$n \left(\frac{h - \delta_{Ly}'}{\delta_{Lz}' \kappa_L} + \frac{b - \delta_{Lz}'}{\delta_{Ly}' \kappa_L} \right) = \left(\frac{h - \delta_y'}{\delta_{Lz}' \kappa_L} + \frac{B - \delta_{Lz}'}{\delta_y' \kappa_{Lz}} \right) \quad (5.96)$$

$$\delta_{Ly}' = \delta_L \left(1 - e^{\frac{-h}{2\delta_L}} \right)^2 \quad \delta_{Lz}' = \delta_L \left(1 - e^{\frac{-h}{2\delta_L}} \right)^2 \quad \delta_y' = \delta_y \left(1 - e^{\frac{-h}{2\delta_y}} \right)^2$$

Równanie to można rozwiązać numerycznie.

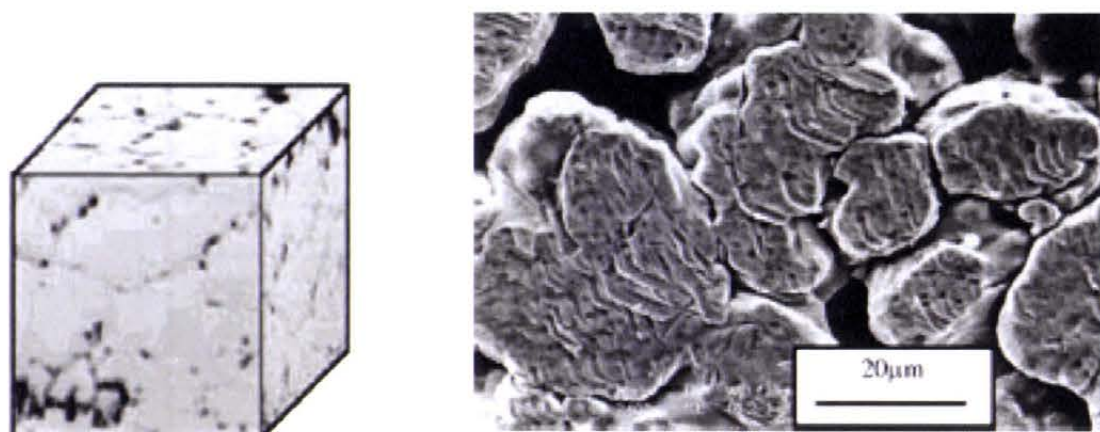


Rys. 5.41. Prądy w płycie

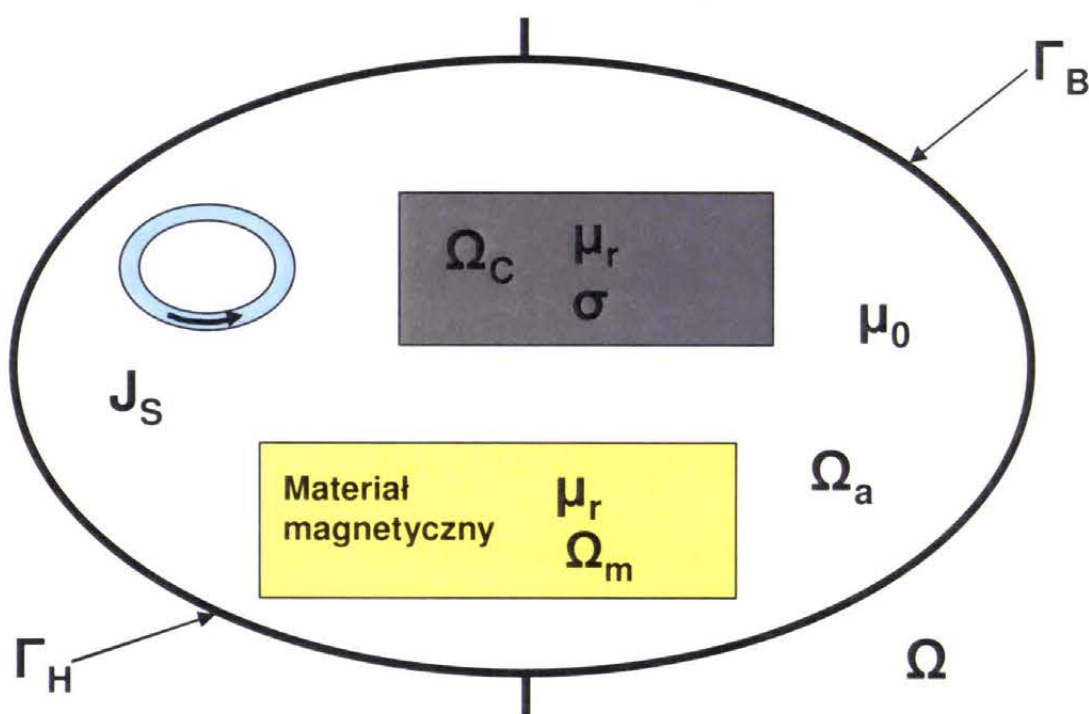
5.10. Nieliniowa homogenizacja magnetycznych materiałów kompozytowych

Metoda homogenizacji zaproponowana przez grupę badaczy z Saint Nazaire we Francji pozwala znaleźć zastępcze właściwości miękkich kompozytów magnetycznych. Metoda ta wykorzystuje aproksymację za pomocą elementów krawędziowych. Algorytm uwzględnia losowy rozkład i umiejscowienie cząsteczek wewnątrz materiału oraz izolacji między-materiałowej. Uwzględniono pętle histerezy [21, 22]. W ostatnich latach

można zauważyć dynamiczny rozwój metod i zastosowania materiałów kompozytowych [59, 63, 153]. Modelowanie materiałów kompozytowych jest kłopotliwe ze względu na duże różnice rozmiarów poszczególnych cząsteczek tworzących strukturę kompozytu i wymiarów całego materiału. W takim przypadku stosowanie metody homogenizacji jest w pełni uzasadnione. Jeżeli materiał, dla którego szukamy zastępczych właściwości, ma budowę okresową, to znaczy występuje powtarzalność układu cząsteczek i właściwości elektromagnetyczne są stałe, można zastosować dynamiczną homogenizację asymptotyczną [114, 288, 340]. Przypadek taki występuje w blachach transformatorowych pracujących w stanie nie-nasycenia. W materiałach kompozytowych nie występuje powtarzalność układu cząsteczek, a ich wielkość zależy od technologii produkcji [357]. Na rysunku 5.42 pokazano przykładowy materiał kompozytowy.



Rys. 5.42. Materiał kompozytowy



Rys. 5.43. Dziedzina, w której poszukiwane jest rozwiązanie

Rozwiązujemy równania pola elektromagnetycznego w sześcienniej strukturze kompozytowej. Załóżmy, że zagadnienie można przedstawić przez model pokazany na rysunku 5.43:

W całym obszarze Ω znajdują się źródła prądu J_S , podobszar zbudowany z materiału przewodzącego Ω_c , region z materiału magnetycznego Ω_m , obszar Ω_a będący otaczającym powietrzem. Warunki brzegowe mają postać:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n}_{\Gamma_B} &= 0 \\ \mathbf{H} \times \mathbf{n}_{\Gamma_H} &= 0 \end{aligned} \quad (5.97)$$

Natężenie pola magnetycznego w obszarze Ω ma duże wartości i konieczne jest uwzględnienie nieliniowej charakterystyki magnesowania. Pole magnetyczne i elektryczne są opisane równaniami:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= [\mu]^{-1} \text{rot}(\mathbf{A}) \\ \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - \text{grad}V \end{aligned} \quad (5.98)$$

Minimalizując zależność $\sum_{i=1}^{nt} (\mathbf{B}_S - [\mu] \cdot \mathbf{H}_i)^2$ w kolejnych elementach struktury, otrzymujemy wyrażenie na zastępczą przenikalność:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_S &= [\mu_{eq}] \mathbf{H}_{moy} \\ \mathbf{H}_{moy} &= \frac{1}{\text{vol}(\Omega)} \int_{\Omega} \mathbf{H} d\Omega \end{aligned} \quad (5.99)$$

gdzie $\mathbf{H}_i$ jest natężeniem pola magnetycznego w czworościennym elemencie, $\mathbf{H}_{moy}$ jest uśrednioną wartością natężenia pola, zaś $[\mu_{eq}]$ jest tensorem przenikalności magnetycznej.

W podobny sposób można obliczyć zastępczą przewodność elektryczną:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{ind} &= [\sigma_{eq}] \mathbf{E}_{moy} \\ \mathbf{E}_{moy} &= \frac{1}{\text{vol}(\Omega)} \int_{\Omega} \mathbf{E} d\Omega \end{aligned} \quad (5.100)$$

gdzie $\mathbf{E}_{moy}$ jest uśrednioną wartością pola elektrycznego, a $[\sigma_{eq}]$ jest zastępczym tensorem przewodności w elementarnym obszarze.

W nieliniowym modelu uwzględniono straty histerezy, stosując model Preisacha i zmodyfikowaną funkcję Lorentza. Magnetyzacja $\mathbf{M}$ dana jest wzorem:

$$M = M_{Sat} \iint_{\alpha > \beta} \rho(\alpha, \beta) \cdot \gamma(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (5.101)$$

gdzie $\rho(\alpha, \beta)$ jest równe -1 , kiedy gradient jest dodatni, czyli kiedy wartość pola rośnie, 1 w przeciwnym przypadku, $\gamma(\alpha, \beta)$ jest gęstością Preisacha.

Wyrażenie odpowiadające pierwotnej charakterystyce jest następujące:

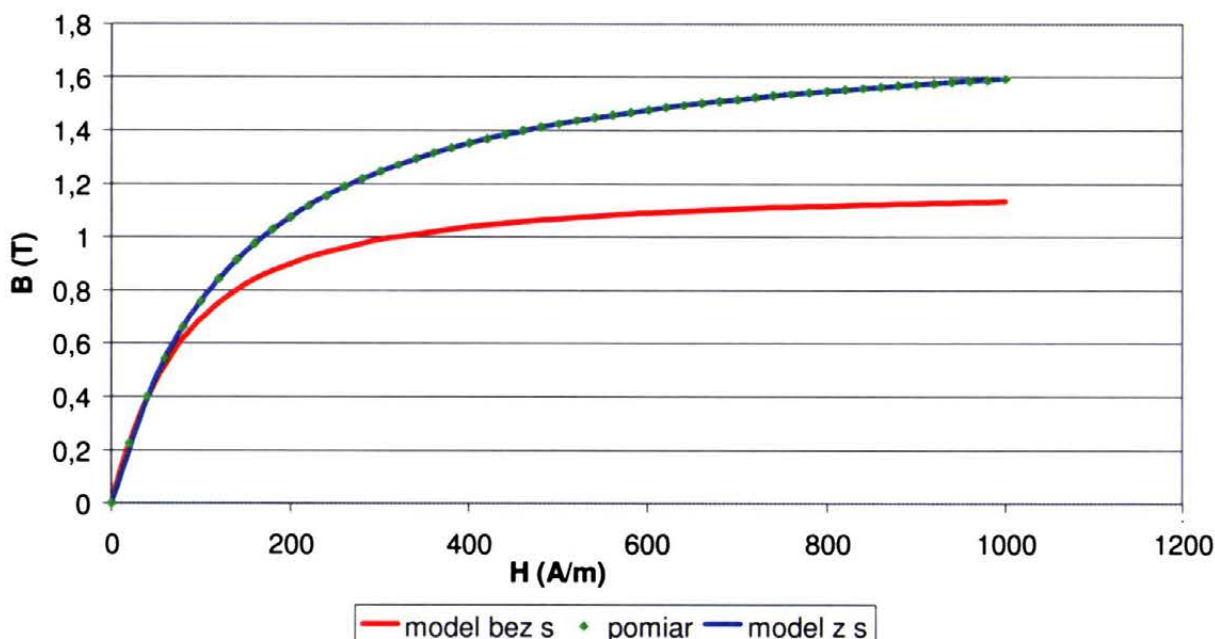
$$M = M_{i-1} + \int_{H_{i-1}}^{H_i} \left\{ ka\sqrt{a}H_c \cdot \left[a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b \right)^2 \right]^{-1} \dots \left[a \tan \left(\left(\frac{\alpha}{H_c} + b/\sqrt{a} \right) \right) - a \tan \left((-\alpha/H_c + b)/\sqrt{a} + s \right) \right] \right\} d\alpha \quad (5.102)$$

Parametry modelu a , k , b oraz H_c są obliczane dla każdego materiału stosując metodę optymalizacji. Funkcja celu ma postać:

$$G = \min \left(1 - \frac{P_{hom}}{P_{real}} \right)^2 \quad (5.103)$$

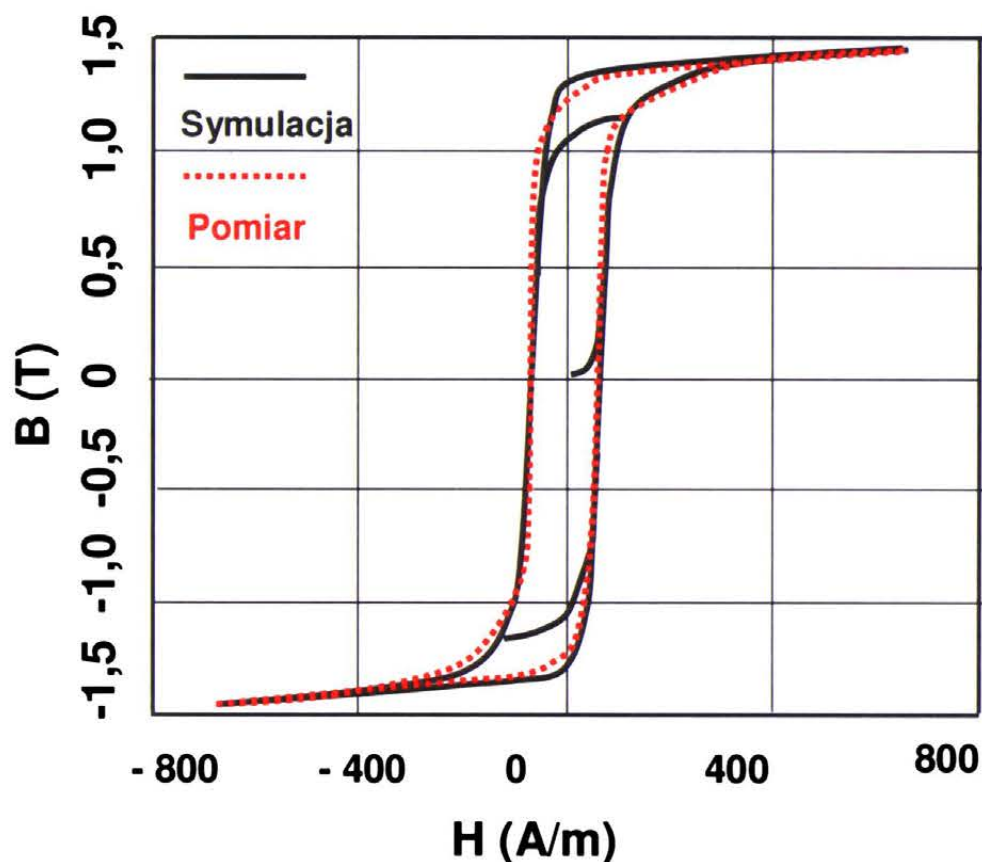
gdzie P_{real} są rzeczywistymi stratami w materiale, a P_{hom} są stratami materiału zhomogenizowanego.

Na rysunku 5.44 pokazano różnice pomiędzy pomierzonymi i obliczonymi wartościami, jak widać różnice te mogą być znaczne.



Rys. 5.44. Pomierzona i obliczona charakterystyka

Parametr s występujący we wzorze (5.102) pozwala uwzględnić wewnętrzne pętle dynamiczne histerezy, tak jak to pokazano na rysunku 5.45.



Rys. 5.45. Wewnętrzne pętle histerezowe

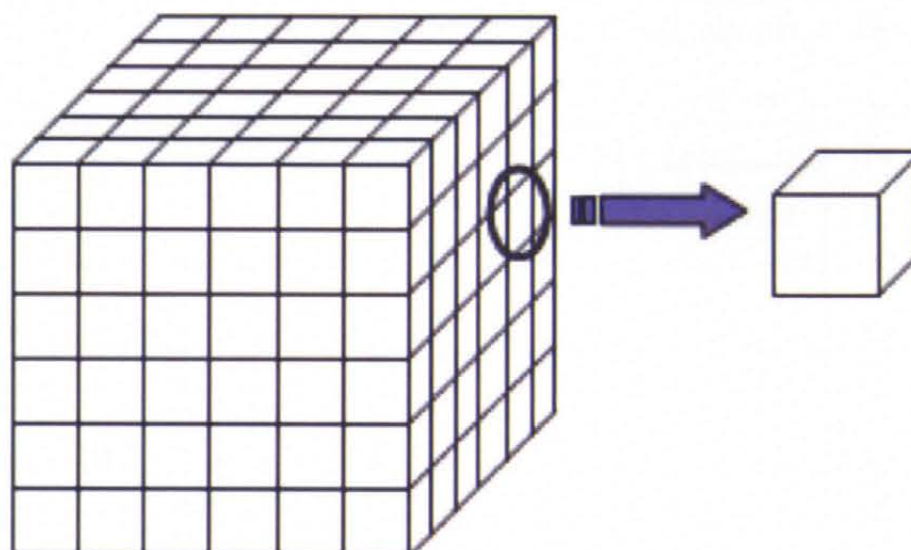
Żeby znaleźć zastępcze właściwości materiału, został on podzielony na n małych sześciennych elementów (tak zwanych komórek), tak jak to pokazano na rysunku 5.46. Całkowite straty w materiale są równe sumie strat w poszczególnych komórkach.

Jeżeli ilość cząsteczek żelaza w komórce jest wystarczająco duża, to komórki statystycznie sobie odpowiadają. Możemy wtedy wybrać elementarną komórkę pokazaną na rysunku 5.46b i w sposób przypadkowy rozmieścić w niej cząsteczki żelaza. Jeżeli procedurę tą powtórzymy wielokrotnie, możemy otrzymać zastępczy materiał odpowiadający w znacznym stopniu rzeczywistemu. Gęstość strat w żelazie i zastępcza przenikalność magnetyczna są uśrednionymi wielkościami otrzymanymi w wyniku 2 etapów:

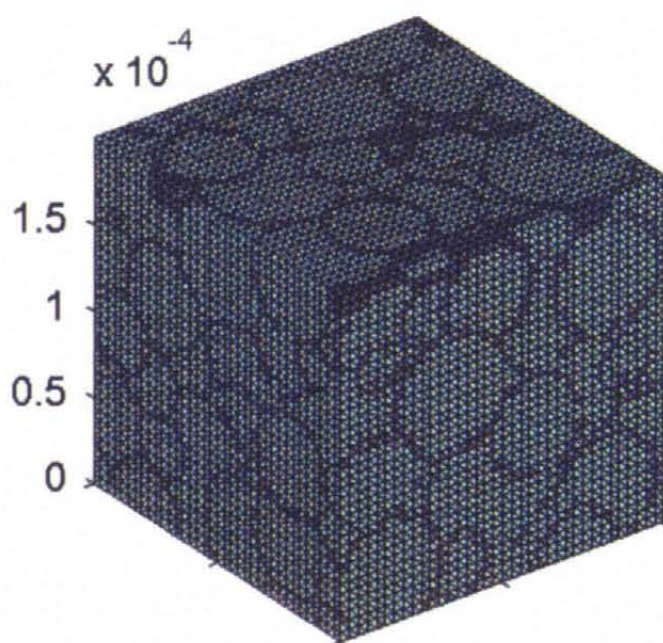
- generowanie w sposób losowy geometrii komórki
- obliczanie pola wewnątrz komórki.

Prawidłowy dobór wielkości komórki odpowiada przypadkowi, gdzie wewnątrz komórki przenikalność i stratność są praktycznie stałe dla różnych losowych rozkładów cząsteczek żelaza. Algorytm generacji geometrii jest następujący:

a)



b)

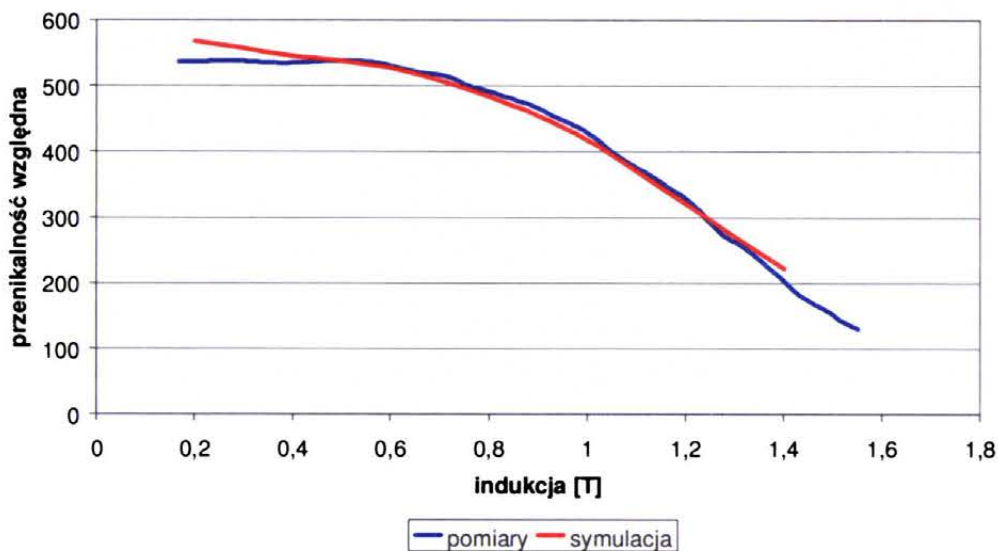


Rys. 5.46. Podział materiału na elementy i pojedyncza komórka (a), geometria pojedynczej komórki (b)

- wybierz minimalną d_1 i maksymalną d_2 wielkość cząsteczki
- utwórz sześcian o boku a , taki że $a > d_1$, udział objętościowy cząsteczek t
- utwórz regularną siatkę wewnątrz sześcianu i ponumeruj wszystkie czworokąty niewypełnione materiałem
- $V_{\text{żelaza}} = 0$
- dopóki $V_{\text{żelaza}} / a^3 \leq t$ wykonuj

- wybierz losowo czworościan i
- wybierz losowo promień $d_1/2 < R < d_2/2$ i oblicz objętość cząsteczki $V_p = 4/3\pi R^3$
- wybierz nieużywane czworościany, których środek ciężkości znajduje się wewnątrz kuli o promieniu R . Jeżeli wewnątrz kuli znajdują się również użyte już czworościany to przesun granice cząsteczki tak, żeby otrzymać wymaganą objętość cząsteczki. Dzięki takim operacjom cząsteczki mają nieregularny kształt
- oznacz czworościany leżące na granicy cząsteczki i nadaj im właściwości izolatora
- usuń żelazo i izolację z grupy nieużywanych obszarów
- koniec pętli dopóki $V_{\text{żelaza}} / a^3 \leq t$
- jeżeli w obszarze pozostały jeszcze jakieś nieużywane czworościany nadaj im właściwości izolacyjne.

Zaproponowana metoda została użyta do określenia charakterystyki magnetycznej Somaloyu 700 wyprodukowanego przez Hoganasa, o gęstości $7,5 \text{ g/cm}^3$. Charakterystykę zastępczą pokazano na rysunku 5.47.



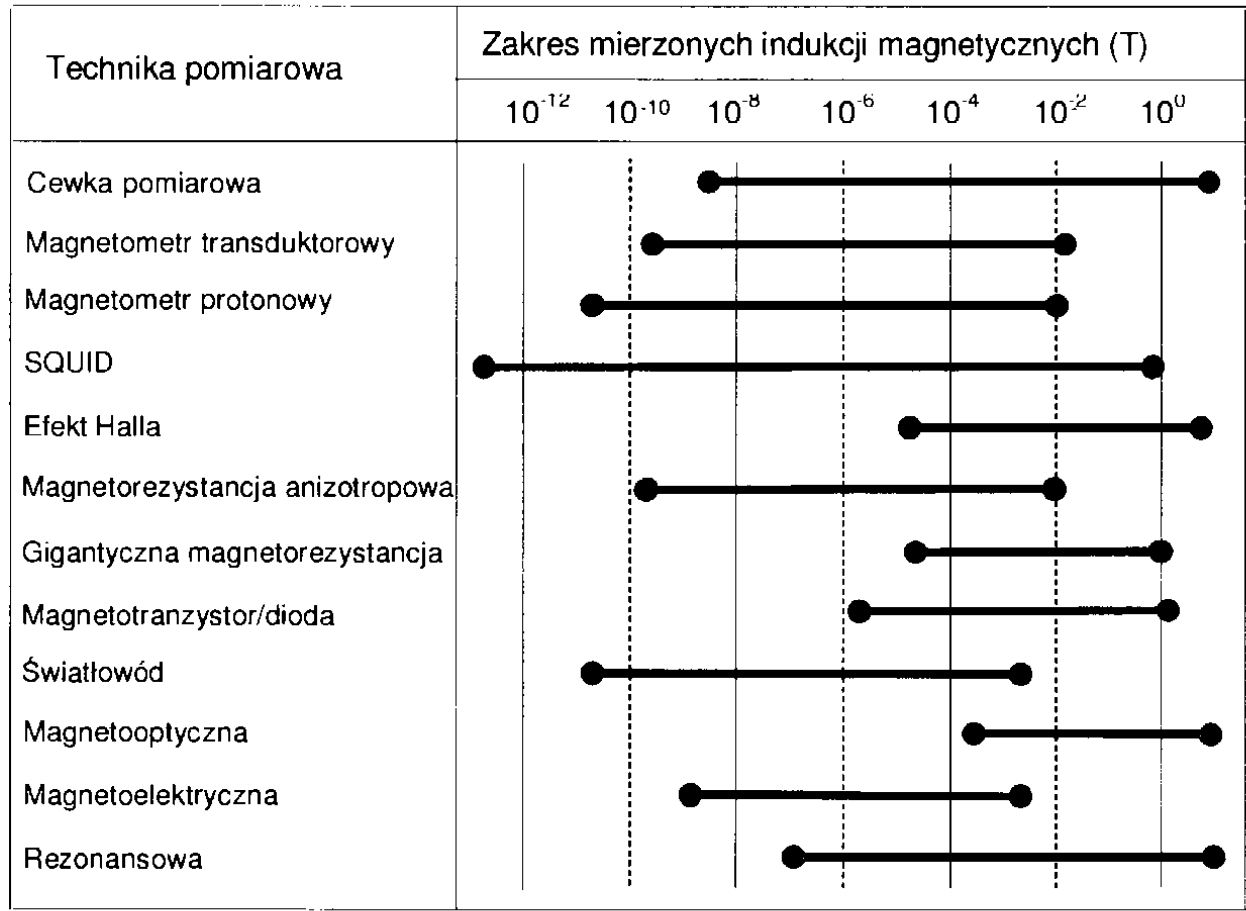
Rys. 5.47. Względna przenikalność magnetyczna Somaloyu 700

Przenikalność magnetyczna była obliczana dla różnych wymuszeń, wyniki obliczeń zostały porównane z pomiarami. Otrzymano dobrą zgodność.

6. Metody pomiarowe

Pomiar bardzo małych pól magnetycznych jest ważny w szeregu dziedzinach, takich jak: biologia, geologia, neurologia, magnetyczny rezonans jądrowy, badanie nieniszczące. Ponieważ często w wyniku pomiaru ma być wykonana synteza źródeł pola magnetycznego jak np. w magnetoencefalografii, pomiar musi być wykonywany w wielu punktach. Tabela 6.1 przedstawia zakres pomiarowy różnych metod pomiaru indukcji magnetycznej.

Tabela 6.1. Zakres mierzonych indukcji magnetycznych dla różnych technik pomiarowych [381]



W badaniach materiałów magnetycznych należy uwzględnić szereg zjawisk tak w skali mikroskopowej, jak i makroskopowej. Proces magnesowania wynika z modelu mikroskopowego. Bez modelu strat, dobrze dobranego dla danego materiału, nie jest możliwe ich rozdzielenie na straty histerezy i wiropądowe [157], a bez dokonania takiego rozdzielenia nie jest możliwa ekstrapolacja otrzymanych wyników, potrzebna przy

projektowaniu obwodów magnetycznych [126]. Trudno jest scharakteryzować wszystkie rodzaje sygnałów, jakie podlegają dalszemu przetwarzaniu w czasie pomiarów wielkości magnetycznych, ze względu na ich różnorodność. Można jednak wskazać pewne cechy wspólne dla pomiarów magnetycznych. Do takich należą:

- charakter napięciowy,
- mała impedancja źródeł sygnału,
- wynikająca z tego mała wrażliwość na zakłócenia pochodzące od pól elektrycznych i magnetycznych,
- wrażliwość na parametry prądu wzbudzającego pole magnetyczne (magnesującego) i zakłócenia pochodzące od źródeł zasilających,
- konieczność uwzględniania wyższych harmoniczných zarówno prądu magnesującego, jak i sygnału pomiarowego,
- niemożność wyeliminowania harmoniczných ze względu na nieliniowość obiektu badanego (materiału ferro- lub ferrimagnetycznego).

W przypadku przetworników indukcyjnych zachodzi przeważnie konieczność całkowania sygnału. Może to być sygnał przemienny lub impulsowy. W większości przypadków układy całkujące muszą być wyjątkowo dobrej jakości, ze względu na małą wartość sygnału. Szczególnie trudne warunki występują w przypadku sygnałów wolnozmiennych, ponieważ amplituda sygnału może mieć wartość rzędu dziesiątków mikrowoltów, a czas całkowania jest duży, dochodzący do kilku minut. Przy wyznaczaniu tzw. charakterystyk stałoprądowych czas całkowania może wynosić nawet kilkanaście minut. Obecnie na rynku dostępne są czujniki półprzewodnikowe zintegrowane ze wzmacniaczami, które mają wyjścia o dużym poziomie sygnału. Oprócz przetworników przeznaczonych do pomiarów spotyka się często przetworniki przeznaczone dla celów automatyki, w których czujnikami są hallotrony sygnałowe [176, 268, 271]. Możliwość zastosowania ich jako przetworników pomiarowych zależy od możliwości korekcji sygnału wyjściowego. Tradycyjne metody badań właściwości materiałów magnetycznych stosowane są najczęściej na ściśle określonych obwodach probierczych opisanych w normach krajowych i międzynarodowych. Wyniki takich badań można znaleźć w normach i katalogach wyrobów. Pomiary właściwości magnetycznych wykonuje się:

- w stałym polu magnetycznym (tzw. charakterystyki statyczne),
- w okresowo przemiennym polu magnetycznym (tzw. charakterystyki dynamiczne).

Badana próbka w układzie pomiarowym tworzy całość lub część obwodu magnetycznego magnesowanego najczęściej za pomocą zwojnic z prądem [88, 89]. Ze względu na kształt badanej próbki i obwodu magnetycznego, układy do pomiarów właściwości dzieli się na:

- układy do badania próbek zamkniętych,

- układy do badania próbek otwartych w zamkniętym obwodzie magnetycznym,
- układy do badania próbek otwartych.

Pomiary charakterystyk materiałów magnetycznych miękkich wymagają metod i układów w zamkniętym obwodzie magnetycznym. Przy stosowaniu układów otwartych próbka podlega wewnętrznemu polu odmagnesowującemu. Pole to zakłóca pomiar, jest na ogół znaczne i nierówne. Jeżeli próbka w układzie otwartym podlega polu demagnetyzującemu, wiadomo, że jednorodność otrzymuje się tylko w przypadku, kiedy ma ona kształt eliptyczny. Przygotowanie próbek o takim kształcie jest trudne. Załóżmy, że przygotowano taką próbkę, ma ona kształt dysku o średnicy 100 razy większej od grubości i przykładamy do niej pole wymuszające wzdłuż dłuższej osi elipsoidy. Efektywna wartość tego pola zostaje pomniejszona o pole odmagnesowujące, które dla elipsoidy można wyznaczyć. Współczynnik odmagnesowania jest w tym przypadku równy $N_x = 0,0078$, czyli dla polaryzacji o wartości 1 T wartość pola odmagnesowującego jest dane zależnością:

$$D_{dx} = -N_x J_x / \mu_0 = 6200 \text{ A / m} \quad (6.1)$$

Tak duża wartość pola odmagnesowującego jest w stanie zafałszować wyniki pomiaru. Stąd przy pomiarze pola należy preferować metody o zamkniętym obwodzie [209, 218, 229, 234, 241, 243, 297, 345, 346, 363]. Badania najczęściej wykonuje się:

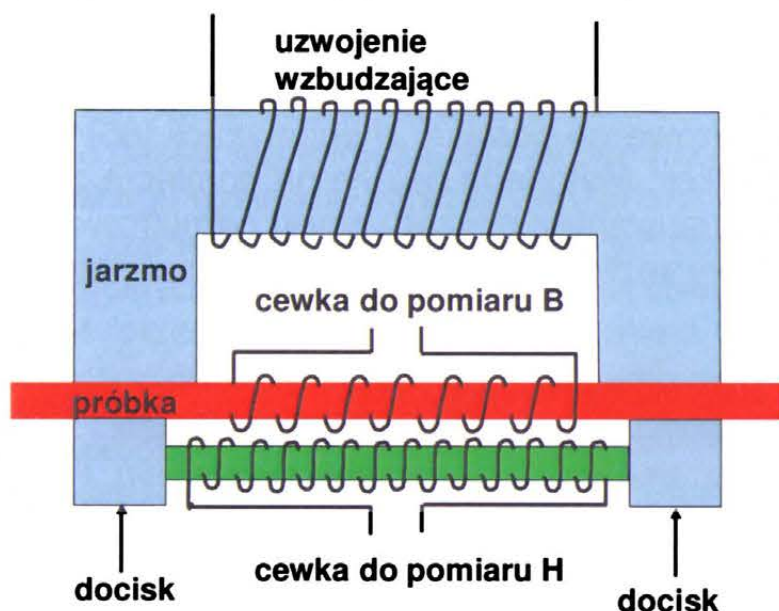
- na próbkach zamkniętych,
- na próbkach prostych w zamkniętym obwodzie magnetycznym.

Do pierwszych zaliczamy próbkę pierścieniową, natomiast do drugich aparat Epsteina [6, 17, 154, 170, 227] oraz permeametry (np. przyrząd do badania pojedynczego arkusza tzw. Single Sheet Tester (SST) [215, 231, 353, 258 278]).

W permeametrach zamknięty obwód magnetyczny jest kształtowany poprzez dodanie jarzma lub jarzm wykonanych z materiału magnetycznie miękkiego. Uzwojenie wzbudzające jest nawijane na części lub całości powstałego obwodu magnetycznego. Idea budowy permeametru została zastosowana przez autorów w rozdziale 7 do badania własności próbki w kierunku prostopadłym do jej powierzchni. Jako przykład budowy permeametru na rysunku 6.1 pokazano budowę permeametru Fahy.

Jarzmo permeametru Fahy ma znacznie większy przekrój niż próbka. Pomiar indukcji następuje poprzez zastosowanie cewki nawiniętej na próbkę, natomiast pomiar natężenia pola odbywa się za pośrednictwem cewki Rogowskiego. Pomiar ten jest zwykle obciążony znacznym błędem, dlatego wymaga kalibracji za pomocą próbek o znanych właściwościach. Zasada

działania permeametry jest wykorzystywana w układach pomiarowych z jedną blachą (single-sheet tester), jak również w aparacie Epsteina.



Rys. 6.1. Budowa permeametry Fahya

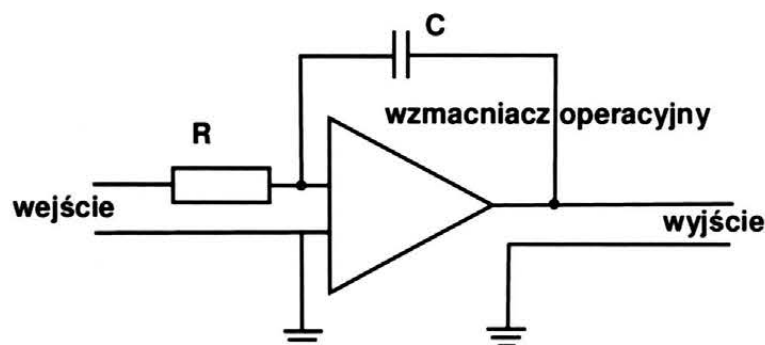
Specyficznymi urządzeniami pomiarowymi są fluksometry [86]. Zgodnie z prawem Faradaya zmiana indukcji magnetycznej indukuje w cewce o liczbie zwojów N siłę elektromotoryczną

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (6.2)$$

Całkując wyrażenie, otrzymujemy

$$\int_0^t e dt = -N \int_0^t \frac{d\phi}{dt} dt = -N \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi = -N \Delta\phi \quad (6.3)$$

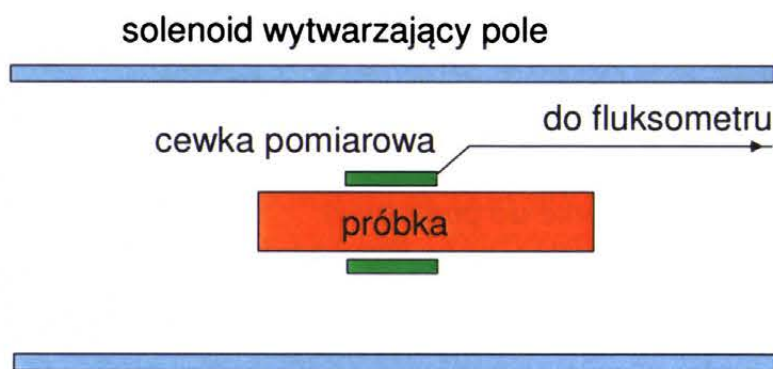
Urządzenie realizujące proces całkowania jest nazywane fluksometrem. Historycznie do tego celu były używane przyrządy wskazówkowe: galwanometry balistyczne lub pełzne. Obecnie zostały one zastąpione układami elektronicznymi wykorzystującymi wzmacniacze operacyjne.



Rys. 6.2. Elektroniczny układ całkujący

Fluksometr mierzy jedynie zmianę strumienia. Jeżeli cewka pomiarowa nie obejmuje żadnego materiału ferromagnetycznego, fluksometr może być używany do pomiaru natężenia pola magnetycznego. Działanie fluksometru może być zakłócanie przez napięcia pasożytnicze generowane na złączach materiałów na skutek różnicy temperatur.

Urządzenia pomiarowe do pomiaru magnetyzacji [86] wykorzystują często metodę ekstrakcji. Metoda ta bazuje na pomiarze zmiany strumienia, kiedy próbka jest usuwana z obszaru cewki pomiarowej lub jeżeli próbka i cewka pomiarowa razem są usuwane z obszaru działania pola wzbudzającego.



Rys. 6.3. Zasada działania metody ekstrakcji

Kiedy solenoid z rys. 6.3 wytwarza pole magnetyczne, strumień skojarzony z cewką pomiarową wynosi:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= BA = \mu_0(H + M)A = \mu_0(H_a - H_d + M)A = \\ &= \mu_0(H_a - N_d M + M)A\end{aligned}\quad (6.4)$$

gdzie A jest przekrojem cewki pomiarowej, H_a jest natężeniem pola wytwarzanego przez solenoid, H_d jest natężeniem pola demagnetyzacji, a N_d jest współczynnikiem demagnetyzacji.

Jeżeli próbka jest nagle usunięta z obszaru cewki pomiarowej, strumień cewki pomiarowej będzie wynosił

$$\Phi_2 = \mu_0 H_a A \quad (6.5)$$

Fluksometr zarejestruje więc różnicę strumieni:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \mu_0(1 - N_d)MA \quad (6.6)$$

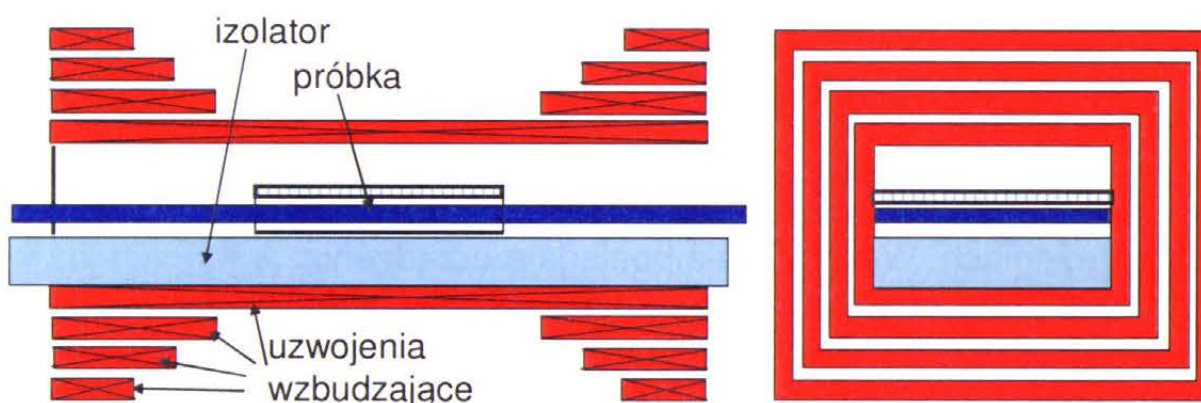
Ta wersja metody ekstrakcji mierzy bezpośrednio magnetyzację.

Inna wersja tej metody wykorzystuje dwie identyczne cewki pomiarowe usytuowane symetrycznie we wnętrzu solenoidu. Cewki są połączone szeregowo, jednak w taki sposób, że jeżeli jedna jest nawinięta w dodatnim kierunku zegarowym, druga jest nawinięta w przeciwnym. Dzięki temu układ jest niewrażliwy na zmiany pola wzbudzającego. Przy prze-

mieszczaniu próbki z jednej cewki do drugiej sygnał wyjściowy jest dwukrotnie większy.

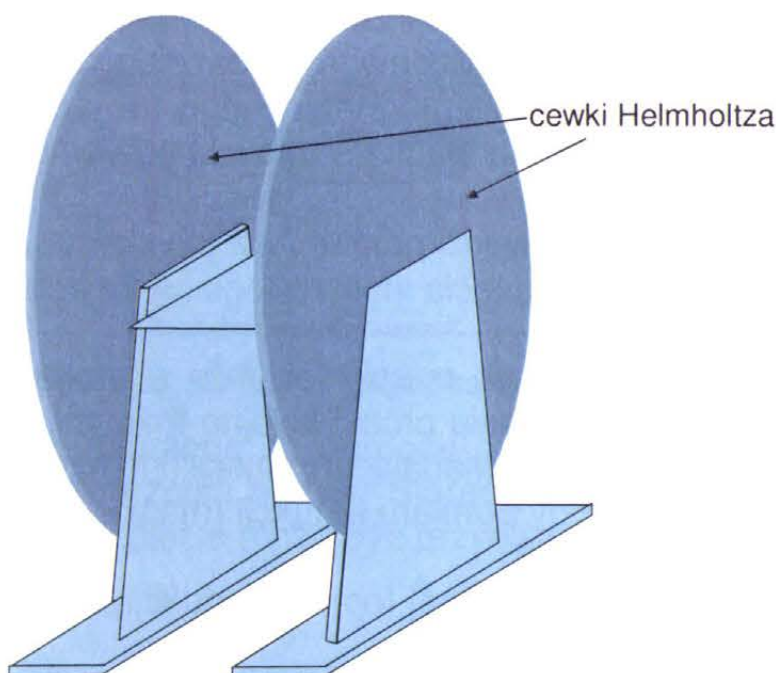
W aparacie Epsteina próbki mają postać pasków, ale ich ułożenie w ramie, w kształcie kwadratu, powoduje zamknięcie obwodu. W SST próbki mają postać pasów lub arkusza, lecz w tym przypadku zamknięcie obwodu magnetycznego następuje poprzez dwa jarzma w kształcie litery C. Pomiary mogą być również wykonywane w otwartym obwodzie magnetycznym na próbkach prostych umieszczonych w długiej cewce [88, 89].

Na rysunku 6.4. przedstawiono przykładowy układ.



Rys. 6.4. Układ przyrządu do badania pojedynczego arkusza

Na następnym rysunku przedstawiono układ cewek Helmholtza będący układem wzbudzającym dla przyrządu do badania pojedynczego arkusza, pozwalający na uzyskanie dodatkowego równomiernego pola, np. składowej stałej.



Rys. 6.5. Układ cewek Helmholtza

W celu otrzymania poprawnych wartości charakteryzujących badany materiał magnetyczny, zamknięta próbka pomiarowa powinna spełniać następujące warunki:

- mieć kształt zamknięty o jednostajnym, najlepiej kołowym lub prostokątnym, przekroju na całym obwodzie,
- pierścień powinien być całkowicie zamknięty bez szczeliny, nie spawany, ani nie łączony w inny sposób,
- materiał próbki powinien być jednorodny,
- dla pierścienia szerokość powinna być mała w stosunku do jego średnicy wewnętrznej, aby rozkład pola w przekroju był możliwie równomierny,
- stosunek szerokości pierścienia do jego średnicy wewnętrznej powinien wynosić 0,1-0,2 [88, 89].

Wadą próbek pierścieniowych jest pracochłonność wykonania, konieczność ich uzwojenia oraz możliwość nadmiernego nagrzewania się uzwojenia i próbek podczas pomiarów w polach magnetycznych o dużych natężeniach. Wad tych nie posiadają urządzenia, w których już wykonano gotowe uzwojenia. Wykorzystują one metody bezjarzmowe, w których zamknięty obwód magnetyczny utworzony jest z pasków badanej próbki, np. aparat Epsteina 25 cm, oraz metody jarzmowe, których zamknięty obwód tworzy razem z próbką jarzmo magnetyczne (np. SST). Dzięki tym metodom możemy stosować próbki proste, łatwiejsze do wykonania. Nie jest konieczne również uzwajanie. Producenci blach elektrotechnicznych określają właściwości magnetyczne swoich wyrobów za pomocą aparatu Epsteina 25 cm, a wyniki zamieszczają w katalogach. Oba urządzenia posiadają również wady. W aparacie Epsteina nie uwzględnia się szczelin w narożach badanej próbki (dodatkowy spadek napięcia magnetycznego) i strumienia rozproszenia, natomiast w SST zakłada się, że spadek napięcia magnetycznego na jarzmach zwierających i na styku jarzmo - badana blacha stanowił będzie nie więcej niż 3% [88, 89].

W pracy [335] zaproponowano pomiar bez użycia sensorów, wyłącznie na podstawie prądu i napięcia mierzonego w cewce wzbudzającej i uzwojeniu napięciowym.

Wyznaczenie charakterystyk magnesowania w stałym polu magnetycznym polega na magnesowaniu próbki kolejno różnymi, co do wartości, natężeniami pól i pomiarze odpowiadającej indukcji (lub magnetyzacji).

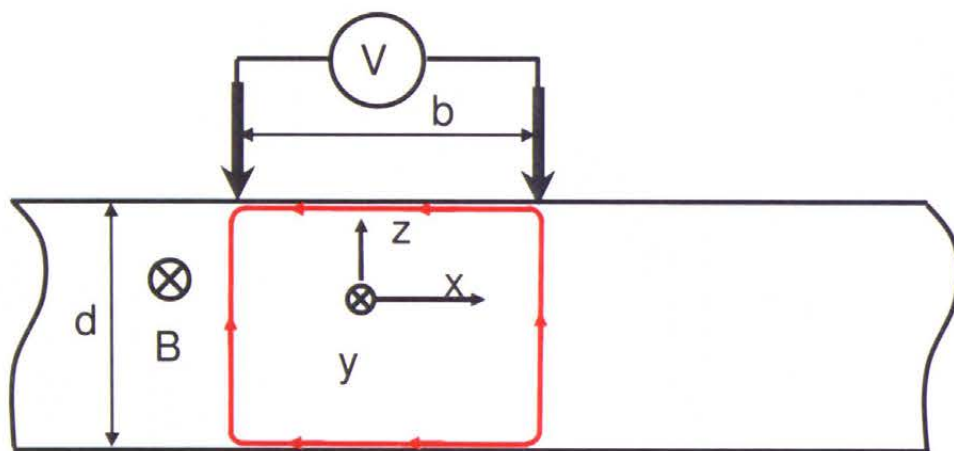
Rozróżnia się trzy metody pomiaru indukcji (magnetyzacji) w próbce:

- metodę balistyczną,
- metodę składowej normalnej (pomiar indukcji w szczelinie),
- metodę magnetometryczną.

Natężenie pola magnetycznego w próbce wyznacza się metodą pośrednią z prądu magnesującego lub metodą pomiaru bezpośredniego.

Użytkownika najczęściej interesują charakterystyki dynamiczne. Pełne scharakteryzowanie dynamicznych własności magnetycznych wymaga podania rodziny pętli dynamicznych histerezy przy ustalonej jednocześnie grubości próbki, częstotliwości, ustalonym kształcie i czasowym przebiegu pola magnetycznego lub indukcji magnetycznej. Oprócz charakterystyk magnesowania wyznacza się charakterystyki strat, najczęściej w funkcji indukcji maksymalnej i częstotliwości. Bez względu na sposób pomiaru natężenia pola magnetycznego, będzie to jego wartość na powierzchni próbki [86]. Najczęściej, w metodach znormalizowanych pomiaru właściwości magnetycznych blach, natężenie pola wyznaczone jest pośrednio z prądu magnesującego zgodnie z prawem przepływu. W metodzie bezpośredniej najczęściej stosuje się czujniki indukcyjne, rzadziej półprzewodnikowe (hallotrony, magnetorezystory) [20, 176, 226, 259, 268, 271, 308, 347]. Czujniki indukcyjne generują siłę elektromotoryczną, proporcjonalną do pochodnej strumienia magnetycznego skojarzonego z uzwojeniem czujnika w powietrzu zgodnie z prawem indukcji elektromagnetycznej. W czujnikach półprzewodnikowych jest wykorzystywane zjawisko wpływu pola magnetycznego na przepływający prąd (hallotrony) lub na opór właściwy (magnetorezystory).

Drugą wielkością jest indukcja magnetyczna, którą wyznacza się najczęściej z siły elektromotorycznej wygenerowanej przez zwoje obejmujące przekrój badanej próbki lub rzadziej za pomocą elektrod stykających się z powierzchnią próbki [86].



Rys. 6.6. Pomiar za pomocą czujników igłowych

Napięcie jest mierzone za pomocą dwóch czujników igłowych przykładanych do powierzchni blachy. Biorąc pod uwagę niewielką grubość blachy, mierzone napięcie może być przybliżone zależnością

$$V = \frac{bd}{2} \frac{dB_y}{dt} \quad (6.7)$$

gdzie d jest grubością próbki, b jest odległością pomiędzy igłami.

Stąd

$$B_y = \frac{2}{bd} \int V dt \quad (6.8)$$

Napięcie V jest zwykle bardzo małe i wymaga wzmocnienia, jak również trudno jest wyeliminować oddziaływanie strumienia rozproszenia poprzez powietrze, szczególnie jeżeli rozmiar próbki jest niewielki. Czułość tej metody jest gorsza niż metody cewki pomiarowej.

Pomiar strat [13, 14, 30, 106, 157, 216, 236, 371, 382] może być realizowany poprzez określenie powierzchni pętli histerezy lub za pomocą iloczynu skalarnego wielkości elektrycznych lub magnetycznych i elektrycznych. Najczęściej stosowana jest znormalizowana metoda iloczynu skalarnego prądu magnesującego i siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu pomiarowym, jest to tzw. metoda watomierzowa. Oprócz przedstawionych metod pomiaru strat istnieje kilka innych, np.: kalorymetryczna, rezonansowa, mostkowa, kompensatorowa. Stosowane są jednak rzadko. Metoda kalorymetryczna pomimo dużej dokładności wymaga stosowania specjalnego wyposażenia, nie nadaje się do stosowania w warunkach przemysłowych. Metody rezonansowa i mostkowa są mało dokładne i stosowane są rzadko. Metoda kompensatorowa jest mało dokładna. Stosuje się ją głównie do szybkiej oceny i bieżącej kontroli.

Ze względu na nieliniową zależność między indukcją i natężeniem pola magnetycznego w ferromagnetyku obie wielkości nie mogą mieć takiego samego przebiegu w czasie. W większości urządzeń elektrycznych rdzeń magnetyczny przemagnesowywany jest przy sinusoidalnym przebiegu indukcji i odpowiednio zniekształconym w porównaniu z sinusoidalnym przebiegiem natężenia pola magnetycznego albo przy sinusoidalnym przebiegu natężenia pola i „spłaszczonym” przebiegu indukcji. Z tego względu, w zależności od przeznaczenia blachy, pomiary magnetyczne powinno wykonywać się przy odpowiednio wymuszonych przebiegach strumienia magnetycznego lub przepływu. Zapewnienie takich warunków, szczególnie przy dużym nasyceniu próbki ferromagnetycznej, jest zadaniem trudnym. Obecnie istnieje możliwość generowania dowolnych przebiegów indukcji i natężenia pola magnetycznego oraz ciągłej kontroli przebiegu. Rozwój przetworników analogowo-cyfrowych zapewnił przekształcenie wartości chwilowej przebiegu analogowego w postać cyfrową łatwą do przesyłania, prezentacji i dokumentacji. Możliwości obliczeniowe procesorów pozwalają na wykonanie złożonych operacji funkcyjnych i cyfrowej prezentacji przebiegów czasowych. Badanie właściwości magnetycznych blach elektrotechnicznych sprowadza się do pomiaru odpowiednich przebiegów metodą próbkowania, a wyznaczenie wielkości charakteryzujących właściwości magnetyczne odbywa się na drodze analitycznych przekształceń, analiz i obliczeń numerycznych.

Magnetometry [204] są budowane w oparciu o trzy główne idee. Pierwszą jest wykorzystanie właściwości magnetycznych materiałów, jak to ma miejsce w magnetometrach transduktorowych, magnetorezystorach i magnetycznych złączach tunelowych. Są one najpowszechniejsze, ale oferują ograniczoną czułość pomiaru.

Drugą grupę stanowią urządzenia wykorzystujące efekt kwantyzacji strumienia indukcji magnetycznej SQUID [*Superconducting QUantum Interference Device*]. Ich zaletą jest niski poziom szumów i możliwość mierzenia pól magnetycznych z bardzo wysoką czułością, w tym także pól szybkozmiennych. Jednak elementy nadprzewodzące i związana z nimi konieczność stosowania technik kriogenicznych stanowi ograniczenie dla rozmiarów i kosztów eksploatacji SQUID'ów.

6.1. Pomiary blach anizotropowych

Większość metod i testów pozwalających na pomiary anizotropii [234, 348, 349] magnetycznej zostało określone przez International Electrotechnical Commission Standards IEC404. Podstawową stosowaną metodą jest aparat Epsteina.

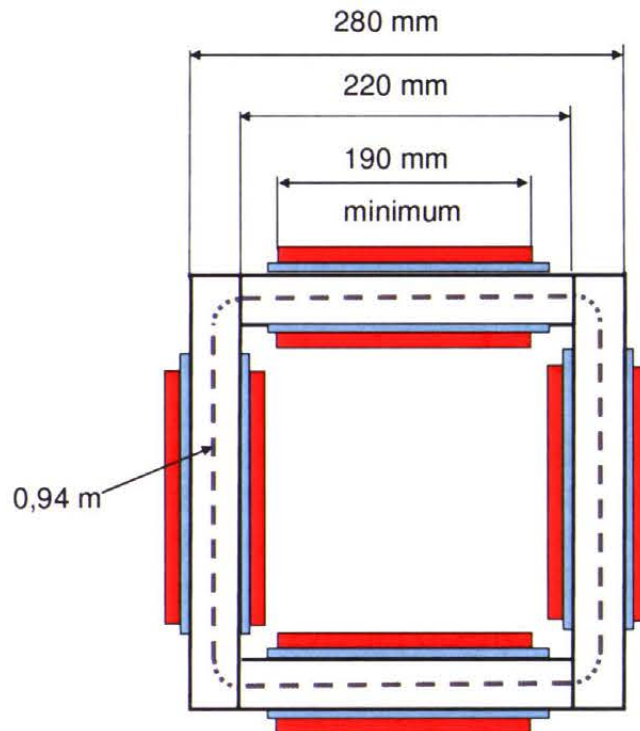
6.1.1. Aparat Epsteina

Aparat Epsteina jest zbudowany z zestawu uzwojeń: pierwotnego i wtórnego, we wnętrzu których umieszcza się obwód magnetyczny złożony z zestawu (o krotności 4) pasków materiału magnetycznego wyciętych z blachy lub taśmy. Pomiar zakłada pominięcie strumienia rozproszenia, a więc zakłada, że cały strumień zamyka się w badanym rdzeniu. Również przyjmowane jest założenie, że rozkład pola we wnętrzu rdzenia jest równomierny. Kolejne warstwy pasków krzyżują się w rogach aparatu, tak jak to przedstawiono na rysunku 6.7. W celu minimalizacji szczelin powietrznych w narożu blachy są dociskane z siłą 1 N.

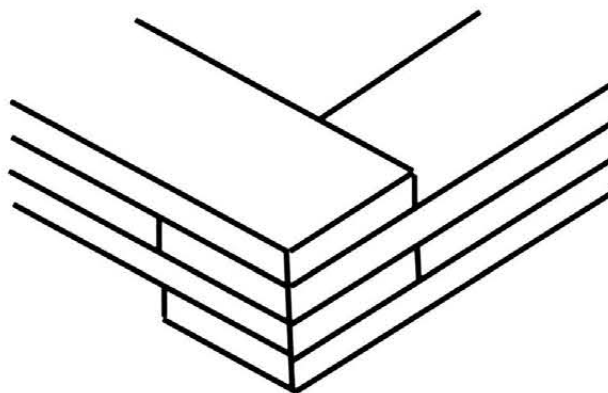
Warunki pomiaru aparatem Epsteina reguluje międzynarodowa norma IEC 60404-2:1996 Magnetic materials – Part 2: Methods of measurement of the magnetic properties of electrical steel sheet and strip by means of an Epstein frame. Pomiary powinny być przeprowadzane w temperaturze od 18 do 28 °C. Próbkę powinna mieć masę nie mniejszą niż 0,24 kg. Wymiary poszczególnych pasków: szerokość 30 mm $\pm$ 0,2 mm, długość od 280 mm do 320 mm (taka sama dla wszystkich pasków pojedynczej próbki). Tolerancja długości próbki 0,5 mm. Dla blachy orientowanej (anizotropowej) paski powinny być wycięte wzdłuż kierunku walcowania z odchyłką nie większą niż 1 stopień katowy. Dla blachy nieorientowanej tolerancja wynosi 5 stopni. Przyjmuje się, że długość drogi

magnetycznej jest stała i wynosi 0,94 m. Pole przekroju poprzecznego wylicza się z masy, długości i gęstości próbki. Uzwojenie wtórne musi posiadać kompensację strumienia rozproszenia. Pomiary muszą być wykonywane w kontrolowanych warunkach sinusoidalnego napięcia wtórnego, dla którego współczynnik kształtu nie odbiega więcej niż 1% od wartości 1,111.

a)



b)

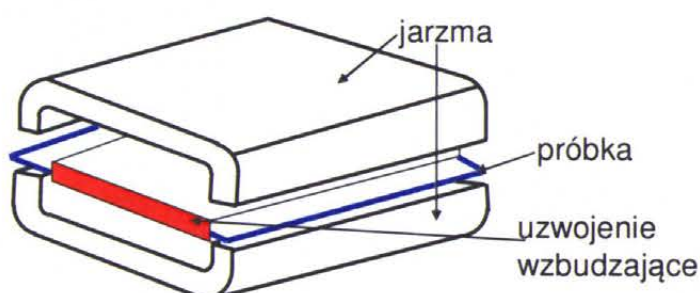


Rys. 6.7. a) Wymiary aparatu Epsteina; b) naroże aparatu, sposób zaplatania taśm

Często do pomiarów charakterystyk blach anizotropowych dla różnych kątów anizotropii stosowany jest Epstein 25 cm. Taśmy są cięte pod odpowiednim kątem w stosunku do kierunku walcowania.

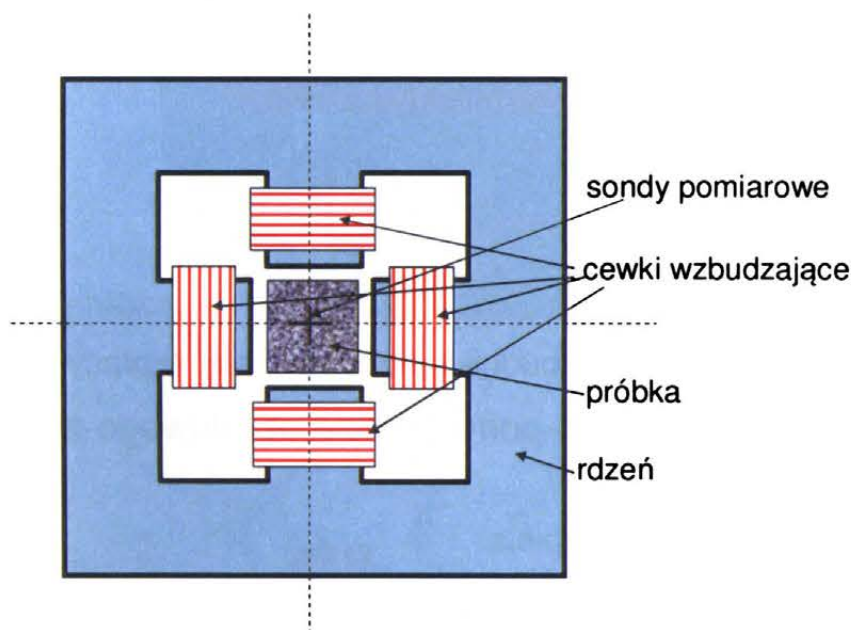
6.1.2. Pomiar z zastosowaniem pojedynczej blachy

Jedną z najczęściej używanych metod charakteryzowania blach elektrotechnicznych jest pomiar pola obrotowego dla próbki zawierającej pojedynczą blachę (SST – single sheet tester). Mierzona próbka ma kształt kwadratu albo koła i jest umieszczona we wzбудniku dwufazowym (Rys. 6.3 i 6.4).



Rys. 6.8. System do charakteryzacji pojedynczej blachy

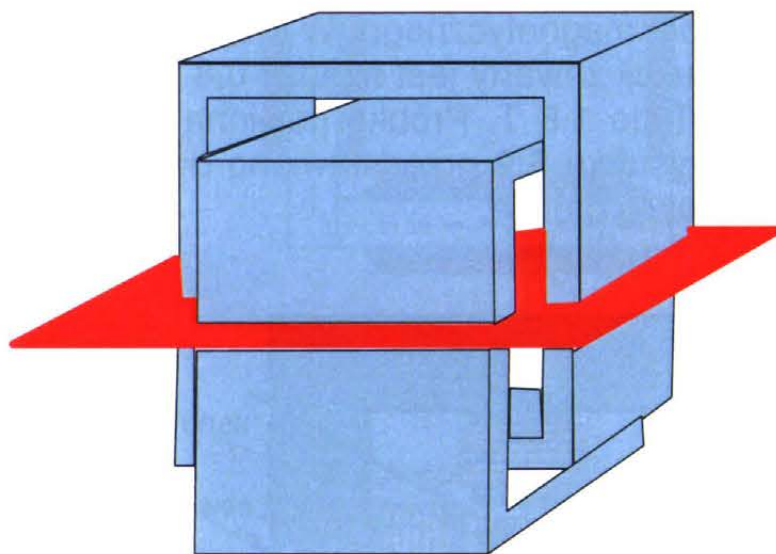
Pozwala on na pomiar strat w żelazie, polaryzacji magnetycznej, indukcji, natężenia pola magnetycznego. W przypadku blach izotropowych zakres pomiaru indukcji zawarty jest między 0,8 T a 1,5 T, dla blach anizotropowych od 1 T do 1,8 T. Próbkę powinna mieć wymiar 50 cm na 30 cm-50 cm. Na rysunku 6.9 przedstawiono dwufazowy aparat do pomiaru przy kwadratowej próbce.



Rys. 6.9. SST dwufazowy przy kwadratowej próbce [236, 379]

Aparat ma cztery cewki magnesujące połączone szeregowo. Cztery cewki są nawinięte tak, żeby zapewnić zamykanie się linii pola. Ze względu na symetrię układu badana jest część środkowa próbki. Składowe (B_x i B_y) indukcji B są mierzone przez dwie cewki pomiarowe nawinięte na otworach wywierconych w próbce. Składowe (H_x i H_y) natężenia

pola magnetycznego H są mierzone za pomocą dwóch płaskich cewek umieszczonych w powietrzu najbliżej jak można powierzchni próbki, równoległe do powierzchni mierzonej blachy. Podobne układy były wykorzystywane w pracach innych autorów do pomiaru strat przy polu obrotowym. Układ może być również realizowany w postaci układu do charakteryzacji pojedynczej blachy. Próbka na rys. 6.8 ma wtedy postać pojedynczej blachy [215]. W tym przypadku cewki dla kierunku x i y są zasilane oddzielnie, co pozwala na uzyskanie pola o dowolnym kształcie w czasie. Sterowanie napięciem zasilającym cewki jest dość skomplikowane i wymaga stosowania specjalnych algorytmów. W publikacji [379] cewki napięciowe zostały uzupełnione o cewki Rogowskiego używane do pomiaru natężenia pola magnetycznego. Praca [383] omawia sposób sterowania układem zasilającym z zastosowaniem uproszczonego adaptacyjnego cyfrowego algorytmu napisanego w LabVIEW pozwalającego na uzyskanie praktycznie dowolnego przebiegu czasowego indukcji magnetycznej w próbce. Inny kształt wzbudnika SST [383] został przedstawiony na rys. 6.10.



Rys. 6.10. Kształt wzbudnika przedstawiony w pracy [383]

Obszerny przegląd metod pomiaru pola obrotowego został przedstawiony w pracy [131].

6.1.3. Magnetometry

Są to przyrządy do pomiaru wielkości, kierunku oraz zmian pola magnetycznego. Magnetometry można podzielić na grupy ze względu na sposób pomiaru:

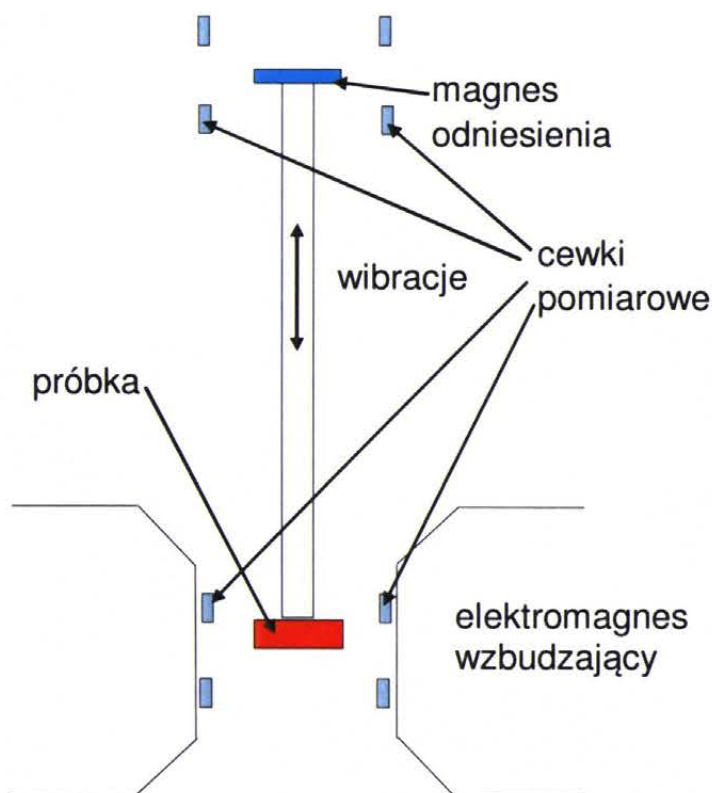
- bezwzględny – mierzy natężenie pola magnetycznego bez odniesienia do standardowego miernika magnetycznego,

- względny – służy do pomiarów ziemskiego pola magnetycznego i do kalibracji przyrządów;

oraz ze względu na sposób konstrukcji:

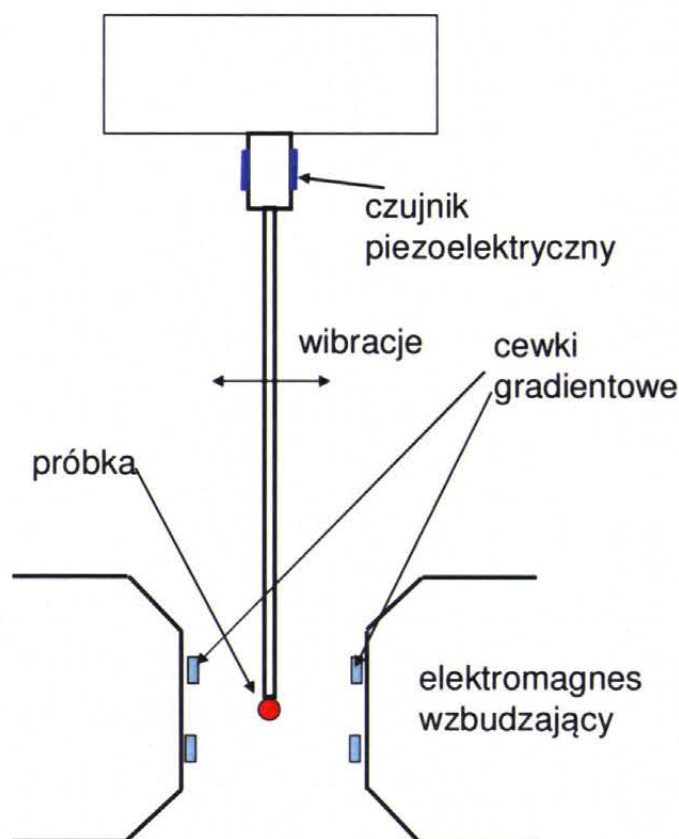
- magnetometry wibracyjne,
- magnetometry transduktorowe,
- magnetometry SQUID,
- magnetometr atomowy,
- magnetometr rezonansowy.

Magnetometr wibracyjny został wynaleziony w 1832 roku przez C.F. Gaussa. W przyrządzie tym wykorzystano drgania małego magnesu sztabkowego zawieszonego w płaszczyźnie poziomej. Ten magnes służy do odchylania drugiego podobnie zawieszonego magnesu. Pierwsza konstrukcja została opracowana przez S. Fonera (dlatego jest często nazywany magnetometrem Fonera). Bazuje ona na pomiarze zmian strumienia cewki, kiedy namagnesowana próbka wibruje w jej pobliżu. Próbka, zwykle w postaci niewielkiego dysku, jest napędzana mechanizmem wibracyjnym.



Rys. 6.11. Magnetometr wibracyjny

Magnetometr wibracyjny pozwala na pomiary pętli histerezy, momentu magnetycznego, podatności magnetycznej, namagnesowania.

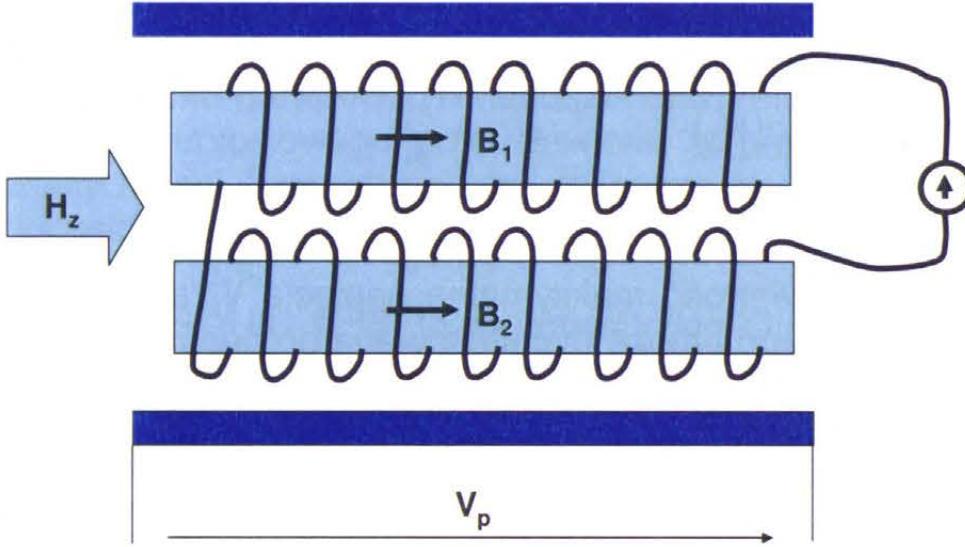


Rys. 6.12. Magnetometr gradientowy pola przemiennego AFGM

Magnetometr gradientowy pola przemiennego AFGM (Alternating Field Gradient Magnetometr) uzyskuje czułości nawet wyższe niż VSM poprzez zamontowanie próbki na końcu włókna i poddanie jej działaniu pola stałego plus pole zmienne wytwarzane przez układ cewek gradientowych. Pole zmienne działa na próbkę wzbudzając jej drgania. Jeżeli częstotliwość jest dopasowana do częstotliwości rezonansowej układu, amplituda wibracji wzrasta znacząco, co pozwala na ich pomiar za pomocą przetwornika piezoelektrycznego. Czułość pomiaru jest rzędu 10^{-9} Am^2 , co stawia bardzo duże wymagania sposobowi mocowania oraz czystości próbki.

Jednym z typów magnetometrów wibracyjnych jest magnetometr rezonansowy. Rezonansowy magnetometr wibracyjny - R-VSM (Resonance Vibrating Sample Magnetometer) służy do pomiaru magnetycznych pętli histerezy struktur cienkowarstwowych. Dostarcza on informacji średniej z całej objętości próbki. Zasada działania polega na pomiarze napięcia indukowanego w cewkach odbiorczych przez drgającą próbkę w funkcji pola magnetycznego wytworzonego przez elektromagnes lub cewki Helmholtza. W odróżnieniu od magnetometru Fonera w magnetometrze R-VSM inny jest mechanizm wytwarzania drgań próbki magnetycznej i inny jej kierunek drgań w stosunku do kierunku linii pola magnetycznego. W magnetometrze Fonera ruch próbki jest osiowy, a próbka porusza się prostopadle do linii sił pola magnetycznego, dlatego małe niejednorodności tego pola są źródłem sygnału zakłócającego w cewkach

odbiorczych. Magnetometr R-VSM, w którym próbka drga równolegle do linii pola magnetycznego, jest pozbawiony tej wady, ponadto konfiguracja cewek odbiorczych jest bardziej korzystna dzięki zastosowaniu cewek w układzie Smitha.



Rys. 6.13. Magnetometr transduktorowy

Idea budowy magnetometrów transduktorowych jest znana już od dawna (pierwsze patenty w 1931 roku). Przykładowa konstrukcja magnetometru Vacquiera jest pokazana na rysunku 6.13. Uzwojenie prądowe nawinięte jest na dwóch równolegle ułożonych prętach ferromagnetycznych wytwarzając w nich periodycznie zmieniające się pole magnetyczne o przeciwnych kierunkach. Dzięki temu nie indukuje ono napięcia w uzwojeniu cewki pomiarowej obejmującej oba rdzenie. Napięcie V_p indukowane w uzwojeniu pomiarowym jest więc równe

$$V_p = -NS \left(\frac{dB_1}{dt} + \frac{dB_2}{dt} \right) \quad (6.9)$$

gdzie N jest liczbą zwojów uzwojenia pomiarowego, a S przekrojem pojedynczego pręta.

Przy obecności pola zewnętrznego H_z napięcie indukowane w cewce pomiarowej wynosi

$$V_p = -NS \left(\mu_1 \frac{d(H_z + H_o)}{dt} + \mu_2 \frac{d(H_z - H_o)}{dt} \right) \quad (6.10)$$

gdzie H_o jest natężeniem pola wytwarzanym przez prąd wzbudzający. Dla stałego pola zewnętrznego

$$V_p = -NS \frac{d(H_o)}{dt} (\mu_1 - \mu_2) \quad (6.11)$$

Możemy zdefiniować przenikalność różnicową $\mu_{\text{róż}}$ jako

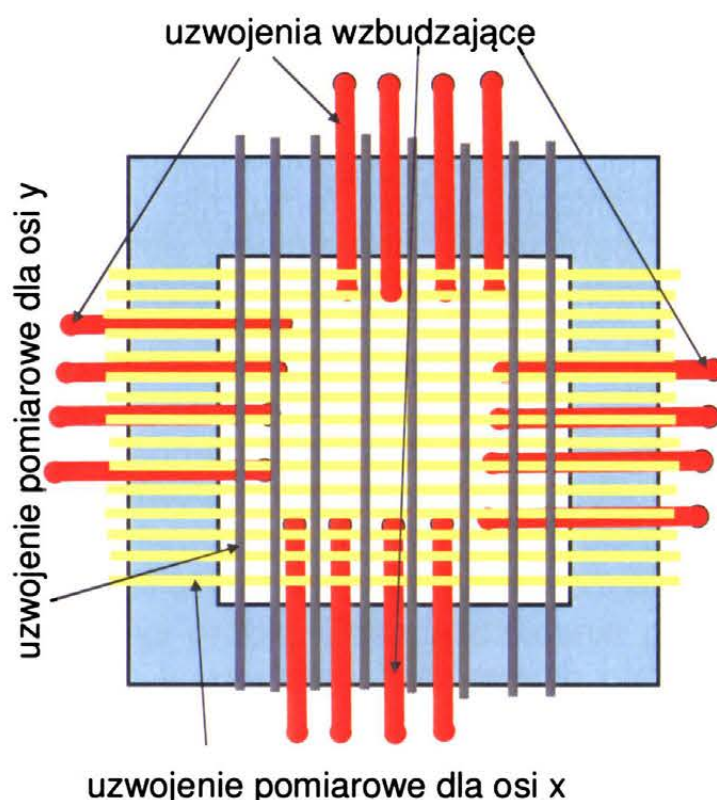
$$\mu_{\text{róż}} = \mu_1 - \mu_2 = \frac{dB_{H+H_0}}{d(H_z + H_0)} - \frac{dB_{H-H_0}}{d(H_z - H_0)} \quad (6.12)$$

Przenikalność różnicowa zmienia się w czasie ze względu na zmiany w czasie pola wzbudzającego H_0 .

Napięcie indukowane w cewce pomiarowej

$$V_p = -NS\mu_{\text{róż}} \frac{d(H_0)}{dt} \quad (6.13)$$

Pod warunkiem, że zewnętrzne pole jest niewielkie w porównaniu do pola wzbudzenia, wartość maksymalna napięcia V_p jest proporcjonalna do pola zewnętrznego i może być stosowana do pomiaru pola zewnętrznego. Częstotliwość podstawowej harmonicznego napięcia w cewce pomiarowej jest dwa razy większa od częstotliwości prądu wzbudzającego, co ułatwia pomiar. Czułość pomiaru może być zwiększona poprzez zwiększanie częstotliwości prądu wzbudzającego, liczby zwojów uzwojenia pomiarowego oraz zastosowanie rdzeni o gwałtownie zmieniającej się przenikalności (materiałów o zbliżonej do prostokątnej krzywej magnesowania).



Rys. 6.14. Magnetometr transduktorowy dwuosiowy

W pracy [121] przedstawiono projekt magnetometru transduktorowego działającego w dwóch osiach o rdzeniu wykonanym z cienkiej warstwy materiału

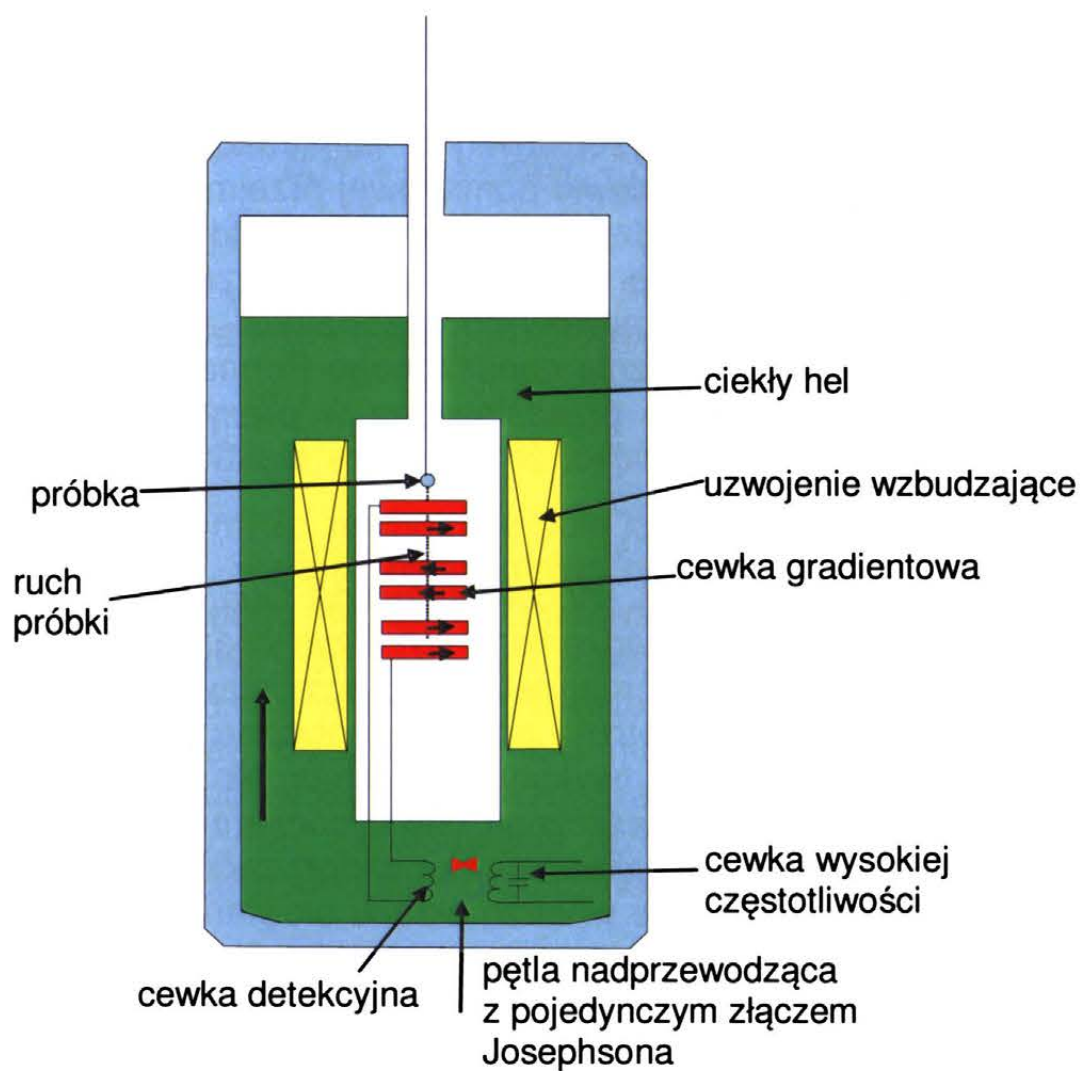
amorficznego o grubości 25 μm i uzwojeniach drukowanych, co pozwala na uzyskanie bardzo małych rozmiarów czujnika (grubość 2 mm).

Z kolei w pracy [271] przedstawiono konstrukcję magnetometru transduktorowego, gdzie rolę cewki pomiarowej przejmują czujniki Halla umieszczone pod narożami rdzenia pomiarowego. Rdzeń został wykonany z materiału amorficznego, jednak autorzy wskazują na możliwość zastosowania rdzeni cienkowarstwowych wykonanych z ferrogranatu itru (YIG). Zastosowanie galwanicznie nanoszonego Permalloyu do budowy rdzenia czujnika trójosiowego przedstawiono w pracy [266]. Zbadano różne kształty rdzeni, stwierdzając, że najlepsze efekty uzyskuje się dla rdzeni w kształcie T.

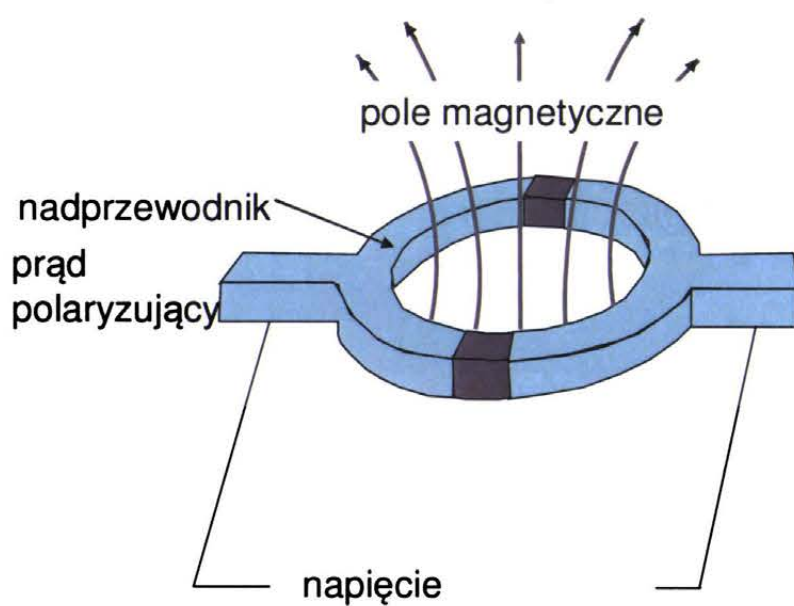
Magnetometr SQUID [158] (*Superconducting Quantum Interference Device*) jest najczulszym urządzeniem wykorzystywanym do pomiaru pola magnetycznego. Budowę magnetometru przedstawiono na rysunku 6.15 [174]. Jednorodne zewnętrzne pole magnetyczne jest generowane przez nadprzewodzącą cewkę (wykonaną ze stopu NbZr). Współosiowo z cewką wzbudzącą są umieszczone cewki pomiarowe wykonane ze stopu niobowo-tytanowego. Zarówno cewka nadprzewodząca, jak i cewki pomiarowe umieszczone są we wnętrzu ekranu ołowianego (nadprzewodzącego poniżej 7 K – niepokazanego na rysunku 6.15). Głównym elementem magnetometru jest czujnik SQUID znajdujący się w kąpieli helowej, do którego sygnał jest doprowadzany za pośrednictwem transformatora strumienia indukcji magnetycznej, stanowiącego zamknięty obwód nadprzewodzący. Ruch próbki w przestrzeni roboczej wykonywany jest za pomocą silnika krokowego poprzez nitkę. Dwa główne typy SQUID'ów to: DC i RF (zwany też AC). W magnetometrach zmiennoprądowych stosuje się pętlę nadprzewodzącą ze złączem Josephsona przedstawionym na rysunku 6.16. Pomiar możliwy jest dla dwóch konfiguracji: prostopadle lub równolegle do przyłożonego pola. Zmiany strumienia magnetycznego przetwarzane są na napięcie na złączu Josephsona. Cewkę wysokiej częstotliwości stosuje się do modulacji sygnału. Zmiana napięcia wyraża się przybliżonym wzorem

$$\Delta V \approx \frac{R}{L} \Delta \Phi \quad (6.14)$$

gdzie: R – opór czujnika SQUID, L – indukcyjność pętli, $\Delta \Phi$ – zmiana strumienia.

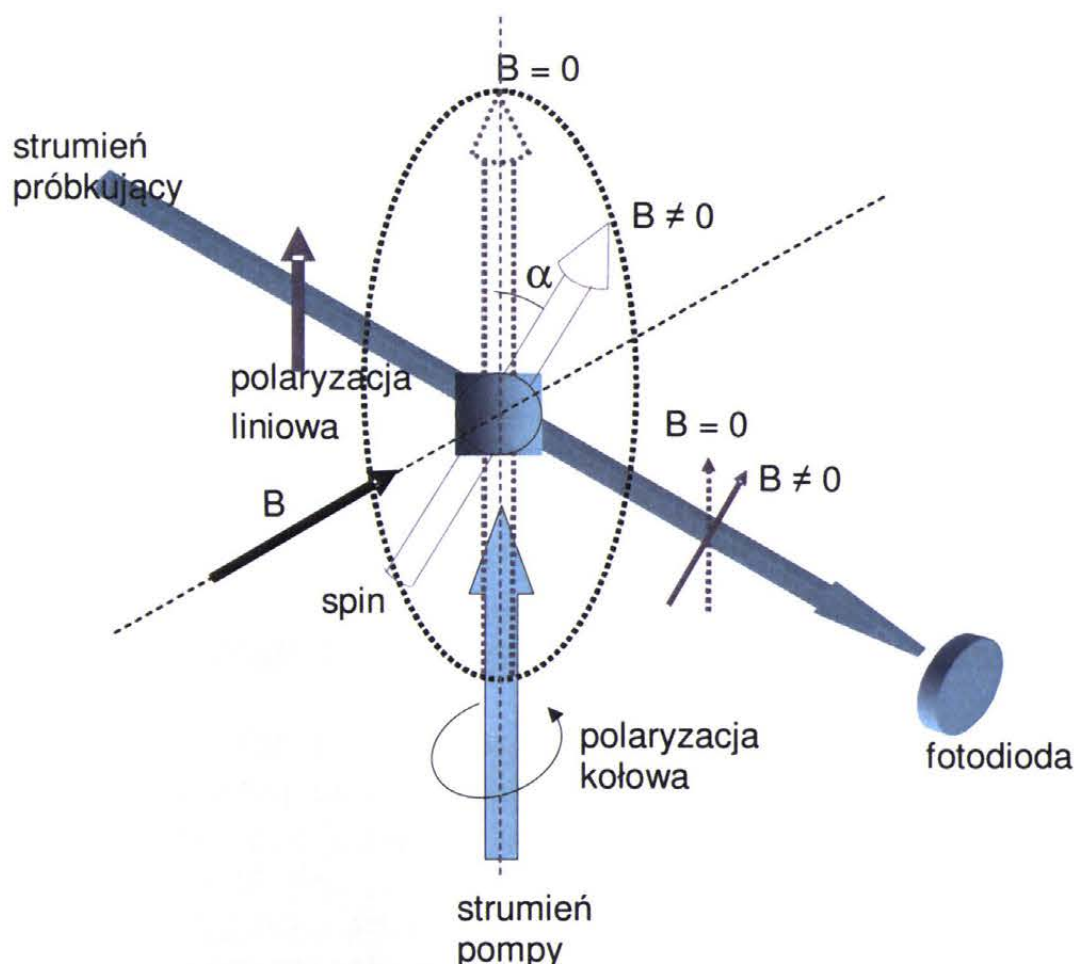


Rys. 6.15. Budowa magnetometru SQUID typu RF [174]

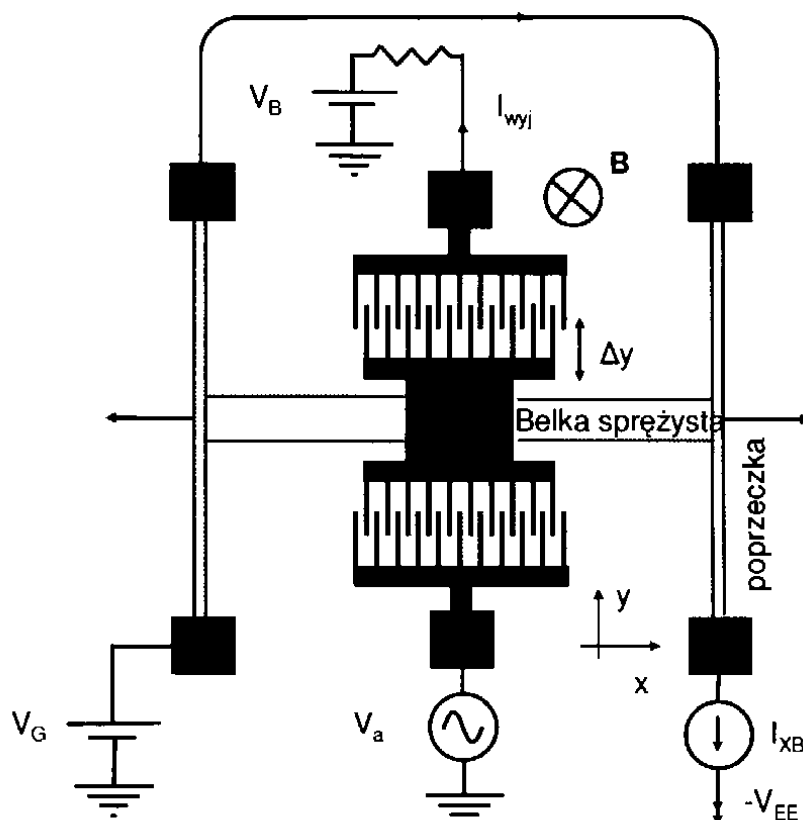


Rys. 6.16. Złącze Josephaona w czujniku magnetometru SQUID [174]

Magnetometr atomowy bazuje na pomiarze częstotliwości Larmora. Precesja Larmora w zewnętrznym polu indukcji magnetycznej jest spowodowana przez fakt, że spin skierowany w kierunku płaszczyzny XY (tj. niebędący w stanie podstawowym) obraca się dookoła osi Z. Częstotliwość obrotu spinu w stanie superpozycji jest proporcjonalna do tzw. współczynnika magnetogirycznego γ i indukcji magnetycznej, a częstotliwość Larmora dana jest zależnością $\omega_L = -\gamma B$. Jak pokazano na rysunku, spiny atomów są ukierunkowane poprzez pompowanie optyczne wzdłuż kołowo spolaryzowanego promienia lasera. Pole magnetyczne prostopadłe do strumienia pompującego obraca spin o kąt α , zmieniając natężenie pola magnetycznego. Ta zmiana jest określana poprzez badanie obrotu płaszczyzny polaryzacji strumienia próbkującego wykorzystujące zjawisko rezonansowego efektu Faradaya. Aby uniknąć wchłaniania, długość fali wiązki sondy odstrojona jest od rezonansowej długości fali absorpcji atomowej przejścia. W zasadzie pojedynczy atom mógłby służyć jako detektor pola magnetycznego. Jednak zwykle wykorzystuje się większą liczbę atomów. Na tej zasadzie działają magnetometry SERF (spin-exchange relaxation-free) o bardzo dużej czułości rzędu $0,5 \text{ fT/Hz}^{1/2}$. W pracy [132] przedstawiono zastosowanie magnetometru SERF do pomiarów trójwymiarowych.



Rys. 6.17. Zasada działania magnetometru atomowego



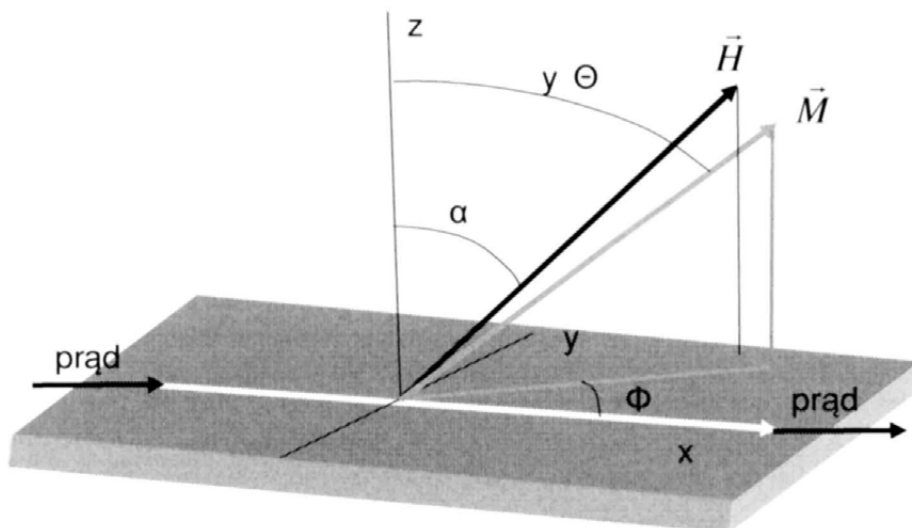
Rys. 6.18. Zasada działania przetwornika rezonansowego

Schemat przetwornika rezonansowego [259] przedstawiono na rysunku 6.18. Centralnym elementem czujnika jest element ruchomy, który jest głównym elementem rezonansowym. Podczas pracy sensora prąd stały I_{xB} płynie przez poprzeczki. Poprzeczki mają znacznie większą sztywność w kierunku y niż w kierunku x . Zasada działania przetwornika bazuje na zmianie częstotliwości rezonansowej układu pod wpływem siły osiowej. Podczas działania czujnika część ruchoma jest utrzymywana w rezonansie pod wpływem sił elektrycznych. Kiedy na czujnik działa indukcja B na poprzeczki działa siła F . Siła ta jest przenoszona na belkę łączącą element ruchomy z poprzeczkami. Ta siła poosiowa zmienia częstotliwość rezonansową struktury, co jest wykrywane przez system pomiarowy. Czujnik jest wykonywany w technologii MEMS. Czułość czujnika wynosi około 48-87 Hz/T.

6.1.4. Przetworniki wykorzystujące efekt Halla

Do pomiaru właściwości magnetycznych dla cienkich warstw może być stosowany efekt Halla [204]. Napięcie Halla powstające podczas przepływu prądu przez materiał magnetyczny ma trzy składowe: pierwsza z nich jest proporcjonalna do prostopadłej składowej magnetyzacji i nazywana jest anomalnym efektem Halla (AHE), druga jest proporcjonalna do kwadratu składowej magnetyzacji w płaszczyźnie warstwy i jest prostopadła do prądu, i nazywa się planarnym efektem Halla (PHE),

trzecia jest proporcjonalna do prostopadłej składowej indukcji magnetycznej pola i nazywa się zwykłym efektem Halla (Ohe) wykorzystywanym w przetwornikach Halla. Pomiar napięcia Halla przy różnych kierunkach przepływu prądu pozwala na pomiar składowych magnetyzacji.



Rys. 6.19. Układ pomiarów AHE: α – kąt pomiędzy przyłożonym polem a normalną do próbki, Θ – kąt pomiędzy wektorem magnetyzacji i normalną, Φ – kąt pomiędzy kierunkiem prądu i składową styczną magnetyzacji

$$V_H = \left(\frac{R_H I}{t} \right) B \cos \alpha + \left(\frac{\mu_0 R_S I}{t} \right) M \cos \Theta + \left(\frac{k I}{t} \right) M^2 \sin^2 \Theta \sin(2\Phi) \quad (6.15)$$

gdzie t jest grubością warstwy, R_H jest zwykłym współczynnikiem Halla, R_S jest anomalnym współczynnikiem Halla, k jest planarnym współczynnikiem Halla.

W pracy [268] przedstawiono zastosowanie metody epitaksji z wiązek molekularnych (procesu osadzania cienkich warstw półprzewodnikowych w ultrawysokiej próżni) do tworzenia cienkich warstw telluru domieszkowanego antymonkiem ind-galu, pozwalających na tworzenie czujników Halla o dużej stabilności temperaturowej i czułości.

6.1.5. Pomiar z zastosowaniem zjawisk magnetoptycznych [48, 266]

Zjawiska magnetoptyczne są wynikiem oddziaływania zewnętrznego pola magnetycznego na rozchodzący się w określonym ośrodku strumień świetlny. Przykładem jest tzw. efekt Faraday'a. Polega on na skręceniu płaszczyzny polaryzacji światła (spolaryzowanego liniowo) przechodzącego przez ośrodek umieszczony w polu magnetycznym. Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji Θ jest zależny od długości drogi L ,

którą światło przebiega w ośrodku znajdującym się w polu magnetycznym, oraz od natężenia pola magnetycznego H :

$$\Theta = k_V \int_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad (6.16)$$

gdzie: Θ – kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji, k_V – stała Verdetta, charakteryzująca zdolność danej substancji do skręcania płaszczyzny polaryzacji w polu magnetycznym.

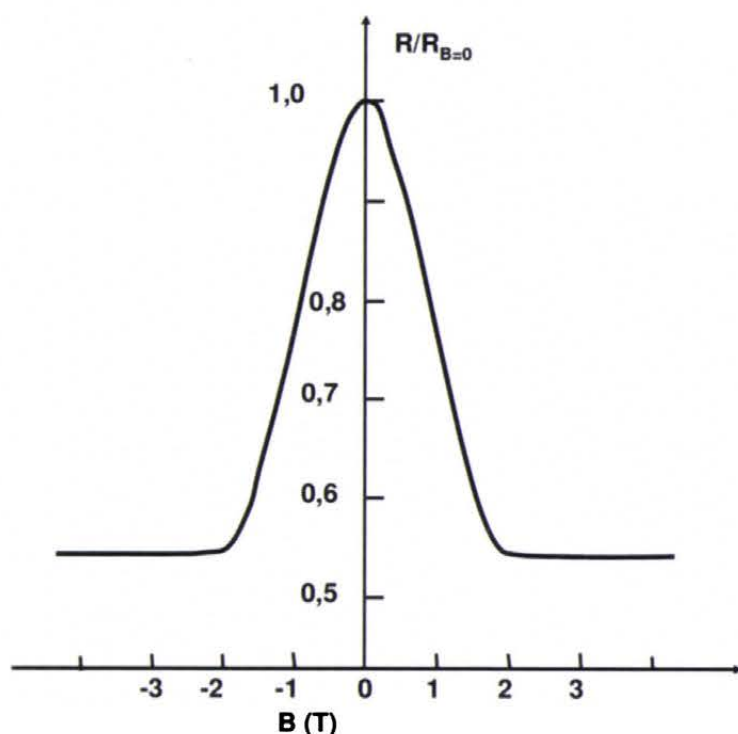
W pracy [356] zaproponowano zastosowanie czujnika światłowodowego dodatkowo współpracującego z materiałem o dużej magnetostrykcji. Czułość zbudowanego układu wynosi około $0,1 \text{ nT/Hz}^{1/2}$.

W pracy [266] przedstawiono zastosowanie światłowodowej siatki Bragga do budowy czujnika pola magnetycznego. Pole magnetyczne wnikaające do światłowodu indukuje kołową dwójłomność dla składowej światła wędrującej równoległe z polem. Światłowodowa siatka Bragga jest stosowana jako czujnik tej dwójłomności. Zaletą czujnika jest możliwość pomiaru indukcji 1 do 5 T z dokładnością rzędu 0,1 mT w temperaturze do 300 °C. Wadą jest rozdzielczość przestrzenna na poziomie 20 mm.

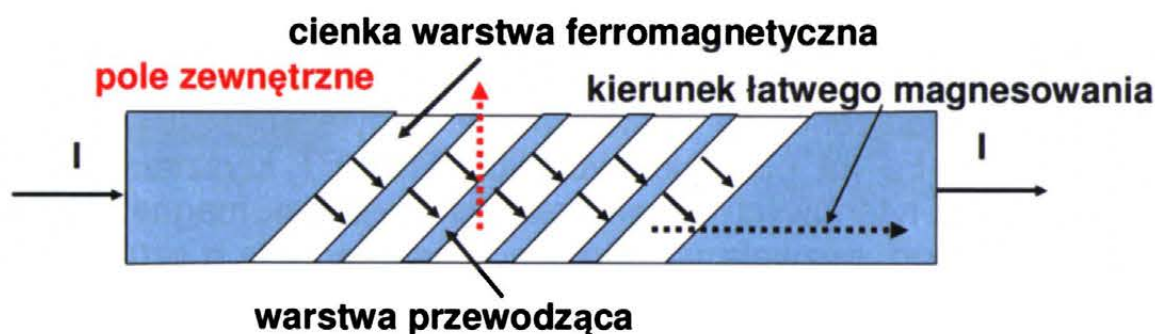
6.1.6. Przetworniki magnetorezystancyjne

Magnetoopór jest właściwością materiału polegającą na zmianie jego rezystancji elektrycznej pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego. Efekt został po raz pierwszy odkryty przez Wiliama Thomsona (Lord Kelvin) w 1856 roku. Najnowsze badania pozwoliły na odkrycie zjawisk: gigantycznej magnetorezystancji (ang. Giant Magnetoresistance) oraz magnetorezystancji anizotropowej (ang. Anisotropic Magnetoresistance). Gigantyczna magnetorezystancja jest zjawiskiem polegającym na powstawaniu bardzo dużego oporu w cienkich warstwach wielokrotnych złożonych z powtarzających się warstw ferromagnetyka i diamagnetyka. Grubość warstw musi być mniejsza niż średnia droga swobodna elektronu.

Anizotropowa magnetorezystancja polega na zmianie oporności stopów ferromagnetycznych pod wpływem zmiany kierunku namagnesowania materiału względem kierunku płynącego prądu. Zmiany oporu magnetycznego zachodzą przy znacznie mniejszych indukcjach niż w zjawisku gigantycznej magnetorezystancji. Dla permaloju zmiana w temperaturze pokojowej jest niewielka i wynosi kilka procent. We współczesnych sensorach AMR stosowana jest specjalna konfiguracja, nazwana „Barber Pole”, składająca się z nałożonych na cienką warstwę ferromagnetyczną warstw przewodzących.



Rys. 6.20. Zmiana rezystancji układu złożonego z warstwy Fe o grubości 3 nm oraz Cr o grubości 0,9 nm

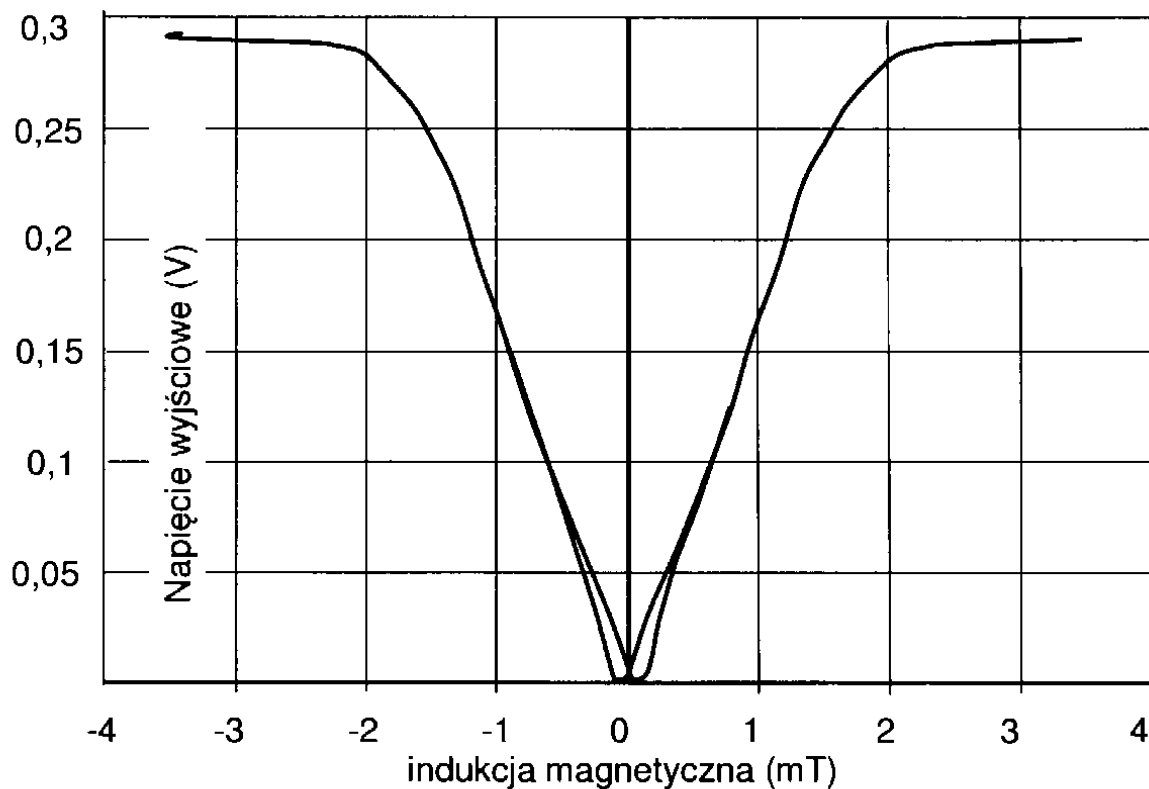


Rys. 6.21. Struktura sensora AMR w konfiguracji „Barber Pole”

Dzięki dodatkowym warstwom przewodzącym wektory gęstości prądu są nachylone pod kątem 45 stopni do osi łatwego magnesowania, co daje największą liniowość charakterystyki rezystancji w funkcji pola zewnętrznego przykładanego w kierunku prostopadłym do kierunku łatwego magnesowania.

Na zastosowanie czeka zjawisko kolosalnej magnetorezystancji (Colossal magnetoresistance) występujące w materiałach z grupy perowskitów (nieorganicznych związków manganu).

Zjawisko gigantycznej magnetorezystancji jest głównie wykorzystywane w sensorach, pojawiają się jednak również rozwiązania służące do pomiaru indukcji magnetycznej. Zastosowanie takiego przetwornika o konstrukcji mostkowej produkcji firmy NVE zostało przedstawione w pracy [259].



Rys. 6.22. Charakterystyka przetwornika NVE

Czujnik o charakterystyce pokazanej na rysunku 6.22 charakteryzuje się wysoką czułością, 130 mV/mT. Jego zakres liniowej pracy wynosi do 1,5 mT, a indukcja nasycenia około 2 mT.

W pracy [287] wykazano, że zastosowanie napylanych wielokrotnych warstw Fe-Co/Tb-Fe na piezoelektrycznych PMN-PT kryształach (magnezowo-niobowo-tytanowych), czyli połączenie zjawisk magnetostrykcji i piezoelektrycznego, pozwala na budowę sensorów pola o czułości porównywalnej z niskotemperaturowymi sensorami SQUID.

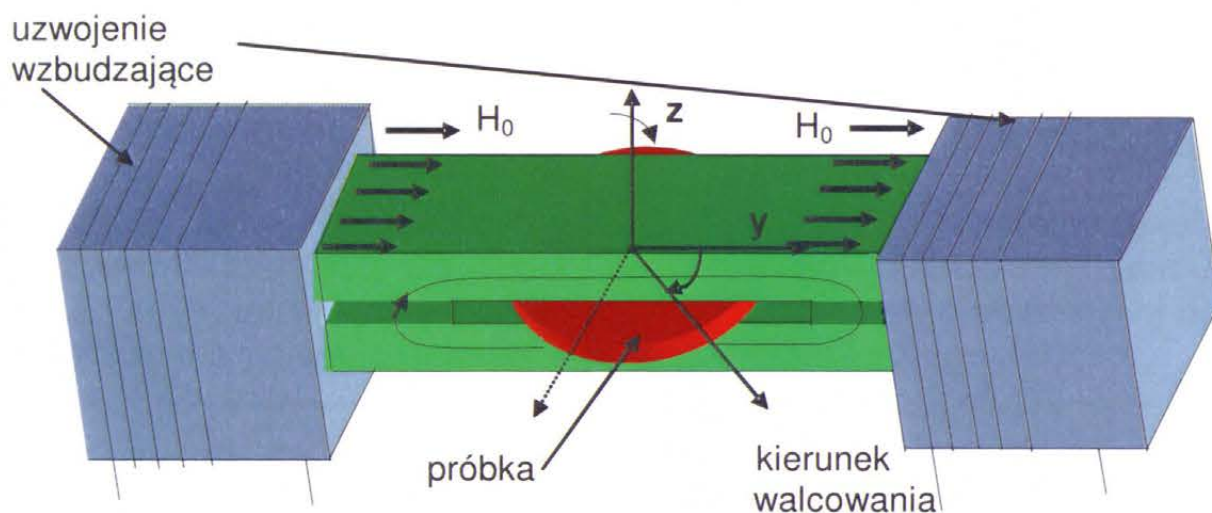
6.1.7. Metody anizometryczne

Metody anizometryczne polegają na badaniu próbek o kształcie kołowym w silnym polu magnetycznym. Energia anizotropii obliczana jest zgodnie ze wzorem 6.1. Energia kryształu jest sumą energii wymiany, energii magnetostatycznej, energii anizotropii magnetokrystalicznej, energii ścian domenowych itp. Energia anizotropii jest uzależniona od budowy krystalicznej materiału. Dla kryształu żelaza wykorzystuje się kosinusy kierunkowe. Energię anizotropii magnetycznej obliczamy z zależności:

$$E_{ani} = \left[K_0 + K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_1' \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \right] V \quad (6.17)$$

gdzie K_0 jest stałą zależną od obróbki materiału i jest rzędu $0,6 \text{ kJ/m}^3$; K_1, K_1' są stałymi anizotropii, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ są kosinusami kierunkowymi wektora magnetyzacji w stosunku do głównych osi krystalograficznych; V jest objętością kryształu.

Zasadę pomiaru pokazano na rysunku 6.23 [218]. Próbka pomiarowa jest ustawiona tak, aby kierunek uprzywilejowany w próbce nie pokrywał się z kierunkiem pola zewnętrznego. Próbka ma najczęściej kształt kołowy o średnicy 25 mm [217, 218]. Cewka pomiarowa jest umocowana między biegunami elektromagnesu. Oś cewki jest prostopadła do kierunku zewnętrznego pola magnetycznego. Dzięki takiemu położeniu cewki, podczas obrotu próbki rejestruje się zmiany składowej prostopadłej wektora magnetyzacji J .



Rys. 6.23. Anizometr indukcyjny z próbką kołową

Na próbkę działa pole H_0 , którego energia dana jest zależnością:

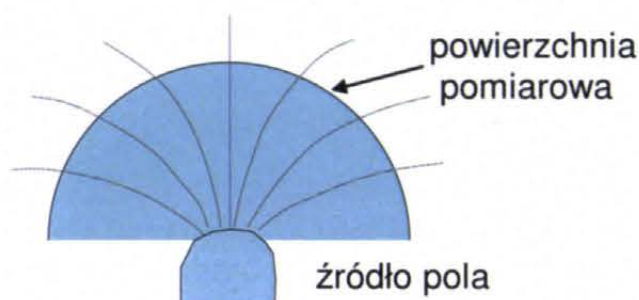
$$E_m = -H_0 J \cos(\varphi - \alpha) \quad (6.18)$$

gdzie φ jest kątem pomiędzy wektorem H_0 a kierunkiem walcowania blachy, α jest kątem pomiędzy kierunkiem walcowania a kierunkiem wektora magnetyzacji.

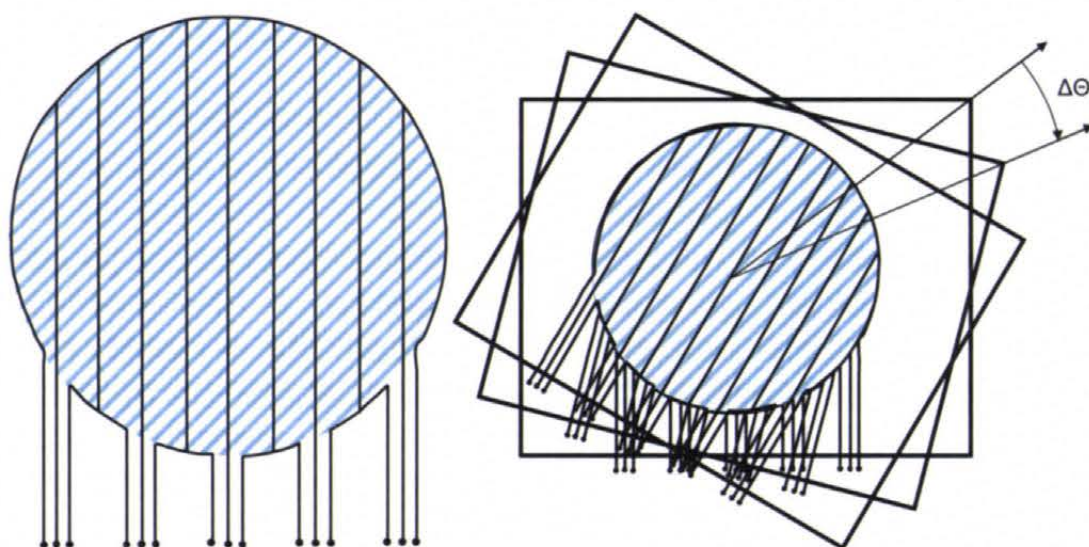
Jeżeli kierunki wektora magnetyzacji i wektora przyłożonego pola pokrywają się, składowa prostopadła magnetyzacji jest równa zero. W przypadku materiałów anizotropowych kierunki te nie pokrywają się. Energia anizotropii próbki powoduje odchylenie się wektora magnetyzacji od kierunku przyłożonego pola. Analizując zmiany składowej prostopadłej wektora magnetyzacji, możemy określić własności anizotropowe badanego materiału. W warunkach pomiaru w anizometrze znany jest jedynie kąt φ , kąta α nie można określić. Przy dużych wartościach pola zewnętrznego można przyjąć, że kąty α oraz φ mają zbliżone wartości.

6.2. Pomiary pola w strefie dalekiej

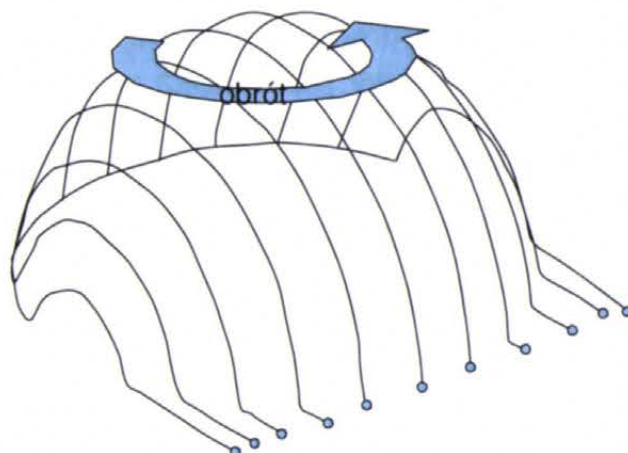
Artykuł [259] podejmuje problem pomiaru pola w strefie dalekiej od obiektu generującego pole. Autorzy proponują zastosowanie sond wielowarstwowych przesuniętych względem siebie, a analiza sygnałów prowadzona jest z zastosowaniem zapożyczonych z tomografii komputerowej metody filtrowanej projekcji wstecznej, występującej również w literaturze jako *filtrowany rzut wsteczny*, czy też *metoda sumacyjna z filtrowaniem* (ang. FBP – Filtered Back Projection). Do poprawy dokładności szukanego obrazu przyczynia się zastosowanie odwrotnego przekształcenia Radona oraz twierdzenia o przekroju Fouriera. Na następnym rysunku, 6.26, przedstawiono również propozycję układu cewek pomiarowych dostosowanych do pomiarów na czaszy. Zwielokrotnienie cewek zastępowane jest tu obrotem zespołu cewek i wykonywaniem pomiarów dla różnych kątów ustawienia układu.



Rys. 6.24. Pomiar pola w strefie dalekiej



Rys. 6.25. Zespół cewek używanych do pomiaru pola w strefie dalekiej



Rys. 6.26. Zespół cewek cylindrycznych używanych do pomiaru pola w strefie dalekiej

6.3. Metody badania struktury krystalicznej materiałów magnetycznych [86]

Metody wykorzystujące dyfrakcję promieni X i neutronów pozwalają na uzyskanie informacji o symetrii sieci krystalicznej i rozmiarach komórki elementarnej, informacji o pozycji atomów w komórce elementarnej oraz informację o średnim rozmiarze obszarów krystalograficznych.

6.3.1. Spektroskopia mionowa

Miony wytwarzane są poprzez rozpad pionów wyprodukowanych w zderzeniach wiązki protonów z akceleratora ze stałą cienką tarczą wykonaną z węgla. Miony są silnie penetrującymi cząstkami naładowanymi. Miony stanowią idealne magnetometry (próbniki) rozkładu pola magnetycznego w badanym materiale. Dzięki temu, że posiadają duży moment magnetyczny, są czułe na bardzo małe pola magnetyczne, rzędu 10^{-5} T.

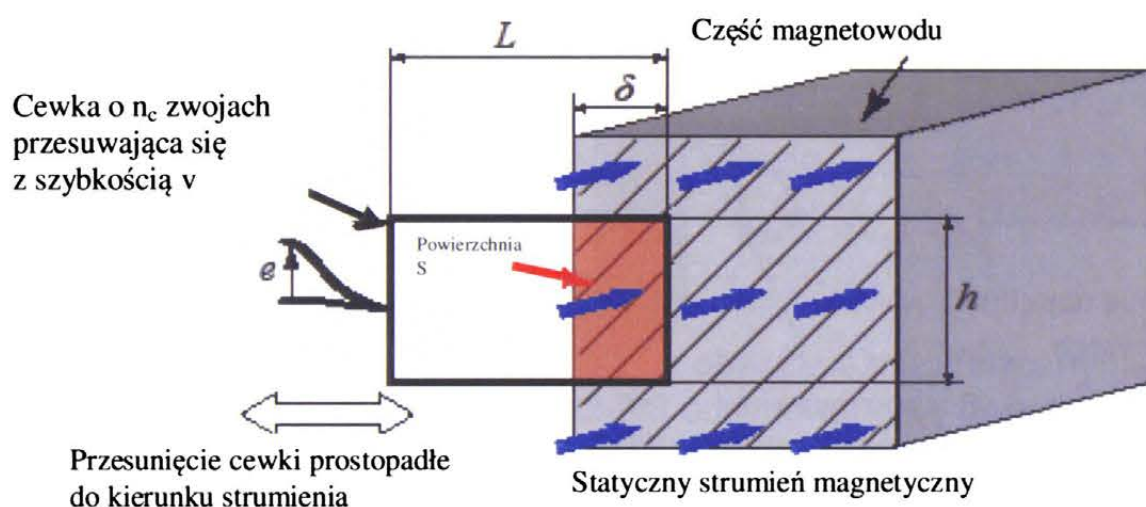
7. Charakteryzowanie blachy elektrotechnicznej w kierunku prostopadłym do jej powierzchni

Można znaleźć w literaturze i w katalogach anizotropowe charakterystyki blachy dla kierunków leżących na powierzchni blachy, nazywamy je dalej kierunkami x i y , gdzie x jest kierunkiem walcowania blachy, y kierunkiem poprzecznym. Modelując trójwymiarowo obwody magnetyczne, potrzebujemy wartości charakterystyk nie tylko leżących na jej powierzchni, ale również charakterystykę blachy w kierunku normalnym. Kierunek ten będzie dalej nazywany kierunkiem z . W literaturze jest bardzo mało danych dotyczących charakterystyk w kierunku normalnym oraz metod ich pomiaru. Istnieją dwie przyczyny tego faktu. Pierwszym jest to, że najważniejsze w modelowaniu zagadnień polowych są zjawiska w kierunkach leżących na powierzchni blachy. Składowa normalna natężenia pola magnetycznego w zblachowanych strukturach wynosi poniżej 10% składowych w kierunku x i y . Zakłada się często, że strumień normalny generuje tylko zjawiska wtórne. W związku z tym skupiano się na charakteryzowaniu blach 2D. Jeżeli chcemy analizować zjawiska powodowane przez strumień o kierunku normalnym, takie jak np. prądy wirowe, musimy zdać sobie sprawę, że choć amplituda strumienia jest niewielka, to powierzchnia, którą on przecina, jest znaczna. Często należy w takim przypadku przeanalizować prądy wirowe, nawet dla niewielkich częstotliwości. Typowym przykładem takiego zjawiska jest zaplecenie step-lap naroża transformatora, gdzie wpływ strumienia normalnego nie powinien być pomijany [50, 113, 163, 210, 366].

Drugim powodem jest to, że charakteryzacja blachy w kierunku normalnym jest trudna ze względu na znaczny wpływ prądów wirowych. Ocena wpływu prądów wirowych na własności magnetyczne blachy w kierunku normalnym została przedstawiona w [208]. Autorzy przewidywali, że przenikalność magnetyczna w kierunku normalnym μ_z jest bliska przenikalności powietrza. W innych pozycjach literatury [145, 168, 207, 272, 276, 369] można znaleźć sugestie, że najprawdopodobniej przenikalność magnetyczna względna μ_z jest rzędu 20-100. Do pomiaru charakterystyki blachy w kierunku normalnym nie można stosować klasycznych metod pomiarowych przedstawionych w rozdziale 6.

Autorzy zaproponowali metodę pomiaru charakterystyki w kierunku normalnym do powierzchni blachy, stosując magnetyzację statyczną.

Prąd zasilający układ jest stały, natomiast cewka pomiarowa przesuwa się ze stałą prędkością w szczelinie. Wykonano dwa stanowiska pomiarowe: pierwsze pozwalające sprawdzić prawidłowość metody i ocenić występujące problemy, drugie, za pomocą którego wykonano pomiar charakterystyki.



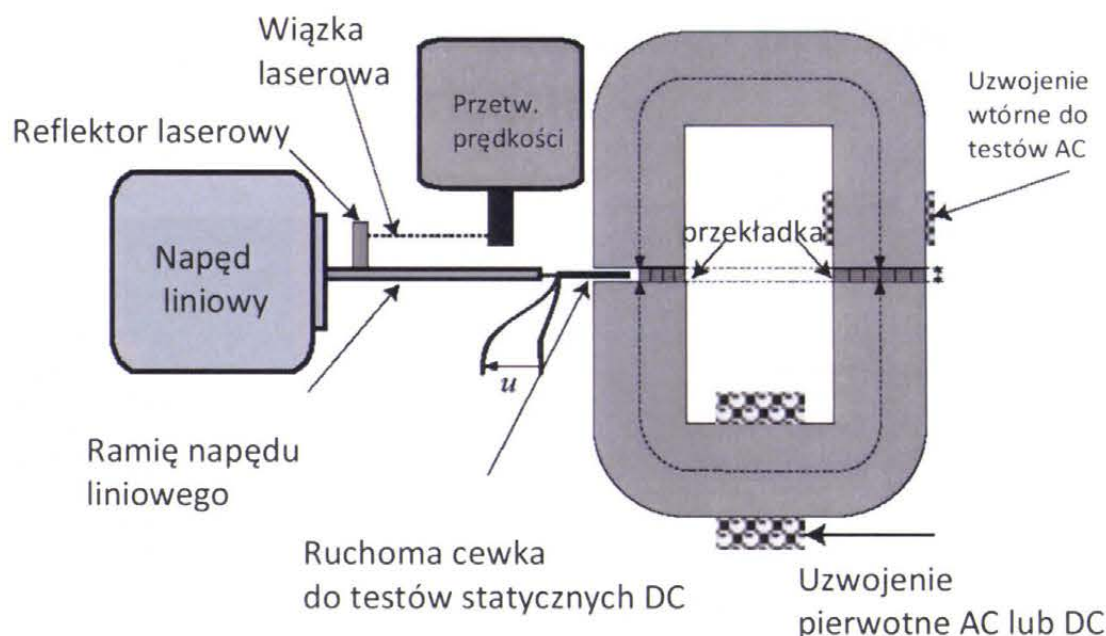
Rys. 7.1. Zasada charakteryzacji stałoprądowej

7.1. Prezentacja metody

Zasada pomiaru zostanie wyjaśniona wraz z prezentacją pierwszego stanowiska pomiarowego. Zastosowano metodę statyczną, czyli prąd wymuszający jest stały w czasie. Strumień magnetyczny jest również stały w czasie, w związku z czym nie indukują się prądy wirowe w blasze. Otrzymana charakterystyka jest niezależna od częstotliwości. Aby otrzymać konieczną do pomiaru siłę elektromotoryczną, cewka pomiarowa przesuwa się ze stałą prędkością v w szczelinie pomiarowej. Ruch cewki jest prostopadły do strumienia, tak jak to pokazano na rysunku 7.1. Cewka ma długość L i szerokość h . Powierzchnia przecinana przez strumień magnetyczny jest równa S i indukuje się w niej siła elektromotoryczna. Zakładamy, że rozkład pola w szczelinie jest równomierny, a strumień przecinający powierzchnię S jest równy $\Phi = B \times S$. Siłę elektromotoryczną obliczamy z zależności:

$$e = n_e = n_e \frac{d\Phi}{dt} = n_e B \frac{dS}{dt} = n_e B \frac{d(h\delta)}{dt} = n_e B h \frac{d\delta}{dt} = n_e B h v \quad (7.1)$$

Jak widać, SEM zależy od wysokości cewki, ilości zwojów cewki pomiarowej, uśrednionej w przekroju indukcji oraz prędkości, z jaką przesuwa się cewka. Pierwsze stanowisko pomiarowe pokazane jest na rysunku 7.2.



Rys. 7.2. Stanowisko pomiarowe do charakterystyki statycznej

Obwód magnetyczny jest zbudowany z dwóch kształtek U, każda składa się z materiału anizotropowego uwarstwionego. Kierunek walcowania blachy kształtek jest równoległy do części pionowej magnetowodu. Przy tak ukształtowanym magnetowodzie mierzony jest strumień prostopadły do blachy umieszczonej w szczelinie z próbką. Kształtki są rozdzielone dwiema szczelinami o grubości 0,3 mm. Niemagnetyczne przekładki pozwalają nadać układowi konieczną sztywność i utrzymać szerokość szczeliny. Całość jest sprasowana. Na dolnym jarzmie nawinięto cewkę zasilającą o 150 zwojach. Przesuwająca się cewka pomiarowa została nawinięta drutem o średnicy 0,05 mm i ma 5 zwojów. Ruch cewki jest zapewniony przez napęd liniowy rewersyjny sterowany przez generator częstotliwościowy. Prędkość ruchu jest mierzona przez miernik laserowy. W celu porównania pomiarów statycznych z pomiarami dynamicznymi dla niskich częstotliwości nawinięto na górnym U cewkę pomiarową o 150 zwojach.

Celem pierwszego testu było pomierzenie pętli histerezy dla całego magnetowodu zawierającego dwie kształtki U oraz dwie szczeliny. Przeprowadzono dwa pomiary: pierwszy stałoprądowy i drugi dla częstotliwości 50 Hz. W zaproponowanej metodzie pominięto istnienie strumienia rozproszenia. Aby sprawdzić, czy takie uproszczenie jest dopuszczalne, pomierzono pole wokół magnetowodu. Stwierdzono, że w pobliżu magnetowodu, w odległości odpowiadającej szerokości cewki pomiarowej

(0,1 mm) wartości indukcji magnetycznej są pomijalnie małe, rzędu 1%, dla strumienia głównego.

Z prawa przepływu otrzymujemy:

$$H_{iron} \cdot l_{iron} + H_{ag} \cdot l_{ag} = I n \quad (7.2)$$

gdzie I jest prądem wymuszenia, n liczbą zwojów cewki wymuszającej, H_{iron} jest natężeniem pola magnetycznego w żelazie, l_{iron} jest długością części ferromagnetycznej magnetowodu, H_{ag} jest natężeniem pola w szczelinie powietrznej, l_{ag} jest sumą długości obu szczelin powietrznych.

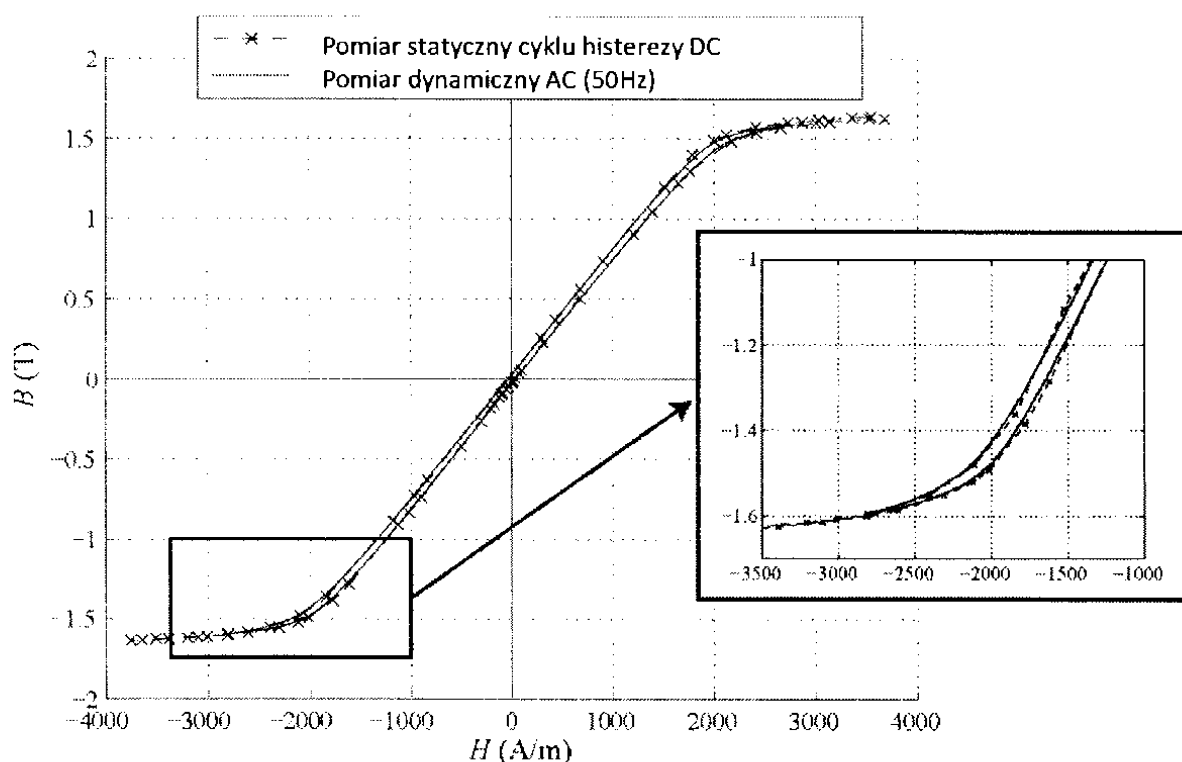
Stąd natężenie pola magnetycznego w żelazie jest dane zależnością

$$H_{iron} = \frac{nI - H_{ag} l_{ag}}{l_{iron}} = \frac{nI}{l_{iron}} - \frac{B_{ag} l_{ag}}{\mu_0 l_{iron}} = \frac{nI}{l_{iron}} - \frac{B l_{ag}}{\mu_0 l_{iron}} \quad (7.3)$$

gdzie $B_{ag} = B_{iron} = B$ jest indukcją w obwodzie magnetycznym.

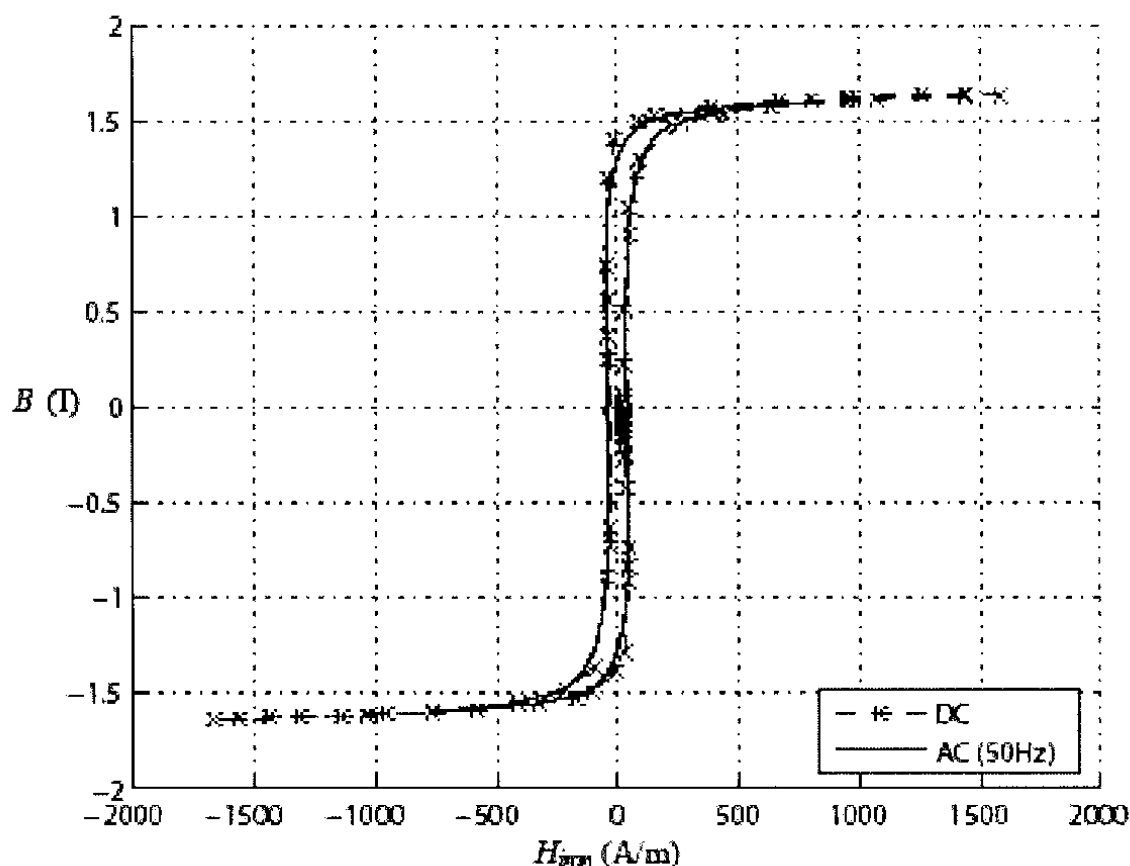
Należy podkreślić, że w zależności 7.3 odejmowane są dwa składniki, które mają wartości bardzo zbliżone. Jest to wada proponowanej metody i może doprowadzić do błędów w obliczeniach charakterystyki. Wykażemy dalej, że znajomość charakterystyki kształtki-szczeliny nie jest konieczna do obliczenia charakterystyki próbki w kierunku normalnym do jej powierzchni.

Pierwszy pomiar miał na celu określenie pętli histerezy całego układu (bez próbek).



Rys. 7.3. Pętla histerezy pomierzona dla całego układu przy częstotliwości 50 Hz i dla pomiaru stałoprądowego

Na rysunku 7.3 pokazano pętle histerezy magnetowodu urządzenia pomiarowego dla częstotliwości 50 Hz oraz przy wymuszeniu statycznym. Obie krzywe praktycznie się pokrywają, różnica nie przekracza 9%. Wynika to z faktu, że magnetowód wykonany jest z blach o grubości 0,16 mm o bardzo małych stratach histerezowych. Indukowane prądy wirowe są tu pomijalnie małe i wyniki pomiaru dla 50 Hz pokrywają się z wynikami pomiaru stałoprądowego. Mierzimy pole w magnetowodzie, czyli składową w kierunku walcowania blachy, indukcja jest znaczna, ale powierzchnia jest mała i można pominąć prądy wirowe. Na rysunku 7.4 przedstawiono wyniki takiego samego pomiaru, usunięto jedynie szczeliny powietrzne, dwa U stykają się. Tu również obie krzywe praktycznie się pokrywają.

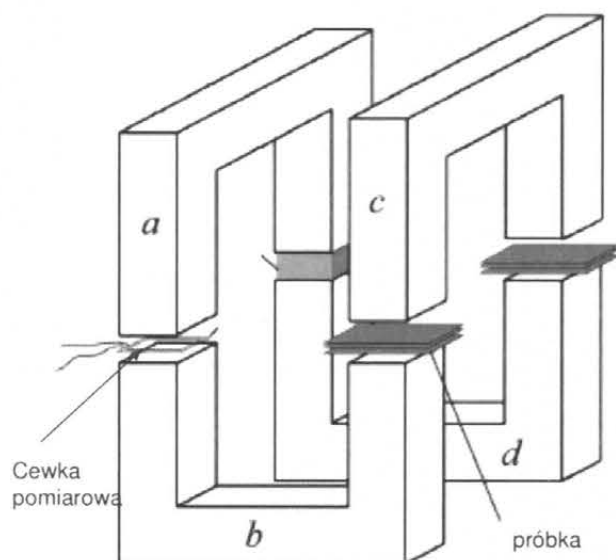


Rys. 7.4. Charakterystyka materiału magnetowodu po usunięciu szczelin powietrznych

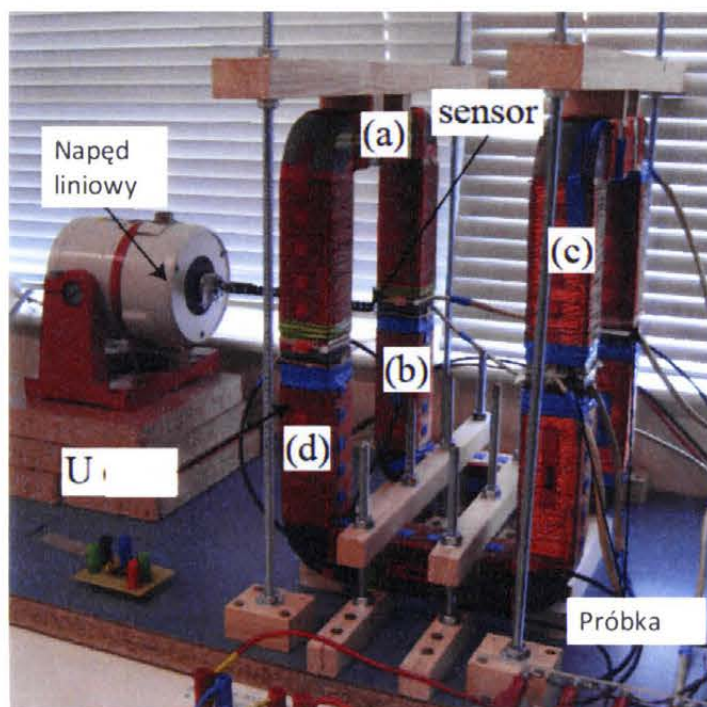
Pierwszy układ pomiarowy pozwolił sprawdzić prawidłowość proponowanej metody, natomiast do pomiarów przenikalności magnetycznej w kierunku z zastosowano inny układ. Decyzja ta wynikała z ograniczeń liczby blach, które można mierzyć w jednej szczelinie. Szczelina z próbkami ma około 0,6 mm grubości, czyli jednocześnie można mierzyć tylko 2 blachy.

7.2. Układ pomiarowy

a)



b)

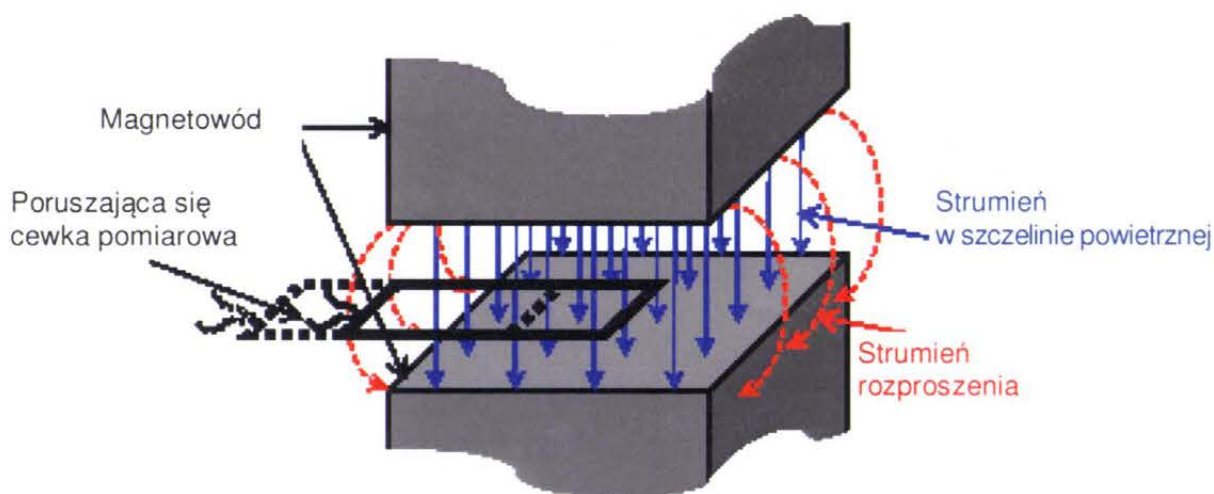


Rys. 7.5. Układ do pomiaru charakterystyki blachy w kierunku normalnym do jej powierzchni, schemat (a), układ rzeczywisty (b)

Na rysunku 7.5 przedstawiono schematyczną geometrię i zdjęcie układu pomiarowego. Magnetowód jest zbudowany z czterech kształtek U i czterech szczelin. Dwie z nich mają stałą szerokość 0,6 mm. W szczelinie między elementem (a) i (b) przesuwa się cewka pomiarowa. Ta szczelina będzie nazywana dalej szczeliną pomiarową. W szczelinie pomiędzy gałęzią (a) i (d) umieszczono przekładkę niemagnetyczną, w celu utrzymania stałej odległości i symetrii układu. Dwie pozostałe szczeliny mają szerokość regulowaną i umieszczane są w nich mierzone

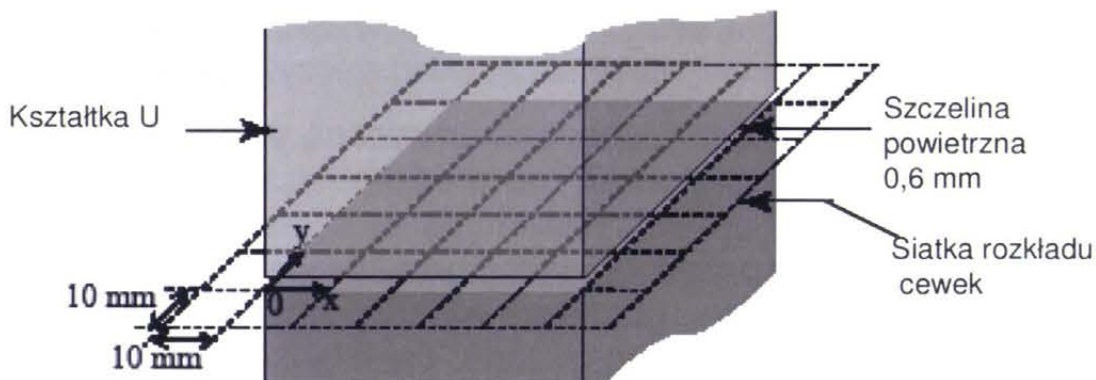
blachy. Żeby zachować symetrię, liczba blach w każdej ze szczelin powinna być taka sama. W większości prowadzonych pomiarów mierzono 10-100 blach. Strumień główny w magnetowodzie jest prostopadły do powierzchni mierzonych próbek. Jeżeli pominiemy strumień rozproszenia, strumień przenikający próbkę jest prostopadły do jej powierzchni, czyli pozwala na pomiar przenikalności magnetycznej w kierunku normalnym do powierzchni.

Głównym powodem niedokładności metody jest przyjęcie stałej indukcji na przekroju blachy oraz nieuwzględnianie strumienia rozproszenia. Z tego powodu metoda ta będzie dalej nazywana metodą przybliżoną, a zostanie zaproponowana metoda dokładna. Na rysunku 7.6 przedstawiono strumień główny i strumień rozproszenia w szczelinie pomiarowej. W celu zminimalizowania tego efektu cewkę zasilającą rozłożono równomiernie wzdłuż całego magnetowodu z wyjątkiem naroży. Na każdym z 4 ramion umieszczono 300 zwojów.



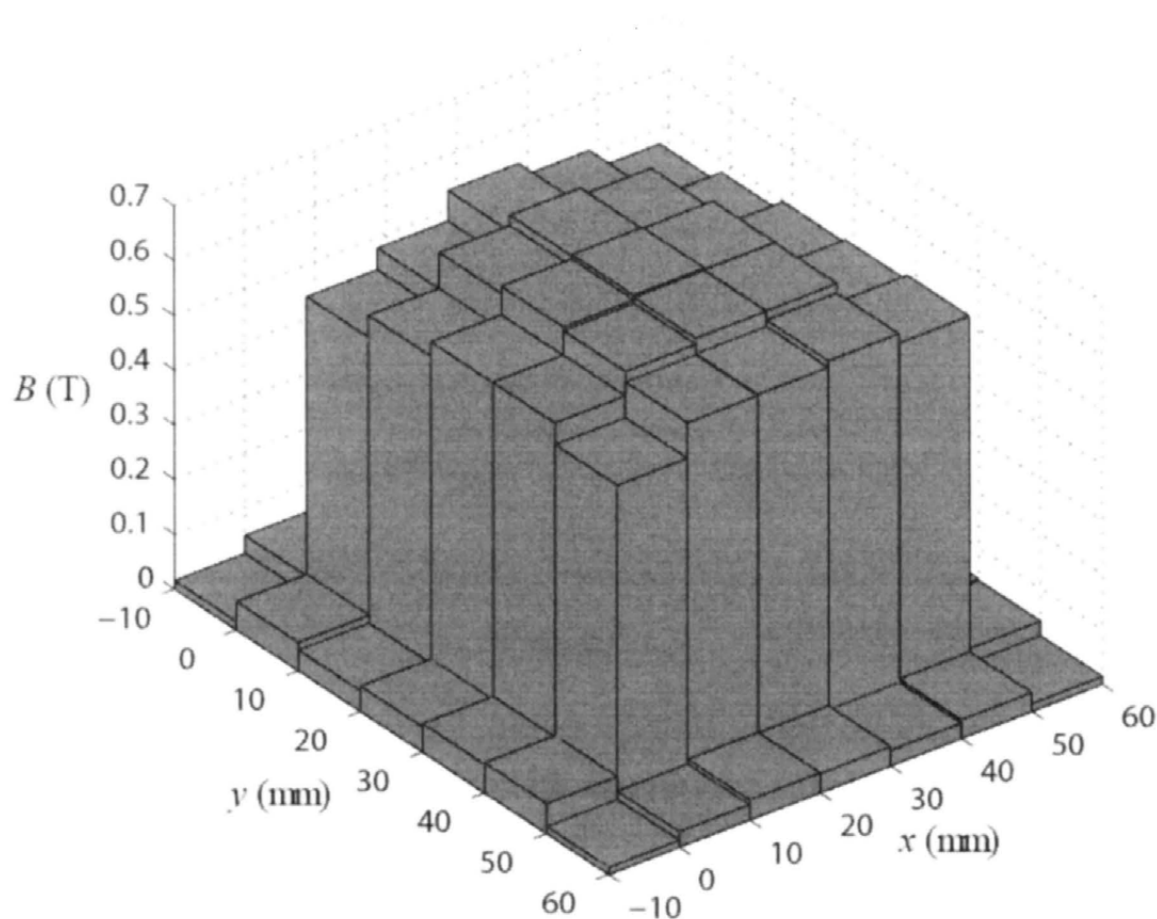
Rys. 7.6. Strumień rozproszenia w szczelinie pomiarowej

Na rysunku 7.7 pokazano sposób pomiaru równomierności rozkładu indukcji w przekroju poprzecznym magnetowodu i wartości strumienia rozproszenia w okolicach szczeliny pomiarowej. Rozmieszczono w szczelinie równomierną siatkę czujników z 49 cewkami, każda posiadająca 5 zwojów o wymiarach 1 cm × 1 cm.



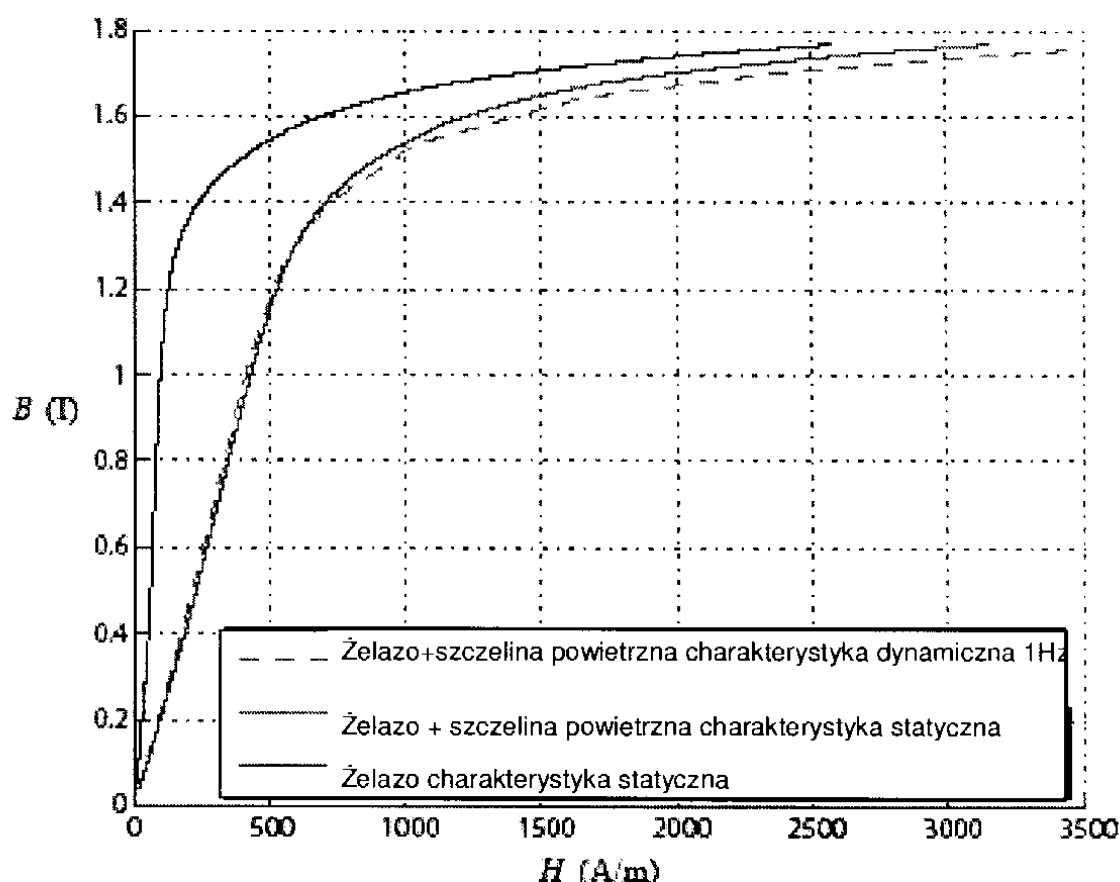
Rys. 7.7. Rozmieszczenie czujników w szczelinie powietrznej

Wyniki pomiaru rozkładu indukcji w szczelinie i w jednocentymetrowym otoczeniu szczeliny pokazano na rysunku 7.8. Średnia wartość indukcji jest rzędu 0,65 T, a rozrzut wartości od -6.5% do $+5\%$; jak widać na rysunku, największe wahania występują w okolicach naroży. Można powiedzieć, że przyjęcie stałego rozkładu indukcji jest uproszczeniem dopuszczalnym dla tych zakresów indukcji. Przy indukcjach przekraczających 1 T strumień rozproszenia i nierównomierność rozkładu wyraźnie rosły.



Rys. 7.8. Rozkład indukcji w szczelinie

Na rysunku 7.9 przedstawiono trzy charakterystyki: pierwsza została pomierzona dla magnetowodu ze szczelinami bez próbek pomiarowych metodami statycznymi, druga dynamicznie przy częstotliwości 1 Hz, trzecią charakterystykę obliczono dla żelaza zgodnie z zależnością 7.3. Dwie pomierzone krzywe prawie się pokrywają, co wynika z możliwości pominięcia prądów wirowych w magnetowodzie układu pomiarowego. Różnice nie przekraczają $4,5\%$. Natomiast krzywa obliczona różni się wyraźnie od krzywych pomierzonych. Uzyskana charakterystyka magnesowania żelaza magnetowodu pozwoli w dalszej części obliczyć charakterystyki próbki pomiarowej.



Rys. 7.9. Pomierzone i obliczone charakterystyki magnetowodu urządzenia pomiarowego

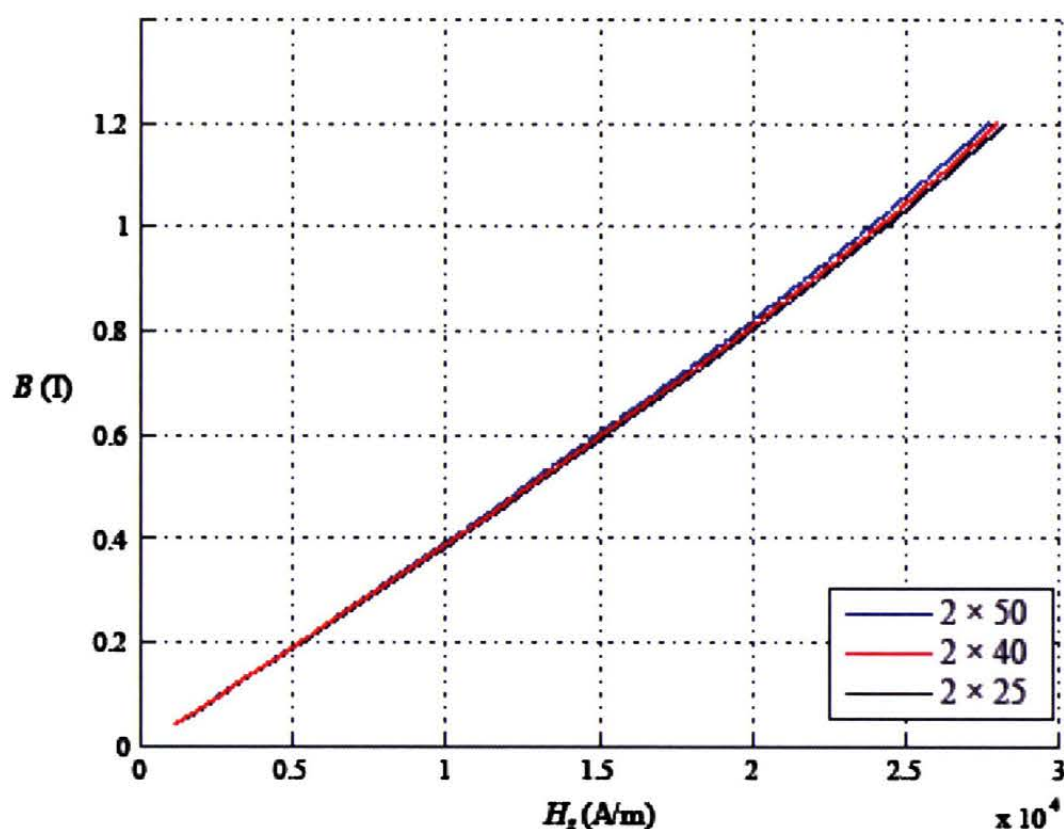
7.3. Pomiar i wyznaczenie charakterystyki próbki w kierunku normalnym

Pierwszy cykl pomiarów dotyczy 100 blach anizotropowych (umieszczonych po 50 w dwóch szczelinach powietrznych). Pomiary wykonano dla blach o grubości 0,35 mm (M140-35S) wykonanych przez Thyssen-Krupp Electrical Steel Company; straty w blasze przy indukcji 1,7 T i częstotliwości 50 Hz wynoszą 1,40 W/kg [338]. W pierwszym etapie wykonywany jest pomiar bez próbek, a następnie z próbkami. Przenikalność normalna w blasze jest obliczana z zależności:

$$\mu_z^S = \frac{n_s l_s B}{n l - H_{iron}(B) l_{iron} - \frac{B}{\mu_0} l_g} \quad (7.4)$$

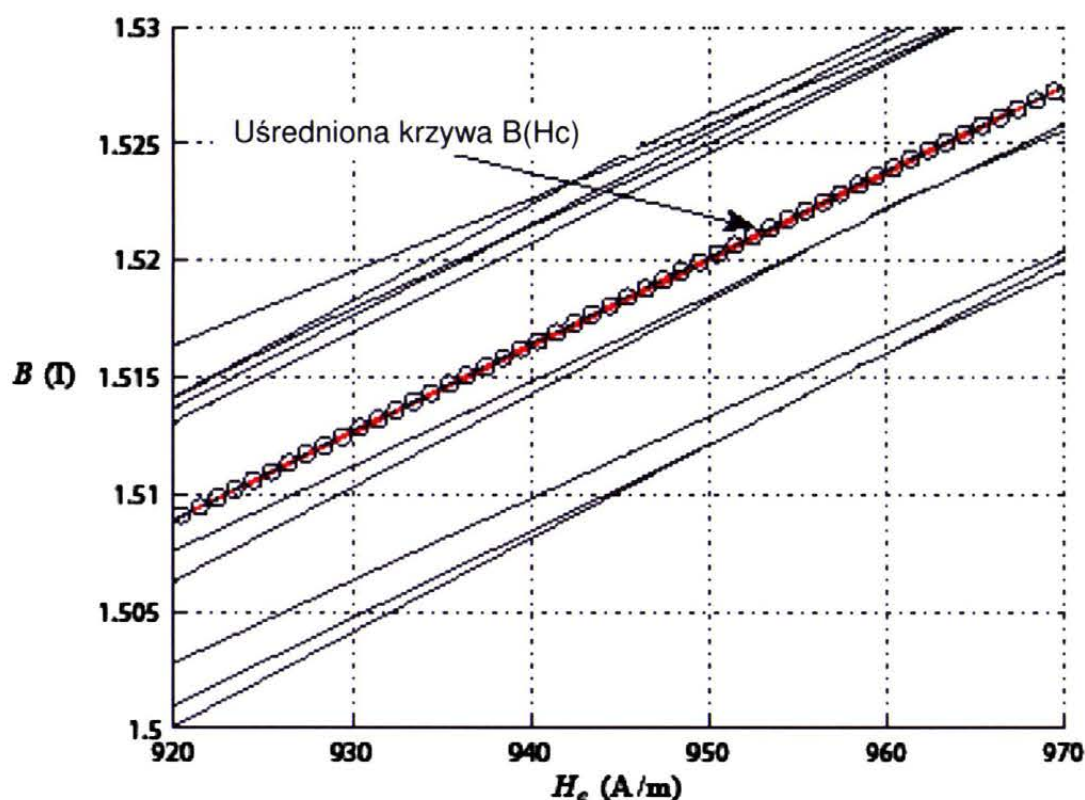
gdzie n_s jest ilością blach, l_s grubością blachy (0,35 mm w tym przypadku); wyrażenie w mianowniku wynika ze wzoru (4.3) i dotyczy przepływu w szczelinach i w rdzeniu. Niemożliwe jest oblicze-

nie μ_z^S bez dokładnej wartości I_{iron} oraz I_g . Wartości te obliczamy na podstawie $B(I_n)$ otrzymanego dla magnetowodu bez próbek. Przeprowadzono serię pomiarów, w tych samych warunkach dla różnej liczby blach w szczelinie. Wyniki przedstawiono na rysunku 7.10. Wyniki pomiarów nie zależą od liczby blach i krzywe dla różnej liczby blach praktycznie się pokrywają.



Rys. 7.10. Przenikalność blach w kierunku normalnym pomierzona dla 50, 80 i 100 blach

Na rysunku 7.11 pokazano powiększoną część charakterystyki, co pozwala ocenić rozrzut wyników. Różnice nie przekraczają 1%. Obliczone wartości względnej przenikalności magnetycznej w części prostoliniowej są praktycznie zawarte pomiędzy 42 a 54. W literaturze można znaleźć kilka wzmianek dotyczących prawdopodobnie małych wartości przenikalności magnetycznej w kierunku normalnym [272, 276]. Zewnętrzne pole jest tu prostopadłe do kierunku preferencyjnego. Niska przenikalność magnetyczna w części prostoliniowej wynika z trudnego ustawiania się domen w tym kierunku.



Rys. 7.11. Rozrzut pomiaru

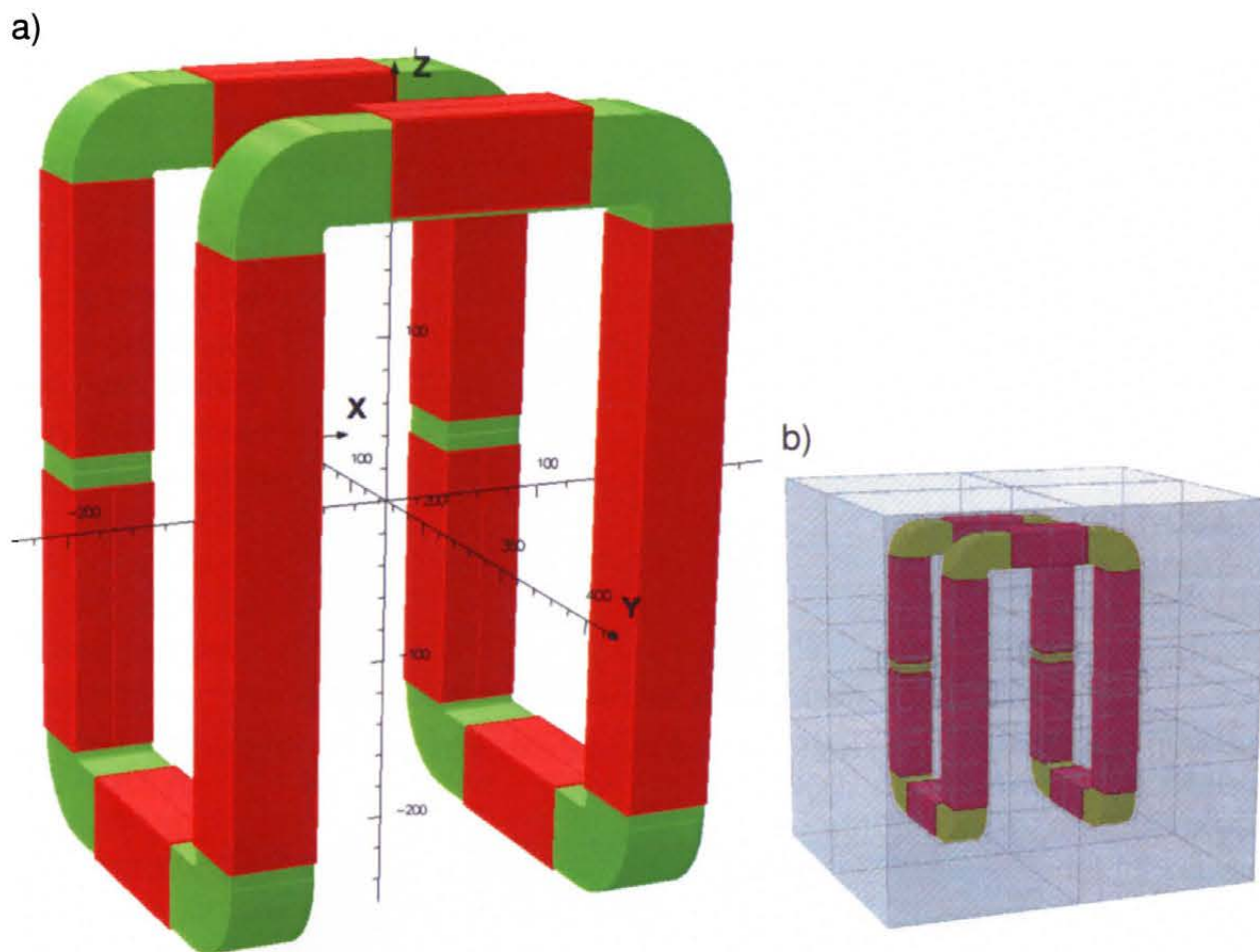
Błędy pomiarowe są wprowadzane przez szereg składowych systemu pomiarowego i można je oszacować następująco:

- prąd I jest mierzony z dokładnością 1 mA, a wartości prądu są zawarte między 30 mA a 8 A,
- pomiary prędkości przesuwania się sondy pomiarowej v oraz e mogą być obciążone błędem rzędu 9%,
- szerokość cewki pomiarowej wynosi 35 mm i zostało to pomierzone z dokładnością do $\pm 0,5$ mm.

7.4. Model polowy

W omówionej wcześniej metodzie przybliżonej zrobiono szereg założeń upraszczających. Przyjęto równomierny rozkład indukcji w całym magnetowodzie i w próbce, pominięto strumień rozproszenia. W związku z tym autorzy zdecydowali się opracować metodę, która pozwoli zlikwidować uproszczenia, to znaczy przyjąć realny rozkład pola w magnetowodzie i otaczającej go przestrzeni. Wartość indukcji jest mierzona w szczelinie pomiarowej, natomiast badane próbki znajdują się w dwóch szczelinach w innych częściach magnetowodu (rys. 7.5). Aby dokonać identyfikacji wartości indukcji w próbce, w oparciu o wartość pomierzoną w szczelinie pomiarowej zamodelowano układ pomiarowy, korzystając z pakietu Opera 3D. Do symulacji użyto modułu TOSCA, pozwalającego

na obliczenia układów stałoprądowych. Zamodelowany układ pomiarowy składa się z 6247961 liniowych ostrosłupów i z 97961 ostrosłupów o aproksymacji kwadratowej. Na rysunku 7.12 pokazano aktywną część modelu wraz z otaczającym powietrzem. Obszar otaczający jest na tyle duży, że wpływ warunku brzegowego na brzegu obszaru na rozwiązanie w obszarze obiektu jest znikomy. W celu dokładnego określenia strumienia rozproszenia zastosowano bardzo gęstą siatkę elementów w tym obszarze. Na rysunkach 7.13 i 7.14 pokazano siatkę elementów w szczelinie pomiarowej i wokół niej.



Rys. 7.12. Część aktywna modelu MES (a) dla urządzenia pomiarowego (b)

W modelu zastosowano zredukowany potencjał skalarny Ψ pozwalający uwzględnić obecność prądów wymuszających o znanym rozkładzie. Natężenie pola magnetycznego może być wyrażone przez trzy składowe:

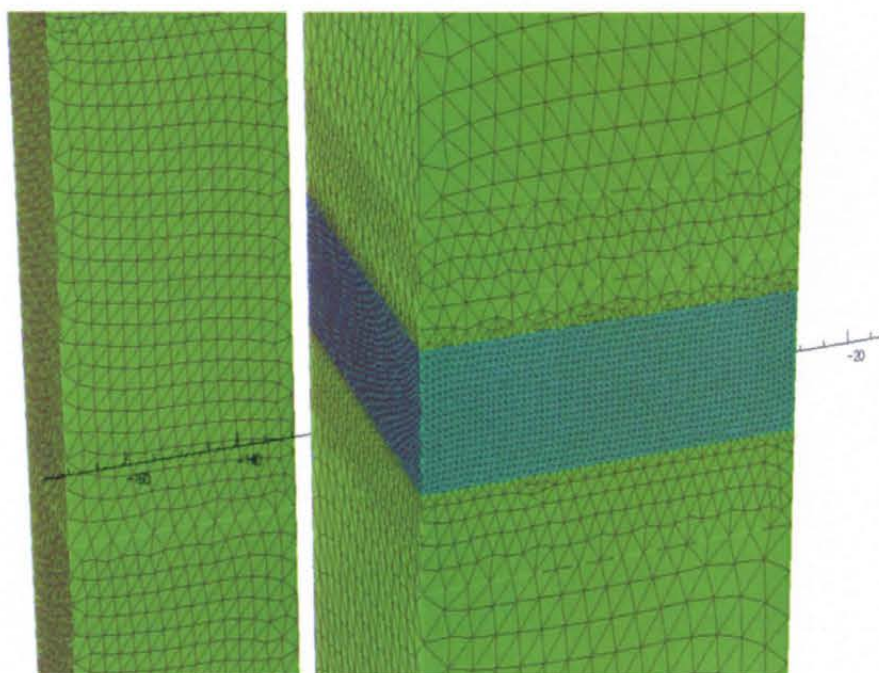
$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_m + \mathbf{H}_e \quad (7.5)$$

gdzie $\mathbf{H}_s$ jest polem wzbudzonym przez źródła umieszczone w powietrzu, $\mathbf{H}_m$ reprezentuje wpływ materiałów ferromagnetycznych, a $\mathbf{H}_e$ wynika z istnienia prądów wirowych. W naszym przypadku, ponieważ analiza jest magnetostatyczna, prądy wirowe nie wzbudzą

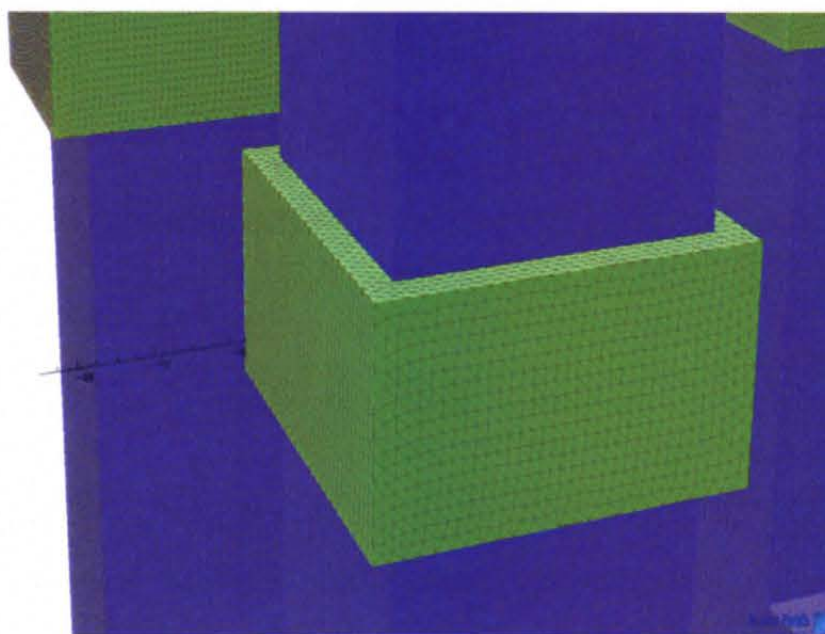
dzają się i składnik ten jest równy zeru. Pierwsza składowa jest obliczana z prawa Biota-Savarta:

$$\mathbf{H}_s = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} = \int_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{1}_r}{4 \pi r^2} dV \quad (7.6)$$

gdzie $\mathbf{J}$ jest wektorem gęstości prądu, $\mathbf{1}_r$ jest wektorem jednostkowym w kierunku $\mathbf{r}$ określonym przez położenie źródła prądowego i punktu, w którym obliczane jest pole, V jest objętością, a r odległością pomiędzy źródłem prądowym a punktem, w którym obliczane jest pole.



Rys. 7.13. Siatka metody elementów skończonych w szczelinie



Rys. 7.14. Elementy w przestrzeni otaczającej szczelinę

Pozostałe dwie składowe można wyrazić w postaci magnetycznego potencjału skalarnego Φ .

$$\mathbf{H}_m + \mathbf{H}_e = -\text{grad} \Phi \quad (7.7)$$

Wypadkowe natężenie pola magnetycznego będzie miało postać:

$$\mathbf{H} = \int_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{1}_r}{4\pi r^3} dV - \text{grad} \Phi \quad (7.8)$$

Zaletą takiego sformułowania jest redukcja liczby równań, a co z tym związane zmniejszenie czasu obliczeń. W niektórych przypadkach nie jest to oczywiste, bo czas obliczeń składowej wynikającej z istnienia źródła, dla skomplikowanego kształtu cewki może być długi. Inną zaletą stosowania potencjału skalarnego jest możliwość nieumieszczania uzwojeń w strukturze siatki elementów.

W celu sprawdzenia modelu pierwsza symulacja została wykonana dla urządzenia bez próbek pomiarowych. Wyniki symulacji zostały porównane z wynikami pomiaru. Wyniki te przedstawiono na rysunku 7.15. Różnica pomiędzy obliczoną i pomierzoną wartością indukcji w środku szczeliny pomiarowej wynosi 0,5%. Jest to wystarczająca zgodność pozwalająca zaakceptować proponowany model.

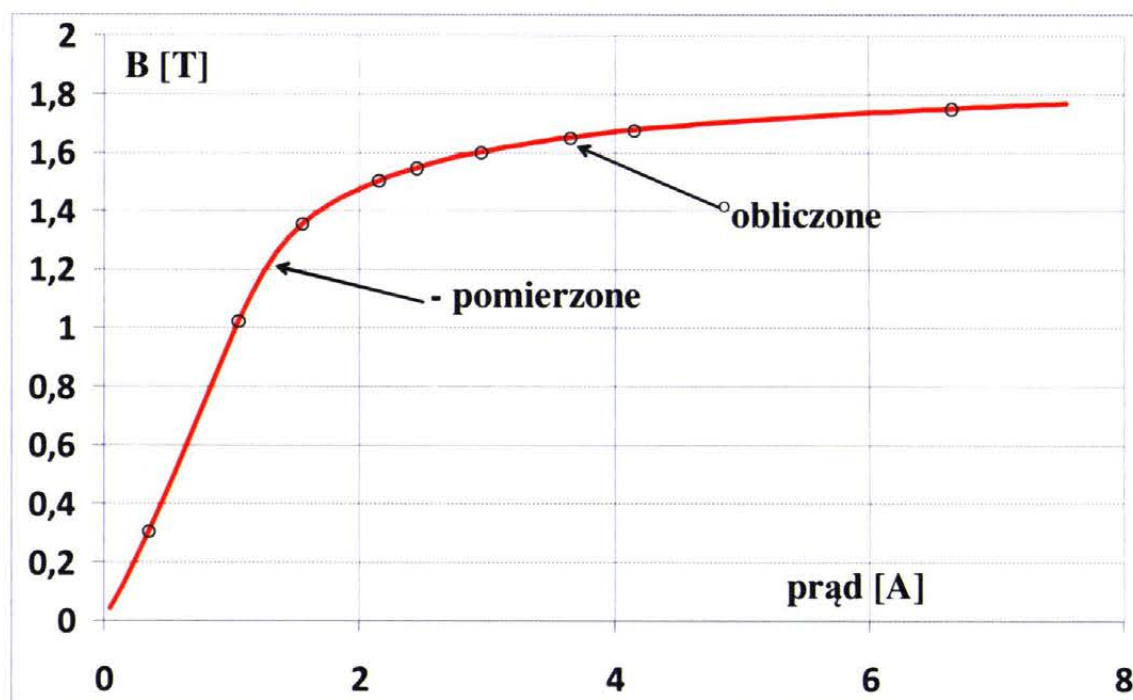
Następnie umiejscowiono próbki pomiarowe w szczelinach i powtórzono symulację. Przyjęto, że próbka jest izotropowa i rozkład indukcji w niej jest równomierny. Przyjęcie izotropowości wynika z faktu, że składowe indukcji w kierunkach x i y są pomijalnie małe, a uwzględnianie anizotropii zbyt komplikuje model.

Przeprowadzono szereg iteracji, przyjmując różne wartości przenikalności oraz równomierny rozkład indukcji w próbce. Zakładano stałą przenikalność w próbce i zmienną nieliniową przenikalność w pozostałej części magnetowodu. Iteracje prowadzono tak długo, aż wartość indukcji pomierzona w szczelinie odpowiadała wartości obliczonej. Podczas symulacji pakiet blach można było zastąpić litym materiałem. Jest to możliwe ze względu na brak prądów wirowych w modelu magnetostatycznym. Otrzymywana przenikalność dotyczyła materiału litego i należało ją przeliczyć, uwzględniając izolację międzyblachową. Przeliczano zgodnie z zależnością:

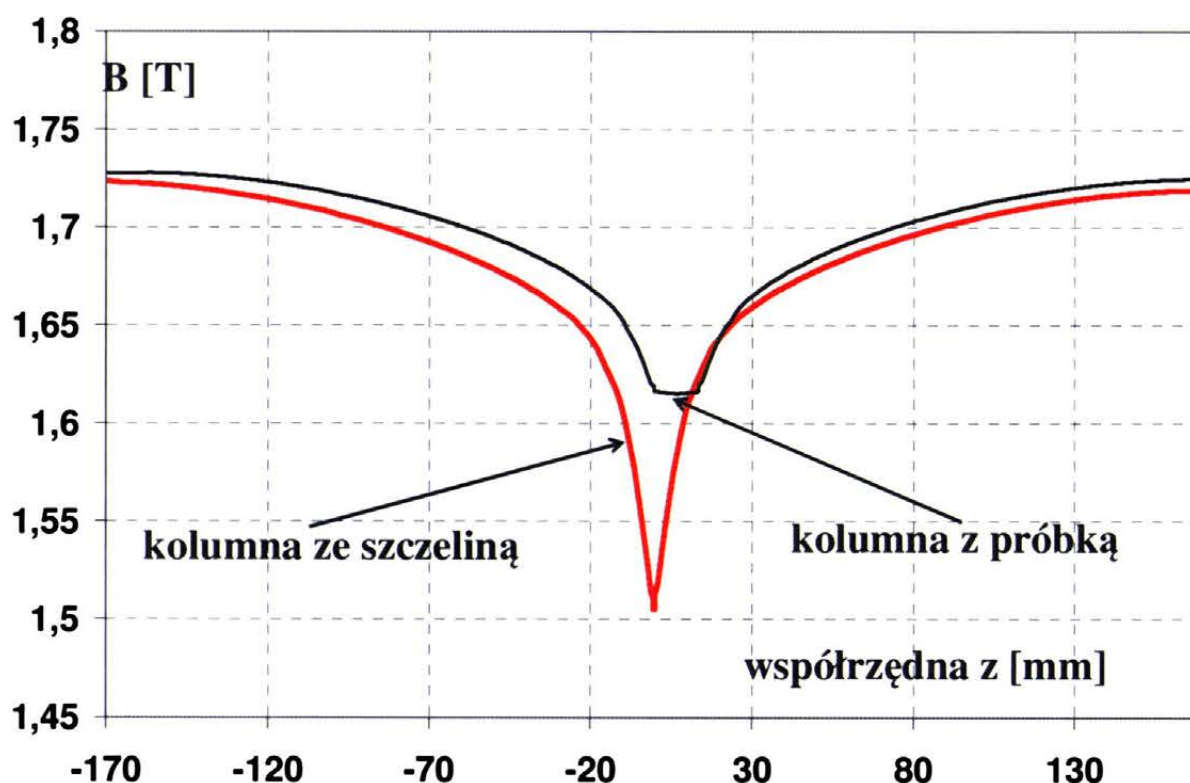
$$\mu_{Fe} = \mu_s \frac{l_{Fe}}{l_s - \mu_s(l_s - l_{Fe})} = \mu_s \frac{k_{pf}}{1 - \mu_s(1 - k_{pf})} \quad (7.9)$$

gdzie l_{Fe} jest grubością gołej, nieizolowanej blachy, l_s jest grubością blachy, μ_{Fe} jest przenikalnością magnetyczną żelaza (nieliniową, bo zastępcza przenikalność materiału litego jest nieliniowa), μ_s jest zastępczą przenikalnością pakietu blach, k_{pf} jest współczynnikiem wypełnienia.

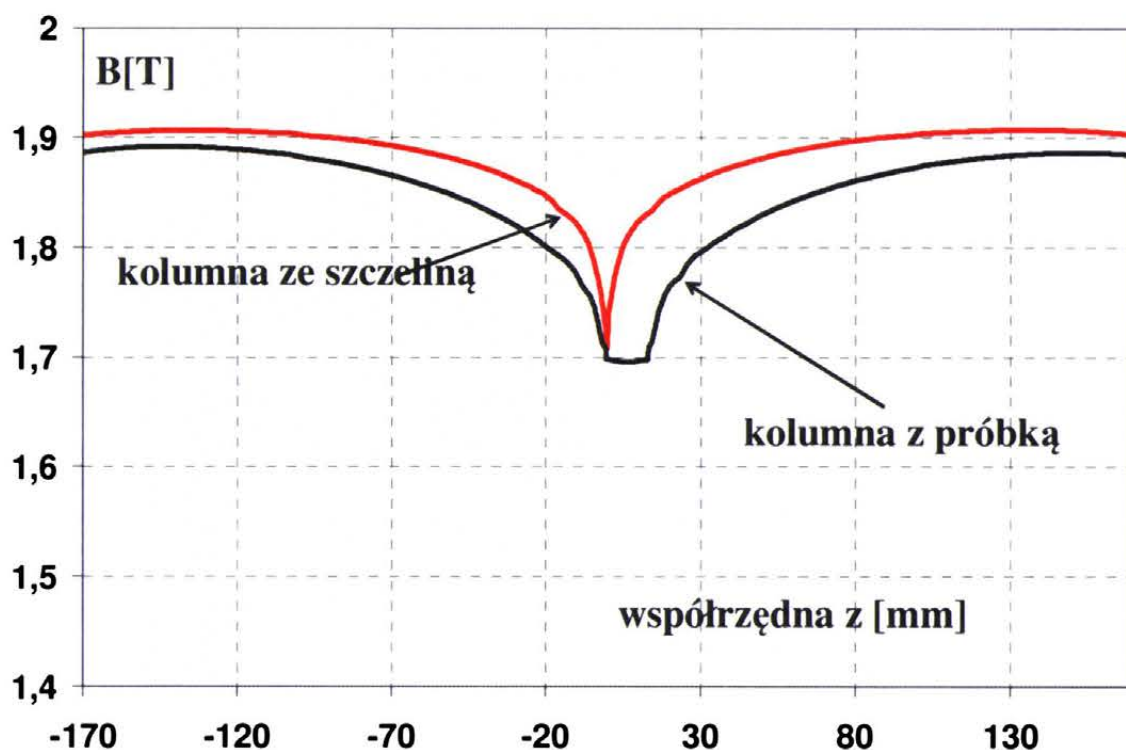
Grubość izolacji jest rzędu $4\text{ }\mu\text{m}$ dla każdej powierzchni, co daje dla 40 blach całość izolacji równą $0,32\text{ mm}$, więc współczynnik wypełnienia jest równy $k_{pf} = (13,77 - 0,32)/13,77 = 0,977$.



Rys. 7.15. Obliczona i pomierzona indukcja dla układu bez próbki



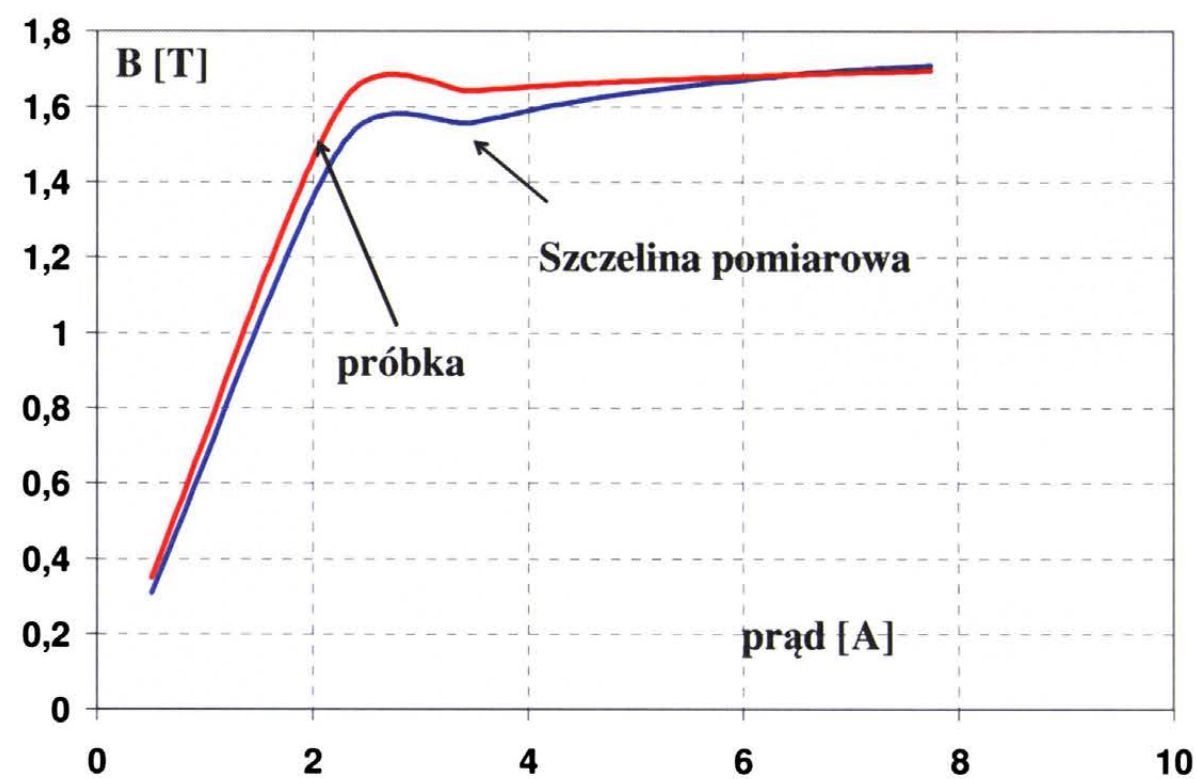
Rys. 7.16. Zmiana indukcji wzdłuż osi z (normalna do powierzchni próbki) w środku jarzma, dla kolumny z próbką pomiarową i dla kolumny z cewką pomiarową dla prądu wymuszającego $2,29\text{ A}$



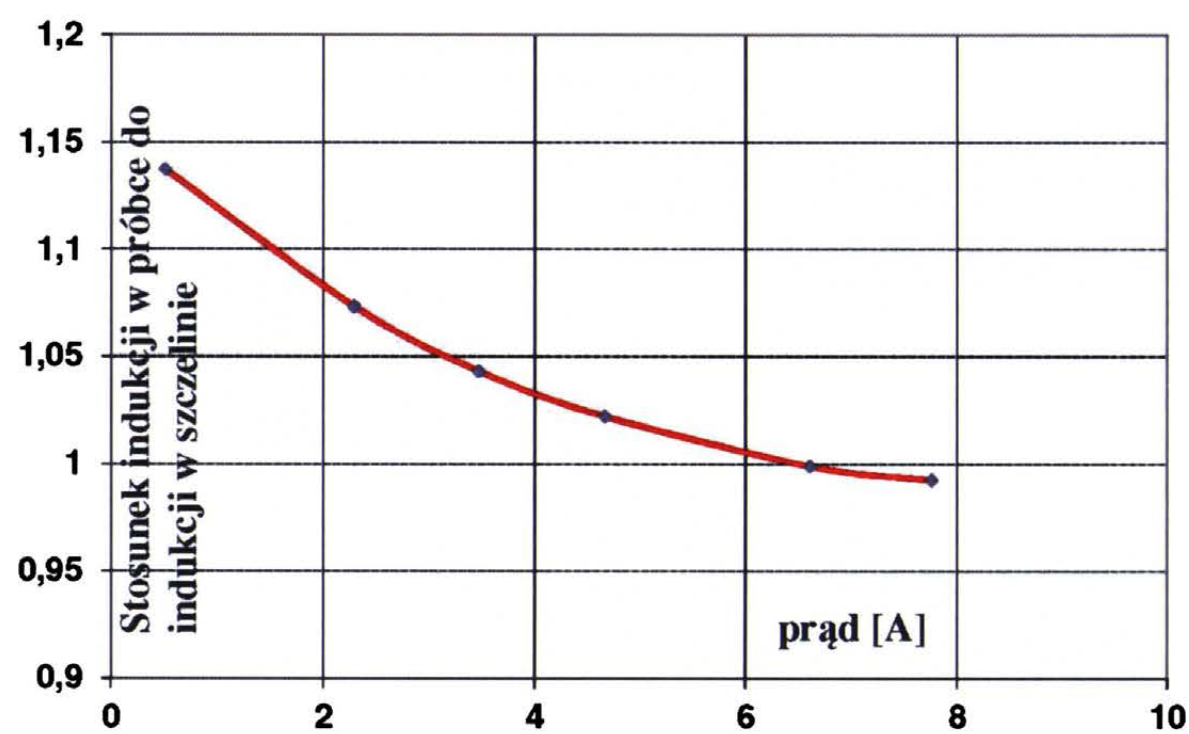
Rys. 7.17. Zmiana indukcji wzdłuż osi z (normalna do powierzchni próbki) w środku jarzma, dla kolumny z próbką pomiarową i dla kolumny z cewką pomiarową dla prądu wymuszającego 7,76 A

Symulacja pozwoliła określić przenikalność próbki, uwzględniając różnice wynikające z nasycenia w szczelinie pomiarowej i w próbce. Na rysunkach 7.16 i 7.17 pokazano rozkład indukcji wzdłuż osi z zgodnie z rysunkiem 7.12 w kolumnie zawierającej szczelinę z próbką i w kolumnie z cewką pomiarową dla różnych poziomów nasycenia. Kiedy nasycenie wzrasta, różnice pomiędzy dwiema krzywymi wzrastają i mogą osiągnąć nawet 14%. Na rysunkach 7.18 i 7.19 pokazano zmianę indukcji w szczelinie pomiarowej i w szczelinie z próbką w funkcji prądu wymuszenia. Analizując rysunek 7.19, można zauważyć, że stopień nierównomierności zmniejsza się wraz ze wzrostem prądu wymuszającego, tak dla części liniowej charakterystyki, jak i dla kolana. Dla silnych nasycień indukcja w cewce pomiarowej jest znacznie wyższa niż w próbce. Wewnątrz próbki rozkład indukcji jest praktycznie równomierny z wyjątkiem naroży, co pokazano na rysunkach 7.20 i 7.21.

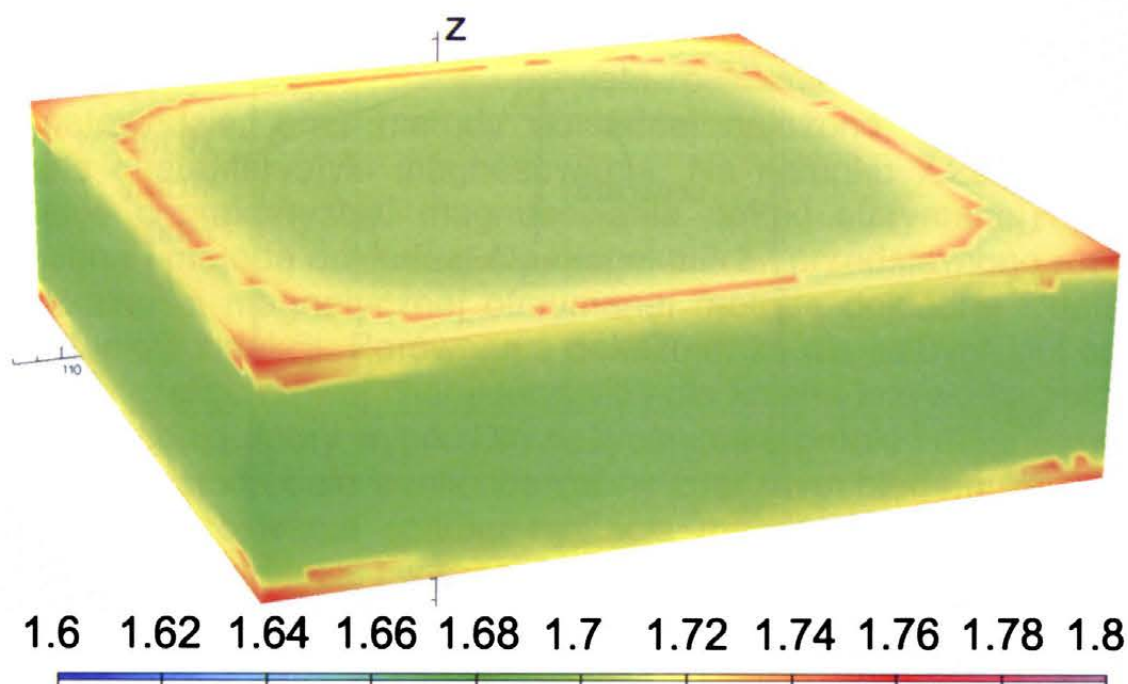
Rozkład pola wokół cewki pomiarowej jest mniej równomierny niż w próbce. Wynika to z faktu, że cewka zasilająca jest rozłożona równomiernie wokół szczeliny z próbką. Przykładowe rozkłady indukcji pokazano na rysunkach 7.22-7.25. Porównując krzywe z rysunków 7.22 i 7.23, można stwierdzić, że dla słabych wymuszeń indukcja jest stała, zarówno w szczelinie pomiarowej, jak i w próbce. Kiedy próbka i magnetowód urządzenia pomiarowego nasycają się, indukcja w próbce jest mniejsza niż indukcja w magnetowodzie.



Rys. 7.18. Indukcja w środku próbki i w środku szczeliny pomiarowej w funkcji prądu wymuszenia

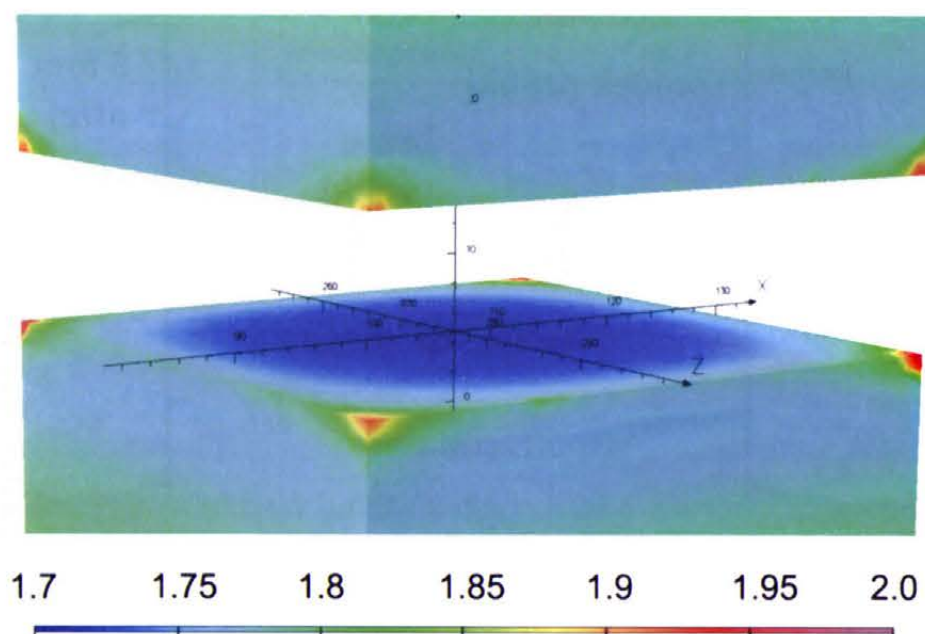


Rys. 7.19. Stosunek indukcji w próbce do indukcji w cewce pomiarowej w funkcji prądu wymuszającego

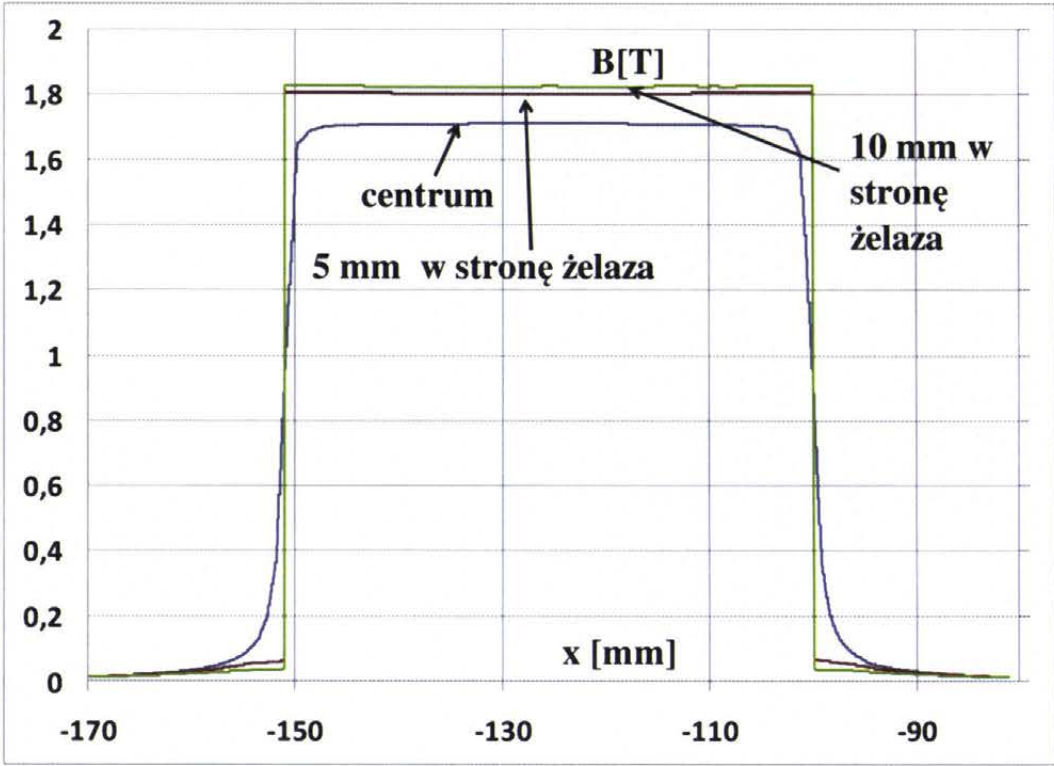


Rys. 7.20. Rozkład indukcji na powierzchni próbki dla prądu wymuszającego 7,76 A

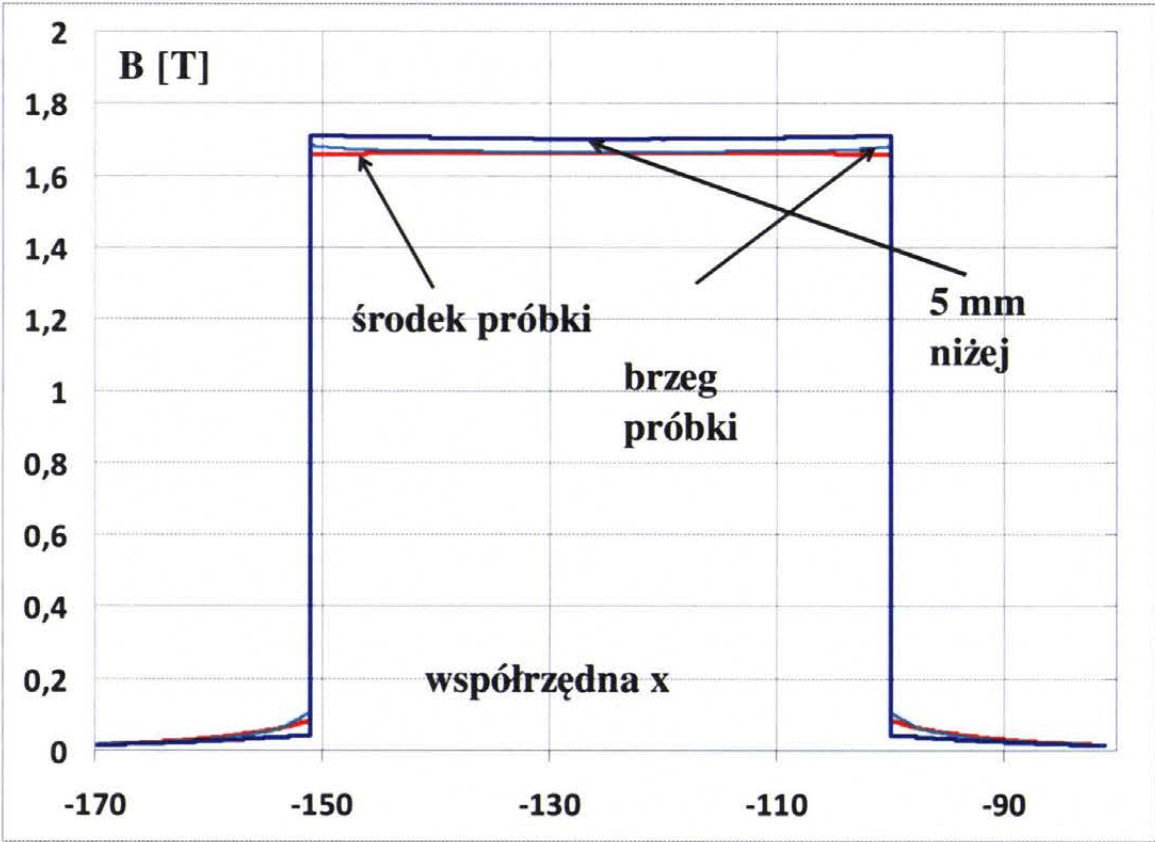
Nierównomierności rozkładu indukcji w magnetowodzie pozwalają stwierdzić, że uproszczenia przyjęte w metodzie prezentowanej w poprzednim podrozdziale wprowadzały niedokładności. Pominięcie strumienia rozproszenia nie było całkowicie uzasadnione. Użycie metody elementów skończonych i identyfikacja charakterystyki w kierunku normalnym dało dokładniejsze wyniki, z drugiej strony metoda uproszczona była mniej pracochłonna.



Rys. 7.21. Rozkład indukcji na powierzchni magnetowodu dla prądu nasycenia 7,76 A



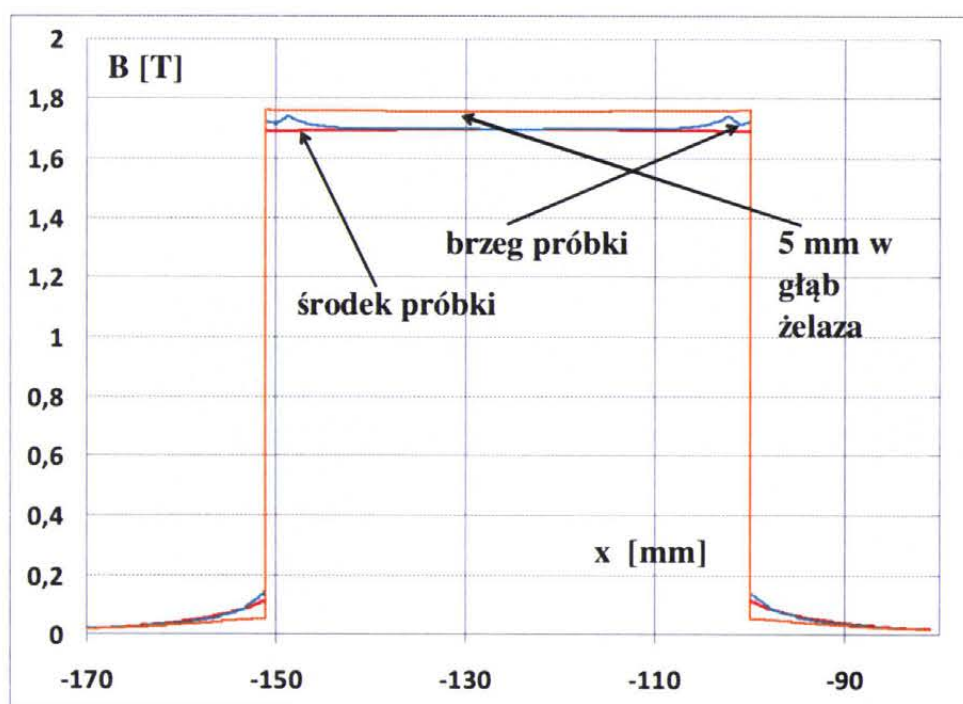
Rys. 7.22. Zmiana indukcji w funkcji x dla $y = 0$ i 3 wartości z (w centrum próbki, na krawędzi próbki i na głębokości 5 mm w magnetowodzie).
Prąd w uzwojeniu wzbudzającym $I = 7,76$ A



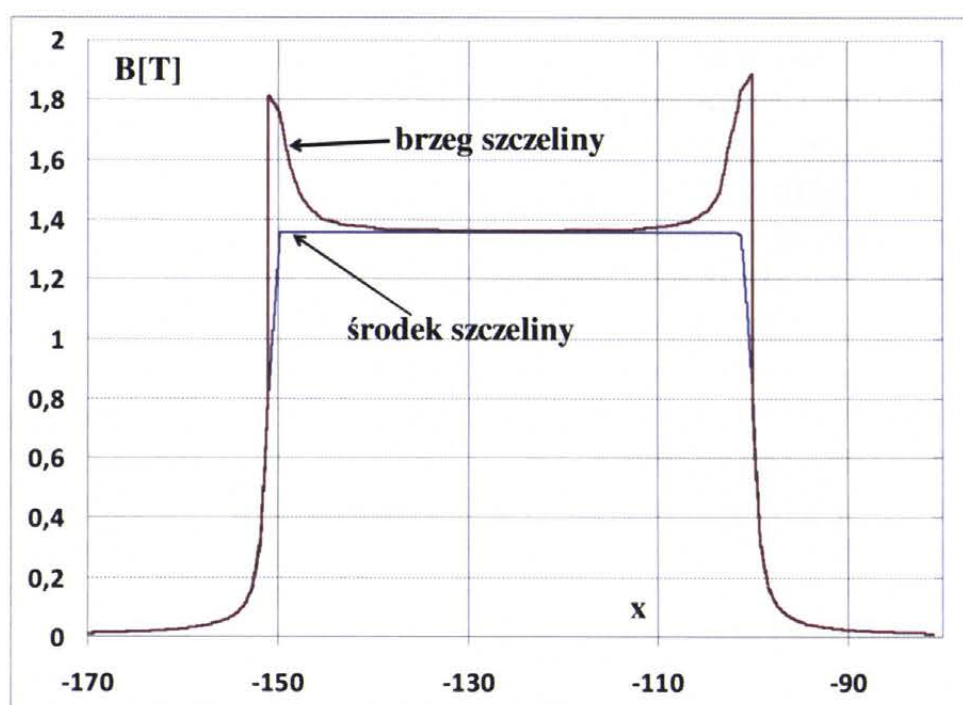
Rys. 7.23. Zmiana indukcji w funkcji x dla $y = 0$ i 3 wartości z (w centrum próbki, na krawędzi próbki i na głębokości 5 mm w magnetowodzie). Prąd w uzwojeniu wzbudzającym $I = 2,29$ A

W celu porównania wyników otrzymanych metodą uproszczoną, w której pominięto rozproszenie i przyjęto równomierny rozkład indukcji w magnetowodzie, oraz metody dokładnej nałożono na siebie obie otrzymane charakterystyki magnesowania. Na rysunku 7.26 pokazano porównanie charakterystyki magnesowania próbki otrzymanej metodą uproszczoną i metodą dokładną. Na rysunku 7.27 przedstawiono różnice w przenikalności magnetycznej otrzymanej metodą dokładną i uproszczoną w funkcji indukcji. Porównanie pokazuje, że dla słabych pól odpowiadających części liniowej charakterystyki i dla kolana krzywe są zbliżone i obie metody dają dobry wynik. Dla nasycania się próbki i magnetowodu uproszczona metoda daje wynik obarczony znacznym błędem. Wynika to z błędnego oszacowania spadku napięcia magnetycznego w żelazie. Wartość indukcji w żelazie i w szczelinie powietrznej nie jest taka sama.

Wykazaliśmy, że charakterystyka w kierunku normalnym do powierzchni blachy jest całkowicie odmienna od charakterystyki w kierunku 90° czyli w kierunku y . W wielu programach komercyjnych przyjmuje się takie same charakterystyki dla kierunku normalnego i poprzecznego do kierunku walcowania blachy.

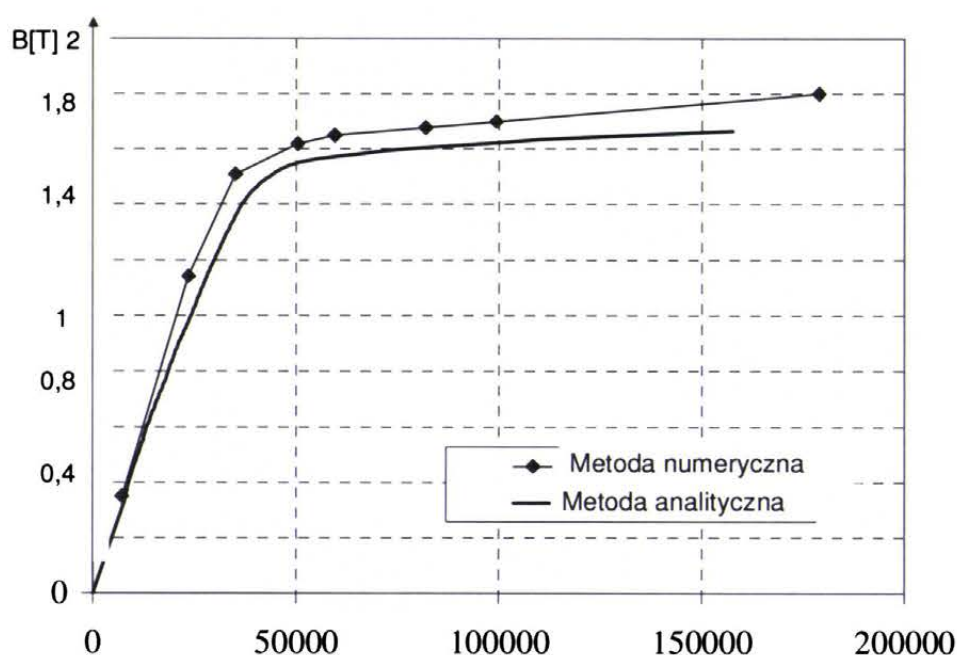


Rys. 7.24. Zmiana indukcji w funkcji x dla $y = 0$ i 4 wartości z (w centrum próbki, na krawędzi próbki i na głębokości 5 mm i 10 mm w magnetowodzie). Prąd w uzwojeniu wzbudzającym $I = 7,76$ A

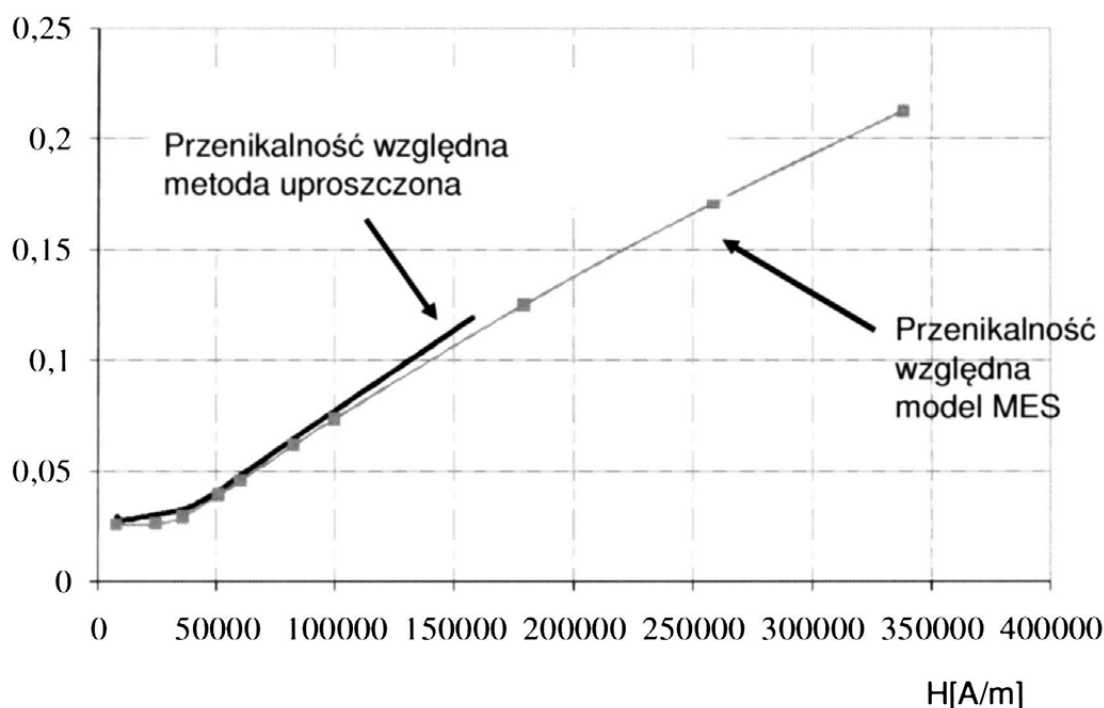


Rys. 7.25. Zmiana indukcji w funkcji x dla $y = 0$ i 2 wartości z (w centrum próbki, na krawędzi próbki). Prąd w uzwojeniu wzbudzającym $I = 2,29$ A

Pomierzona przenikalność w kierunku normalnym jest wielokrotnie mniejsza od przenikalności w kierunku równoległym (różnice kilkusetkrotne dla części liniowej charakterystyki). Indukcja nasycenia, oszacowana zgodnie ze wzorem Frohlich-Kennelly [66], jest około 1,7 T w kierunku normalnym i około 2 T w kierunku poprzecznym.



Rys. 7.26. Charakterystyka magnesowania w kierunku normalnym do powierzchni blachy



Rys. 7.27. Względna reluktywność w kierunku normalnym

Przedstawiona tu metoda pomiaru charakterystyki magnesowania w kierunku normalnym pozwoliła wyeliminować wpływ prądów wirowych, dzięki zastosowaniu wymuszenia prądem stałym. Sprzężenie metody pomiarowej z symulacją metodą elementów skończonych pozwoliło prawidłowo uwzględnić nasycenie. Liniowa przenikalność względna w kierunku normalnym jest rzędu 42-54 dla blach wysokiej jakości, dla których przenikalność względna w kierunku walcowania jest rzędu 40 tysięcy, a w kierunku poprzecznym 10 tysięcy. W następnych rozdziałach zastosujemy otrzymane tu wyniki do symulacji pola 3D.

Indukcja jest mierzona w szczelinie pomiarowej, natomiast próbki umieszczone są w dwóch innych szczelinach w innym ramieniu U. Konieczna jest identyfikacja indukcji w szczelinie pomiarowej. W tym celu sprzęgnięto obliczenia optymalizacyjne wykonywane za pomocą pakietu MATLAB z obliczeniami polowymi wykonywanymi za pomocą pakietu komercyjnego VF-Opera.

Ponieważ celem jest identyfikacja charakterystyki magnesowania, zdecydowano się przedstawić ją w postaci wzoru analitycznego:

$$B(H) = \mu_0 H + J_s \frac{D+1 - \sqrt{(D+1)^2 - 4D(1-a)}}{2(1-a)} \quad (7.10)$$

gdzie μ_0 jest przenikalnością próżni oraz

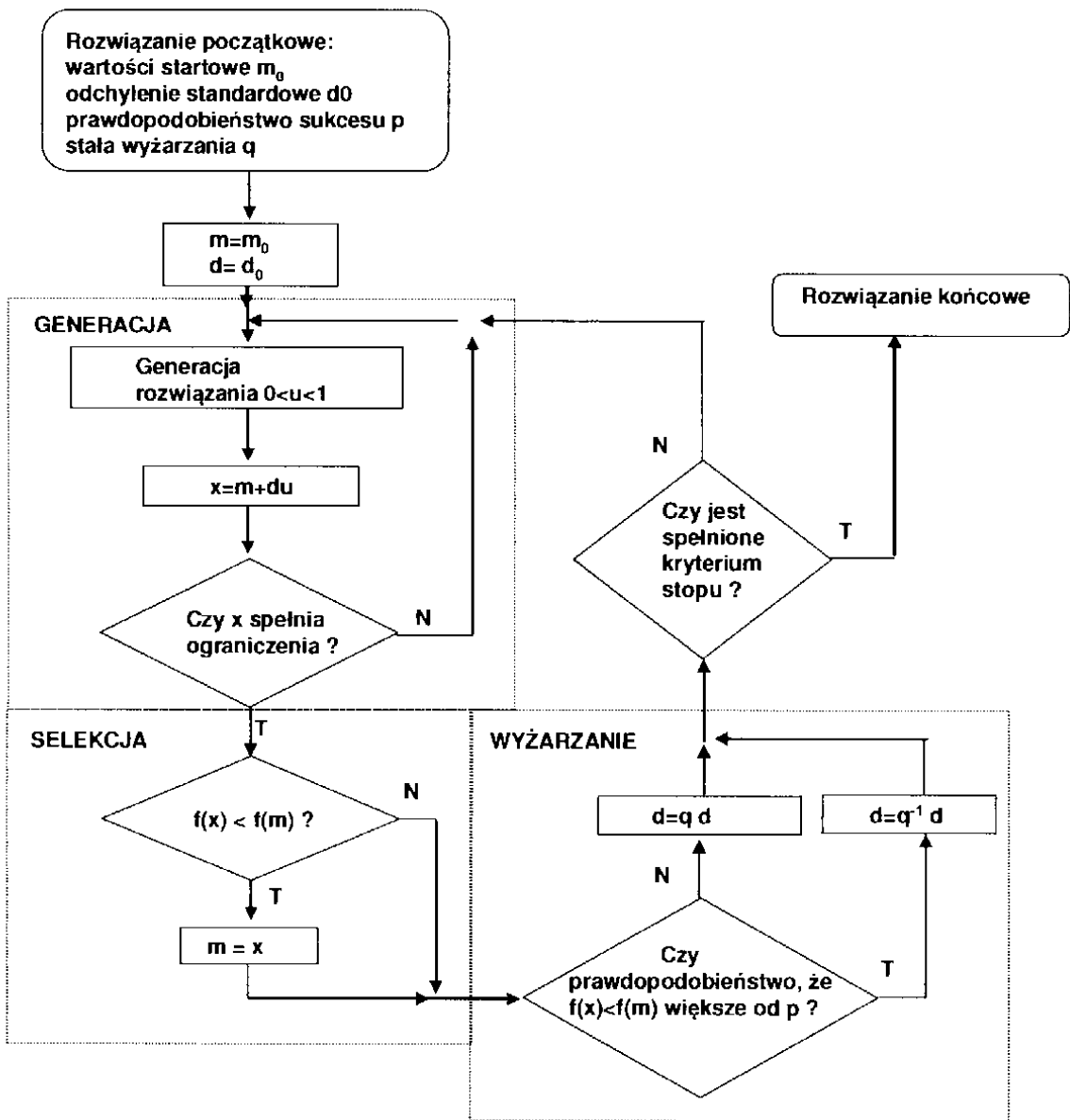
$$D = \mu_0 (\mu_r - 1) H J_s^{-1} \quad (7.11)$$

We wzorze aproksymacyjnym występują trzy współczynniki: współczynnik J_s określający indukcję nasycenia blachy, względna początkowa przenikalność μ_r , współczynnik regulacji kolana charakterystyki a ($0 < a < 0,5$). Identyfikacja charakterystyki sprowadza się do znalezienia trzech współczynników (J_s , μ_r , a). Przyjęta aproksymacja jest dość często używana w pakietach symulacyjnych. W oparciu o porównanie indukcji pomierzonej w szczelinie z próbkami i obliczonej na podstawie charakterystyki określa się średni błąd kwadratowy. Identyfikacja sprowadza się do minimalizacji tego błędu.

Przetestowano dwa rodzaje optymalizacji:

- a) metodę ewolucyjną pierwszego rzędu,
- b) algorytm genetyczny.

Na rysunku 7.28 przedstawiono algorytm metody ewolucyjnej.



Rys. 7.28. Algorytm ewolucyjny optymalizacji

Problem optymalizacji został rozwiązany metodą ewolucyjną pierwszego rzędu [71, 102-105, 130]. Algorytmy ewolucyjne są próbą wykorzystania znanych z natury mechanizmów ewolucji do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych. Pierwszym wyraźnym podobieństwem algorytmu ewolucyjnego do ewolucji naturalnej jest istnienie populacji. W naszym przypadku utworzono „niback” elementów charakteryzujących się trzema wartościami (J_s , μ_r , a) wybranymi losowo z zadanych dość szerokich obszarów. Drugi ze współczynników, czyli początkowa przenikalność μ_r , został wybrany w oparciu o dokonane wcześniej pomiary, gdzie stwierdziliśmy, że są to wartości rzędu 10-200. Współczynnik wygładzania kolana przyjęto dla całego zakresu, w którym jest on określony, czyli od 0 do 0,5. Indukcję nasycenia przyjęto również w dość szerokim zakresie, to znaczy od 1,1 T do 2,2 T. W ten sposób zdefiniowaliśmy środowisko, w którym istnieje „niback” osobników. Każdy z osobników ma przypisany pewien zbiór informacji podlegających ocenie funkcji przystosowania modelującej środowisko. Wspólnymi cechami algorytmów ewolucyjnych odróżniającymi je od innych, tradycyjnych metod optymalizacji są:

- stosowanie operatorów genetycznych, które dostosowane są do postaci rozwiązań,
- przetwarzanie populacji rozwiązań, prowadzące do równoległego przeszukiwania przestrzeni rozwiązań z różnych punktów,
- w celu ukierunkowania procesu przeszukiwania wystarczającą informacją jest jakość aktualnych rozwiązań,
- celowe wprowadzenie elementów losowych.

Po wyborze populacji początkowej dokonywana jest selekcja oraz przeprowadzana jest mutacja, czyli wprowadzenie drobnych losowych zmian. Zaproponowana przez nas metoda jest metodą bezgradientową. Nie przeprowadzamy krzyżowania, pojedynczy rodzic tworzy pojedynczego potomka. Algorytm metody pokazano na rysunku 7.28. Algorytm ewolucyjny różni się w zasadniczy sposób od algorytmu deterministycznego. W przypadku algorytmu deterministycznego każdej możliwej decyzji odpowiada jedna i tylko jedna wartość funkcji celu. Metoda taka znajduje minimum najbliższe punktowi startowemu. Ponieważ w naszym przypadku istnieje wiele minimów lokalnych, konieczne jest rozpatrywanie całego badanego obszaru i znajdowanie najlepszych osobników badając funkcje celu. Jednocześnie proponowany algorytm nie jest sprzeczny z teorią „no-free-lunch”, czyli „nic za darmo” [105].

Przed przystąpieniem do optymalizacji konieczne było określenie dla ilu i jakich punktów charakterystyki prowadzone będą badania. Przeprowadziliśmy szereg testów w oparciu o wartości indukcji B pomierzone

w szczelinie pomiarowej i ostatecznie zdecydowaliśmy się na wybór ośmiu punktów dobrze charakteryzujących krzywą $B(H)$. Urządzenie pomiarowe zostało zamodelowane tak, jak to pokazano na rysunku 7.12. Początkowe wartości trzech współczynników (J_s , μ_r , a) przyjęto losowo. W oparciu o te wartości obliczono indukcję z charakterystyki dla wybranych 8 wartości pola. Jednocześnie dla ośmiu wymuszeń na ośmiu procesorach obliczane są rozkłady pola z wykorzystaniem modelu 3D. Ośmiem wartości indukcji w środku szczeliny pomiarowej jest przekazywane do Matlab'a. Uruchamiana jest procedura optymalizacyjna, gdzie funkcja celu jest dana zależnością:

$$f(x) \equiv \|\mathbf{B} - \tilde{\mathbf{B}}\|_{\infty} = \sup_H |\mathbf{B}(H, x) - \tilde{\mathbf{B}}(H)| \quad (7.12)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{B}}$ jest wektorem pomierzonych indukcji, $x = (J_s, \mu_r, a)$ jest wektorem zmiennych optymalizacji.

Procedura identyfikacji wymaga wielu iteracji. W każdej iteracji równolegle na ośmiu procesorach wykonywane są symulacje i obliczane są rozkłady pola dla odpowiedniego wymuszenia. Po zakończeniu wszystkich równoległych symulacji do programu optymalizującego napisanego w Matlabie wysyłane są wartości indukcji obliczone w środku szczeliny pomiarowej. Szacowany i minimalizowany jest błąd średniokwadratowy pomiędzy wartością obliczoną i pomierzoną dla każdego z wymuszeń. Symulacja dla jednej wartości wymuszenia trwa od 2 do 3 godzin. Zastosowanie obliczeń równoległych na wielu procesorach (IBM HS22) pozwala wielokrotnie zmniejszyć czas obliczeń. Jest to o tyle ważne, że liczba iteracji wynosi powyżej 100. Na podstawie wartości przesłanych do Matlab'a obliczane są nowe współczynniki aproksymujące i określone są nowe wartości charakterystyki. Po każdej iteracji modyfikowana jest charakterystyka blachy w kierunku z w programie Opery w każdym z procesów obliczeniowych. Charakterystyka jest modyfikowana dla każdej iteracji. Sprzężenie procesu optymalizacji z symulacją 3D metodą elementów skończonych wykonano, wykorzystując środowisko Matlab'a [219]. Strumień informacji pomiędzy dwoma pakietami obliczeniowymi jest przesyłany przez program identyfikacyjny poprzez zamykanie i otwieranie plików dla każdego z procesorów. Pewne problemy z realizacją procesu wynikały z faktu, że pakiet programowy Opera nie ma możliwości obliczeń równoległych. Dzięki bogatemu językowi wewnętrznemu Opery udało się rozwiązać ten problem. Każdy z procesorów wykonuje symulację dla jednego wymuszenia, w oparciu o tę samą charakterystykę. Ponieważ program sterujący obliczeniami czekał na zamknięcie wszystkich plików, pozwoliło to nam uniezależnić się od chwilowego zawieszenia obliczeń. Ponieważ proces obliczeniowy trwa powyżej 300 godzin, unie-

zależnienie się od ewentualnej krótkotrwałej awarii bądź zawieszenia systemu było jednym z pozytywnych punktów zaproponowanej metody.

Aby sprawdzić efektywność zaproponowanej metody, wykonano szereg symulacji. Przebadano wpływ wyboru punktu startowego, wielkości początkowej populacji oraz warunków ograniczających na zbieżność metody.

Jednym z ważniejszych parametrów metody jest parametr „niback” opisujący historię optymalizacji. Jest on określony w następujący sposób. Proces minimalizacji jest regulowany w oparciu o historię poprzednich iteracji. Początkowo wykonane jest „niback” operacji, następnie sprawdzany jest trend. Jeżeli przynajmniej p procent operacji jest udanych (tzn. gdy funkcja celu jest lepsza), tendencja uznawana jest za pozytywną i zmniejszany jest promień d , w przeciwnym razie promień jest powiększany. Podczas pierwszych „niback iteracji”, promień d pozostaje bez zmian. Wybór parametru „niback” ma zasadnicze znaczenie dla zbieżności metody. Zbyt mała populacja początkowa nie pozwala na osiągnięcie zbieżności, szczególnie przy wyborze punktu początkowego dalekiego od rozwiązania.

W trakcie pierwszych symulacji punkt startowy był wybierany przypadkowo, wyniki kolejnych obliczeń były umieszczane w bazie wiedzy i w ten sposób w trakcie kolejnych symulacji wybór punktu początkowego był wykonywany przez system ekspercki. W pierwszej symulacji granice wartości trzech współczynników są bardzo szerokie i wynoszą:

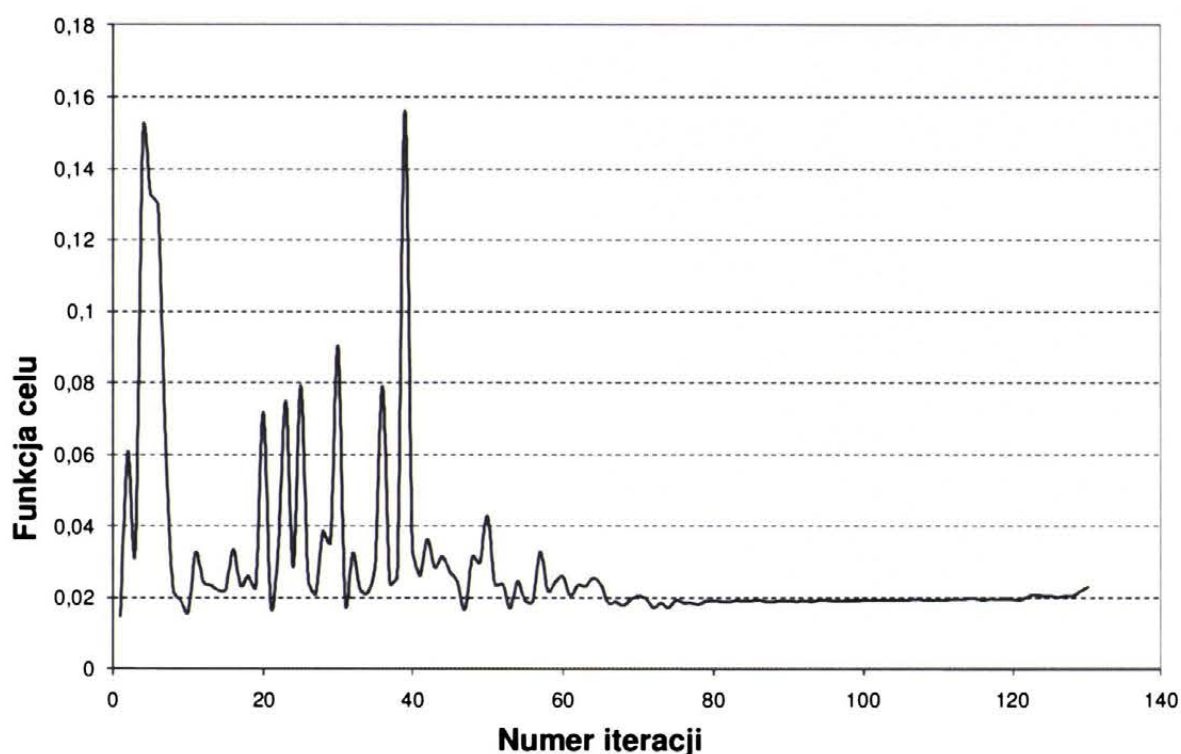
- a) $1T < J_s < 2,2T$
- b) $10 < \mu_r < 200$
- c) $0 < a < 0,5$.

Dla pierwszej prezentowanej symulacji wartości parametrów przyjęto w sposób losowy i zostały wybrane następujące: $J_s = 1,5$; $a = 0,5$; $\mu_r = 40$, wielkość populacji niback = 50. Procedura optymalizacyjna zbiegła się po 110 iteracjach, jako błąd dopuszczalny przyjęto $d_{\min} = 10^{-3}$.

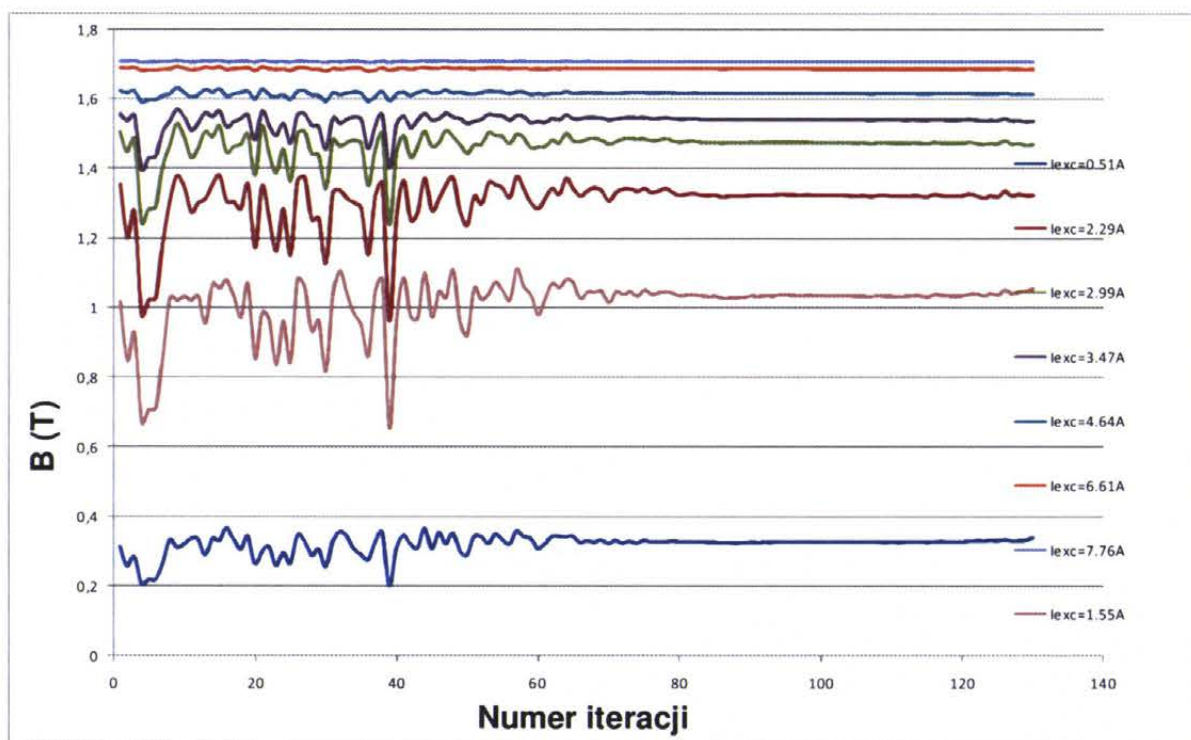
Na rysunku 7.29 przedstawiono przebieg funkcji celu podczas optymalizacji. Z kolei na rysunku 7.30 pokazano zmienność indukcji dla różnych ośmiu wymuszeń. Każda z serii jest obliczona przez inny procesor, a wymuszenia wynoszą: seria 1 odpowiada prądowi wymuszającemu równemu 0,51 A, seria 2 odpowiada 1,55 A, seria 3 to 2,29 A, seria 4 to 3 A, seria 5 to 3,47 A, seria 6 to 4,66 A, seria 7 to 6,61 A, oraz seria 8 odpowiada 7,76 A. Obliczenie to jest dalej nazywane obliczeniem (1).

Na rysunku 7.31 pokazano ewolucję charakterystyki magnesowania podczas zbierania początkowej populacji oraz w trakcie procedury optymalizacyjnej, aż do osiągnięcia zbieżności. W oparciu o wyniki kolejnych symulacji dla przypadkowych wartości startowych system ekspercki wybrał nowy punkt startowy ($J_s = 1,6$; $a = 0,02$; $\mu_r = 41$). Wykonano dwie serie symulacji: jedną dla populacji początkowej równej niback = 50 oraz dla

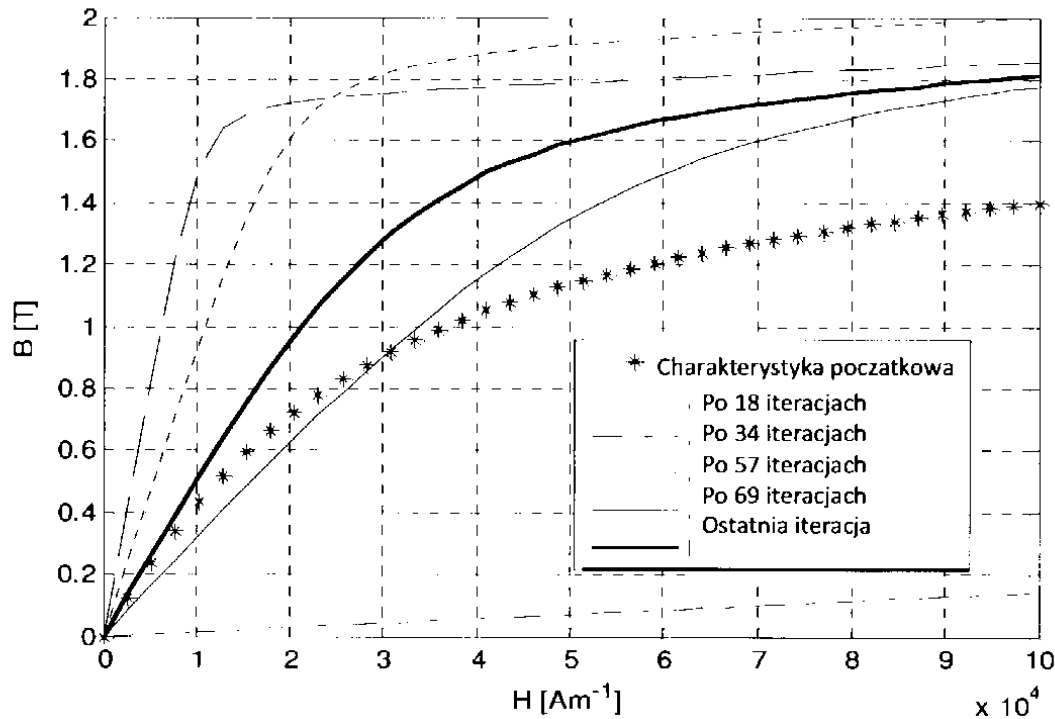
niback = 25. Zwiększono również błąd dopuszczalny z 0,023 do 0,05. Na rysunku 8.32 pokazano porównanie przebiegu funkcji celu dla tych dwóch symulacji.



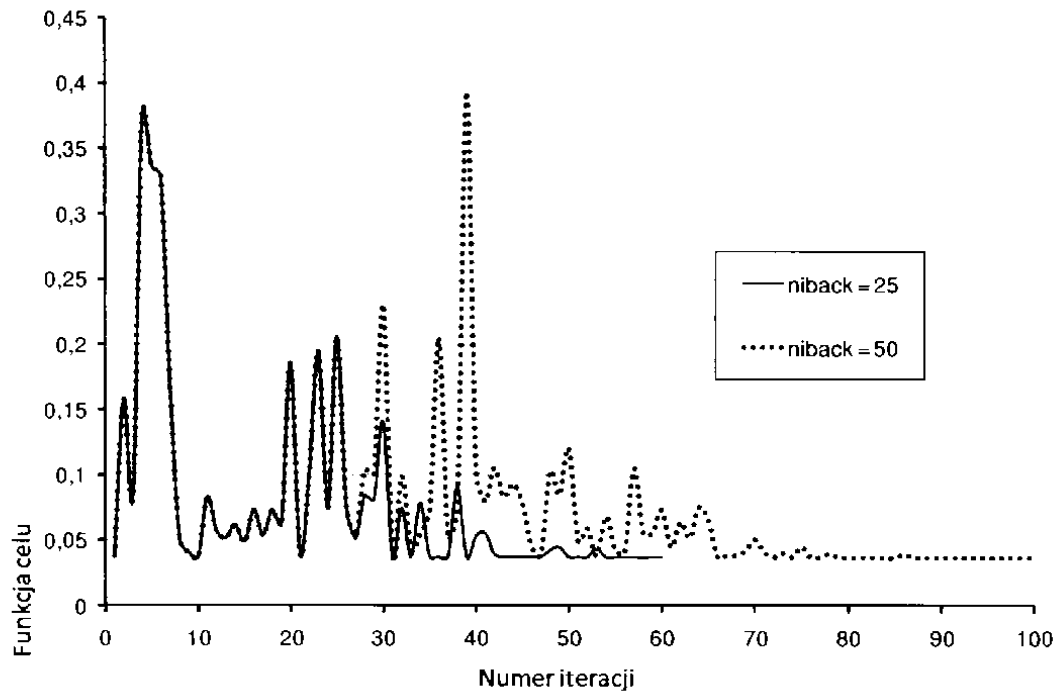
Rys. 7.29. Przebieg funkcji celu dla poszczególnych iteracji dla obliczenia (1)



Rys. 7.30. Przebieg indukcji odpowiadający poszczególnym wymuszeniom dla kolejnych iteracji dla obliczenia (1)

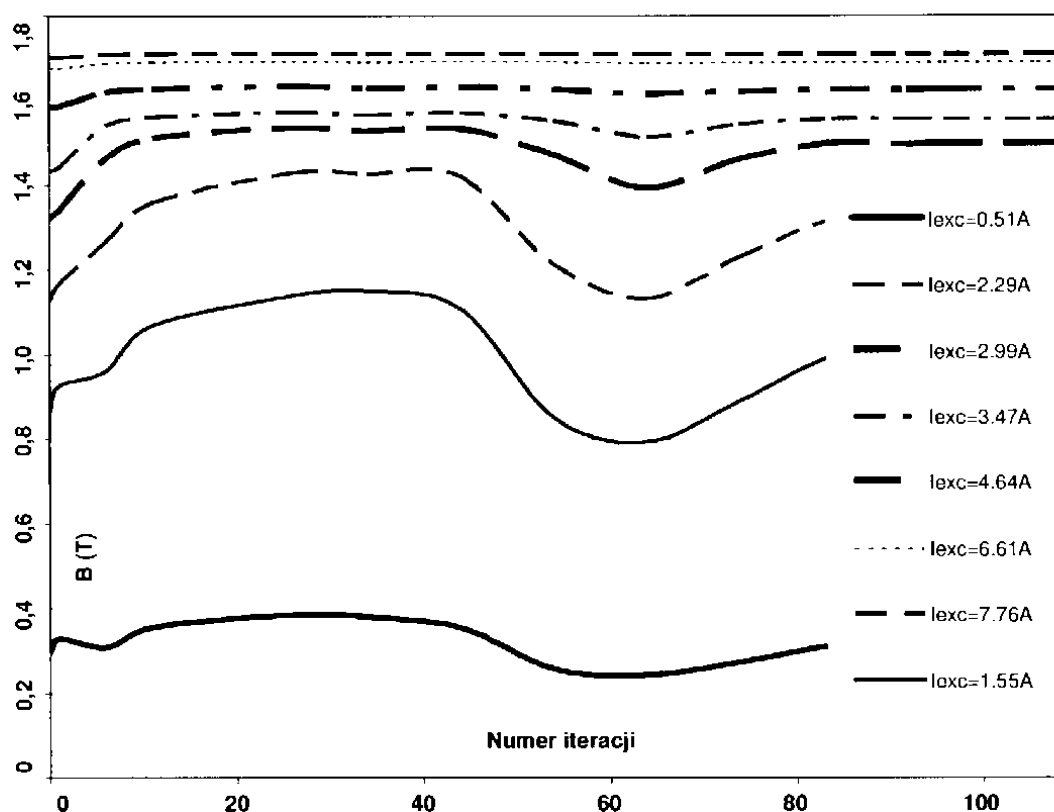


Rys. 7.31. Charakterystyki magnesowania obliczane w trakcie poszczególnych iteracji dla obliczenia (1)

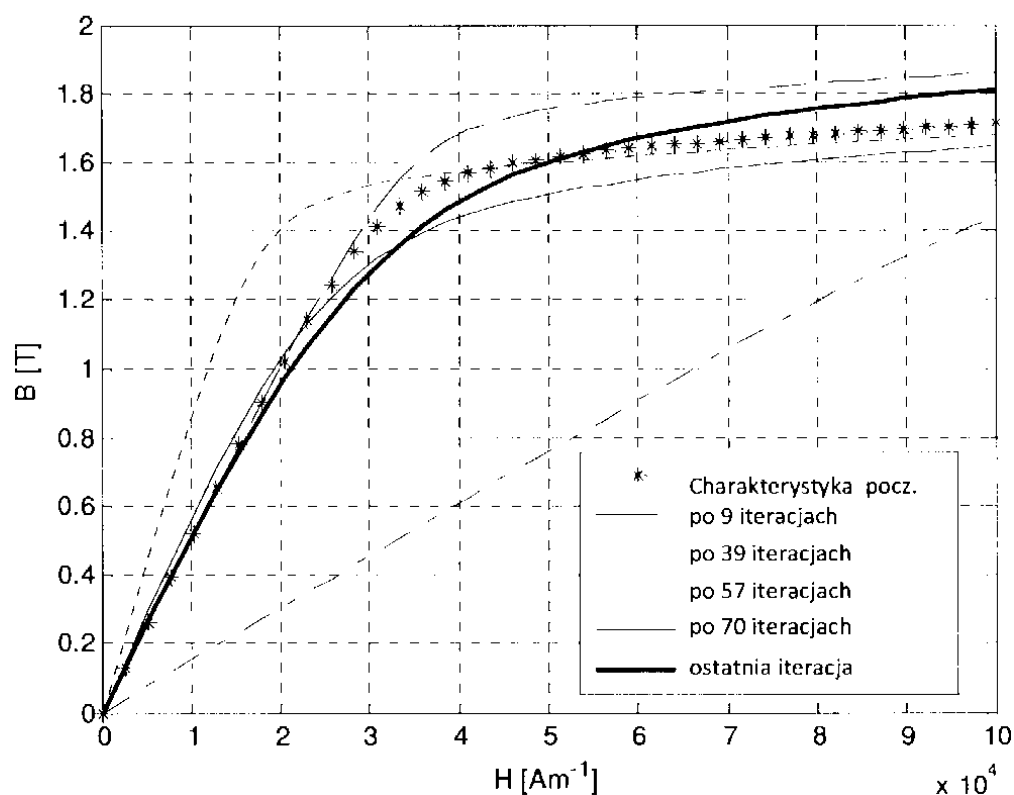


Rys. 7.32. Porównanie przebiegów funkcji celu dla niback równe 25 oraz 50

Aż do wykonania „niback” iteracji dla tego samego punktu startowego przebiegi są identyczne. Populacja początkowa 25 pozwala na osiągnięcie zbieżności, ale wynika to z faktu wyboru punktu początkowego bliższego rozwiązaniu. Na kolejnych rysunkach przedstawiono przebiegi indukcji dla poszczególnych wymuszeń oraz charakterystyki w trakcie procesu optymalizacji.



Rys. 7.33. Porównanie przebiegów indukcji dla poszczególnych wymuszeń



Rys. 7.34. Porównanie charakterystyk w trakcie optymalizacji, poczynając od charakterystyki startowej, aż do osiągnięcia zbieżności

Analizując rysunek 7.34, można zauważyć, że charakterystyka dla zmien-
nych punktu startowego jest bardzo bliska charakterystyce dla punktu,
w którym osiągnięto zbieżność. Charakterystyki w trakcie zbierania popu-
lacji początkowej są przypadkowe i dość dalekie od właściwego rozwią-
zania ($J_s = 1,2$; $a = 0,25$; $\mu_r = 70$).

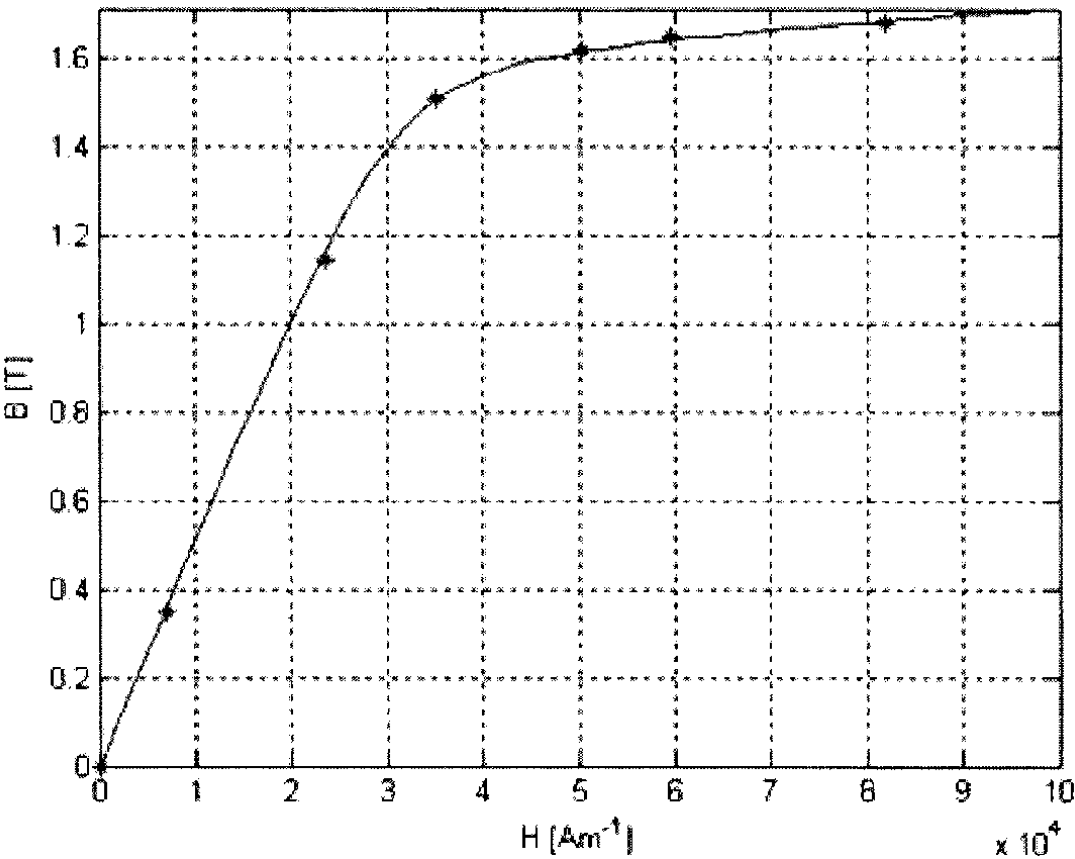
W kolejnej iteracji wybrano punkt startowy daleki od rozwiązania. Dla
symulacji o początkowej populacji $n_{back} = 25$ nie otrzymano zbieżności.
Należało zwiększyć początkową populację do 60, aby otrzymać zbież-
ność.

W tabeli 1 przedstawiono wartości charakterystyki magnesowania w kie-
runku normalnym do powierzchni blachy.

Na rysunku 7.35 przedstawiono obliczoną w wyniku identyfikacji charak-
terystykę porównaną z charakterystyką pomierzoną i obliczoną z zależ-
ności 7.4.

Tabela 7.1. Charakterystyka blachy w kierunku normalnym
do jej powierzchni dla M140-35S Thyssen Krupp Electrical Steel

B[T]	0,35	1,142	1,51	1,62	1,6501	1,6782
H[A/m]	7123	23534	35043	50318	59511	81832



Rys. 7.35. Porównanie charakterystyki otrzymanej na drodze identyfikacji
z charakterystyką pomierzoną i obliczoną z zależności 7.4

Jednym z podstawowych aspektów mających zasadniczy wpływ na czas obliczeń jest podział modelu 3D urządzenia pomiarowego na elementy. Autorzy zdecydowali się zastosować adaptacyjny dobór siatki. W tym celu zastosowali metodę genetyczną [90, 151, 213, 372] połączoną z wprowadzeniem drugiego kryterium. Z problemem optymalizacji wielokryterialnej mamy do czynienia wówczas, gdy w zadaniu decyzyjnym trzeba uwzględnić kilka funkcji celu. Możliwe rozwiązania klasyfikuje się wtedy jako zdominowane i niezdominowane (paretooptymalne). W przypadku optymalizacji jednokryterialnej, takiej jak pierwsza prezentowana metoda, zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest w pełni uporządkowany według wartości funkcji celu. W przypadku optymalizacji wielokryterialnej zbiór jest uporządkowany częściowo. Dla zadania maksymalizacji zestawu k funkcji celu $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))$ rozwiązanie x jest zdominowane, jeżeli istnieje dopuszczalne rozwiązanie y nie gorsze od x . To znaczy, że dla każdej funkcji celu $f_i(x) < f_i(y)$ dla $k=1,2,\dots$. W przeciwnym przypadku x jest rozwiązaniem niezdominowanym (paretooptymalnym). Wszystkie rozwiązania Paretooptymalne są nazywane zbiorem paretooptymalnym. Odpowiadające mu warunki kryteriów tworzą powierzchnie lub front Pareto.

Oprócz funkcji f_1 celu przedstawionej zależnością 7.12 wprowadzono jako drugie kryterium badanie czułości funkcji celu na małe odkształcenia:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i} = \pm \frac{\partial B}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (7.13)$$

co daje:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial J_s} &= \frac{H_a + 1 - \sqrt{\cdot}}{2(1-a)} + \frac{J_s}{2(1-a)} \frac{\partial H_a}{\partial J_s} \left(1 - \frac{\partial \sqrt{\cdot}}{\partial H_a} \right) \\ \frac{\partial B}{\partial \mu_r} &= \frac{J_s}{2(1-a)} \frac{\partial H_a}{\partial \mu_r} \left(1 - \frac{\partial \sqrt{\cdot}}{\partial H_a} \right) \\ \frac{\partial B}{\partial a} &= -\frac{J_s}{2(1-a)^2} (H_a + 1 - \sqrt{\cdot}) \end{aligned} \quad (7.14)$$

$$z \sqrt{\cdot} \equiv \sqrt{(H_a + 1)^2 - 4H_a(1-a)}$$

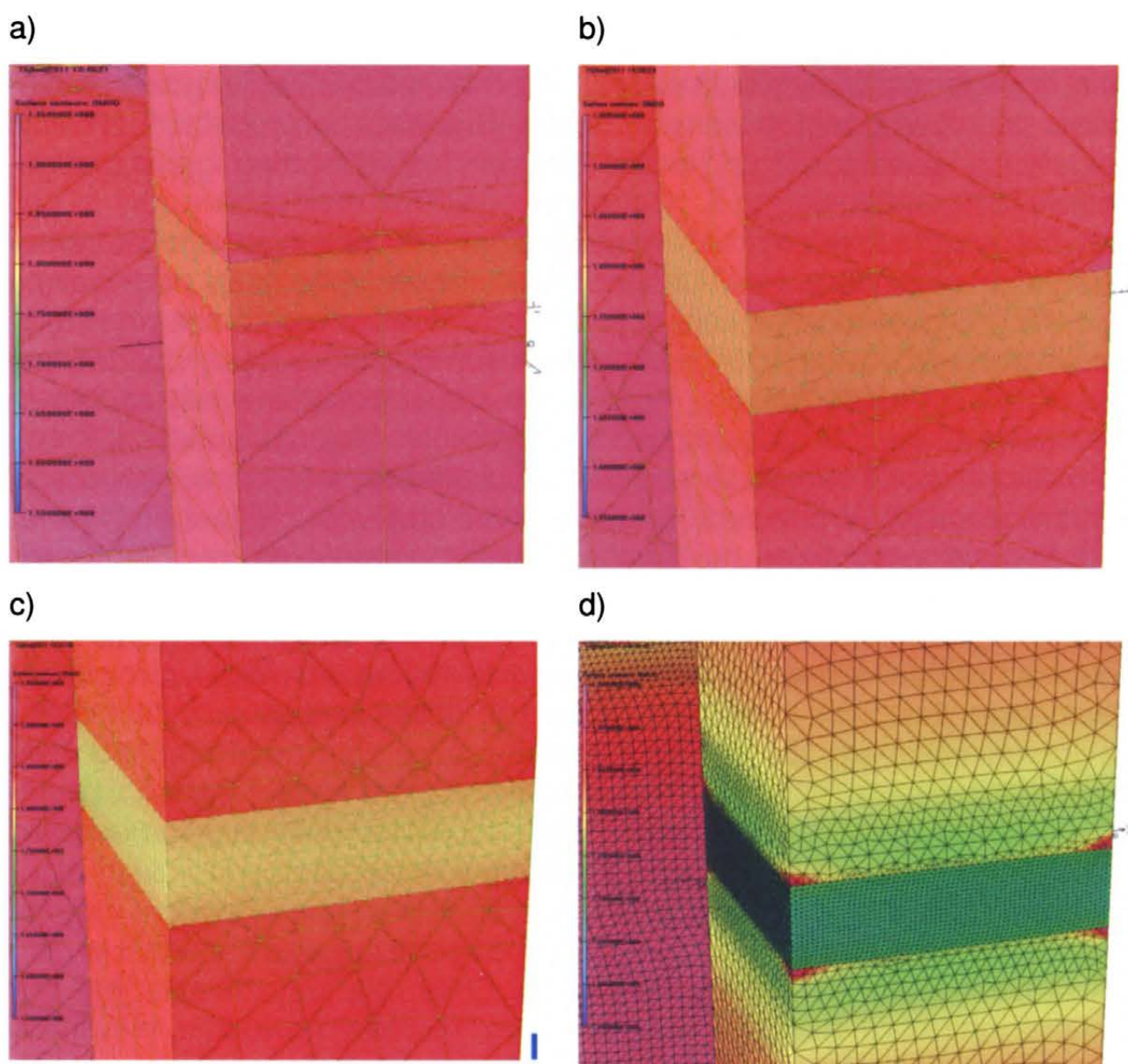
Pozwala to na określenie dodatkowej funkcji celu, zdefiniowanej jako:

$$f_2(x) \equiv \|\nabla \times \mathbf{B}\|_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial J_s} \right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial \mu_r} \right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial a} \right)^2} \quad (7.15)$$

W ten sposób postawiono zagadnienie optymalizacji w przestrzeni dwuwymiarowej funkcji celu (f_1 , f_2), dla dwóch funkcji celu, gdzie poszukuje się rozwiązania w sensie Pareto. Rozwiązano problem, używając algorytmu genetycznego NSGA (non-dominated sorting genetic algorithm) [213, 372].

Pierwszym krokiem implementacji algorytmu genetycznego jest określenie struktury danych dla osobników tworzących populację podlegającą ewolucji. Struktura ta określana jest często terminem chromosom. Populacja początkowa stanowi zbiór chromosomów, które będą poddawane ewolucyjnym modyfikacjom. Przy jej tworzeniu pożądane jest zachowanie jak największej różnorodności osobników. Najpopularniejszą i najprostszą metodą tworzenia populacji początkowej jest losowa generacja chromosomów. W pewnych sytuacjach metoda taka nie jest efektywna, gdyż wiele osobników może nie spełniać ograniczeń występujących w rozwiązywanym zadaniu. W naszym przypadku doboru populacji początkowej dokonano stosując metodę systematycznego przeglądu i wybierając osobniki spełniające odpowiednie kryterium. Ważnym parametrem algorytmu jest liczebność populacji. Jeżeli będzie ona zbyt mała, algorytm może się zbiegać zbyt szybko; jeżeli zbyt duża niepotrzebnie wydłuży się czas obliczeń. Zasadniczym etapem każdej iteracji algorytmu jest obliczenie tzw. dostosowania osobników wchodzących w skład modyfikowanej populacji. Jedną z podstawowych cech wszystkich algorytmów genetycznych jest operacja krzyżowania. Rolą operatora krzyżowania jest wymiana informacji między rodzicami i realizowana jest w celu otrzymania potomstwa wyższej jakości. O ile rolą krzyżowania jest wymiana informacji między osobnikami, to mutacja powoduje niewielkie modyfikacje pojedynczych osobników. W algorytmach genetycznych modyfikacje te wprowadzane są z bardzo małym prawdopodobieństwem. W naszym algorytmie zastosowaliśmy populację początkową składającą się z 20 osobników starannie wybranych oraz zastosowano 10 generacji.

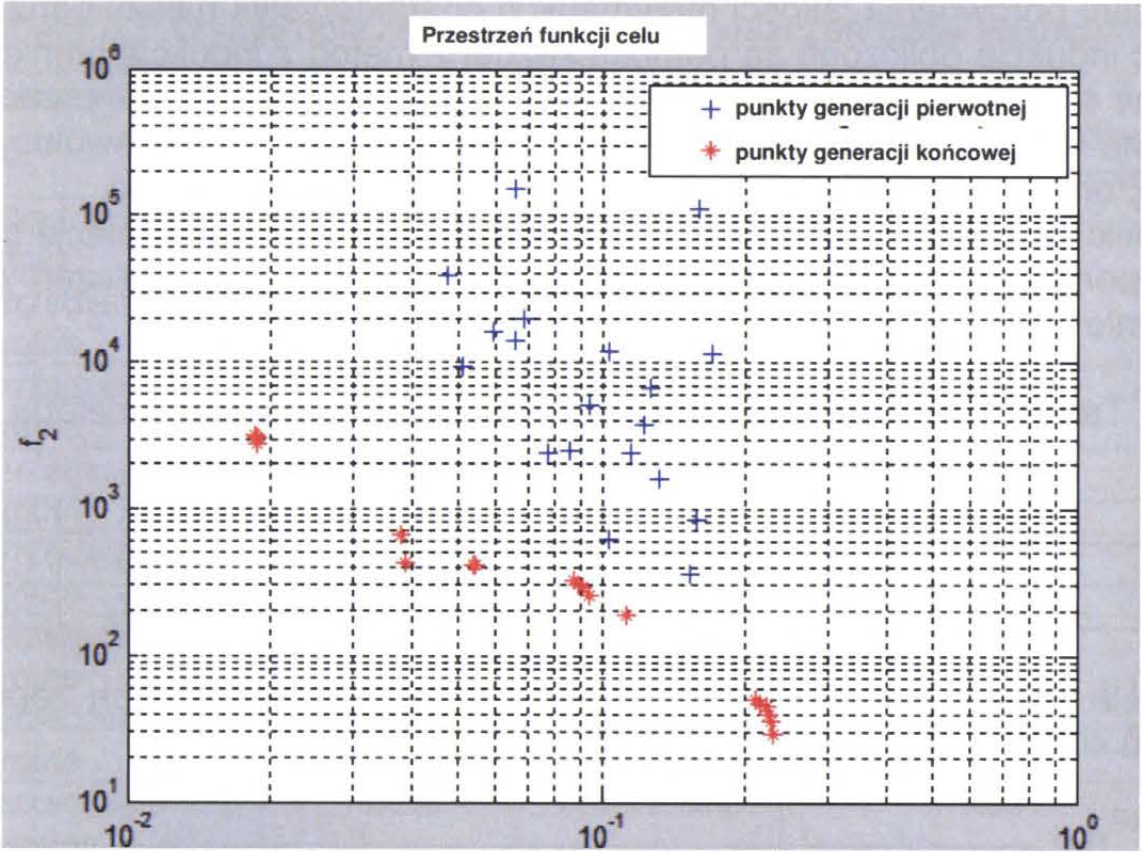
Algorytm genetyczny zastosowano do optymalnego doboru podziału siatki. Siatka startowa została opracowana w oparciu o wiedzę i doświadczenie autorów. W podziale uwzględniono większą gęstość elementów w szczelinie pomiarowej niż w pozostałych częściach urządzenia. Na rysunku 7.36 przedstawiono siatkę startową (a), siatki pośrednie (b, c) oraz siatkę, dla której otrzymano zbieżność (d) w wyniku procesu optymalizacji. W celu otrzymania początkowej populacji zastosowano algorytm ewolucyjny dla siatki początkowej. Jeżeli funkcja celu określona zależnością 7.12 po każdej modyfikacji siatki nie zmniejszyła wartości 0,8 razy, obliczenia były kończone i osobnik nie był dodawany do populacji początkowej. Tylko osobnicy, którzy osiągnęli odpowiednio gęstą siatkę, byli dodawani do populacji początkowej.



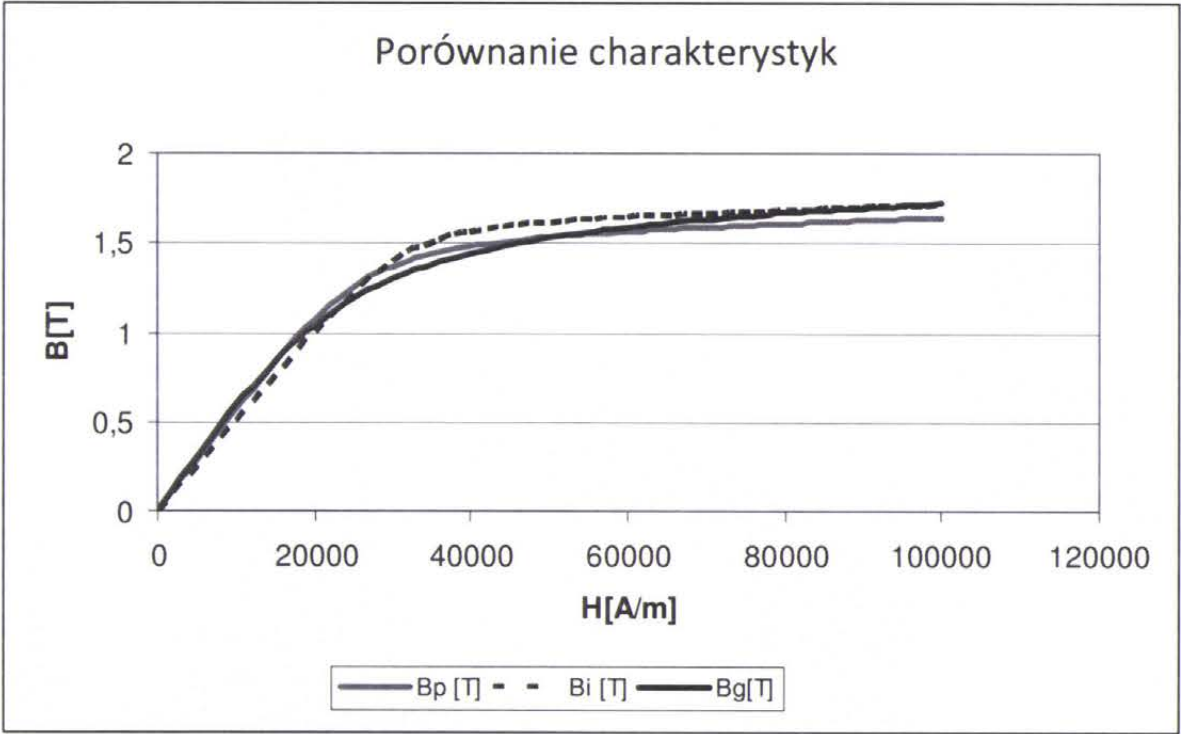
Rys. 7.36. Podział na elementy w szczelinie pomiarowej: a) siatka początkowa (błąd 10,3%), siatki przejściowe b) błąd 5.8%, c) błąd 2.48%, d) siatka końcowa (błąd 0.8%)

Zastosowanie algorytmu genetycznego pozwoliło na znalezienie rozwiązania o małej czułości, minimalizując odchylenie między pomierzoną i obliczoną w wyniku symulacji wartością indukcji w szczelinie pomiarowej. Na rysunku 7.37 pokazano wyniki dla pierwszej i ostatniej generacji (front Pareto).

Na rysunku 7.38 pokazano charakterystykę magnesowania otrzymaną w wyniku algorytmu ewolucyjnego (krzywa B_p), otrzymanego analitycznie z prawa przepływu, pomijając strumień rozproszenia (krzywa B_i), oraz za pomocą algorytmu genetycznego z adaptacją siatki (krzywa B_g).



Rys. 7.37. Front Pareto dla pierwszej i ostatniej generacji



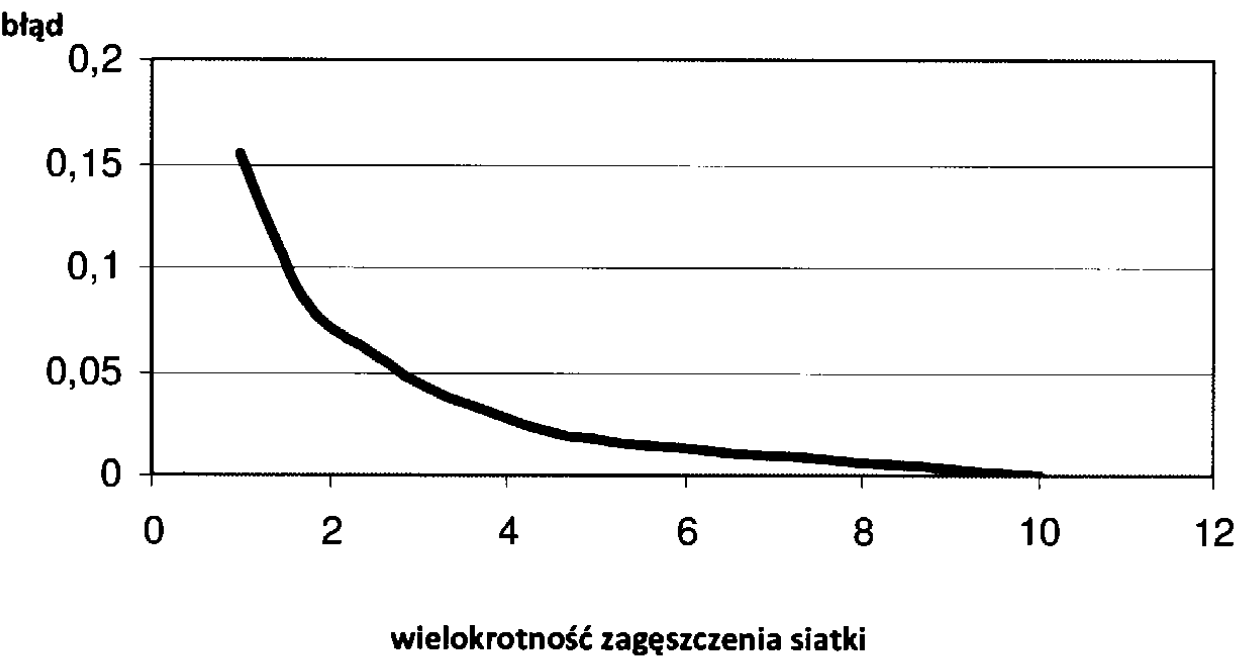
Rys. 7.38. Charakterystyka w kierunku normalnym do powierzchni blachy otrzymana metodą ewolucyjną B_p , genetyczną B_g i analityczną B_i

W celu porównania jakości otrzymanych charakterystyk należy porównywać indukcje obliczone za pomocą każdej z metod z indukcją pomierzoną w szczelinie, którą traktujemy jako dokładną. W tabeli 7.2 przedstawiono indukcję pomierzoną (B_m), obliczoną w wyniku metody ewolucyjnej (B_p), oraz algorytmu genetycznego (B_g), dla różnych wymuszeń. Wyniki są porównywalne. Należy podkreślić, że stosując adaptację siatki za pomocą algorytmu genetycznego zmniejszono czas obliczeń 0,63 krotnie.

Tabela 7.2. Porównanie indukcji pomierzonej, obliczonej metodą ewolucyjną i metodą genetyczną z adaptacją siatki

Bm	0,31	1,01	1,36	1,50	1,55	1,60	1,65	1,67
Bp	0,33	0,96	1,32	1,48	1,54	1,62	1,69	1,71
Bg	0,31	1,00	1,34	1,48	1,55	1,61	1,67	1,69

Na rysunku 7.39 pokazano błędy identyfikacji dla różnych zagęszczeń siatek.



Rys. 7.39. Błędy identyfikacji dla różnych zagęszczeń siatek

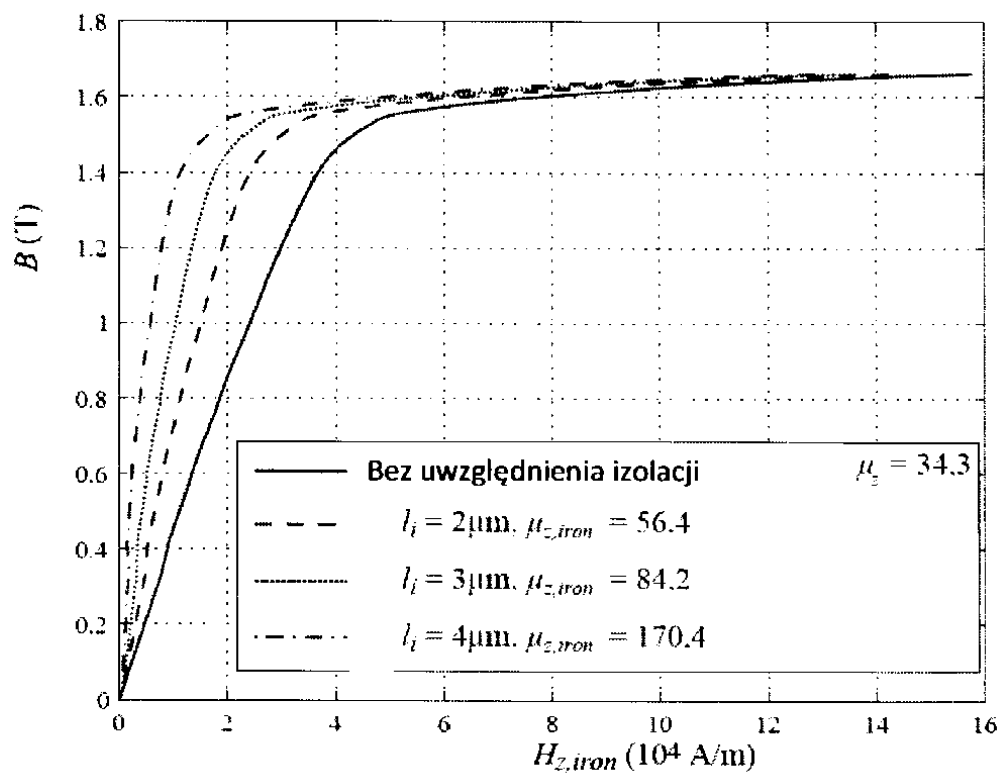
W tabeli 7.3 pokazano porównanie czasu obliczeń, popełnianego błędu oraz wartości indukcji w środku szczeliny pomiarowej dla różnych zagęszczeń siatki. Siatka w szczelinie była rozrzedzana równomiernie ze względu na stosunkowo równomierny rozkład indukcji (rys. 7.8) oraz w celu możliwości oceny szybkości zmniejszania błędu wraz z zagęszczaniem siatki.

Tabela 7.3. Wyniki obliczeń dla różnych zagęszczeń siatki elementów

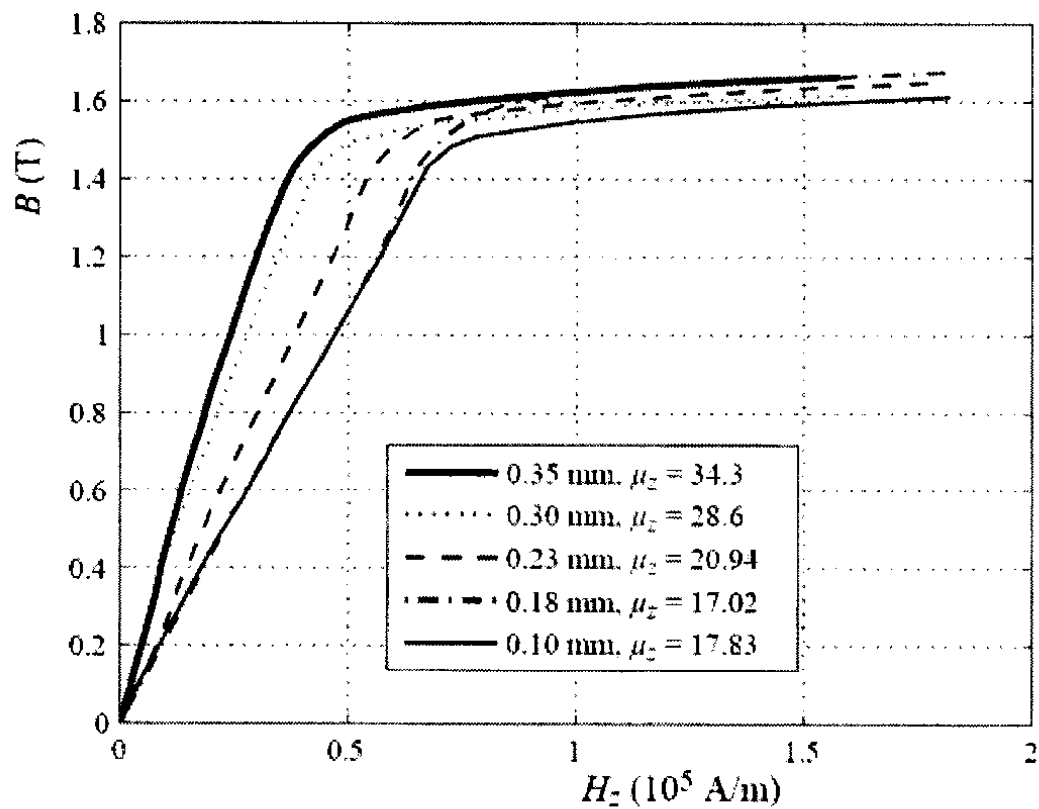
Gęstość siatki	Błąd procentowy	Czas obliczeń	Wartość indukcji B w teslach w środku szczeliny pomiarowej
Siatka bardzo gęsta	0,8%	201 min	1,71
Rozrzedzenie 2-krotne	1,2%	24,1 min	1,69
Rozrzedzenie 3-krotne	2,48%	11,2 min	1,67
Rozrzedzenie 4-krotne	3,8%	6 min 50 sek.	1,64
Rozrzedzenie 5-krotne	4,7%	3 min 47 sek.	1,63
Rozrzedzenie 6-krotne	5,8%	2 min 32 sek.	1,61
Rozrzedzenie 8-krotne	8,5%	1 min 37 sek.	1,56
Rozrzedzenie 10-krotne	10,3%	1 min 2 sek.	1,53

Pomiary i identyfikacje charakterystyk w kierunku normalnym do powierzchni blachy przeprowadzono dla różnego rodzaju blach izotropowych, anizotropowych i amorficznych. Przebadano blachy anizotropowe (140-35S M), (M 100-30P), (M 085-23P) blachy izotropowe (M 400-50A, TKES) o grubości 0,5 mm oraz blachy amorficzne (2605SA1 bA, Hitachi Metals) o grubości 0,023 mm. Na rysunku 7.40 pokazano charakterystyki pomierzone dla różnych grubości izolacji. Na rysunku 7.41 przedstawiono charakterystyki dla różnych blach anizotropowych, a na rysunku 7.42 dla blachy izotropowej i amorficznej.

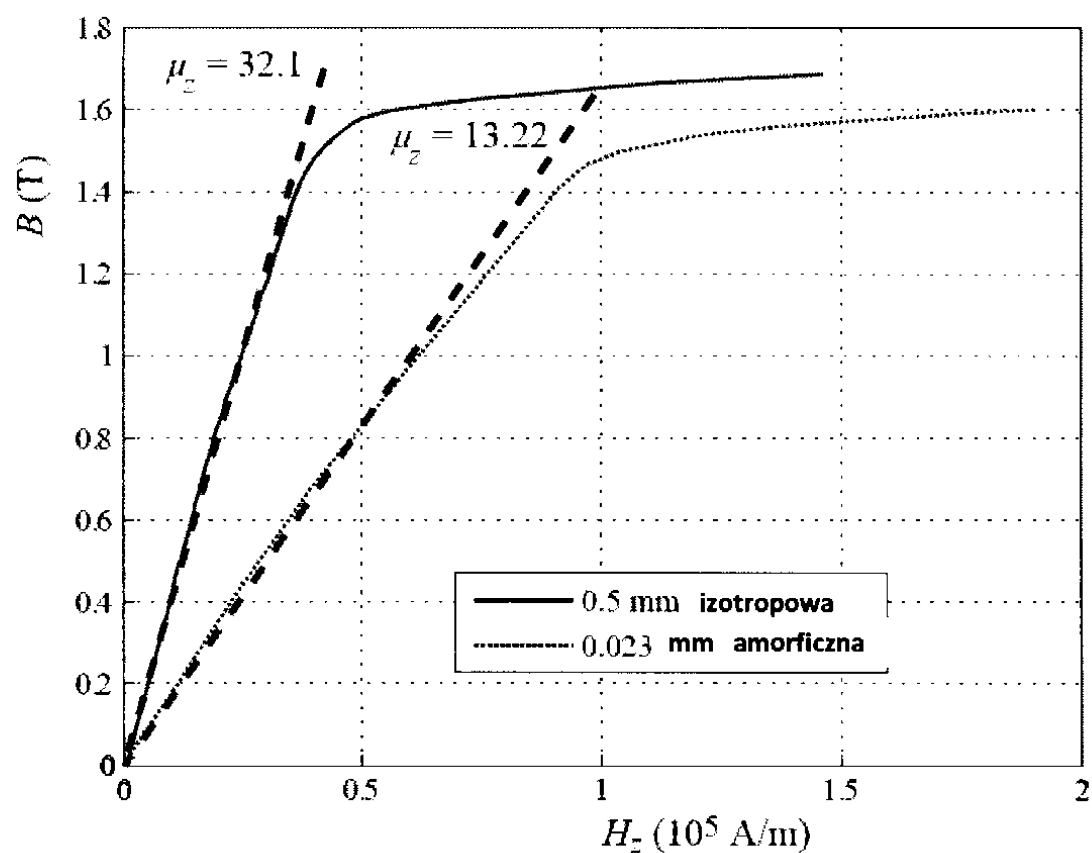
Jak można zauważyć na charakterystykach na rysunku 7.40 oraz 7.41, wartości początkowe przenikalności są małe zarówno dla blach izotropowych, jak i anizotropowych, ale również dla blach amorficznych. Zależą one w zasadniczy sposób od grubości izolacji, stąd prosty wniosek, że małe wartości wynikają ze znacznego udziału izolacji w stosunku do zawartości żelaza, czyli to współczynnik wypełnienia będzie wpływał na początkową wartość względnej przenikalności.



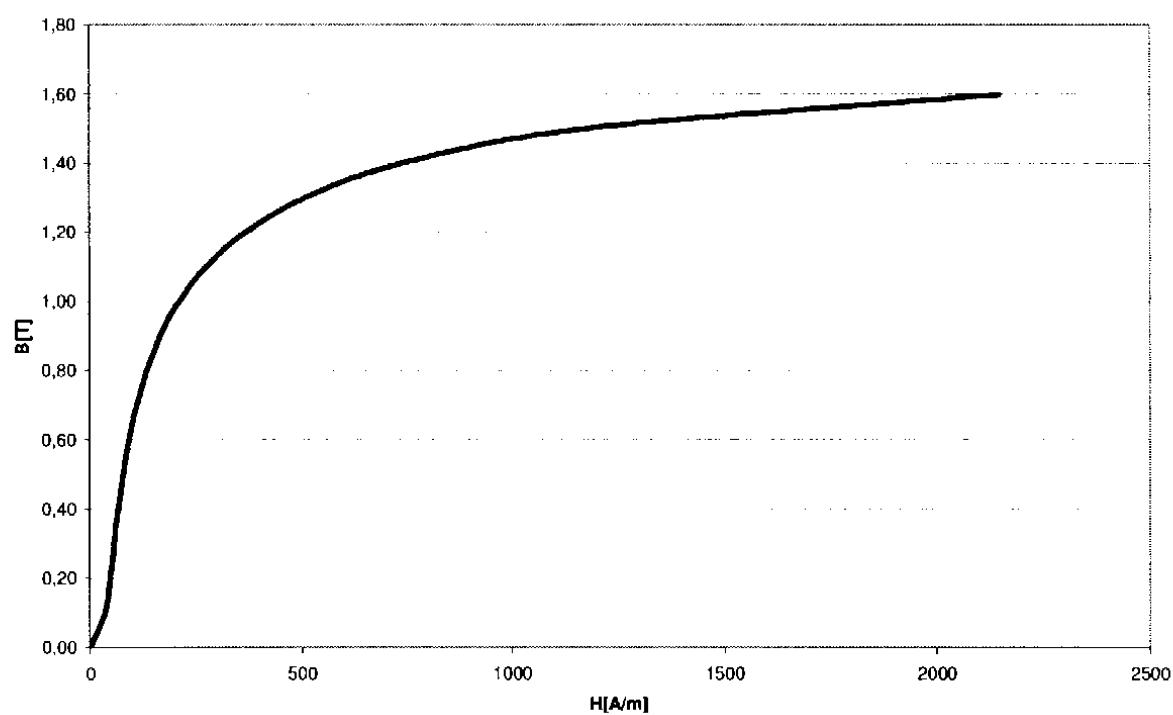
Rys. 7.40. Charakterystyki pomierzone dla różnych grubości izolacji odpowiednio równych 2 μm , 3 μm , 4 μm oraz dla blachy nieizolowanej (blacha 140-35S M)



Rys. 7.41. Charakterystyki dla różnych blach anizotropowych



Rys. 7.42. Charakterystyki dla blachy izotropowej i amorficznej w kierunku normalnym



Rys. 7.43. Charakterystyka blachy amorficznej w kierunku stycznym do powierzchni blachy

Początkowa względna przenikalność magnetyczna blach amorficznych w kierunku stycznym do jej powierzchni jest rzędu pięciu tysięcy, także podobnie jak dla blach krystalicznych stukrotnie wyższa od przenikalności względnej w kierunku normalnym. W tabeli 7.4 podano analizę przenikalności pomierzonych i obliczonych za pomocą zależności 7.9 dla różnych blach oraz procentową różnicę pomiędzy tymi wielkościami.

Tabela 7.4. Porównanie przenikalności pomierzonych i obliczonych za pomocą zależności 7.9 dla różnych blach

Rodzaj blachy	Współczynnik wypełnienia ϵ	μ_z pomierzone	$\mu_z(\epsilon)$ obliczone	Różnica pomiędzy pomiarem i obliczeniem (%)
M 140-35S	0,97	34,3	33,33	2,9
M 100-30P	0,965	28,6	28,57	0,1
M 085-23P	0,955	20,94	22,22	5,77

Zaproponowana metoda ma szereg zalet. Dzięki zastosowaniu statycznej metody pomiaru uniknięto powstawania prądów wirowych mających istotny wpływ na wyniki. Udało się dokonać pomiaru charakterystyki dla całego obszaru natężeń pola wraz z nasyceniem. Dzięki zastosowaniu algorytmu genetycznego udało się znaleźć minimum globalne, mimo istnienia szeregu minimów lokalnych. Pomierzone charakterystyki zostały wykorzystane w symulacjach przedstawionych w następnym rozdziale.

8. Zastosowanie metod modelowania pól elektromagnetycznych

W rozdziale tym przedstawiono zastosowanie wybranych metod do modelowania struktur zblachowanych. Wyniki symulacji zostały porównane z pomiarami. Przeanalizowano zjawiska fizyczne w zblachowanych strukturach związane z penetracją strumienia magnetycznego w materiale magnetycznym i w izolacji, jak również przechodzeniem z jednej do drugiej blachy. W pierwszym punkcie przebadano wpływ prądów wirowych na rozkład pola. Pozwoliło to określić przypadki, w których konieczne jest uwzględnienie prądów wirowych, szczególnie od strumienia normalnego do powierzchni blachy. Ułatwia to wybór odpowiedniej, przystosowanej do konkretnego przypadku, metody przy stosowaniu homogenizacji. W drugim punkcie przedstawiono rozkłady pola w rdzeniu transformatora. Porównano wyniki otrzymane z zastosowaniem homogenizacji z wynikami symulacji trójwymiarowej. Przedyskutowano błędy i ich źródła. W ostatnim punkcie przedstawiono rozkłady pola w maszynie zbudowanej z przesuwanych względem siebie blach anizotropowych.

8.1. Wpływ prądów wirowych na rozkład pola elektromagnetycznego

Aby zbadać wpływ prądów wirowych na rozkład pól elektromagnetycznych, przeprowadzono szereg symulacji trójwymiarowych metodą elementów skończonych. Do symulacji używano pakietu komercyjnego Opera. Modelowanie zblachowanych magnetowodów jest zagadnieniem trudnym i to z wielu powodów. Po pierwsze, blachy są cienkie (ich grubość jest rzędu ułamka milimetra), dodatkowo każda blacha jest pokryta izolacją o grubości rzędu mikronów. Aby przeanalizować efekt naskórkowości, konieczny jest podział, na co najmniej kilka warstw elementów. Otrzymuje się wtedy bardzo krótkie i szerokie elementy. Prowadzi to do złego uwarunkowania macierzy lub do ilości elementów rzędu dziesiątek czy nawet setek milionów. Wykonanie takiej symulacji jest praktycznie niemożliwe, nawet używając nowoczesnych komputerów o dużej pamięci operacyjnej. W celu uproszczenia obliczeń zdecydowano się na opracowanie modeli z małą ilością blach. Wybrano takie, w których istnieje znaczny strumień normalny do powierzchni blachy. Strumień, przecho-

dząc z jednej blachy do drugiej, zmienia kierunek przy jej końcu. Na końcu blachy istnieje więc składowa normalna, podczas kiedy w środkowej części strumień ma kierunek styczny. Granice otaczającego powietrza zostały dobrane pomiarowo, tak żeby warunki brzegowe nie modyfikowały rozkładu pola wewnątrz zblachowanej struktury. Uwzględniono anizotropię magnetyczną wprowadzając pomierzone charakterystyki w kierunku walcowania (0°), prostopadłym (90°) i normalnym do powierzchni blachy (charakterystyki pomierzone w sposób przedstawiony w rozdziale 7).

Przebadano dwa modele. Pierwszy składający się z dwóch blach, pokazany na rysunku 8.1a. Model ten pozwala na analizę zmiany kierunku strumienia przy przechodzeniu z jednej blachy do drugiej w przypadku, kiedy obie blachy mają ten sam kierunek walcowania. Ten model pozwala też przebadąć wpływ prądów wirowych indukowanych przez strumień normalny do powierzchni blachy na rozkład pola magnetycznego w całej strukturze. Drugi model pokazany na rysunku 1b przedstawia zaplecenie metodą step-lap, zawierające wewnętrzne szczeliny powietrzne. Pozwala on na analizę zjawisk związanych z omijaniem i przechodzeniem poprzez szczeliny przez strumień magnetyczny.

Oba modele zostały zbudowane z blach anizotropowych Thyssen-Krupp Electrical Steel Company (M140-35S), o długości 800 mm, szerokości 100 mm i grubości 0,35 mm. Straty dla indukcji 1,7 T przy 50 Hz są równe 1,40 W/kg [338].

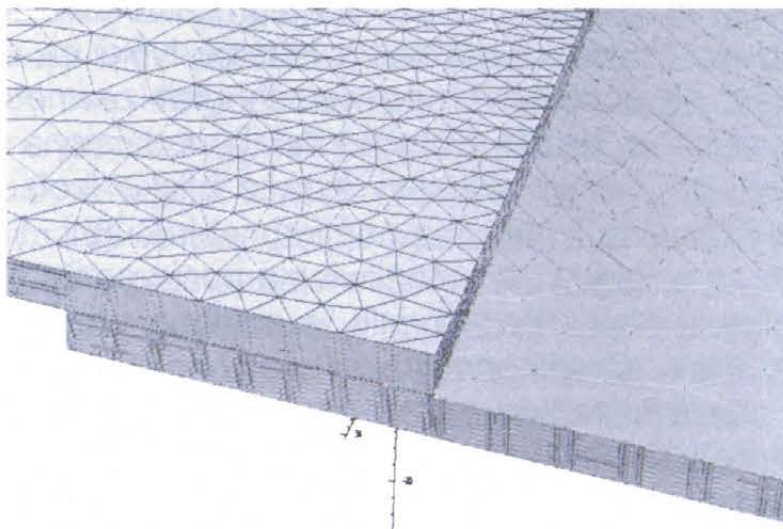
W pierwszym modelu obie blachy tworzą zakładkę o długości 5mm. Blachy mają ten sam kierunek zgodny z kierunkiem walcowania. Zastosowano kartezjański układ współrzędnych o środku w lewym dolnym rogu struktury. Przyjęto oś x w kierunku walcowania blachy, y w kierunku poprzecznym i z w kierunku normalnym do powierzchni blachy. Celem badań było stwierdzenie, w jaki sposób strumień przechodzi z jednej blachy do drugiej, na całej długości zakładki. Ponieważ pierwsza blacha się kończy, cały strumień musi przejść do drugiej blachy. Powoduje to istnienie dużej składowej indukcji normalnej do powierzchni. Jednocześnie zjawisko nie będzie zakłócanie przez istnienie szczelin i zapleceń blach o różnym kącie anizotropii. Model składa się z 555643 elementów, 94809 węzłów, 655966 krawędzi. Przeprowadzono dwie symulacje odpowiadające dwóm wymuszeniom: pierwsza dla strumienia $35 \cdot 10^{-6}$ Wb (odpowiada to średniej indukcji 1,2 T) oraz druga dla $42 \cdot 10^{-6}$ Wb (odpowiadający średniej indukcji 1,8 T).

Drugi model pokazany na rysunku 8.1b składa się z czterech warstw, każda z nich zawiera dwie blachy. Warstwy są zaplatane w step-lap 90° . Zaplatanie jest pięcio-cykłowe, co pozwala otrzymać cztery stopnie, każdy zawierający po dwie blachy. Zaplecenie ma szczeliny 1 milimetrowe i szerokość stopnia równą 5 mm, przesunięcia stopni są robione w kierunku x i y. Strukturę zaplecenia umieszczono w powietrzu i otoczono

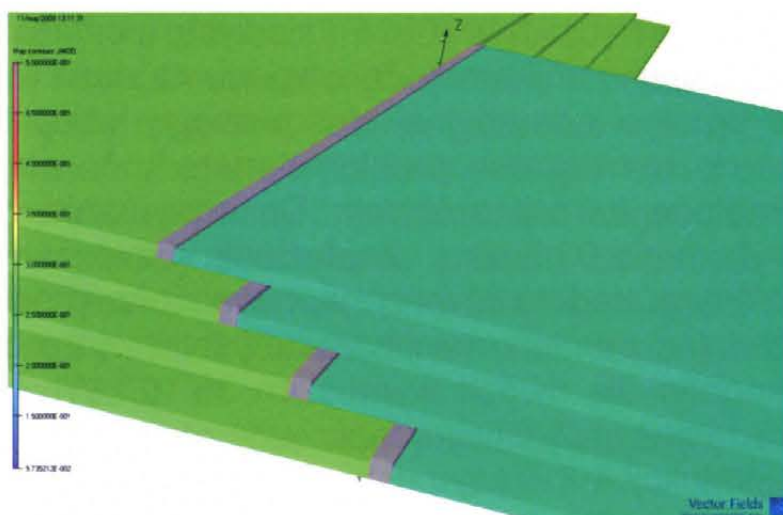
cewką wymuszającą strumień w zapleceniu. Zastosowano następujące warunki brzegowe: składowa normalna istnieje tylko na obu zakończeniach zaplecenia, na pozostałych powierzchniach zewnętrznych istnieje tylko składowa styczna. Każda z blach została podzielona na cztery warstwy elementów, przy czym warstwy leżące blisko izolacji są węższe. Przyjęto 1 mm szczelinę izolacyjną pomiędzy blachami. Taką szerokość izolacji przyjęto ze względu na umożliwienie porównania wyników symulacji 3D z wynikami pomiarów. Wyniki te zostaną przedstawione w następnym podrozdziale. Cewki pomiarowe zostały nawinięte drutem o średnicy 0,5 mm przechodzącym przez otworki wywiercone w blachach. Powoduje to „rozmietlenie” warstw, i wzrost odległości pomiędzy nimi do 1mm. Przy budowie modelu symulacyjnego starano się zachować identyczną geometrię jak w układzie pomiarowym. Model ten ma 187406 węzłów, 1278469 krawędzi i 1070924 liniowych elementów o kształcie ostrosłupów o podstawie trójkątnej. Ze względu na dużą ilość elementów w stosunku do pamięci operacyjnej stosowanego komputera nie udało się zastosować do rozwiązania problemu metody Newtona-Raphsona, zastosowano metodę iteracji prostych. Do otrzymania zbieżności konieczne było wykonanie 93 iteracji. Znalezienie rozwiązania trwało wiele setek godzin. W tym modelu również wprowadzono prostokątną anizotropię blach, zadając pomierzone charakterystyki w trzech kierunkach. Symulacje wykonano dla dwóch wymuszeń $35 \cdot 10^{-6}$ Wb (co odpowiada średniej indukcji równej 1,2 T (wymuszenie 1) oraz $42 \cdot 10^{-6}$ Wb odpowiadające średniej indukcji 1,7 T (wymuszenie 2). Obliczono rozkłady indukcji i prądów wirowych.

Wykonano kilka serii obliczeń: w pierwszej uwzględniono rzeczywistą przewodność materiału, w drugiej pominięto prądy wirowe zadając zerową przewodność. W następnych przyjmowano anizotropową przewodność wymuszając zamykanie się prądów wirowych w konkretnych, interesujących nas kierunkach. Przyjęcie zerowej przewodności w kierunku normalnym pozwoliło na analizę prądów wirowych indukowanych przez strumień normalny do powierzchni blachy. Następnie przyjęto zerową przewodność w kierunku stycznym do powierzchni blachy, co pozwoliło na analizę prądów indukowanych przez strumień podłużny. W sumie seria symulacji 3D pozwoliła na ocenę wpływu prądów indukowanych na rozkład pola i na rozdzielenie zjawisk będących skutkiem strumieni: podłużnego i normalnego.

a)



b)

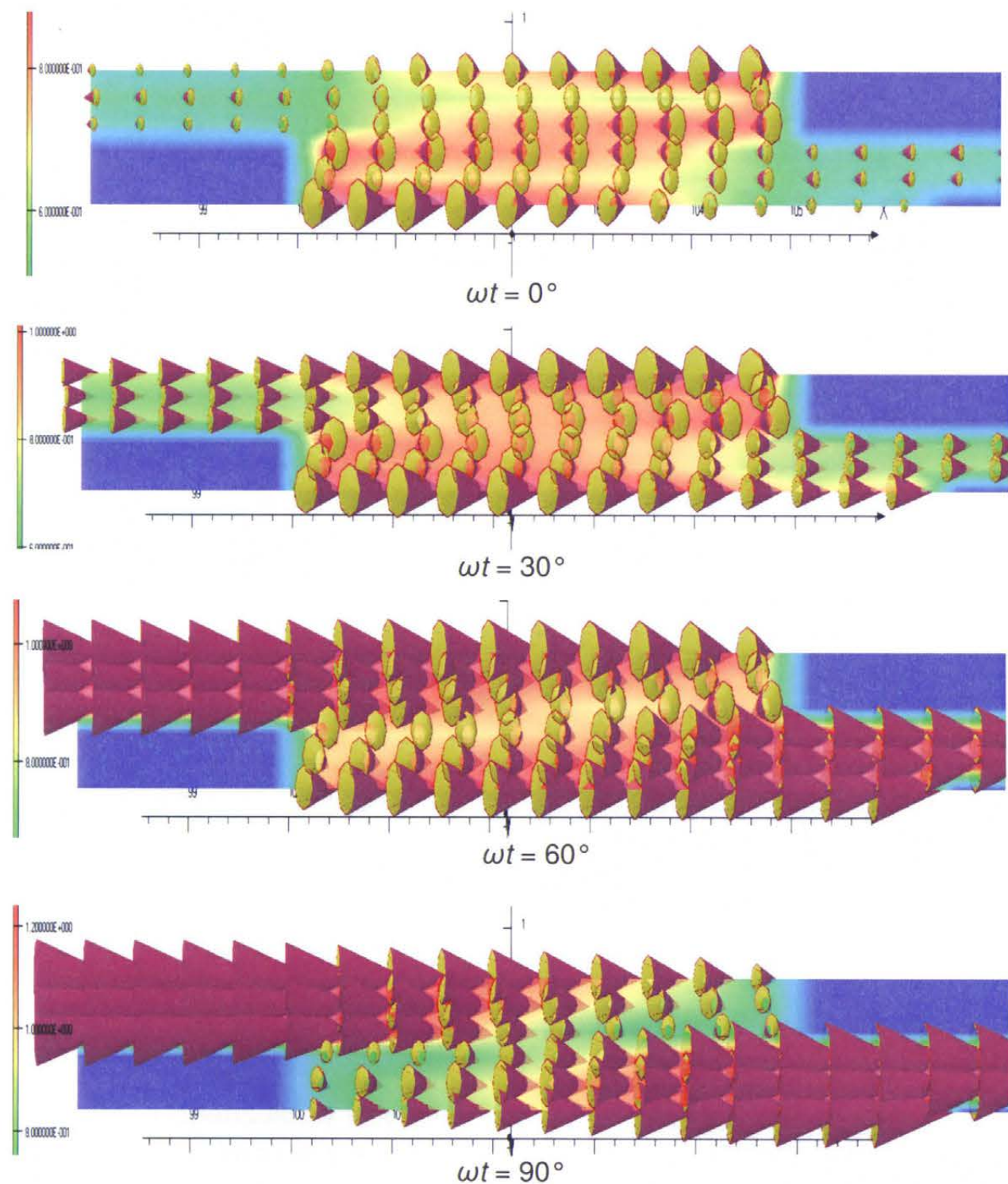


Rys. 8.1. Model z dwoma blachami a), zaplecenie blach z wewnętrznymi szczelinami powietrznymi b)

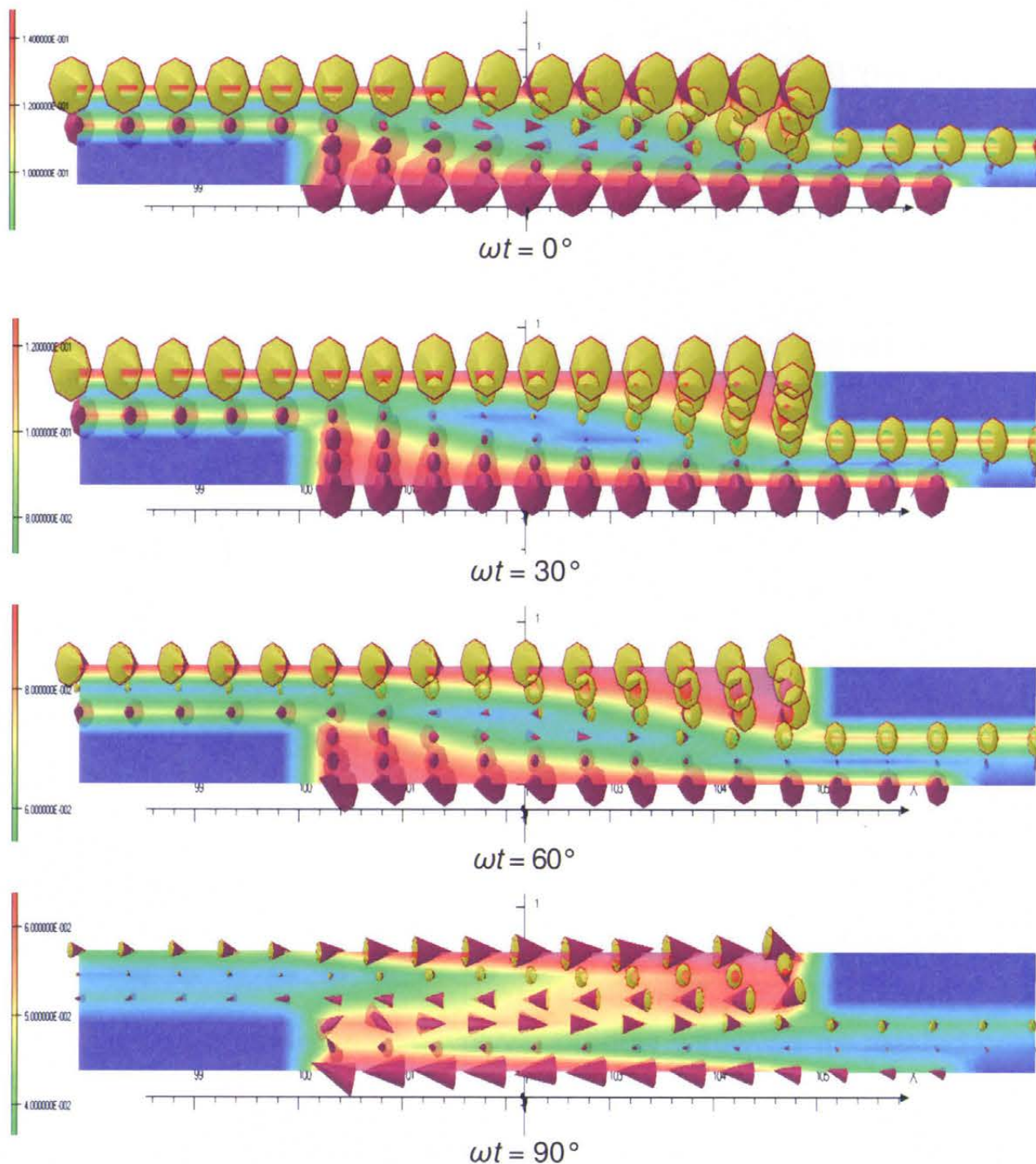
Najlepszą metodą analizy wpływu prądów wirowych na rozkład pola jest porównanie rozkładu wektorów indukcji i prądów w różnych chwilach czasowych. Wyniki przedstawione na rysunku 8.2 dotyczą pierwszego modelu, a konkretnie obszaru w połowie pierwszej warstwy elementów górnej zakładki dla $z = 0,05 \text{ mm}$, $95 \text{ mm} < x < 105 \text{ mm}$. W tej symulacji przyjęto anizotropową przenikalność magnetyczną i izotropową przewodność. Największa wartość indukcji istnieje dla $\omega t = 90^\circ$, a największa wartość prądów wirowych dla $\omega t = 0^\circ$. Prądy i strumienie są przesunięte praktycznie o 90° . W przestrzeni zakładki wszystkie strumienie wzdłużne przechodzą z jednej blachy do drugiej. Na początku zakładki występuje głównie strumień wzdłużny, a strumień normalny jest pomijalnie mały. W miarę przesuwania się w głąb zakładki strumień ten rośnie. Oba strumienie: wzdłużny i normalny indukują prądy wirowe. Prądy te tworzą własne strumienie. Z tego właśnie powodu można zaobserwować strumień

poprzeczny w kierunku y . Na rysunku 8.2a pokazano wektory indukcji dla izotropowej przewodności w chwilach: $\omega t = 0, 30, 60$ i 90° , a na rysunku 8.2b wektory prądów wirowych dla poszczególnych chwil.

a)



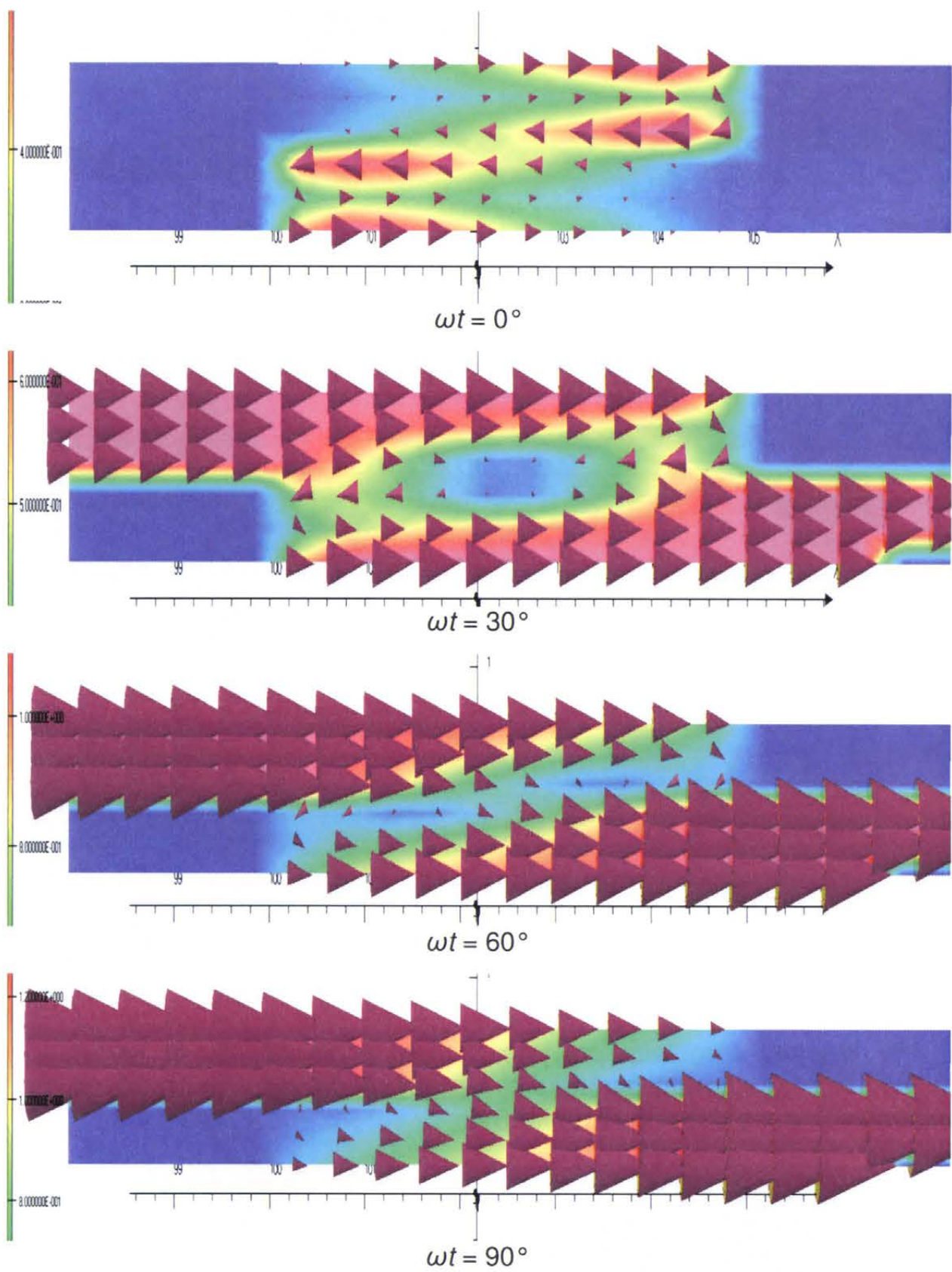
b)



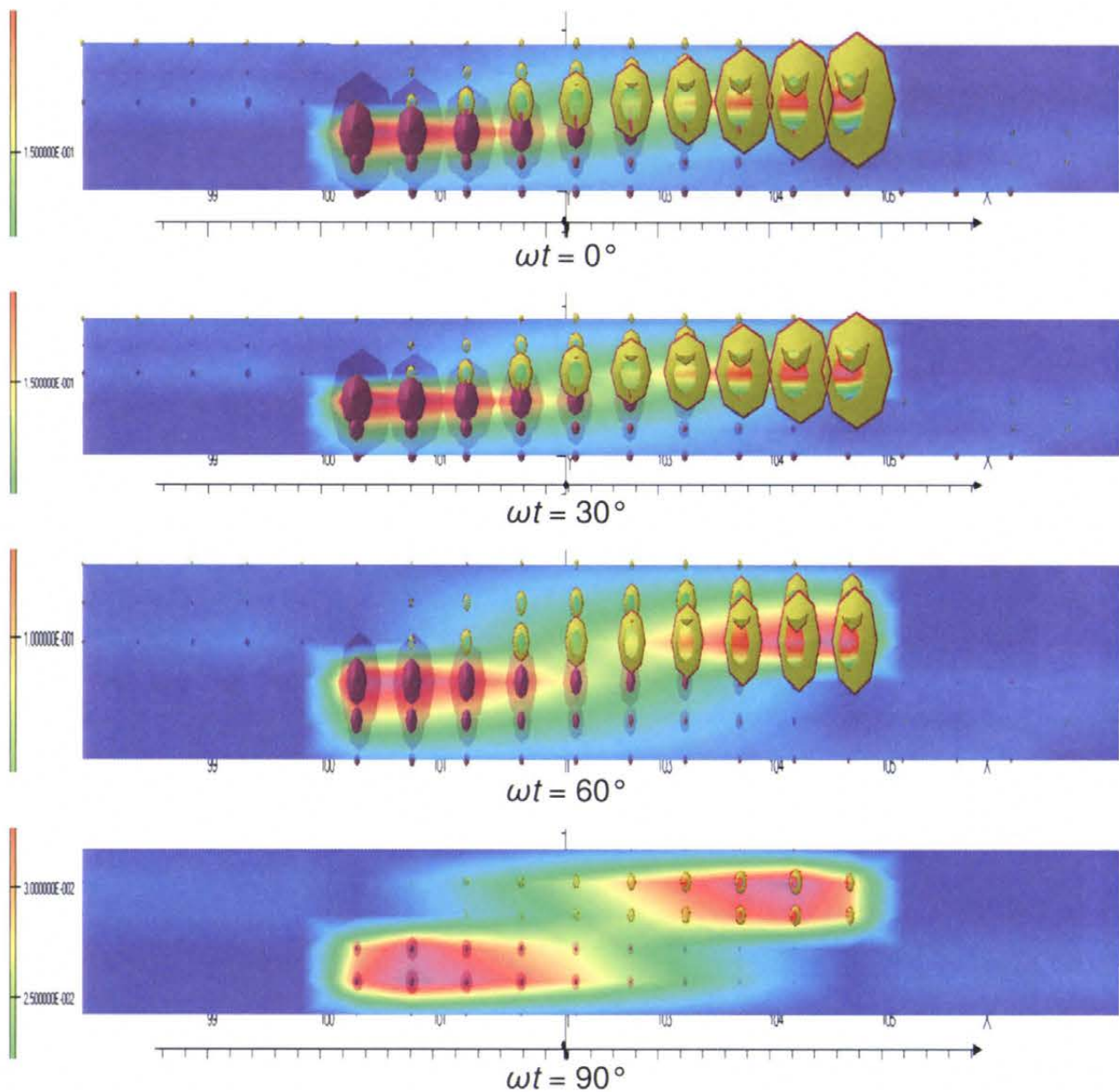
Rys. 8.2. Rozkład wektorów: indukcji (a), prądów wirowych dla różnych chwil czasowych (b)

W celu oddzielenia strumieni: normalnego i wzdłużnego przeprowadzono kolejne symulacje, stosując anizotropową przewodność. Początkowo przyjęto zerową przewodność w kierunku normalnym do powierzchni blachy. Na rysunku 8.3 pokazano wektory indukcji i prądów wirowych dla różnych chwil czasowych.

a) indukcja



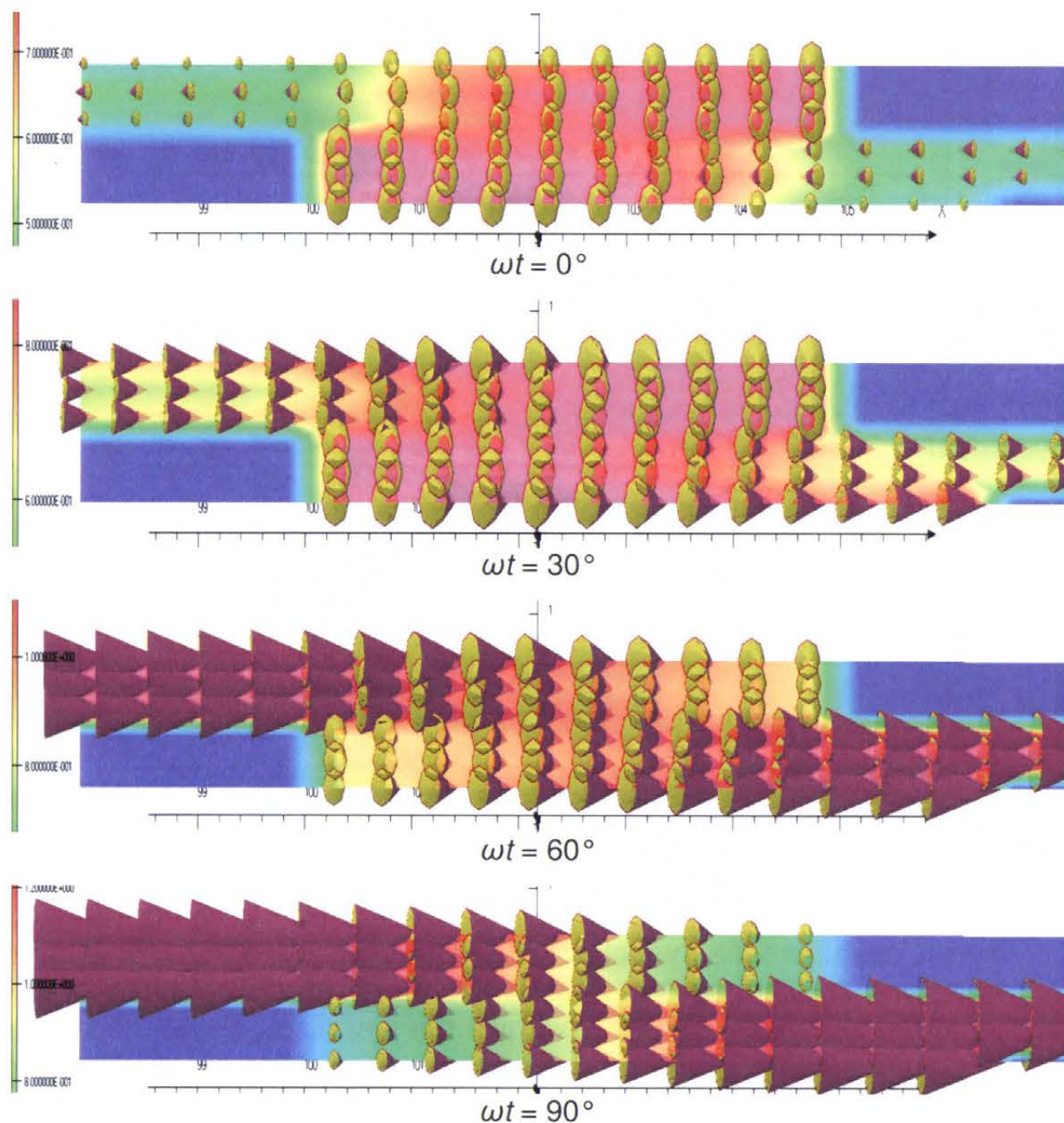
b) prądy wirowe



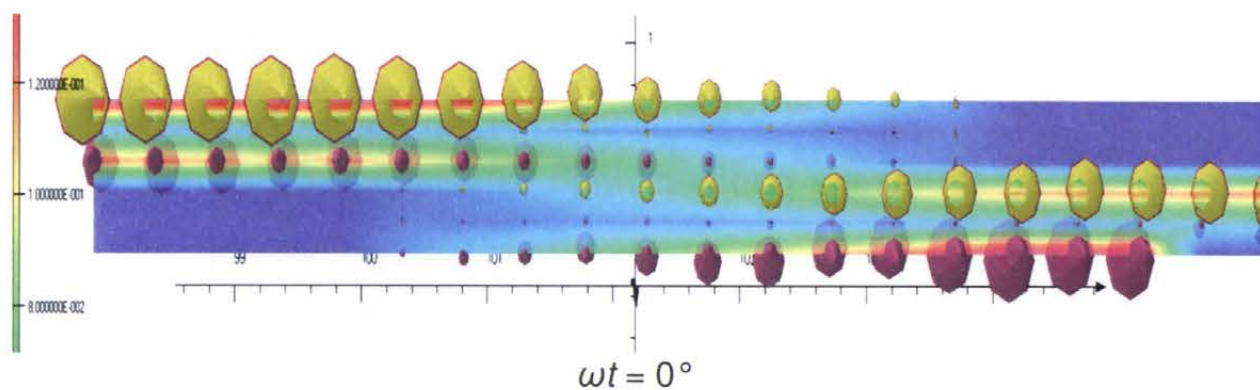
Rys. 8.3. Rozkład wektorów: (a) indukcji i (b) prądów wirowych dla różnych chwil czasowych

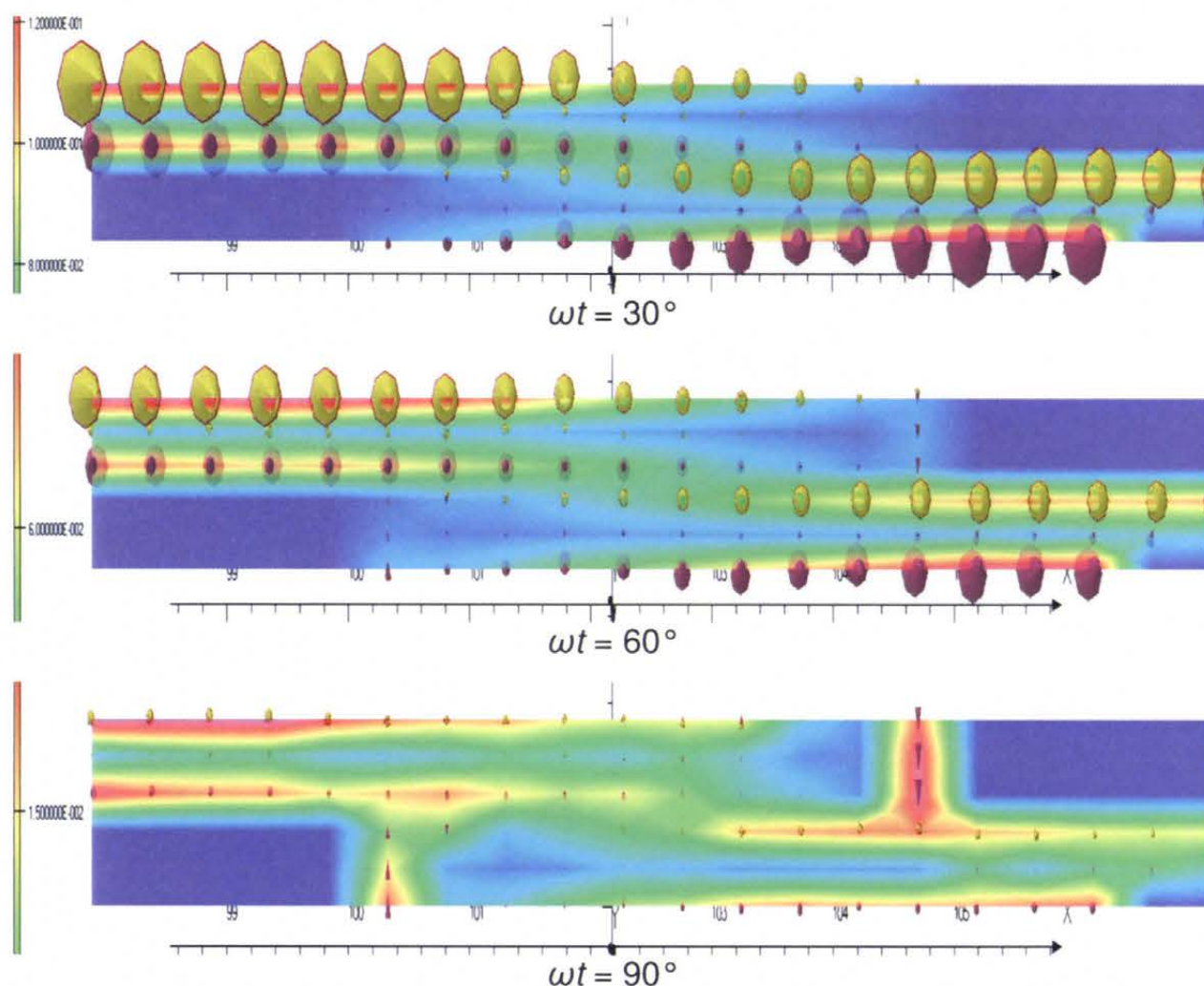
W kolejnej symulacji przyjęto zerową przewodność w kierunku x. Wyniki rozkładu wektorów indukcji i prądów wirowych dla różnych chwil czasowych pokazano na rysunku 8.4.

a) indukcje



b) prądy wirowe

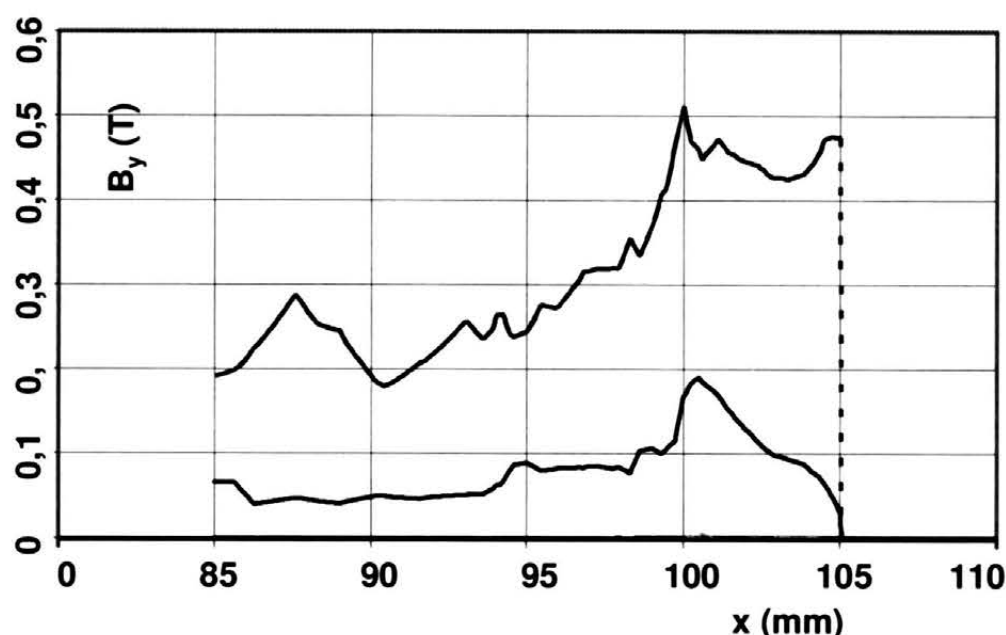




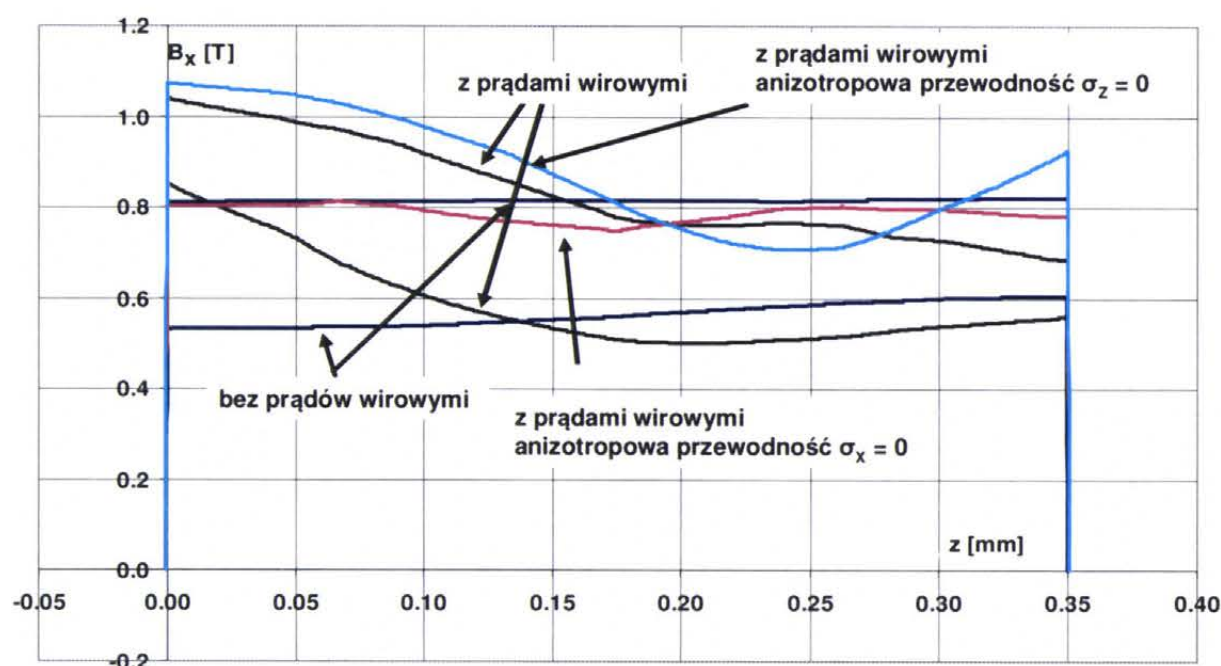
Rys. 8.4. Rozkład wektorów: indukcji (a) i prądów wirowych dla różnych chwil czasowych (b)

Wyniki pokazane na rysunkach 8.2-8.4 wskazują na istnienie strumieni, których źródłem są prądy wirowe. O ile na grubości blachy droga, wzdłuż której zamykają się prądy wirowe nie jest duża, o tyle droga prądu na płaszczyźnie x-y jest bardzo długa i w związku z tym wywołuje znaczne indukcje. Strumień przechodzi z jednej blachy do drugiej, ale sposób, w jaki skręca, wynika z istnienia indukowanych prądów. Na rysunku 8.5 pokazano przebieg poprzecznego strumienia (strumienia w kierunku y) wzdłuż osi x. Wyniki dotyczą dwóch typów wymuszeń (wymuszenia 1 i 2).

Przebieg poprzecznej składowej indukcji, pokazany na rysunku 8.5, wskazuje, że dla niższego poziomu indukcji wartość składowej poprzecznej jest rzędu 0,1 T, a dla wysokiej rzędu 0,5 T. Zmiana rozkładu pola wynika ze strumienia poprzecznego istniejącego na skutek indukowanych prądów.



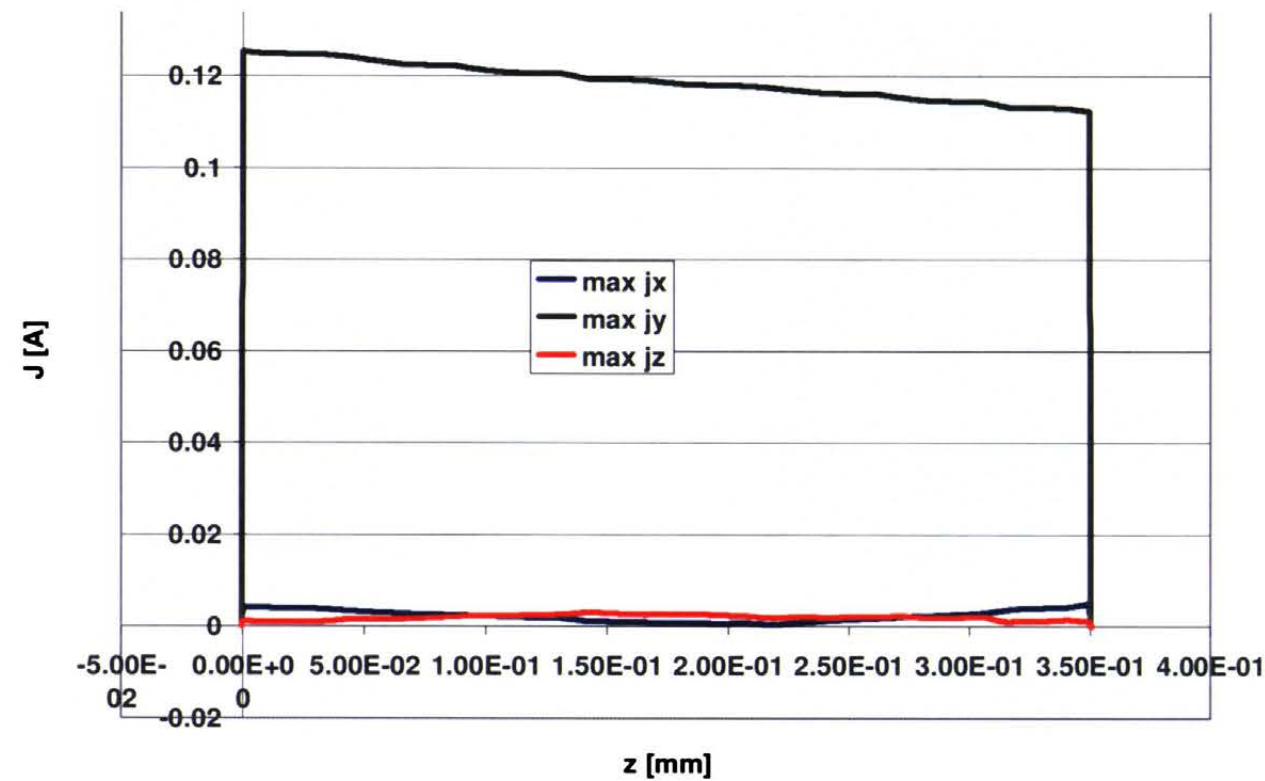
Rys. 8.5. Rozkład B_y wzdłuż osi x w połowie blachy dla wymuszenia 1 ($35 \cdot 10^{-6}$ Wb) i 2 ($42 \cdot 10^{-6}$ Wb)



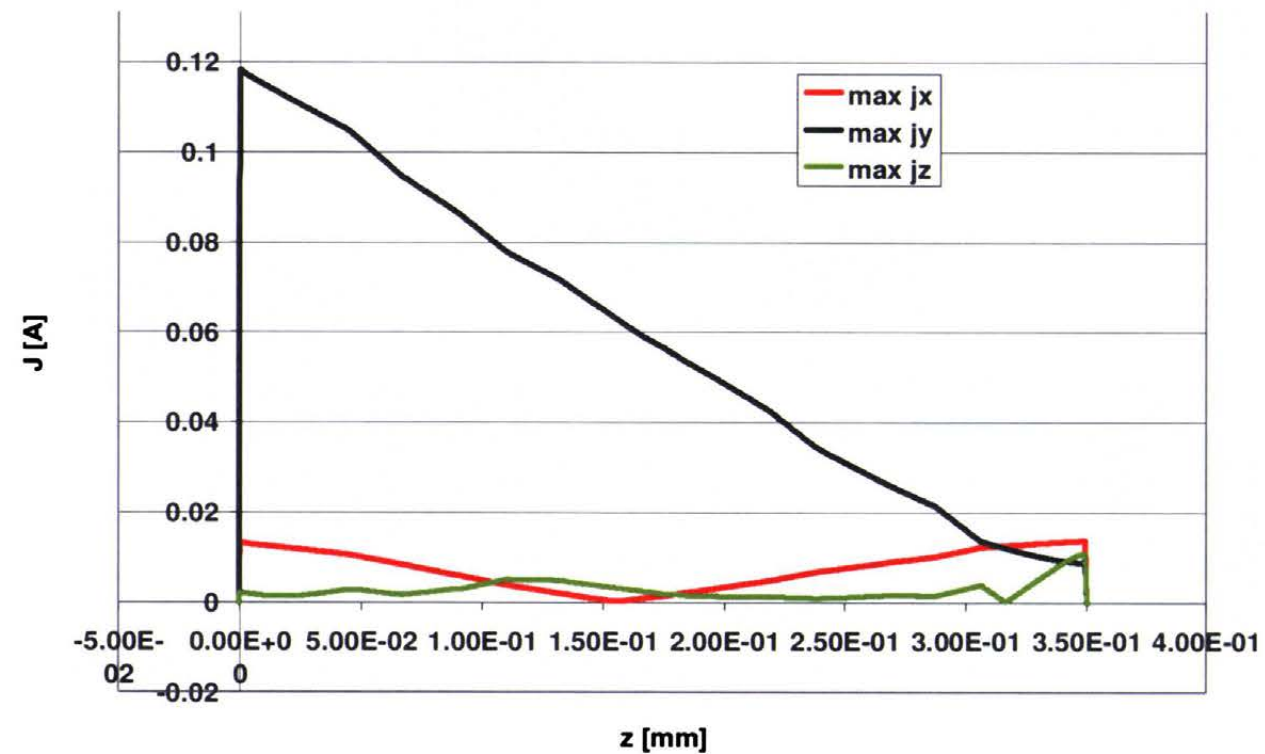
Rys. 8.6. Przebieg składowej wzdłużnej indukcji B_x wzdłuż osi z wewnątrz blachy dla $x = 102,25$ mm, wymuszenie 1, czyli 1,2 T

Kolejne rysunki przedstawiają rozkłady prądów wirowych wzdłuż grubości blachy dla $y = 50$ mm dla dwóch różnych wartości x : $x = 100,25$ mm (na początku zakładki) i dla $x = 102,5$ mm (w połowie zakładki). W tej symulacji przyjęto zerową przewodność w kierunku z , co pozwala zaobserwować zjawiska wywołane przez strumień normalny do powierzchni blachy. W podobny sposób przyjęcie zerowej przewodności w kierunku x pozwoli prześledzić zjawiska wynikające ze strumienia wzdłużnego.

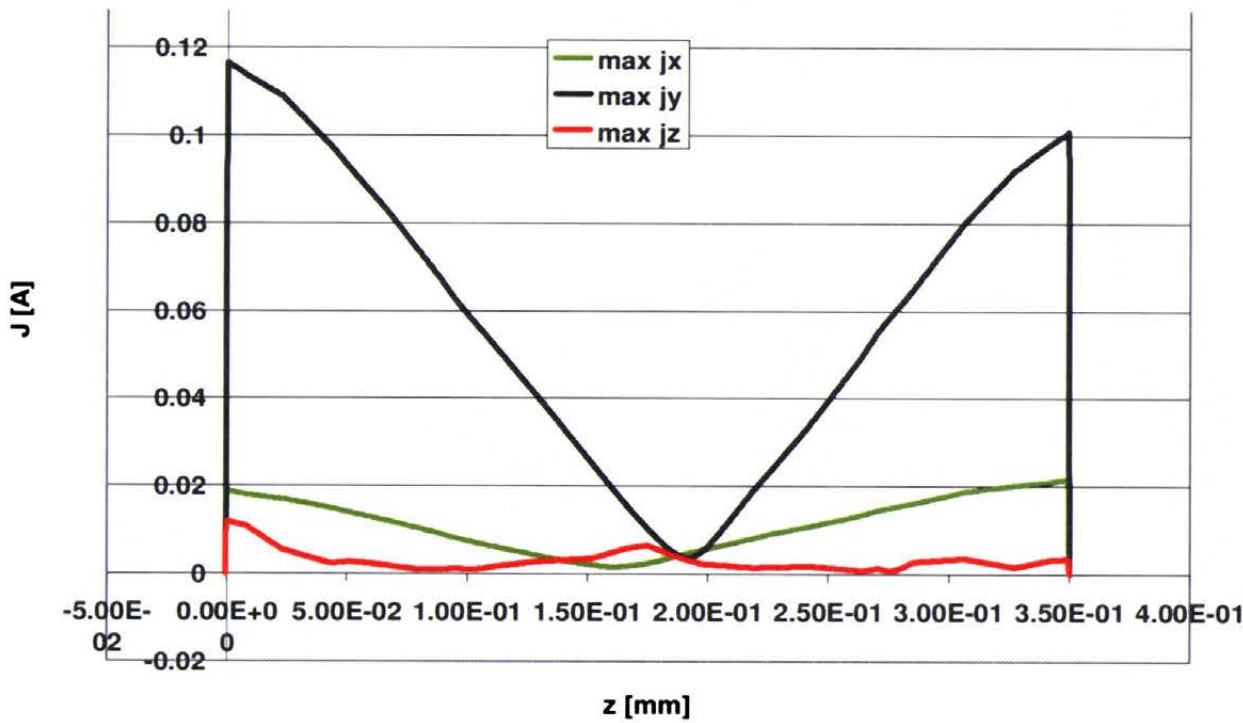
a) $x = 100,25 \text{ mm}$



b) $x = 102,5 \text{ mm}$

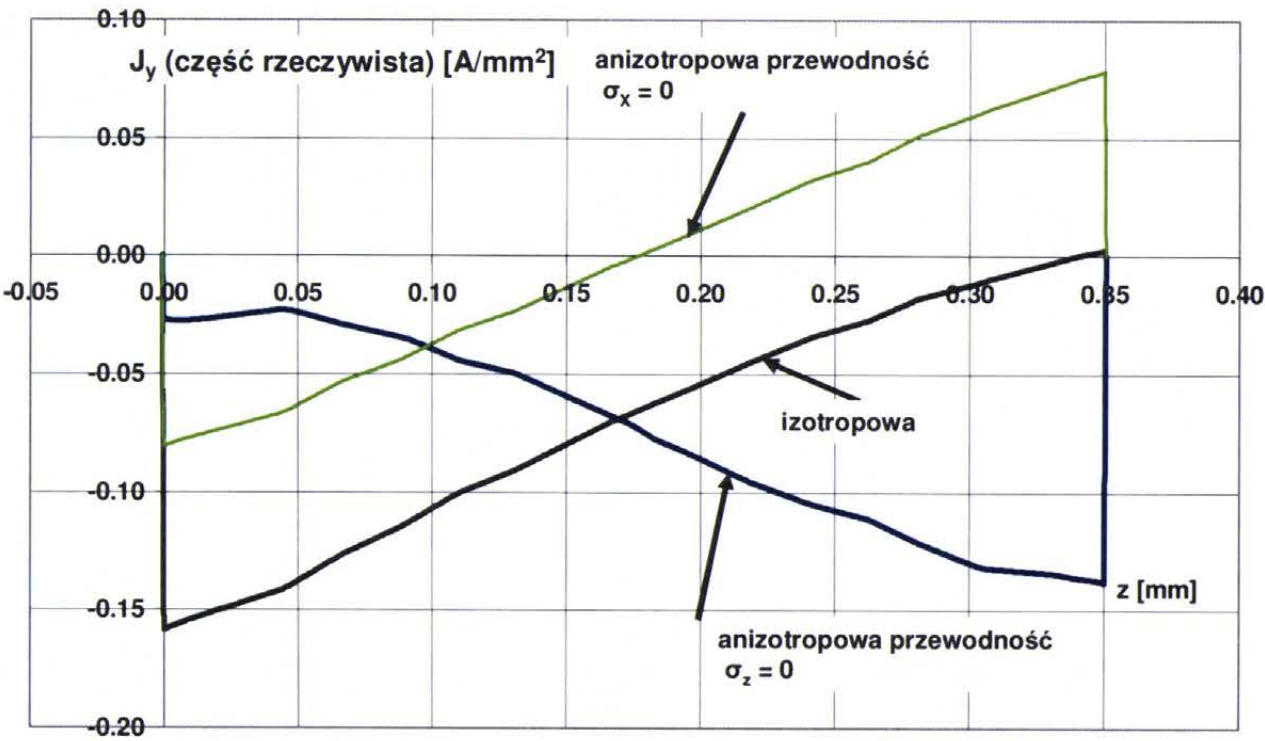


c) $x = 104,5 \text{ mm}$

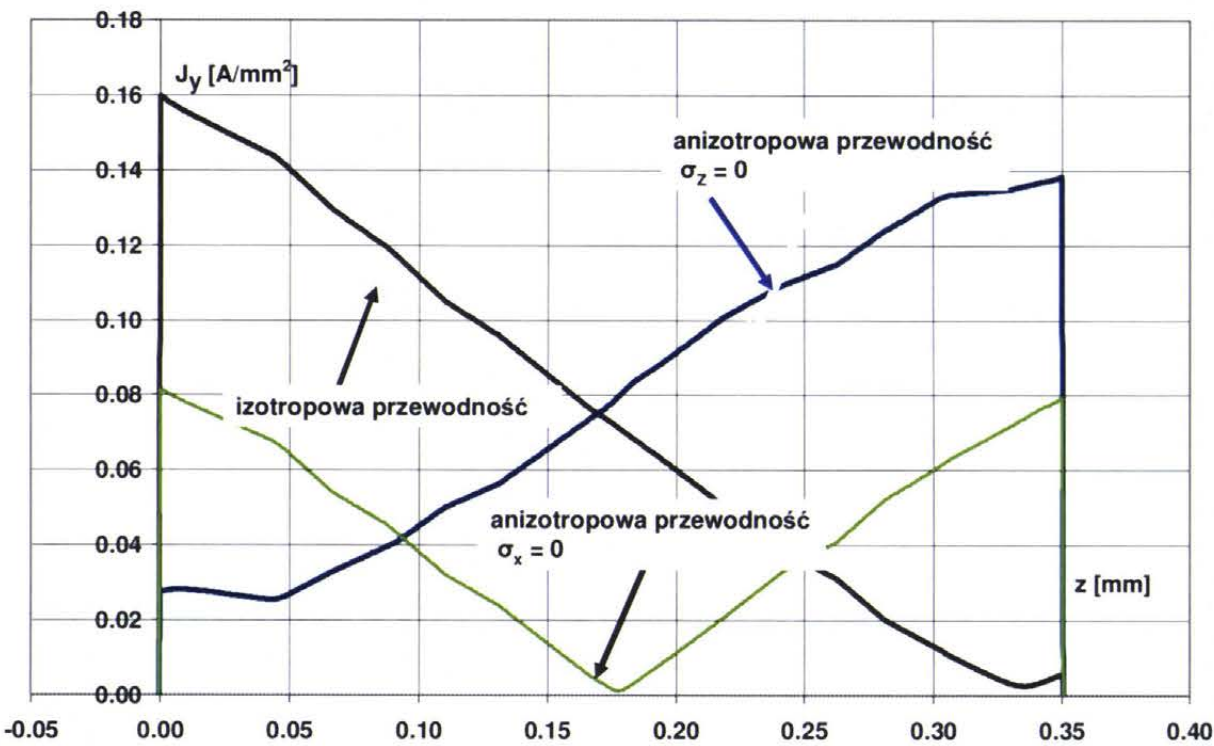


Rys. 8.7. Zmienność prądów wirowych wzdłuż osi z w obrębie blachy dla różnych wartości x

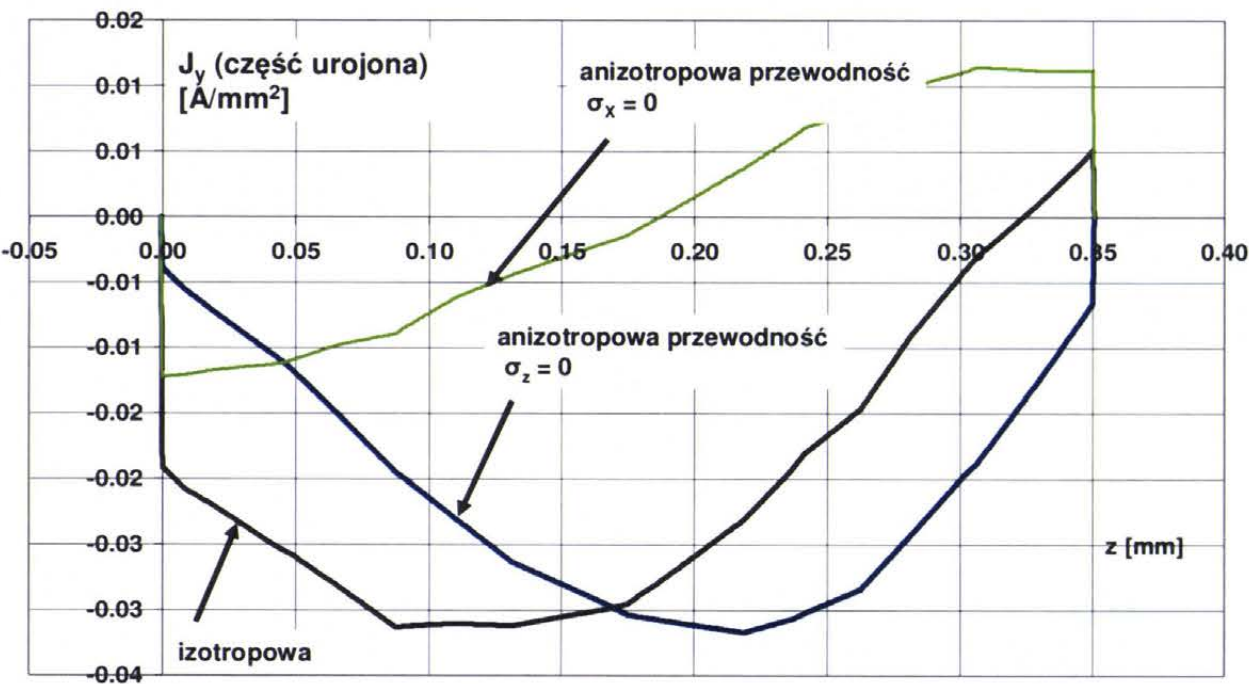
a)



b)

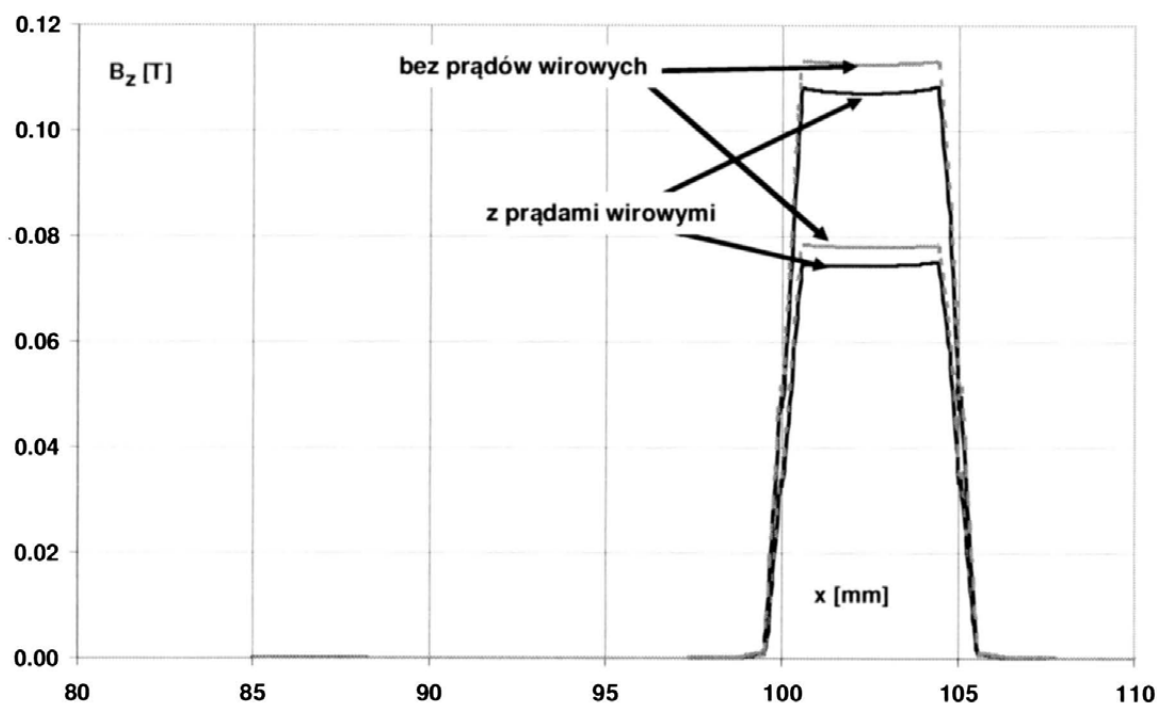


c)



Rys. 8.8. Składowa J_y w funkcji z (a), część rzeczywista J_y (b), część urojona (c)

Następny rysunek dotyczy przejścia strumienia przez izolację między blachami w punkcie $z = 0,355$ mm w środku warstwy izolacyjnej dla zmieniającego się x .



Rys. 8.9. Zmiany B_z w funkcji x w środku izolacji międzyblachowej

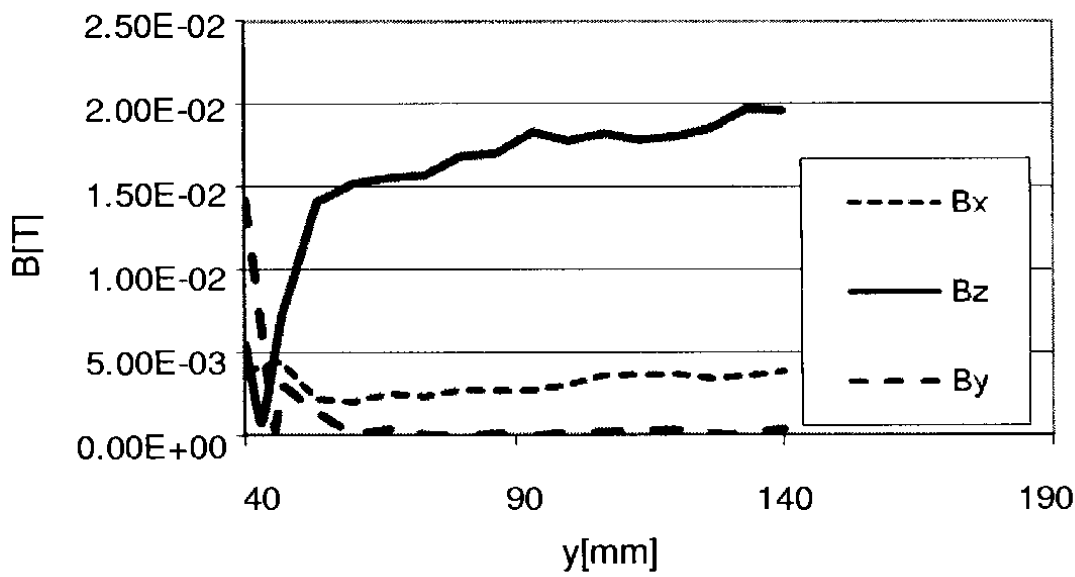
Indukowane prądy wirowe nie wpływają na przechodzenie strumienia z jednej blachy do drugiej, wpływają natomiast na rozkład pola wewnątrz blachy.

Przejdźmy teraz do analizy zjawisk w drugim modelu, modelu zapleceń step-lap. Występuje tu nałożenie się dwóch zjawisk: zmiany strumienia przy przechodzeniu z jednej blachy do drugiej oraz chwilowa zmiana kierunku przy przechodzeniu przez szczelinę powietrzną. Szczeliny powietrzne w każdej z kolejnych warstw są przesunięte w stosunku do siebie. Każda warstwa składa się z blach jarzmowych i blach kolumnowych.

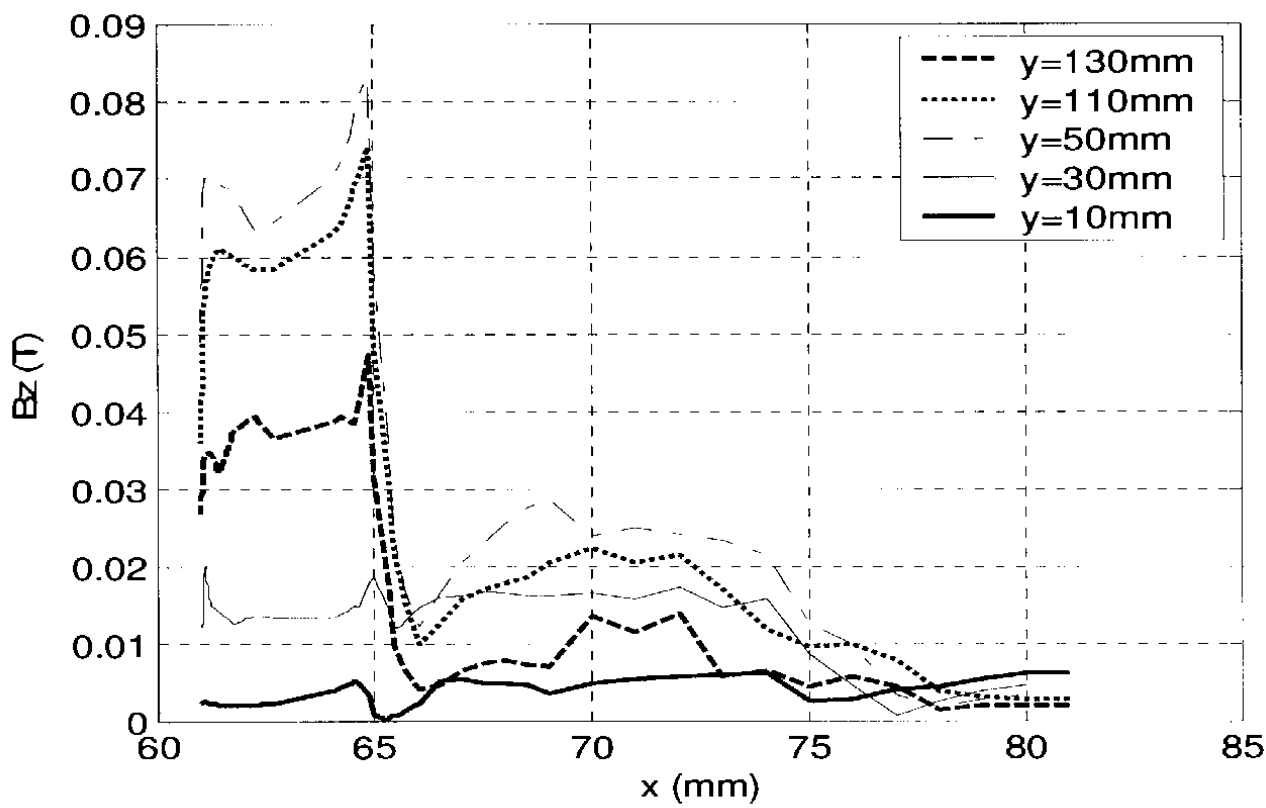
Na rysunku 8.10 pokazano przebiegi składowych indukcji w szczelinie powietrznej pierwszej warstwy. Widać wyraźnie, że w okolicach szczeliny powietrznej strumień przechodzi z jednej blachy do drugiej. Z tego powodu składowa indukcji w kierunku normalnym do blachy B_z jest nie tylko porównywalna, a nawet zdecydowanie większa od składowych B_x i B_y . To stwierdzenie pomogło nam ustalić warunki ograniczające dla przedstawionej w dalszej części paragrafu metody analitycznej.

Składowa w szczelinie powietrznej między blachami kolumny i jarzma B_z została przedstawiona na rysunku 8.11. Przebieg B_z w funkcji x pokazano w środku szczeliny o grubości 0,1 mm pomiędzy drugą a trzecią warstwą. Punkt (0, 0, 0) znajduje się w prawym górnym rogu zaplecenia. Szczelina pomiędzy blachami jarzma i kolumny znajduje się: dla pierwszej warstwy pomiędzy $x = 60$ mm a $x = 61$ mm, dla drugiej pomiędzy $x = 65$ mm a $x = 66$ mm, i kolejno dla następnych warstw pomiędzy

$x = 70\text{ mm}$ a $x = 71\text{ mm}$ oraz $x = 75\text{ mm}$ a $x = 76\text{ mm}$. Jako parametr przyjęto wartość y kolejno równą 10 mm , 30 mm , 50 mm , 110 mm oraz 130 mm .



Rys. 8.10. Składowe indukcji B_x , B_y oraz B_z w szczelinie powietrznej



Rys. 8.11. Zmienność B_z w funkcji x w szczelinie powietrznej

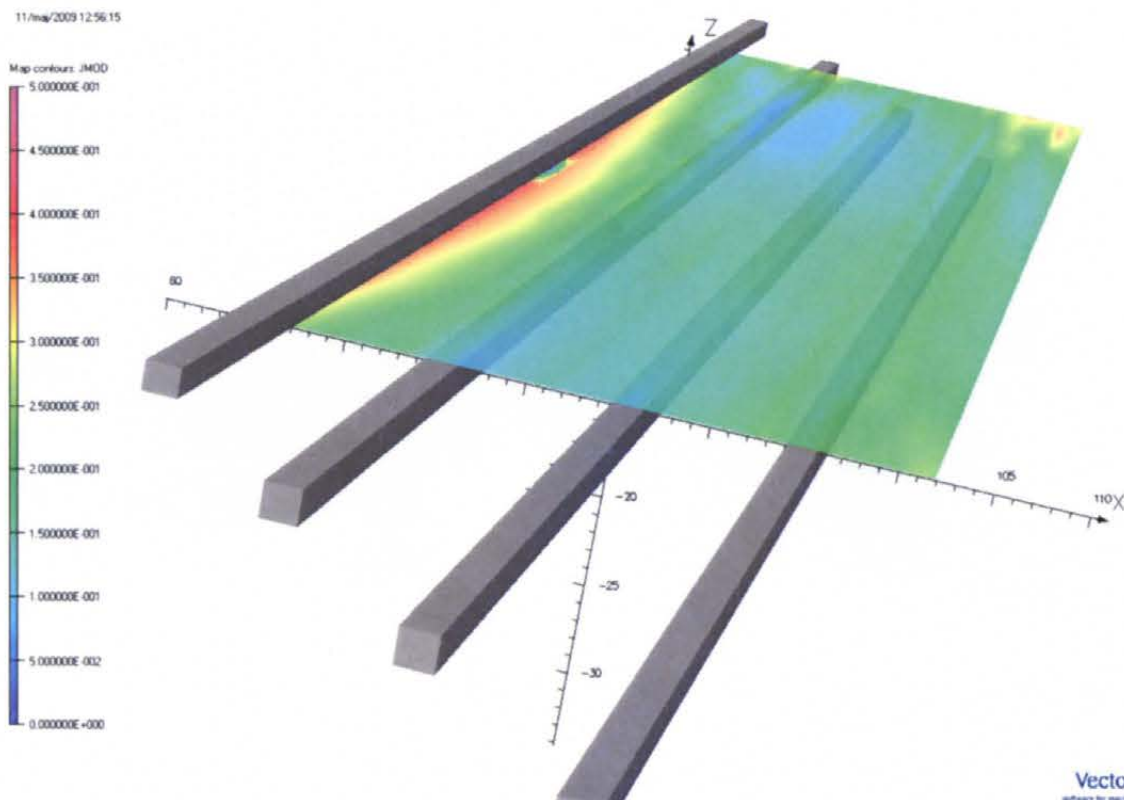
Analizując wyniki symulacji, możemy stwierdzić, że od 0 mm do 80 mm (w kierunku x) składowa normalna indukcji B_z jest praktycznie stała i jest zawarta między 1 mT a 8 mT , zależnie od wartości współrzędnej y . W odległości 10 mm od krawędzi, czyli na wysokości drugiej warstwy, wartość

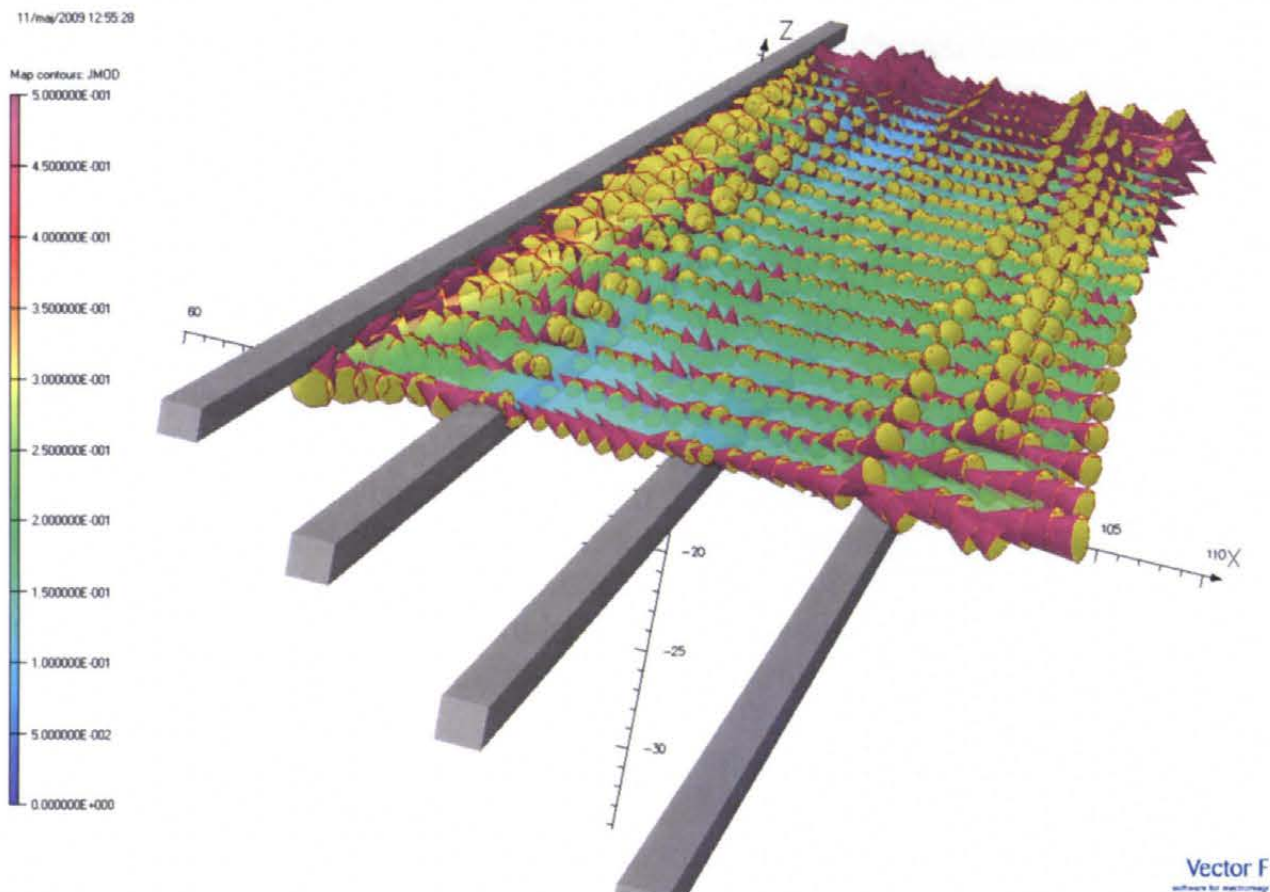
składowej normalnej indukcji rośnie do 8 mT. Poczynając od $x = 84$ mm, to znaczy tuż przed szczeliną, w czwartej warstwie składowa B_z rośnie do 25 mT w drugiej warstwie tuż przy szczelinie. Przy przejściu przez szczelinę, między pierwszą a drugą warstwą, indukcja rośnie do 65-80 mT, utrzymując tę wartość w całym obszarze między szczelinami. Linia dla $y = 10$ mm przechodzi praktycznie przez obszar jarzma i nie przechodzi do powietrza, z kolei linie dla $y = 110$ mm oraz 130 mm przechodzą przez obszary szczeliny.

Na kolejnym rysunku pokazano rozkład prądów wirowych i ich przebieg w poszczególnych stopniach zakładki. Wektor o długości równej szerokości warstwy powietrza – 1 mm odpowiada wektorowi o amplitudzie $0,1 \text{ A/mm}^2$. Wszystkie rozkłady zostały zrobione dla chwili czasowej $\omega t = 0^\circ$, czyli wtedy, kiedy prądy wirowe mają największą wartość. Rozkłady pokazano nie na całej szerokości blachy, obcięto brzegi po 10 mm z każdej strony, żeby usunąć efekty krawędziowe. Rozkłady dotyczą kolejno:

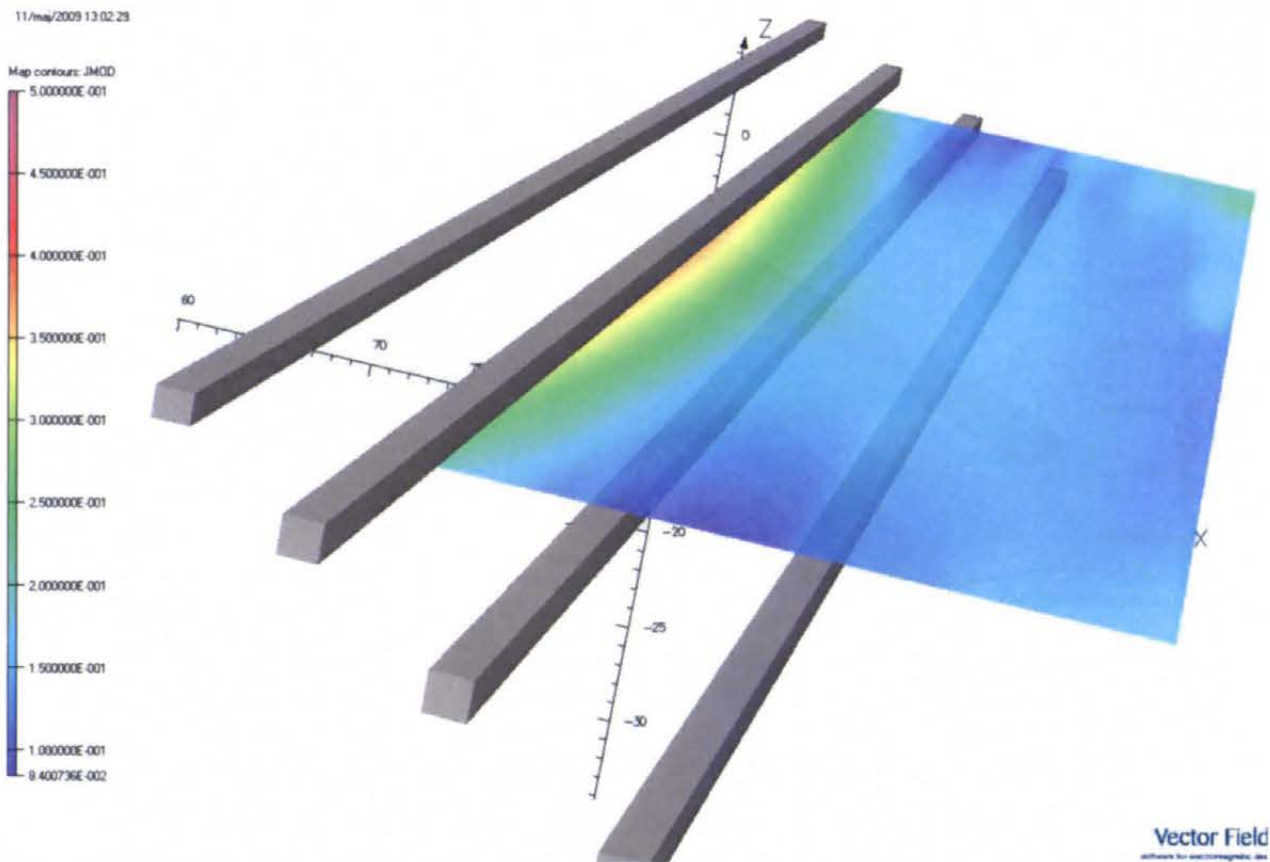
- 0,1 mm powyżej dolnej krawędzi dolnej blachy pakietu 4,
- 0,1 mm powyżej dolnej krawędzi dolnej blachy pakietu 3,
- 0,1 mm powyżej dolnej krawędzi dolnej blachy pakietu 2,
- 0,1 mm poniżej górnej krawędzi górnej blachy pakietu 1.

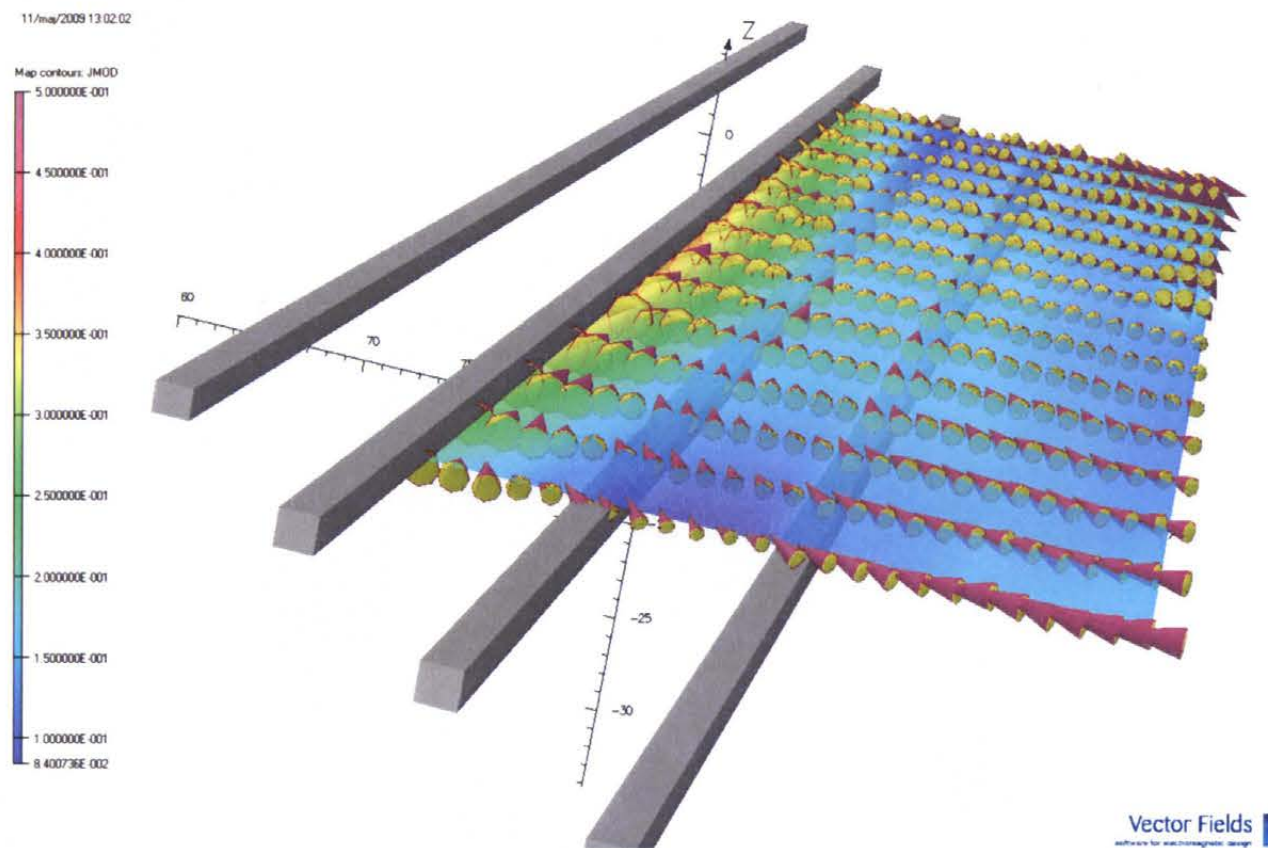
a)



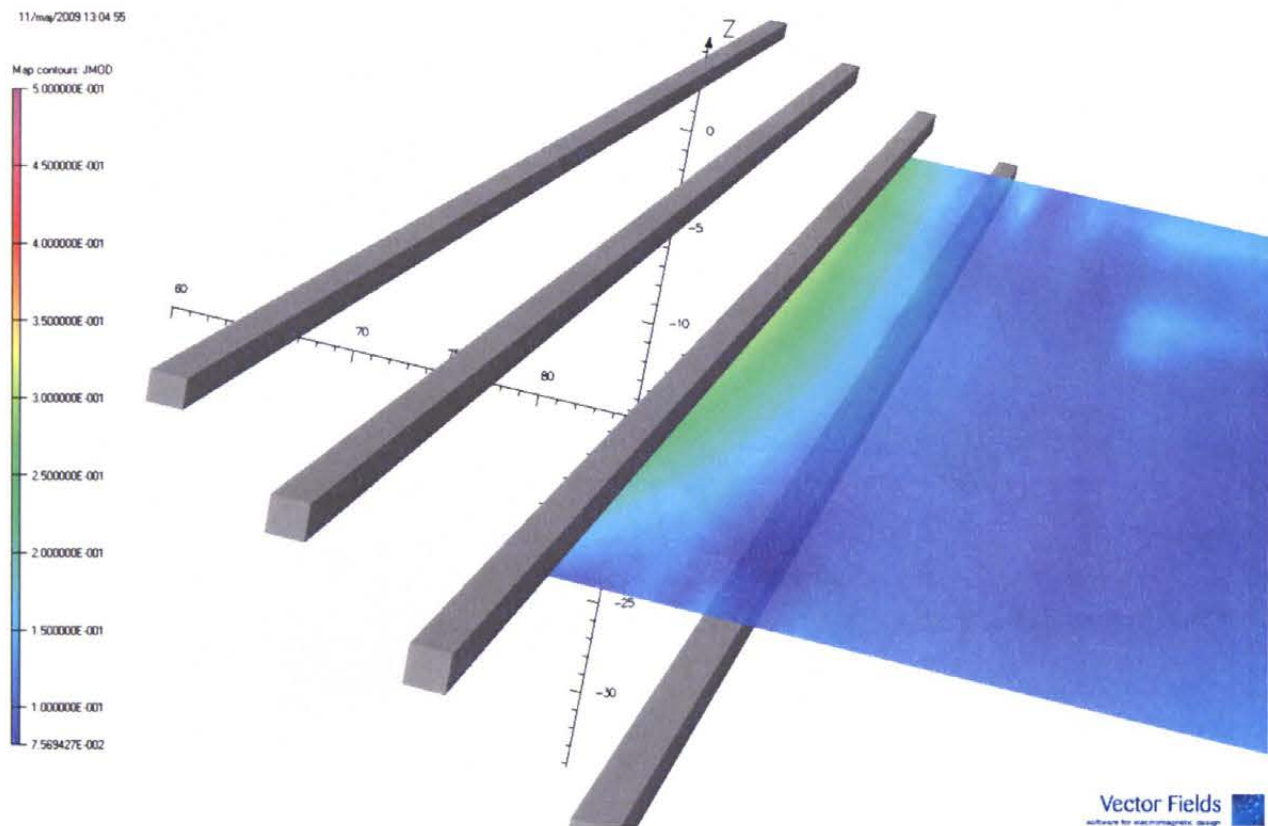


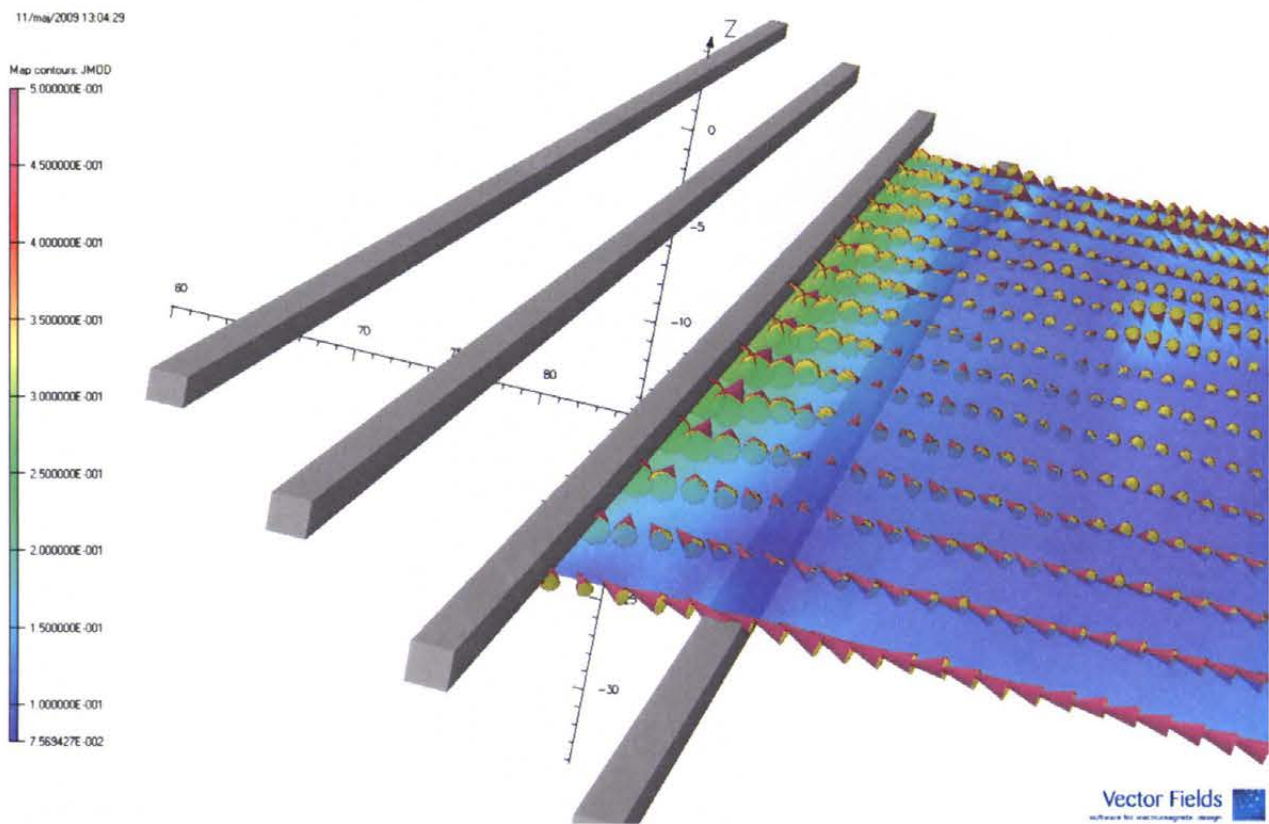
b)



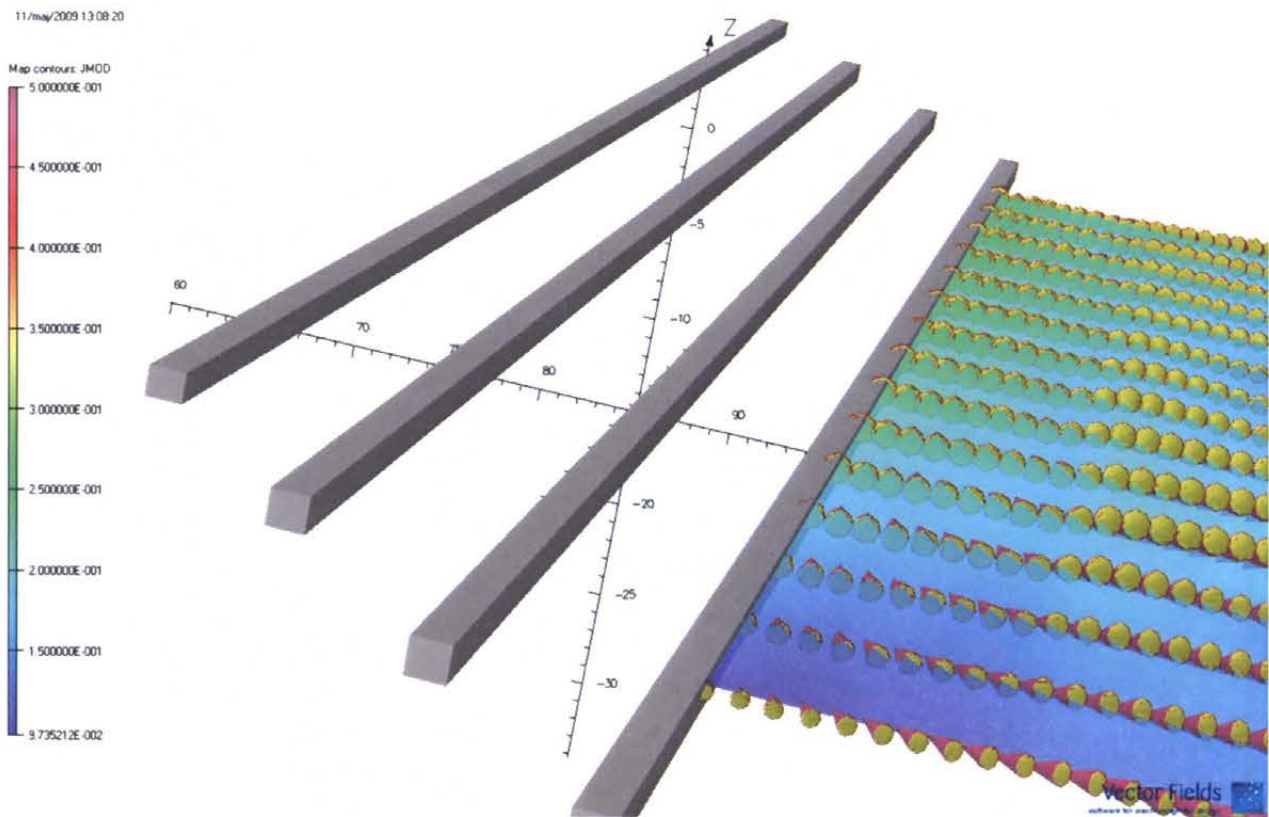


c)





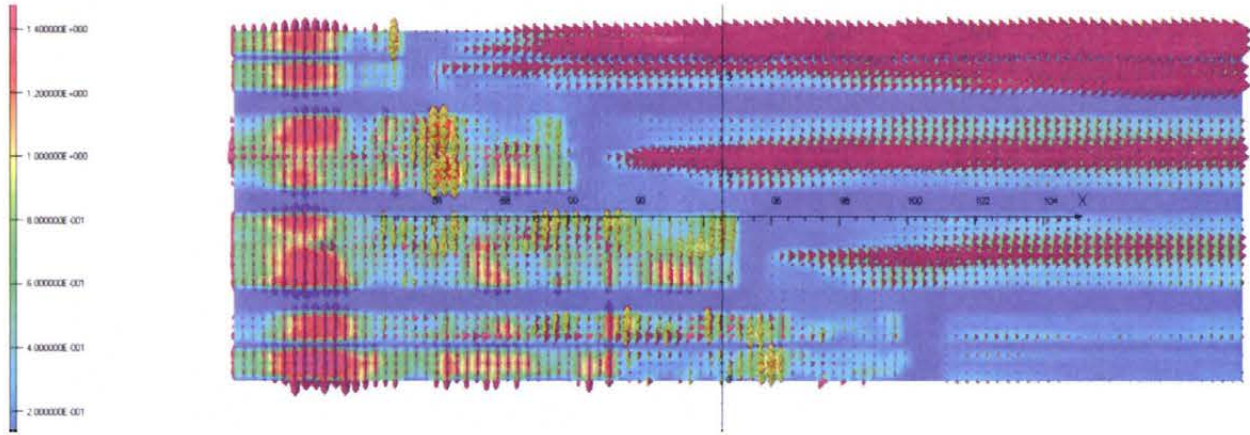
d)



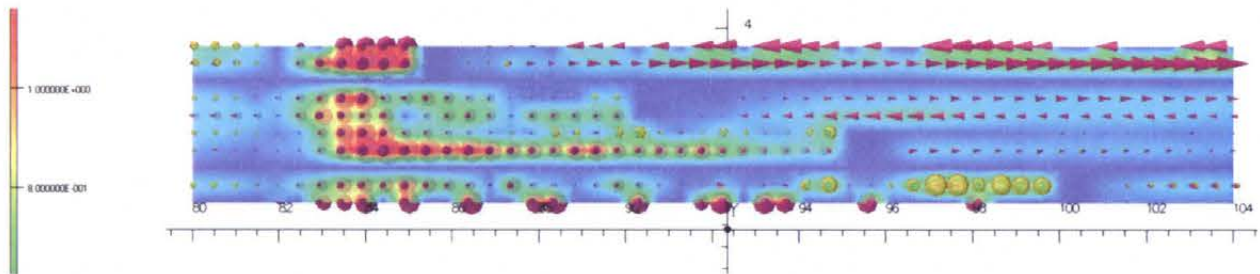
Rys. 8.12. Rozkłady prądów wirowych dla poszczególnych stopni

Na rysunku 8.13 pokazano rozkłady indukcji i prądów wirowych dla różnych przekrojów zaplecenia dla $\omega t = 90^\circ$, $y = 50$ mm płaszczyznami równoległymi do płaszczyzny x-y.

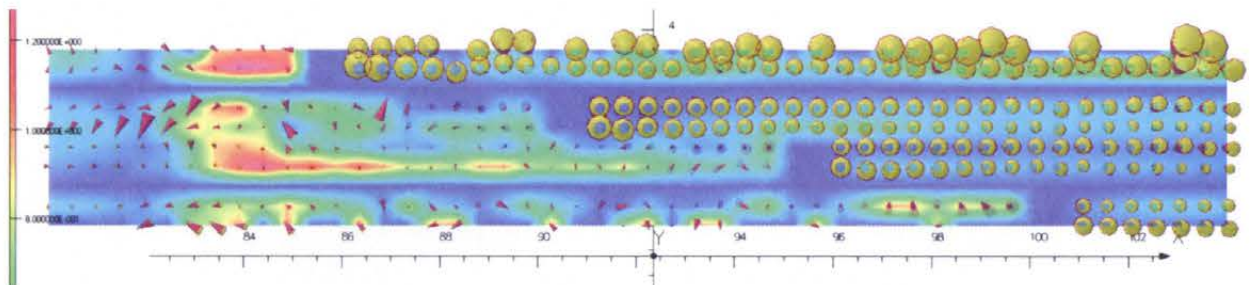
a) rozkład indukcji dla $y = 50$ mm, $80 < x < 110$, $0 < z < 3,5$ mm



b) ($x = 80 \div 104$, $z = 0 \div 3,6$)



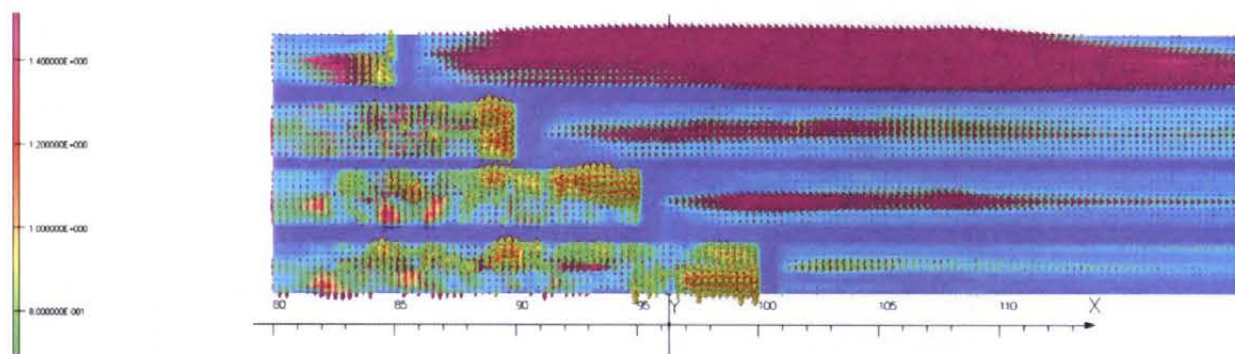
c) rozkład prądów wirowych dla ($x = 80 \div 104$, $z = 0 \div 3,6$)



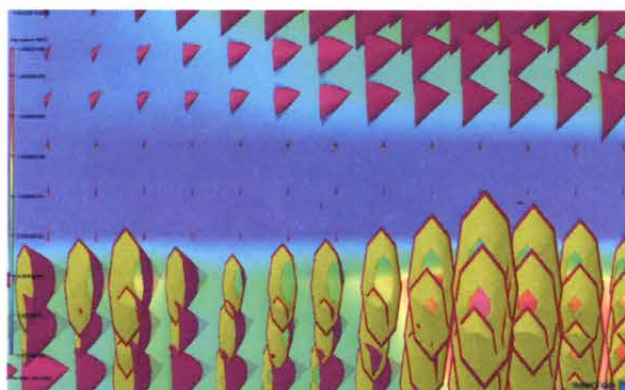
Rys. 8.13. Rozkłady indukcji i prądów wirowych dla $y = 50$ mm

Na rysunku 8.14 pokazano przekrój dla $y = 16$ mm dla $x = 80 \div 104$ mm, $z = 0 \div 3,6$ mm. Odpowiada to obszarowi w obrębie czwartej warstwy 1 mm przed końcem zaplecenia.

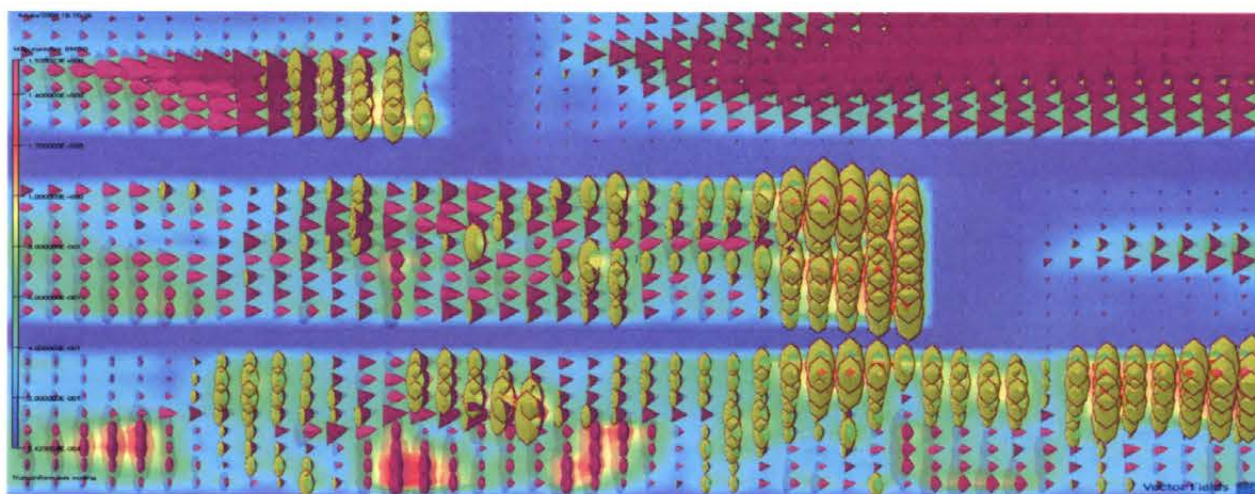
a) Rozkład indukcji dla $\omega t = 0^\circ$, $y = 16$ mm ($x = 80 \div 104$, $z = 0 \div 3.6$)



b) powiększenie obrazu w szczelinie, w ostatniej warstwie dla punktu(a)



c) rozkład prądów wirowych dla $y = 16$ mm ($x = 80 \div 104$, $z = 0 \div 3.6$).



Rys. 8.14. Rozkład indukcji i prądów wirowych dla przekroju przez czwartą warstwę dla $y = 16$ mm

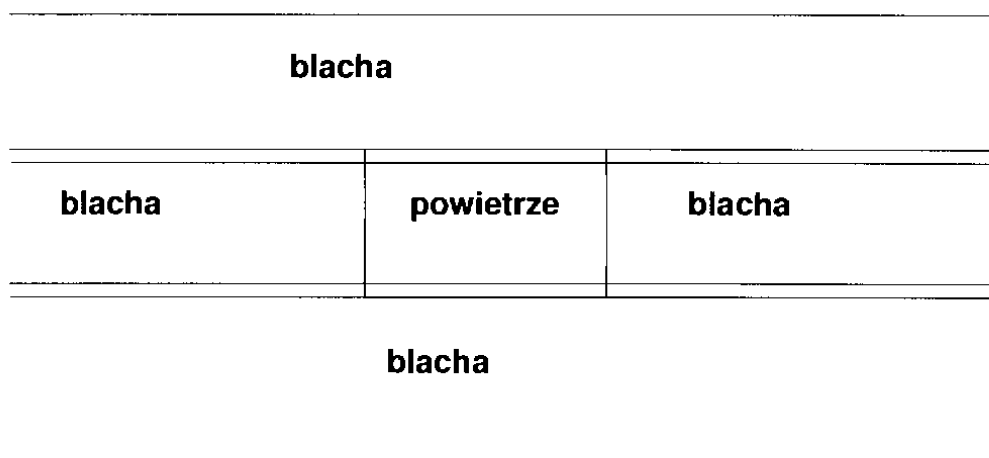
Przedstawione przebiegi wykazują, że w przypadku zaplecenia step-lap istnieje strumień normalny przed szczeliną wewnętrzną i w szczelinie wewnętrznej. W okolicach szczeliny część strumienia przechodzi do wyższej warstwy. Za szczeliną część tego strumienia wróci do blachy macierzystej, a część przejdzie do dalszej blachy.

Celem analizy przedstawionych symulacji było przygotowanie modelu matematycznego [101] pozwalającego na obliczenie rozkładu prądów

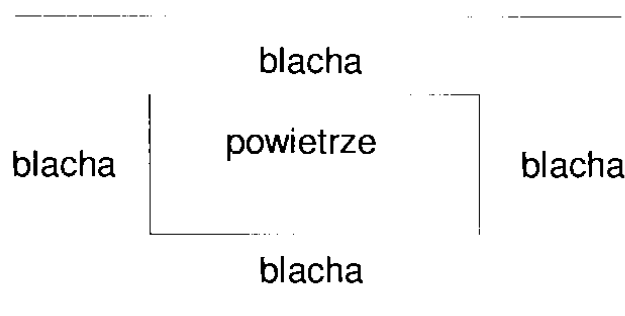
wirowych w cienkiej blasze przy wymuszeniu strumienia. Zamierzano oszacować prądy wirowe i ich efekty na rozkład pola, zarówno dla strumienia wzdłużnego, jak i normalnego. Stwierdzono, że w zapleceniu w okolicach szczelin powietrznych na skutek przechodzenia strumienia między blachami istnieje duża składowa normalna indukcji. Oba strumienie tak wzdłużny, jak i normalny indukują prądy wirowe. Ponieważ prądy te w wyraźny sposób modyfikują rozkład pola, dlatego przy istnieniu przeciąć i szczelin konieczne jest uwzględnienie prądów wirowych w symulacji z zastosowaniem homogenizacji. Analiza wyników dla drugiego modelu pozwala zauważyć, że wewnętrzna szczelina szersza niż 0,1 mm ma znaczący wpływ na rozkład pola. Z kolei wpływ izolacji międzyblachowej na kształt strumienia jest pomijalny.

Analiza sposobu przechodzenia strumienia przez izolację była weryfikacją modelu analitycznego pozwalającego uwzględnić prądy wirowe w zblachowanych strukturach, stosując homogenizację. Załóżmy, że mamy złożenie dwóch blach rozdzielone szczeliną powietrzną, tak jak to przedstawia rysunek 8.15a. Strukturę tę można przekształcić do postaci pokazanej na rysunku 8.15b.

a)



b)



Rys. 8.15. Dwuwymiarowy model blachy ze szczeliną powietrzną

Model ten można opisać za pomocą równań pola elektromagnetycznego.

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad (8.1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{1}_x\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \mathbf{1}_y\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) + \mathbf{1}_z\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right) = \\ \mathbf{1}_x\left(-\frac{\partial B_x}{\partial t}\right) + \mathbf{1}_y\left(-\frac{\partial B_y}{\partial t}\right) + \mathbf{1}_z\left(-\frac{\partial B_z}{\partial t}\right) \end{aligned} \quad (8.2)$$

Układ jest płaski, więc wektor natężenia pola elektrycznego $\mathbf{E}$ ma tylko składową z , a wektor indukcji $\mathbf{B}$ tylko składowe x i y

$$\mathbf{1}_x\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right) + \mathbf{1}_y\left(-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) = \mathbf{1}_x\left(-\frac{\partial B_x}{\partial t}\right) + \mathbf{1}_y\left(-\frac{\partial B_y}{\partial t}\right) \quad (8.3)$$

W tym momencie zakładamy, że pole wzdłużne, czyli składowa x indukcji, nie wywołuje prądów wirowych, czyli zakładamy, że

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \quad (8.4)$$

Efekt ten możemy uzyskać dlatego, że prąd płynie tylko w kierunku z , więc przewodność jest obliczana tylko w kierunku z .

Stąd otrzymujemy

$$\mathbf{1}_x\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right) + \mathbf{1}_y\left(-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) = \mathbf{1}_x(0) + \mathbf{1}_y\left(-\frac{\partial B_y}{\partial t}\right) \quad (8.5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \quad (8.6)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (8.7)$$

Jednocześnie

$$\begin{aligned} \text{rot}\mathbf{H} &= \mathbf{J} \\ \mathbf{J} &= \gamma\mathbf{E} \end{aligned} \quad (8.8)$$

$$\mathbf{1}_z \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \gamma \mathbf{1}_z (E_z) \quad (8.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \gamma E_z$$

Po wprowadzeniu anizotropowej przenikalności

$$H_x = \frac{1}{\mu_x} B_x$$

$$H_y = \frac{1}{\mu_y} B_y \quad (8.10)$$

Z zależności

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0 \quad (8.11)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \gamma E_z$$

$$\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial B_x}{\partial y} = \gamma E_z \quad (8.12)$$

Różniczkując równanie względem x, otrzymujemy:

$$\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} - \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_x}{\partial y \partial x} = \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (8.13)$$

Następnie podstawiając

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

oraz podobnie z

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial x \partial y} = - \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2}$$

Otrzymujemy

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} - \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_x}{\partial y \partial x} &= \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} &= \gamma \frac{\partial B_y}{\partial t} \end{aligned} \quad (8.14)$$

Podobnie dla

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \gamma E_z \\ \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial B_x}{\partial y} &= \gamma E_z \end{aligned} \quad (8.15)$$

Różniczkując równanie względem y, otrzymujemy:

$$\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial y} - \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} = \gamma \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (8.16)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \quad (8.17)$$

$$\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial y} - \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} = 0 \quad (8.18)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0 \quad (8.19)$$

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y \partial x} = 0 \quad (8.20)$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial y} - \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} &= 0 \\
 \frac{1}{\mu_y} \left(-\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} \right) - \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} &= 0 \\
 \frac{1}{\mu_y} \left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} &= 0
 \end{aligned} \tag{8.21}$$

Ostatecznie układ równań przyjmuje postać:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} &= \gamma \frac{\partial B_y}{\partial t} \\
 \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} &= 0
 \end{aligned} \tag{8.22}$$

Początkowa idea autorów dotycząca modelu była następująca – warunki jakie należy wprowadzić, to:

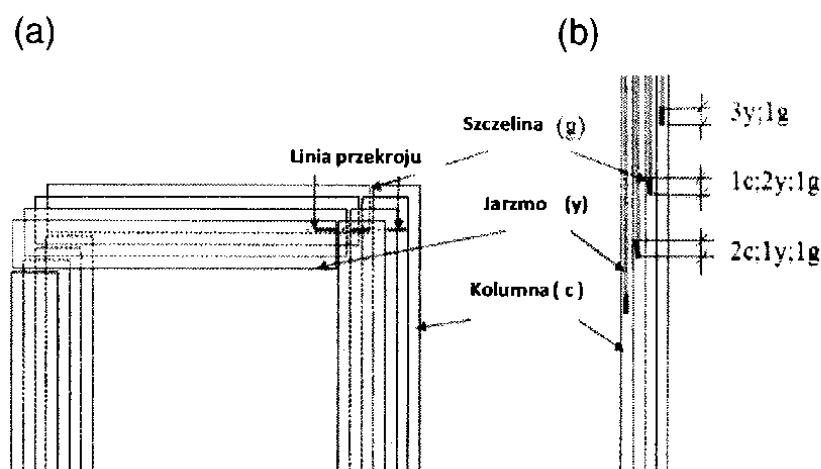
- stała indukcja B o kierunku x na wejściu i na wyjściu,
- zerowa składowa y na ścianie dolnej oraz górnej,
- na granicy blacha – otwór istnieje tylko składowa styczna, składowa normalna jest zerowa.

W celu sprawdzenia trzeciego warunku przeprowadzono symulację, która wykazała, że przyjęte założenie natychmiastowej zmiany kierunku wektora indukcji przy przechodzeniu z materiału magnetycznego do izolatora nie jest prawdziwe. Zmiana ta jest stopniowa, czyli przy przejściu z jednego środowiska do drugiego istnieją obie składowe, co znacznie komplikuje rozwiązanie problemu. Okazało się, że wcześniejsza konkluzja dotycząca uwzględnienia strumienia normalnego przy przejściu z jednej warstwy do drugiej w pobliżu szczelin nie może być uwzględniona, jako warunek brzegowy, w problemie analitycznym.

8.2. Modelowanie pola w magnetowodzie transformatora

W rozdziale tym autorzy porównali wyniki trójwymiarowej symulacji zapełnienia magnetowodu transformatora przedstawionej w poprzednim paragrafie z wynikami pomiarów i symulacji z zastosowaniem homogenizacji. Modelowanie pełnego transformatora z uwzględnieniem podziału na blachy i istnienie izolacji międzyblachowej jest praktycznie niewykonalne. Tak jak to wykazano w punkcie 8.1, symulacja 3D naroża magne-

towodu (rys 8.1b) zbudowanego z pięciu stopni, każdy zaplatany dwoma blachami sprawia duże problemy, a czas obliczeń jest bardzo długi. Zdecydowano się zastąpić rzeczywistą strukturę trójwymiarową przez zastępczą zhomogenizowaną. Zastosowano metodę zaprezentowaną w punkcie 5.2. W modelu pominięto zjawisko histerezy i wpływ prądów wirowych od strumienia normalnego do powierzchni blachy, akceptując fakt, że te uproszczenia mają wpływ na jakość wyników [29, 73, 113, 146, 253, 279, 350, 367]. Jednak zaproponowana przez autorów metoda obliczania zastępczych charakterystyk magnesowania dla zblachowanych struktur daje się stosować w programach komercyjnych, w związku z czym jest dostępna dla użytkownika niedysponującego własnym kodem programu obliczeniowego. Zdając sobie sprawę z ograniczeń metody, porównaliśmy wyniki otrzymane na drodze homogenizacji z wynikami symulacji 3D i z wynikami pomiaru. Mimo że składowa normalna indukcji jest rzędu 5–8% składowej stycznej, to ponieważ indukuje prądy wirowe zamykające się na znacznej powierzchni, jej wpływ na rozkład pola magnetycznego może być znaczny [17, 232, 350]. Aby ocenić wpływ prądów wirowych i związane z nimi zjawiska, przedstawiono wyniki symulacji w poprzednim paragrafie. Również dokonanie pomiarów rozkładu pola w poszczególnych stopniach zakładki step-lap jest trudne. Charakterystyczną cechą takich zapleceń jest przesuwanie w pionie warstw blach w kolejnych cyklach składania rdzenia. Blachy jarzmowe są przesuwane w pięciu cyklach, tworząc cztery stopnie. Strefa zakładki jest ograniczona normalnie do pasa o szerokości 4x3 mm, założenie cewek pomiarowych wymaga niezwyklej precyzji. Konstrukcja taka umożliwia rozłożenie szczelin powietrznych w większej przestrzeni, co stwarza korzystniejsze warunki rozplywu strumienia niż w innych sposobach zaplatania (90° , 45°) [164, 239, 265, 272]. Na rysunku 8.16a przedstawiono sposób składania magnetowodu metodą step-lap, a na rysunku 8.16b przekrój węzła magnetycznego zakładki.



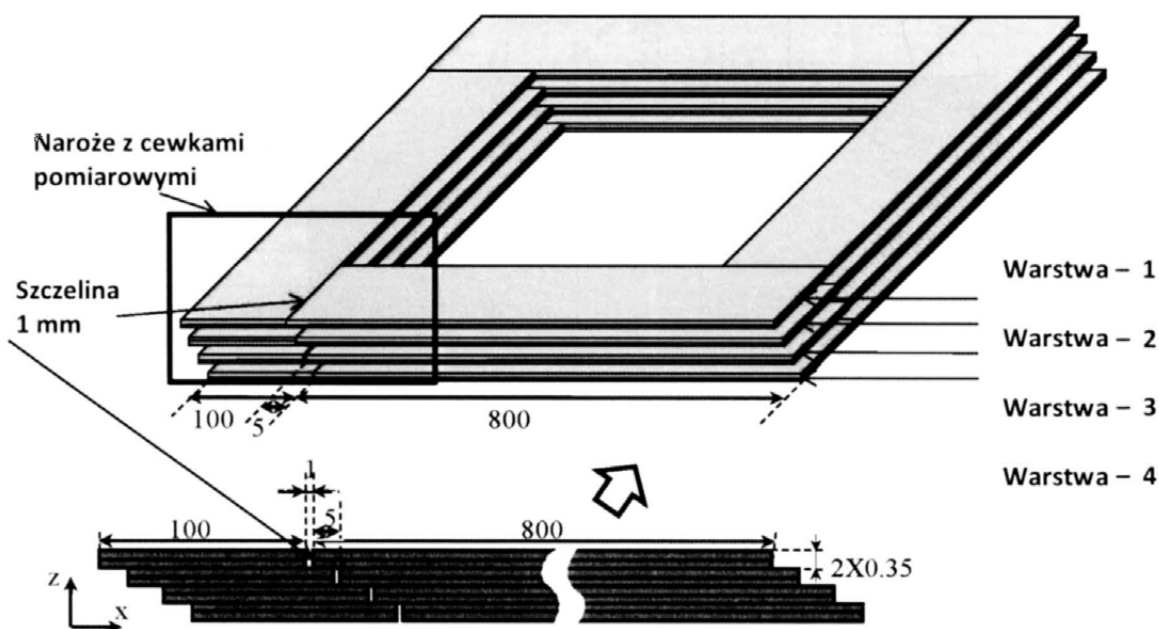
Rys. 8.16. Magnetowód transformatora zaplatany metodą step-lap (a), przekrój przez węzeł naroża zakładki (b)

Zaplatana część naroża składa się z czterech stopni o niejednakowej liczbie blach kolumnowych i jarzmowych. Blachy te zostały oznaczone przez c dla blach kolumnowych i y dla jarzmowych, literą g oznaczana jest szczelina powietrzna rozdzielająca blachy. W każdym stopniu powtarza się odpowiednia struktura 3y1c, 2y2c, 1y3c. Niezaplataną część węzła w całości wypełniają blachy jarzmowe walcowane w kierunku x. Typowa szerokość stopnia wynosi 3 mm i w czterostopniowej zakładce różni się o jeden rząd wielkości od długości szczeliny powietrznej. Przy dokładnym składaniu długość szczeliny wynosi około 0,25 mm.

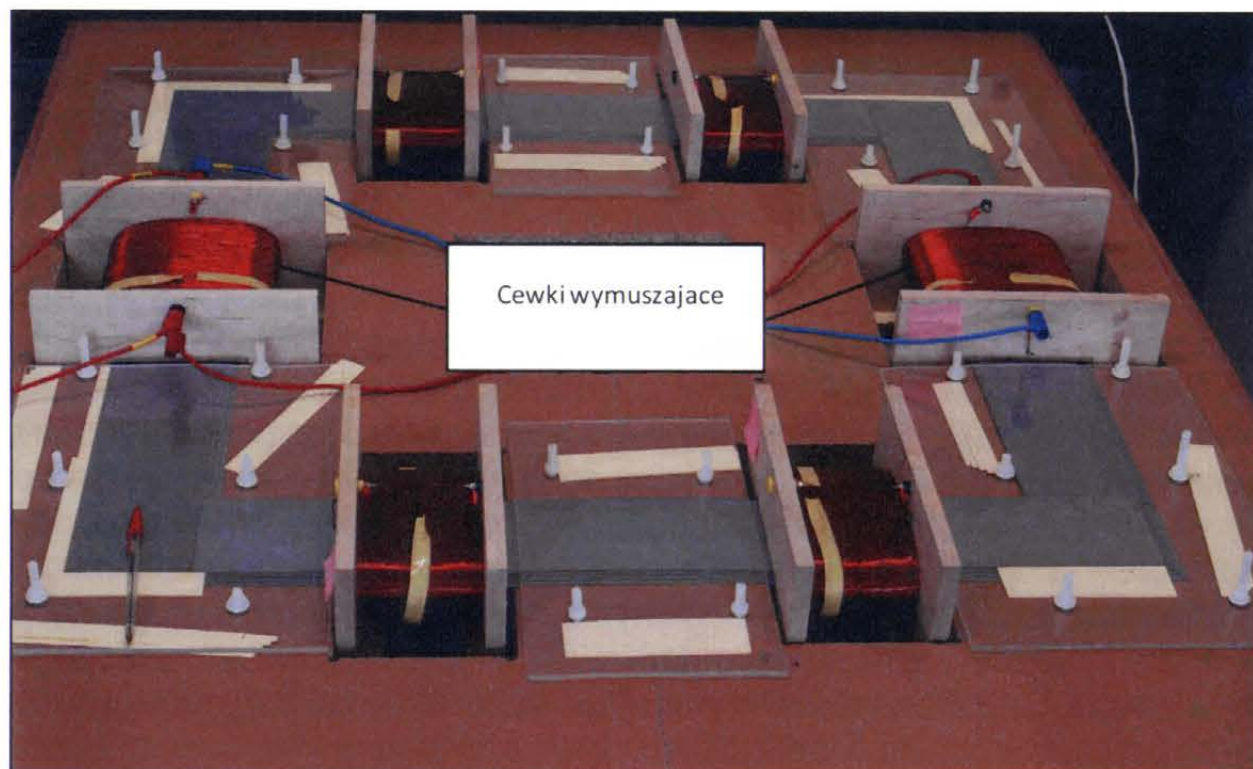
Zbudowano układ pomiarowy pozwalający pomierzyć anizotropowe charakterystyki magnesowania zaplecenia step-lap. Przygotowany układ pokazano na rysunku 8.17. Zdecydowano się zwiększyć szerokość stopnia do 5 mm. Pozwoliło to zainstalować cewki mierzące rozkład pola w poszczególnych warstwach zakładki. Szerokość szczeliny wynosi 1 mm.

Pomiary indukcji w poszczególnych warstwach blach mogą prowadzić do zmian w rozkładzie pola. Nawiercenie blach w celu założenia sond pomiarowych w zakładce step-lap jest trudne ze względu na małą szerokość stopnia. Rozkład cewek umieszczonych w narożu, na każdej z blach zakładki pokazano na rysunku 8.18. Podzielono cały obszar na kwadraty 2 cm na 2 cm. Aby zredukować szczelinę pomiędzy poszczególnymi warstwami, cewki na poszczególnych stopniach zostały przesunięte o 1 mm. Efekt przesunięcia jest pomijalnie mały, gdyż promień cewki wynosi 20 mm. Grubość drutu, którym nawinięto cewki, wynosi 0,1 mm.

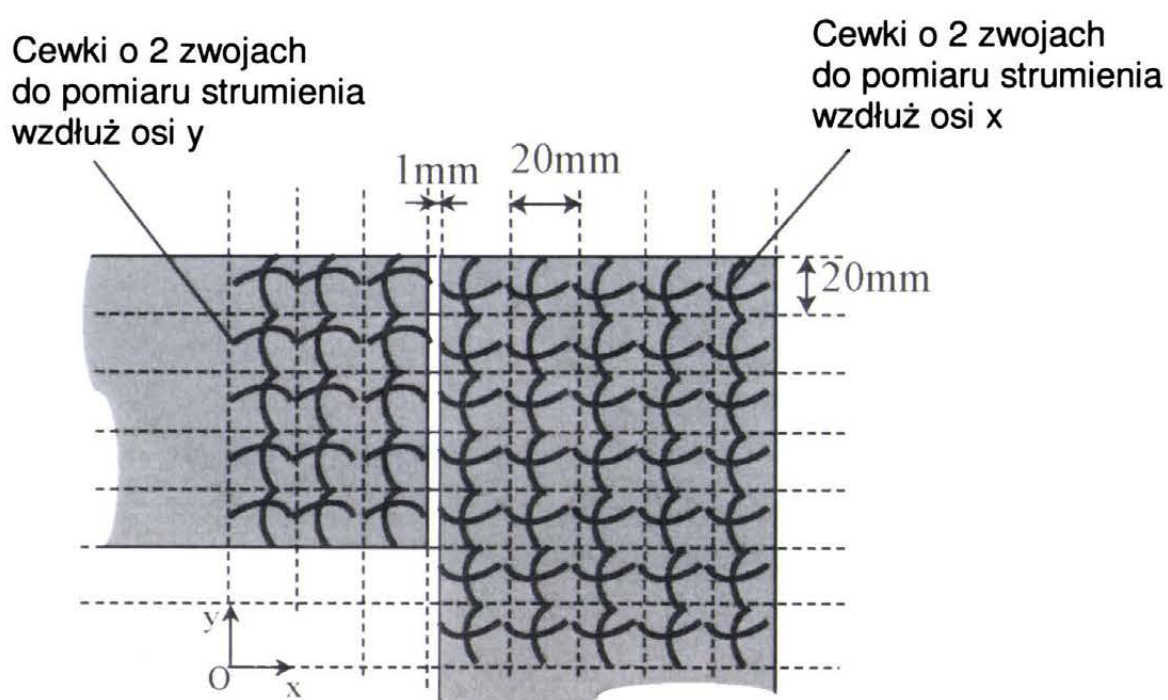
a)



b)



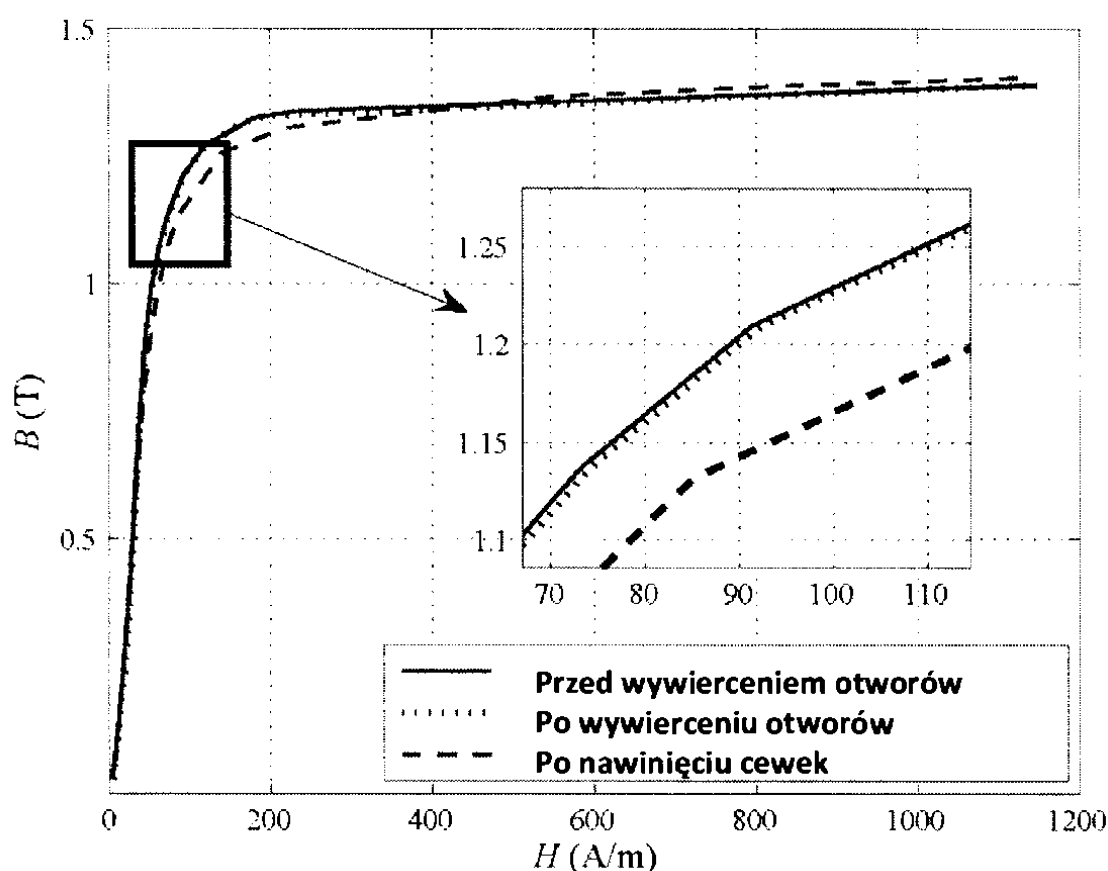
Rys. 8.17. a) Magnetowód urządzenia pomiarowego (a), Zdjęcie urządzenia pomiarowego (b)



Rys. 8.18. Rozmieszczenie cewek pomiarowych w pierwszej warstwie zakładki (wszystkie wymiary są podane w mm)

Użyto prostych urządzeń pomiarowych. Sygnał z cewek pomiarowych był filtrowany i wzmacniany. Obwód stabilizujący na wejściu wzmacniacza składał się z opornika $50\ \Omega$ połączonego równolegle z cewką $1,2\ \mu\text{H}$. Pole magnetyczne jest wymuszane przez dwie cewki zasilające, tak jak to pokazano na rysunku 8.17, każda zawierająca 2000 zwojów

Pierwszym badaniem, jakie przeprowadzono, był wpływ wywiercenia otworów w blaszce w celu nawinięcia cewek pomiarowych, na obiekt pomiarowy. Zmniejszenie powierzchni blach na skutek wywiercenia otworów wynosiło tylko 0,3%, mimo nawinięcia 100 cewek na pierwszej warstwie i 132 na pozostałych. Pomierzono charakterystykę magnesowania struktury przed i po nawierceniu otworów. Na rysunku 8.19 pokazano porównanie tych charakterystyk.



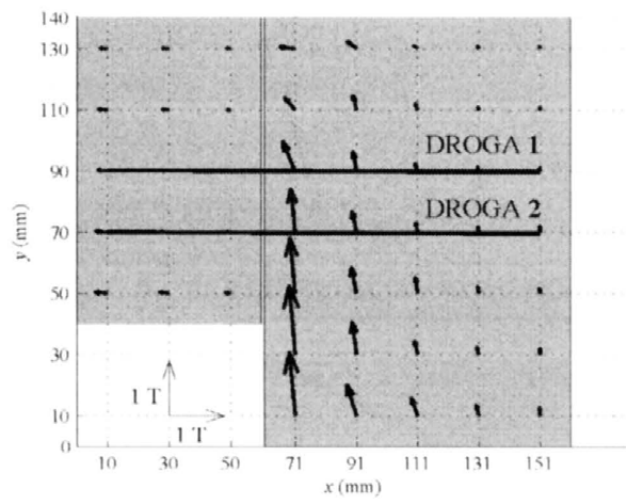
Rys. 8.19. Pomierzone charakterystyki struktury przed i po nawierceniu otworów oraz zainstalowaniu cewek pomiarowych

Dla indukcji niższej niż 0,8 T obie krzywe się pokrywają. Pewne pogorszenie jakości blachy na skutek nawiercenia otworów i instalacji cewek pomiarowych można zauważyć w okolicach kolana charakterystyki. Dla charakterystyk pomiędzy 1,15 a 1,35 T, gdzie różnice są największe, nie przekraczają one 4,5%. Dla wyższych indukcji krzywe się pokrywają.

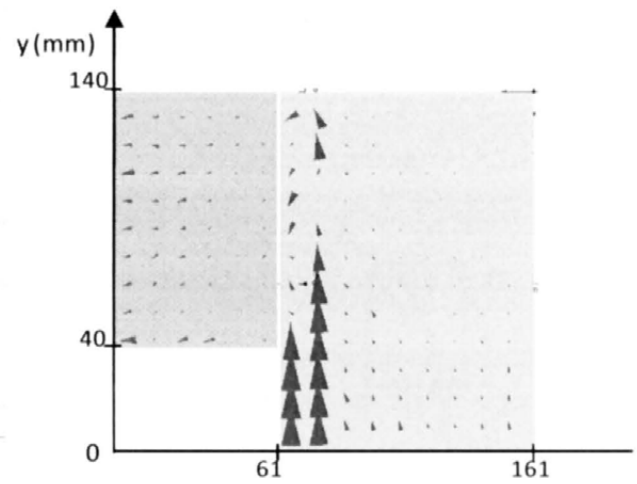
Całkowita indukcja była mierzona przy użyciu uzwojenia wtórnego mającego 1000 zwojów rozłożonych na dwóch kolumnach, tak jak to pokazano na rysunku 8.17.

Cewki pomiarowe rozmieszczone równomiernie na każdej warstwie na płaszczyźnie x-y, tak jak to pokazano na rysunku 8.18, pozwoliły pomierzyć rozkład pola magnetycznego na warstwach. Wyniki pomiarów pokazano na rysunku 8.20. Rysunki (a,b) dotyczą najniższej warstwy i odpowiednio (c,d) (e,f), (g,h) dla kolejnych warstw zakładki. Wyniki pomiaru zostały porównane z wynikami symulacji 3D. Na rysunku po lewej stronie znajdują się wyniki pomiaru, po prawej symulacji.

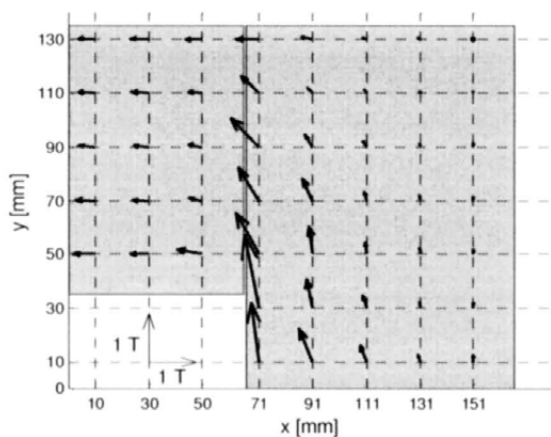
a)



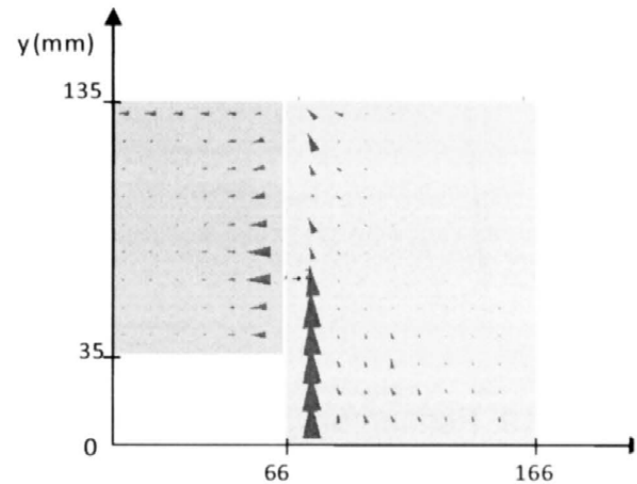
b)



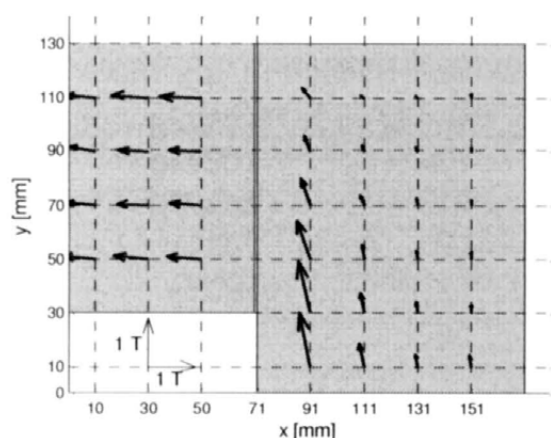
c)



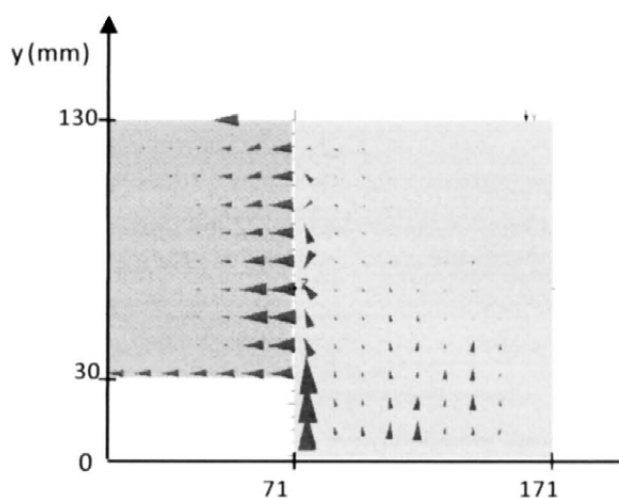
d)



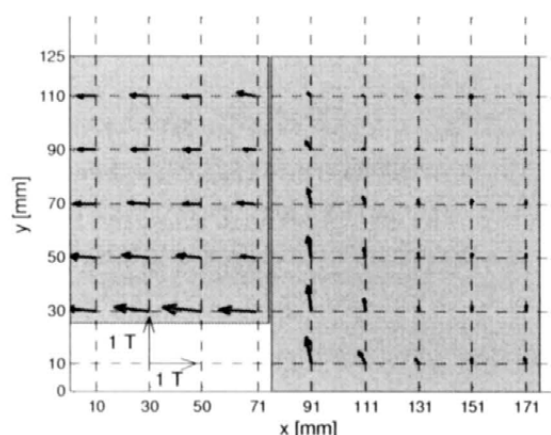
e)



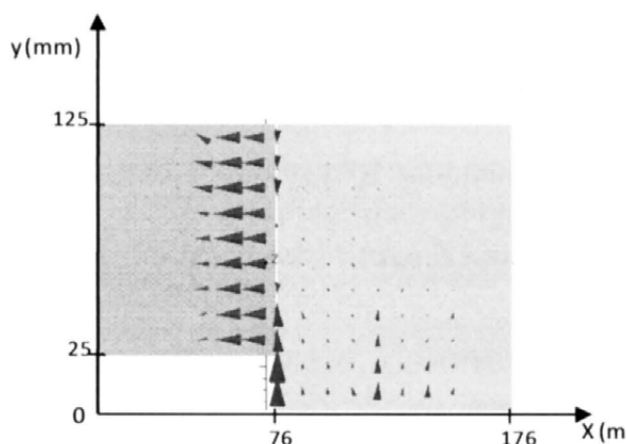
f)



g)



h)



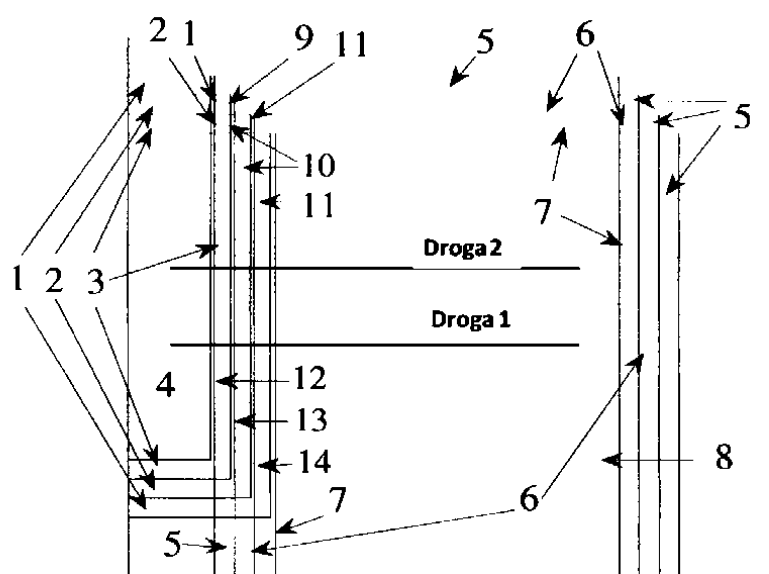
Rys. 8.20. Pomierzone (lewy) i obliczone (prawy) rozkłady indukcji dla poszczególnych warstw

Pole w kolumnie ma tendencję do zagęszczania się w obszarze bliższym jarzmu, natomiast w obrębie jarzma rozkład jest bardziej równomierny. Porównanie wyników pomiaru i symulacji pozwala stwierdzić, że otrzymane wyniki są zgodne i wykazują te same tendencje. Na końcu rozdziału po przedstawieniu metody homogenizacji i otrzymanych wyników zostanie przeprowadzone porównanie i dyskusja dotycząca błędów metody.

Przejdźmy teraz do zastosowania metody homogenizacji. W przypadku zaplecenia step-lap szczeliny powietrzne są rozłożone wewnątrz zakładki. Na rysunku 8.21 i w tabeli 8.1 przedstawiono regiony występujące w badanej strukturze. Dla każdego z regionów obliczono metodą optymalizacji, tak jak to wyjaśniono w rozdziale 5.2, zastępcze charakterystyki magnesowania.

Tabela 8.1. Opis regionów występujących w strukturze zakładki

Region	Opis	Region	Opis
1	1y3g	8	4c
2	2y2g	9	1c1y2g
3	3y1g	10	1c2y1g
4	4y	11	2c1y1g
5	1c3g	12	3c1y
6	2c2g	13	2c2y
7	3c1g	14	1c;3y



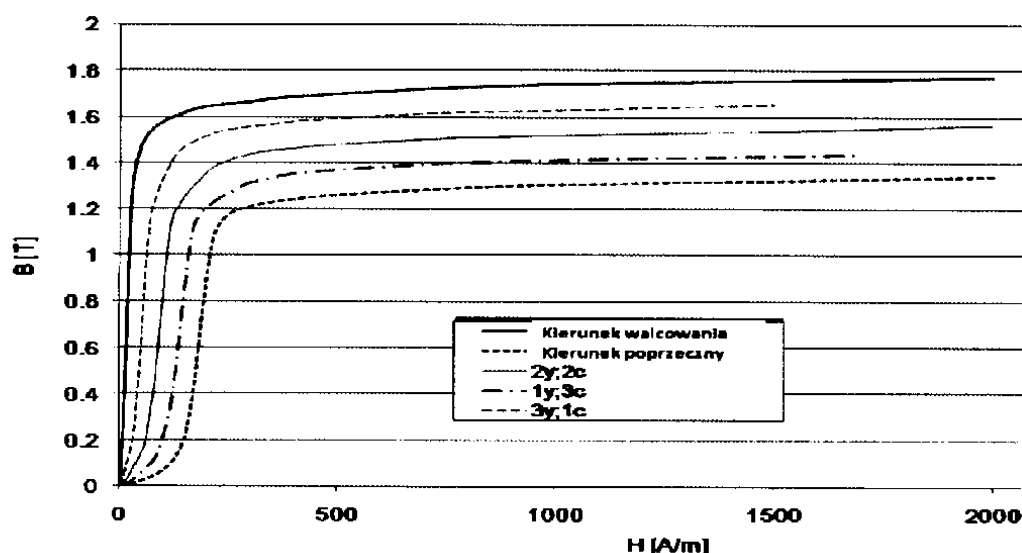
Rys. 8.21. Model naroża, numeracja regionów zgodna z tabelą 8.1

Omówimy przykładowo region 2 tworzący część naroża. Składa on się z dwóch warstw blach jarzmowych i 2 warstw szczelin. Z kolei obszar 11, w którym „spotykają się” i krzyżują blachy jarzmowe z kolumnowymi, ma dwie warstwy kolumnowe, jedną jarzmową i jedną szczelinę.

Dla każdego z regionów obliczono rodzinę zastępczych charakterystyk, zgodnie z metodą opisaną w rozdziale 5. Na rysunku 8.22 przedstawiono charakterystykę pomierzoną dla blachy w kierunku 0° , w kierunku 90° oraz szereg obliczonych charakterystyk zastępczych dla kierunku x , czyli dla kąta 0° dla różnych regionów.

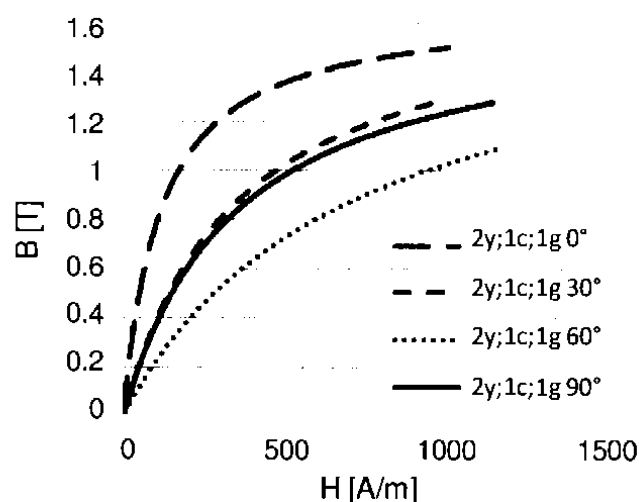
Można zauważyć, że charakterystyki zastępcze dla regionów zawierających blachy kolumnowe i jarzmowe są zawarte między charakterystykami w kierunku walcowania i poprzecznym. Na rysunku 8.23 pokazano charakterystyki dla regionu zawierającego jedną blachę kolumnową, dwie jarzmowe i szczelinę powietrzną dla różnych kątów anizotropii. Analiza rodzin charakterystyk otrzymanych dla różnych regionów wymienionych w tabeli prowadzi do pewnych ogólnych wniosków:

- zastępcze charakterystyki obliczone dla regionów zakładki charakteryzują się anizotropią magnetyczną,
- anizotropia ta jest słabsza od anizotropii czystej blachy,
- im mniejsza różnica między liczbą blach kolumnowych i jarzmowych w strukturze zastępczej, tym słabsza anizotropia.

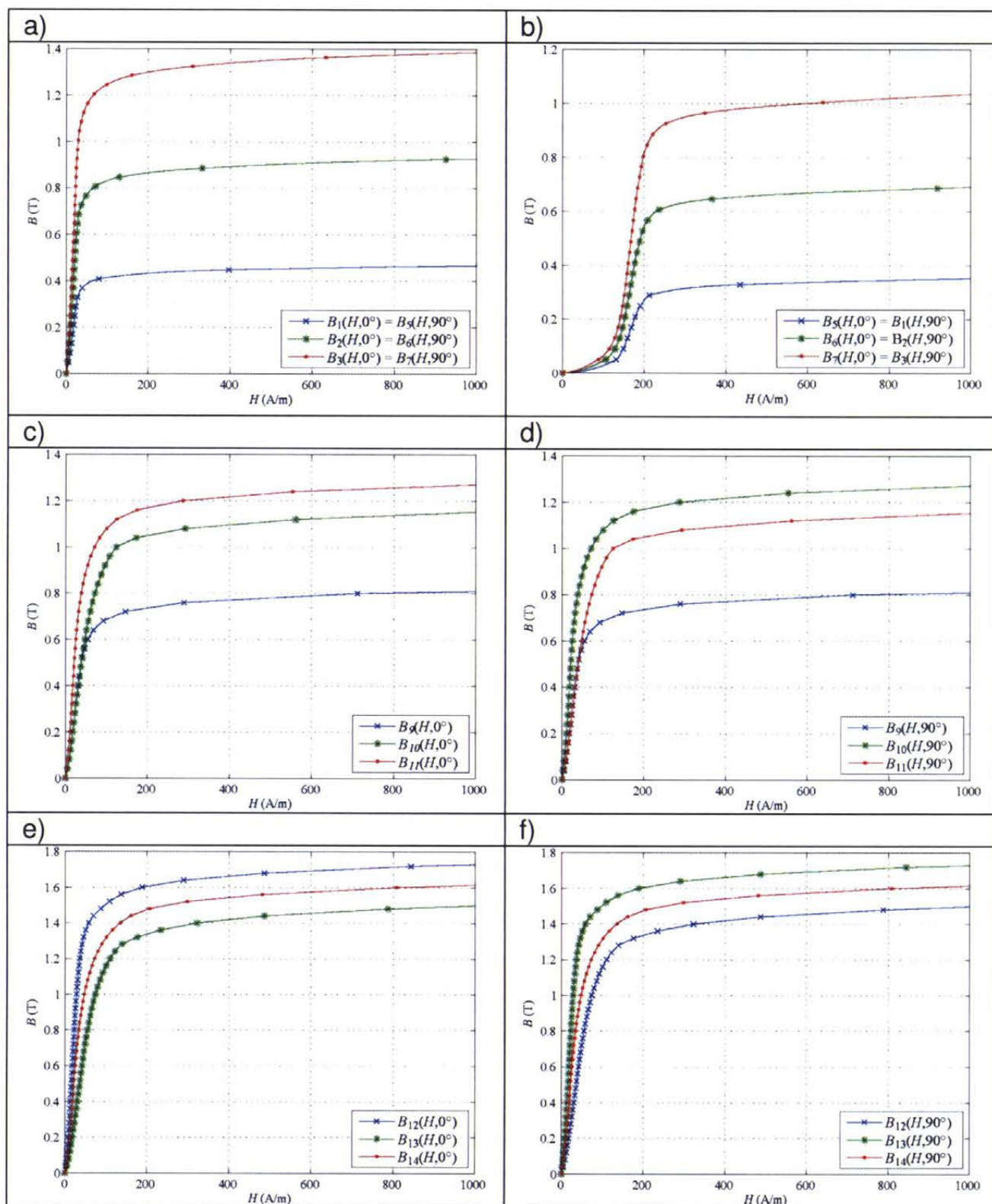


Rys. 8.22. Pomierzone charakterystyki blachy w kierunku walcowania i poprzecznym oraz obliczone charakterystyki zastępcze w kierunku 0° dla regionu o 2 warstwach kolumnowych i 2 jarzmowych (2y2c); 1 jarzmowa 3 kolumnowe (1y3c) oraz 3 jarzmowe 1 kolumnowa (3y1c)

Jako kierunek 0° dla struktury zastępczej przyjęto kierunek zgodny z osią x. W omawianej zakładce odpowiada to kierunkowi walcowania blach jarzmowych.



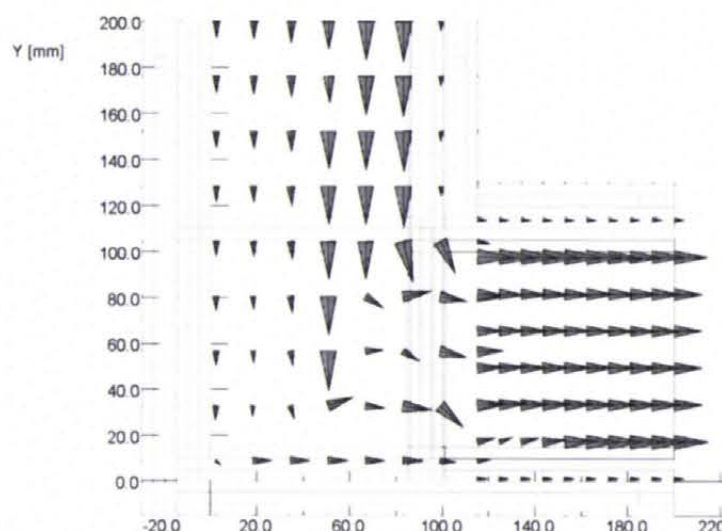
Rys. 8.23. Rodzina charakterystyk zastępczych regionu zawierającego 2 warstwy jarzmowe, 1 kolumnową i 1 szczelinę powietrzną dla różnych kątów anizotropii



Rys. 8.24. Charakterystyki zastępcze dla regionów: a) 1 i 3 wzdłuż osi x, 5 i 7 zgodnie z osią y, b) 1 i 3 wzdłuż osi y, 5 i 7 zgodnie z osią x, c) 9, 10, 11 zgodnie z osią x; 9, d) 10, 11 zgodnie z osią y, e) 12, 13, 14 zgodnie z osią x, f) 12, 13, 14 zgodnie z osią y

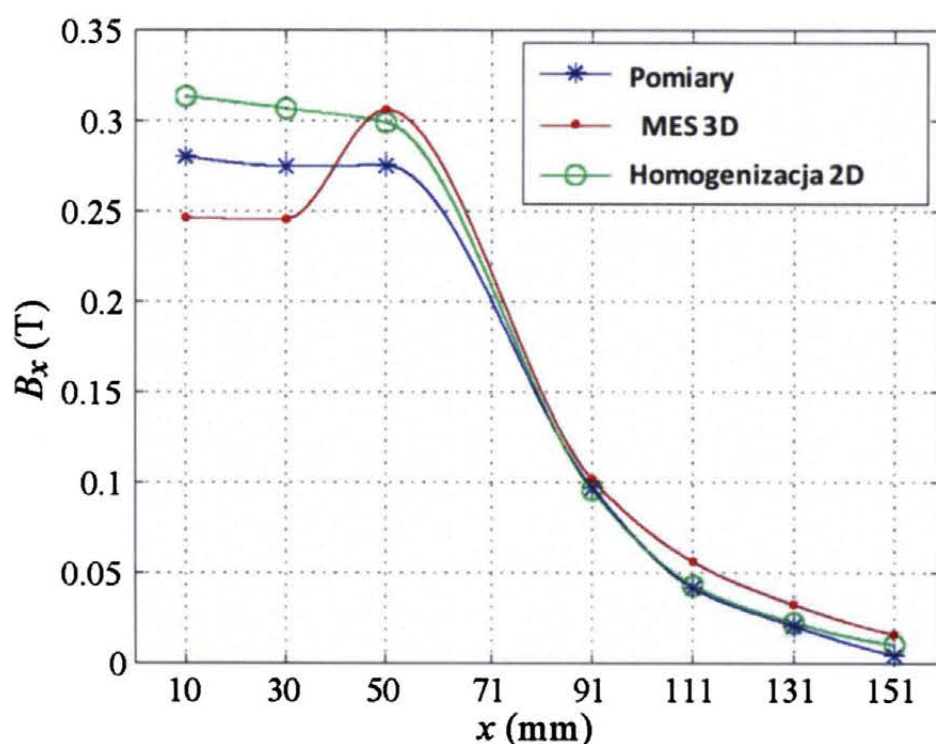
Przedstawiona na rysunku 8.21 geometria zakładki została zamodelowana dwuwymiarowo, w każdym regionie wprowadzono odpowiednie

charakterystyki dla kierunku x oraz y . Na rysunku 8.25 przedstawiono rozkład strumieni w zakładce.

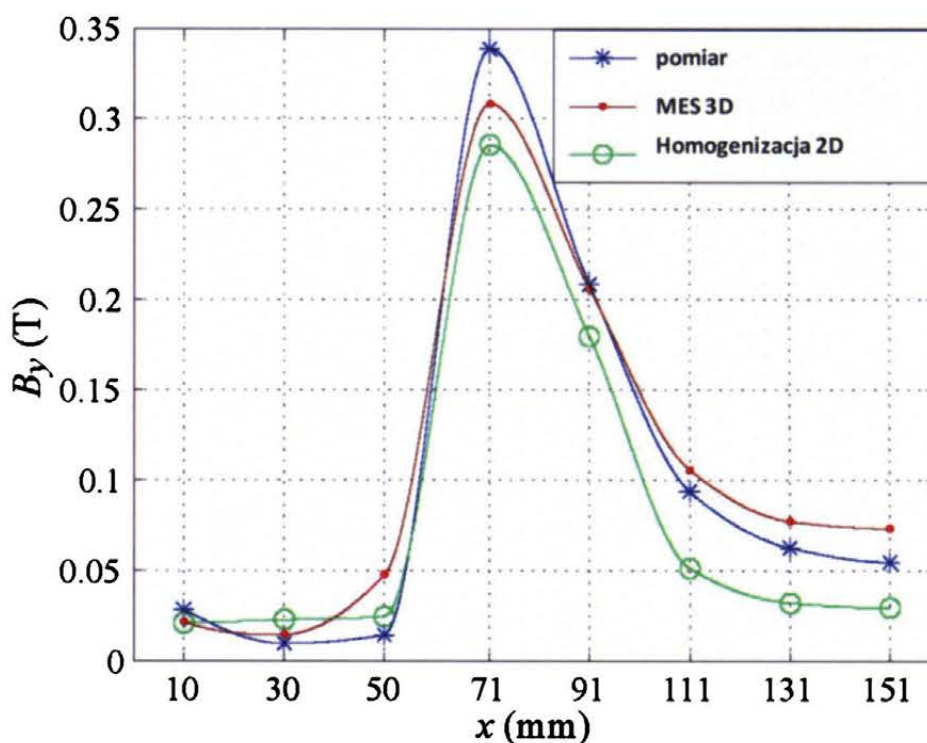


Rys. 8.25. Rozkład wektorów indukcji w narożu zaplecionym step-lap obliczonym z zastosowaniem rodzin charakterystyk zastępczych

Porównano wyniki otrzymane w wyniku pomiaru, symulacji trójwymiarowej i symulacji dwuwymiarowej z zastosowaniem charakterystyk zastępczych.



Rys. 8.26. Rozkład B_x wzdłuż linii 1 zdefiniowanej na rysunku 8.20a obliczony z użyciem programu Opera 3D, z zastosowaniem homogenizacji 2D i pomierzony



Rys. 8.27. Rozkład B_y wzdłuż linii 1 zdefiniowanej na rysunku 8.20a, obliczony z użyciem programu Opera 3D, z zastosowaniem homogenizacji 2D i pomierzony

Aby móc porównać trzy krzywe, należało wykonać pewne obliczenia uśredniające:

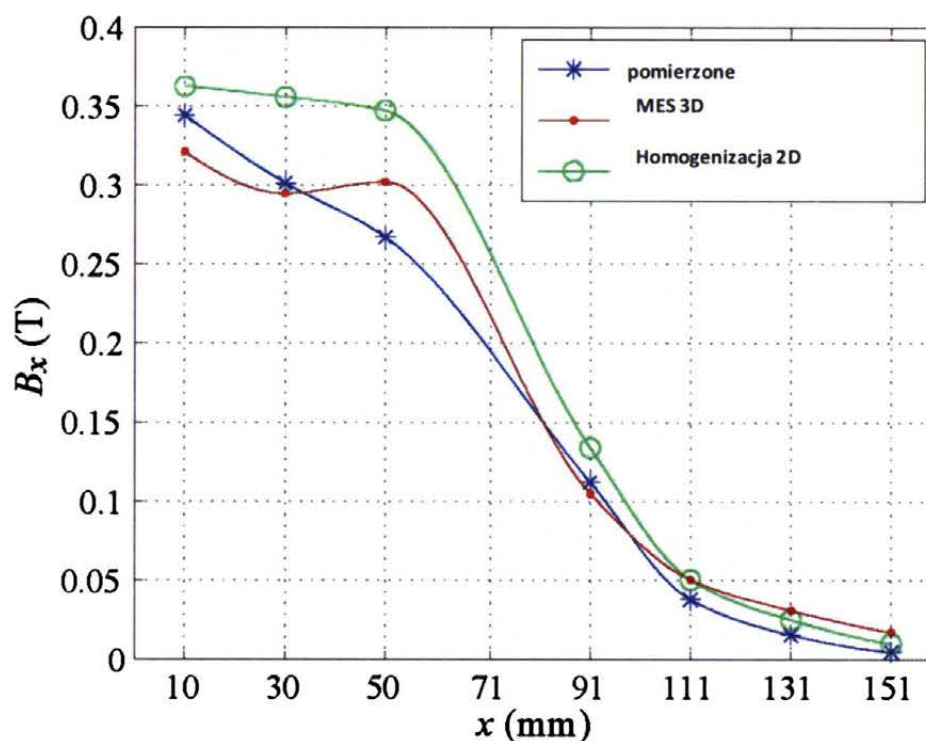
- wartości składowych indukcji otrzymanych w wyniku symulacji 3D oraz 2D zostały uśrednione na odcinku 20 mm wzdłuż osi y dla składowej B_x oraz osi x dla składowej B_y . Po takim zabiegu można porównywać wyniki obliczeń z wynikami pomiaru, w którym cewka pomiarowa obejmowała obszar 20 mm na 20 mm,
- wartości składowych indukcji pomierzonych i obliczonych w wyniku symulacji 3D zostały uśrednione wzdłuż osi z . Pozwoliło to porównać wyniki objętościowe z wynikami dla płaszczyzny.

Rysunki 8.26 i 8.27 przedstawiają rozkłady składowych B_x i B_y wzdłuż drogi 1 zdefiniowanej dla $y = 90$ mm oraz $x \in [71 \text{ mm}, 151 \text{ mm}]$. Z kolei na rysunkach 8.28 i 8.29 wykreślono przebieg składowych indukcji dla drogi 2 zdefiniowanej dla $y = 70$ mm i $x \in [71 \text{ mm}, 151 \text{ mm}]$. Punkt (0,0,0) znajduje się w prawym górnym rogu zakładki. Wybór drogi 1 i 2 wynika z faktu, że położone są one w środku zakładki kolumna-jarzm.

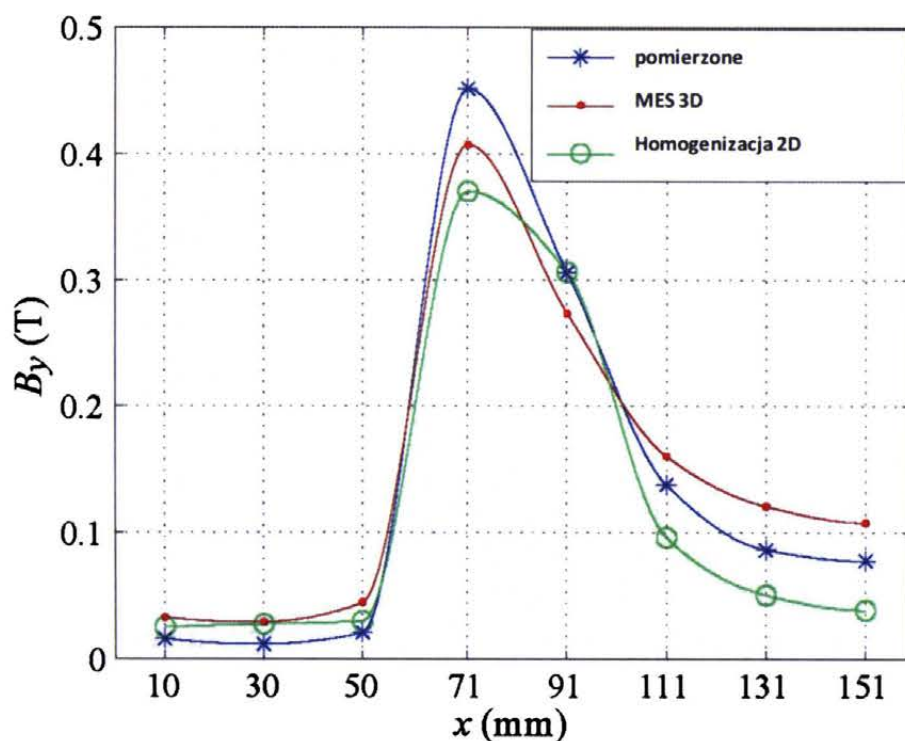
Dla obu dróg tendencje są takie same:

- dla składowej B_x , wyniki otrzymane z obliczeń 2D z użyciem homogenizacji są bardzo bliskie wynikom pomiaru.

Szczelina powietrzna pomiędzy jarzmem i kolumną w pierwszej warstwie występuje pomiędzy $x = 60$ mm oraz $x = 61$ mm, dla drugiej warstwy pomiędzy $x = 65$ mm a $x = 66$ mm, dla trzeciej pomiędzy $x = 70$ mm a $x = 71$ mm oraz dla czwartej pomiędzy $x = 75$ mm a $x = 76$ mm.



Rys. 8.28. Rozkład składowej B_x wzdłuż ścieżki 2 zdefiniowanej na rysunku 8.20a, obliczony z użyciem programu Opera 3D, z zastosowaniem homogenizacji 2D i pomierzony



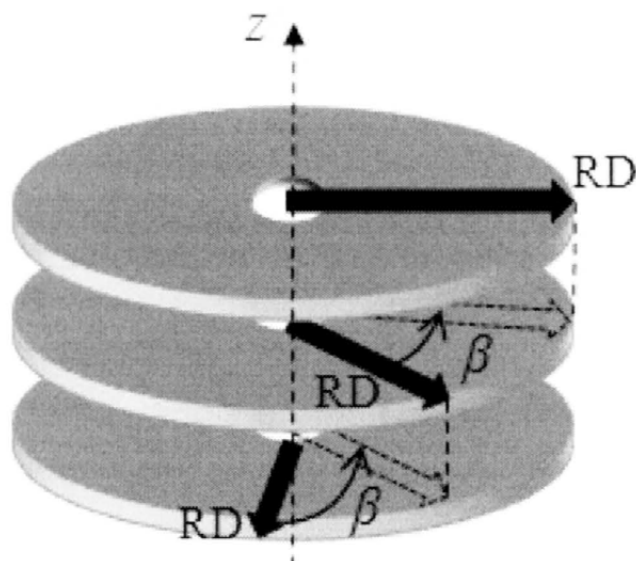
Rys. 8.29. Rozkład składowej B_y wzdłuż ścieżki 2 zdefiniowanej na rysunku 8.20a, obliczony z użyciem komercyjnego programu Opera 3D, z zastosowaniem homogenizacji 2D i pomierzony

Porównanie wyników otrzymanych za pomocą trzech metod pozwala stwierdzić stosunkowo dobrą zbieżność. Najdokładniejsze są wyniki otrzymane na drodze symulacji trójwymiarowej. Uwzględniają one większość zjawisk fizycznych, takich jak prądy wirowe. Należy sobie uzmysłowić, że każda z trzech metod jest obarczona błędem i niemożliwe jest oszacowanie, która wielkość jest prawidłowa. Różnice pomiędzy symulacją 3D i 2D są rzędu 3-5% w większości regionów. Wyjątkiem są obszary w bezpośredniej okolicy szczeliny powietrznej, gdzie na skutek istnienia znacznego strumienia w kierunku normalnym do powierzchni blachy błąd ten sięga nawet 21%. Niewielki rozrzut pomiędzy wynikami symulacji 3D i 2D pozwala na stwierdzenie, że homogenizacja jest zdecydowanie przyszłością metod symulacji zblachowanych struktur. Szczególnie interesujące jest zastosowanie metody homogenizacji 2D do struktur niezawierających szczelin powietrznych.

8.3. Charakteryzowanie blach tworzących rdzeń kołowy maszyny zbudowany z blach anizotropowych

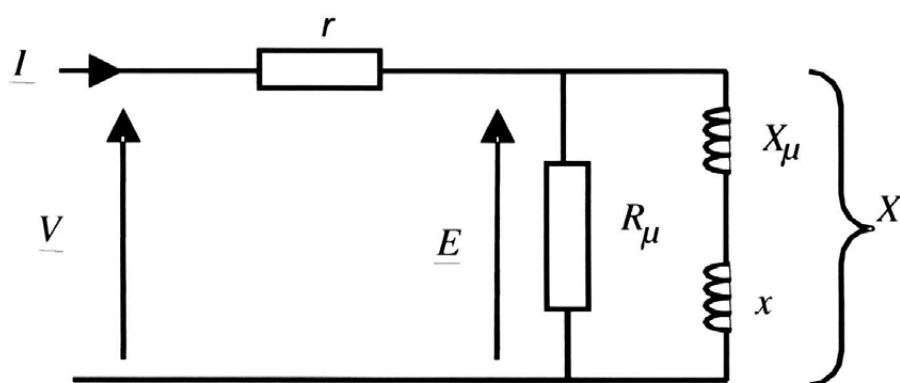
Przystawione w tym punkcie zagadnienie dotyczy przesuwania anizotropowych blach w magnetowodzie maszyny w celu poprawienia jej właściwości magnetycznych. Charakterystyki blachy anizotropowej zależą od kąta, jaki tworzy kierunek wektora indukcji z kierunkiem walcowania blachy. Najlepsze własności ma blacha w kierunku walcowania i w kierunkach odpowiadających kątom około 15° , najgorsze w kierunku odpowiadającemu przekątnej głównej kryształu, co wynosi około 60° [211, 258]. Stąd prosty wniosek, że zmieniając kąt, zmieniamy przenikalność magnetyczną, czyli zmieniamy reluktancję struktury. Blachy anizotropowe są stosowane do budowy magnetowodów transformatorów [225, 233, 240, 279, 323, 336, 337, 366, 375-378] oraz do składania segmentowanych rdzeni maszyn [19, 186, 322].

Jeżeli blachy mają kształt kołowy, tak jak to pokazano na rysunku 8.30 i są zasilane jednokierunkowym polem, to na skutek ciągłej zmiany kierunku wektora indukcji, wskutek istnienia pola obrotowego, przenikalność blachy zmienia się w sposób ciągły. Zaproponowano zastosowanie w magnetowodzie przesunięcia kolejnych pakietów blach o odpowiedni kąt. Przeprowadzono szereg pomiarów w celu wykazania zalet takiego składania magnetowodu maszyny. Przedstawiona tu metoda została opatentowana [69]. Kolejne blachy są przesuwane o kąt β w stosunku do kierunku walcowania blachy, jak pokazano na rysunku 8.30. Wynikiem takiego ułożenia blach jest przechodzenie strumienia z jednej blachy do drugiej.



Rys. 8.30. Kołowe blachy składane z zastosowaniem przesunięcia kąowego.
Wektor RD wskazuje kierunek walcowania blachy

Do pomiarów wykorzystano strukturę zbudowaną z 200 blach GO M140-35S TKES, o grubości 0,35 mm, o kształcie kołowym. Blachy mają średnicę 100 mm, średnica wewnętrznego otworu wynosi 16 mm. Na rdzeniu nawinięto pięć zwojów, które zasilono sinusoidalnym napięciem o częstotliwości 50 Hz. Pierwsza seria pomiarów ma pozwolić znaleźć zależność pomiędzy kątem przesunięcia β a własnościami rdzenia. Zbudowano serie rdzeni o przesunięciu β równym 0° , 15° , 30° , 45° , 60° oraz 90° . Na rysunku 8.31 pokazano schemat zastępczy układu, gdzie r jest opornością cewki, R_μ odpowiada stratom w żelazie, natomiast X jest zastępczą reaktancją zawierającą reaktancję magnesującą X_μ oraz reaktancję rozproszenia x .



Rys. 8.31. Schemat zastępczy układu

Siła elektromotoryczna E zależy od strat w żelazie i od prądu magnesującego. Można ją obliczyć z zależności:

$$E = \sqrt{(V - rI \cos \rho)^2 + (rI \sin \rho)^2} \quad (8.23)$$

gdzie ρ jest przesunięciem fazowym pomiędzy prądem a napięciem.

Zaprezentowany układ ma tylko jedną cewkę zasilającą, więc straty w żelazie są równe wytracanym w cewce, można obliczyć je z zależności

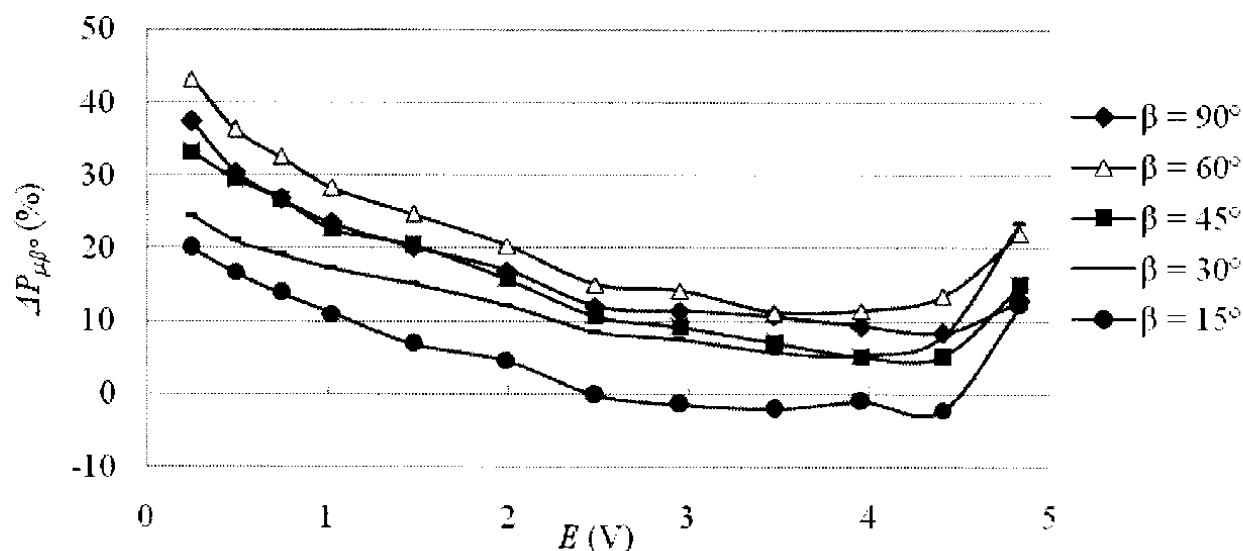
$$P_\mu = VI \cos \rho - rI^2 \quad (8.24)$$

Celem jest znalezienie optymalnej konfiguracji magnetowodu. Obliczono procentowe różnice $\Delta P_{\mu\beta}$ pomiędzy modelami o różnym kącie przesunięcia, używając wzoru:

$$\Delta P_{\mu\beta} = \frac{P_{\text{aniz}00} - P_{\text{aniz}\beta}}{P_{\text{aniz}00}} 100 \quad (8.25)$$

gdzie $P_{\mu 0}$ są stratami w żelazie dla blach anizotropowych przy kącie 0° , czyli magnetowód z $\beta = 0$, $P_{\mu\beta}$ są stratami w magnetowodzie z blachami przesuwanymi co kąt β .

Na rysunku 8.32 pokazano zmienność $\Delta P_{\mu\beta}$ w funkcji SEM E dla różnych kątów przesuwania blachy. Należy podkreślić, że dla $E = 5$ V pozorna wartość indukcji jest bliska 1,6 T.



Rys. 8.32. Zmiany $\Delta P_{\mu\beta}$ w funkcji E dla różnych kątów β

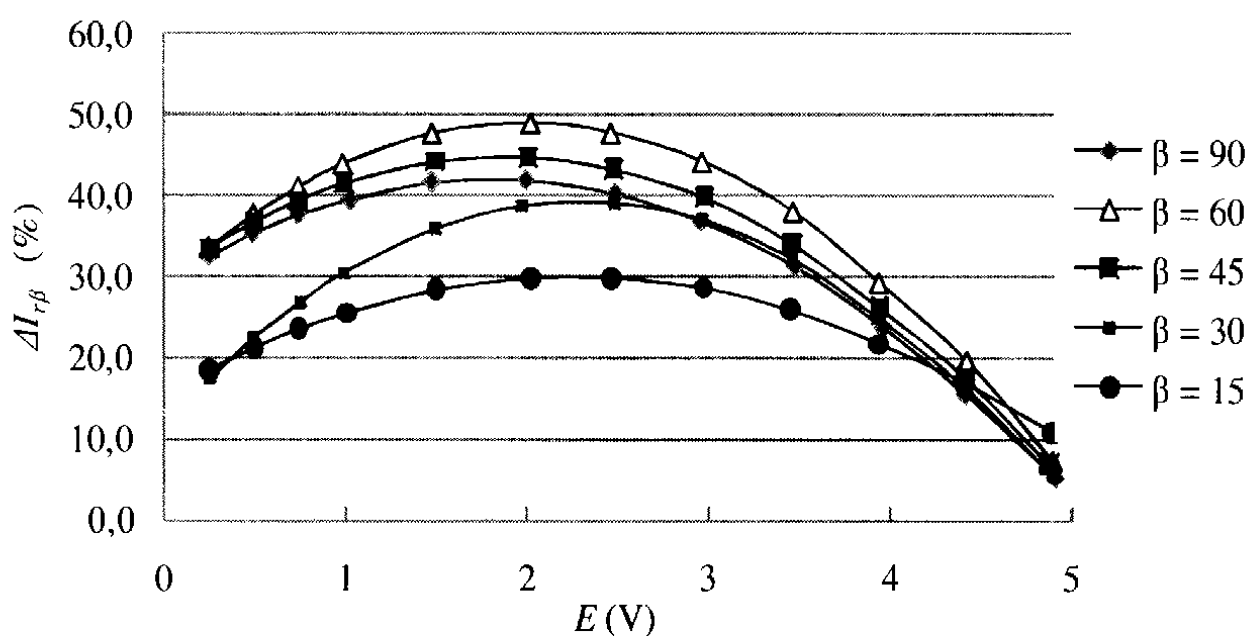
Największe różnice, co było do przewidzenia, występują dla kąta równego 60° , a następnie dla $\beta = 45^\circ$, 30° i 15° . Różnica pomiędzy blachą pod kątem 60° i 0° jest rzędu 45% dla niskich poziomów indukcji i około 20% dla wysokich wartości indukcji (oraz siły elektromotorycznej E). Ponieważ siła elektromotoryczna E jest proporcjonalna do indukcji, to

stosując przesuwanie blach co 60% możemy uzyskać zmniejszenie strat w żelazie przy takim samym strumieniu całkowitym.

Składowa bierna prądu magnesującego pobieranego przez silnik z sieci ma również zasadnicze znaczenie dla zmian napięcia sieci. Obliczamy ją ze wzoru 8.26:

$$I_r = I \sin \varphi \quad (8.26)$$

Natomiast różnica prądu dla różnych konfiguracji jest obliczana podobnie jak różnice strat w żelazie. Na rysunku 8.33 pokazano zmienność różnicy prądu magnesowania dla struktury przesuwanej pod kątem β i struktury dla 0° , czyli nieprzesuwanej.

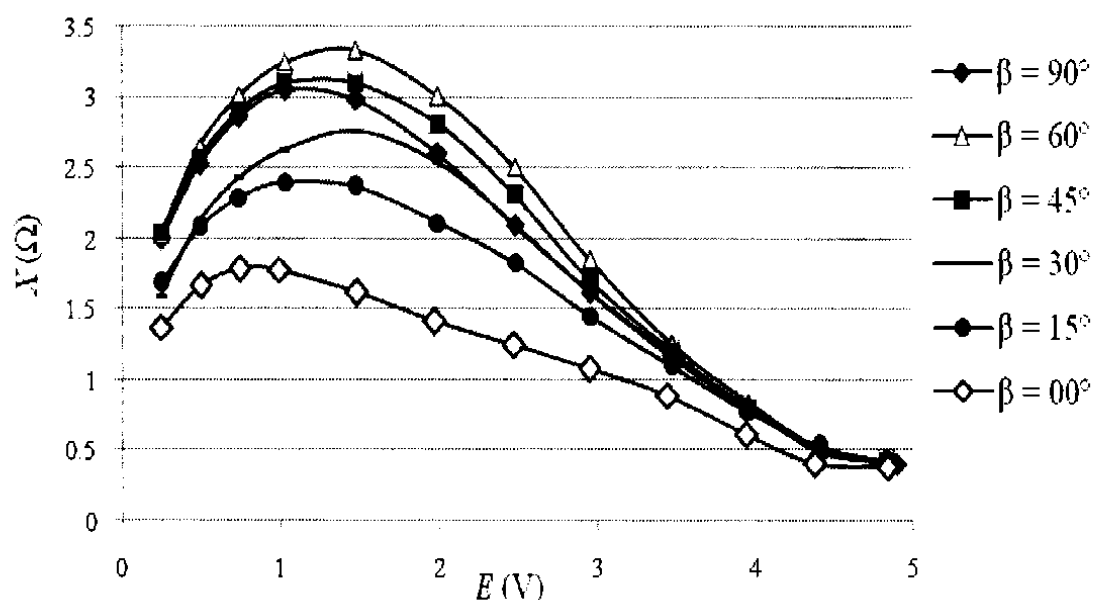


Rys. 8.33. Zmienność $\Delta I_{r\beta}$ w funkcji E dla różnych wartości kątów przesunięć blachy β

Tu również największe różnice wystąpią dla przesunięcia 60° , czyli dla kąta 60° otrzymujemy największe wartości reaktancji X . Stąd wniosek, że dla tej samej indukcji przy przesunięciu o 60° układ będzie pobierał mniej składowej biernej prądu magnesującego dla średnich i niskich wartości indukcji i praktycznie tyle samo dla wysokich indukcji. Jest to związane z nasyceniem materiału, a co z tym związane zmniejszeniem różnic przenikalności dla różnych kątów anizotropii.

W przemysłowych zastosowaniach aspekt zmniejszenia wyższych harmonicznych prądu pobieranego z sieci jest istotny, a ostatnio nawet wiodący.

Reaktancja układu odzwierciedla zastępczą przenikalność magnetyczną magnetowodu.



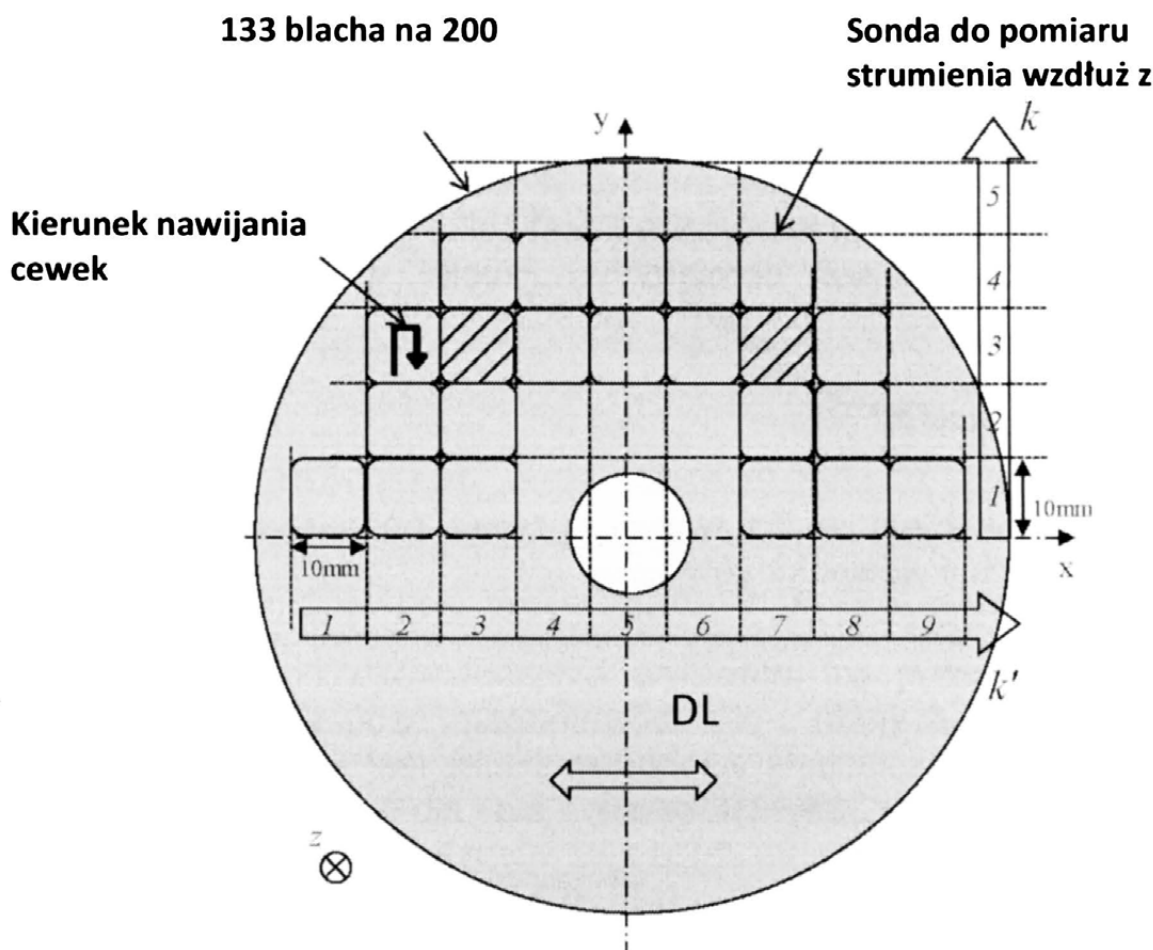
Rys. 8.34. Zmienność reaktancji w funkcji E dla różnych wartości β

Przeprowadzone doświadczenie wykazało, że przesuwanie blach może polepszyć własności magnetowodu i to z różnych punktów widzenia. Otrzymany wynik jest skutkiem budowy krystalicznej, gdzie najgorsze własności blacha ma dla kąta anizotropii $54,7^\circ$ [305].

Po weryfikacji wpływu przesuwania blach na własności magnetowodu pomierzono rozkład składowych indukcji w trzech prostopadłych kierunkach x , y i z . W tym celu w strukturze, w której przesunięto blachy o $\beta = 90^\circ$, nawiercono otwory i zamontowano cewki pomiarowe na dwa różne sposoby:

- w celu pomiaru składowych indukcji B_x i B_y założono 36 cewek w kierunku x i 36 w kierunku y , wywiercone otworki miały średnicę 0,5 mm, założono po dwa zwoje w każdej z cewek pomiarowych o przekroju 10 mm na 0,35 mm. Drugi wymiar dotyczy grubości blachy. Użyto izolowanego drutu o średnicy 0,1 mm. Na rysunku 8.35a pokazano rozkład cewek pomiarowych na powierzchni blachy magnetowodu. Kierunek y odpowiada kierunkowi walcowania blachy, kierunek x jest poprzeczny do kierunku walcowania blachy (kąt anizotropii 90°). Pakiet zawiera 200 blach.
- w celu pomiaru składowej normalnej do powierzchni blach B_z założono 22 płaskie cewki o grubości 0,1 mm i powierzchni 10 mm x 10 mm na $2/3$ wysokości pakietu. Rozkład cewek pomiarowych pokazano na rysunku 8.35b. Dodatkowa szczelina powietrzna między blachami, na których dokonywany jest pomiar, wynosi 0,2 mm i wynika z nałożenia się 2 grubości drutu cewki pomiarowej.

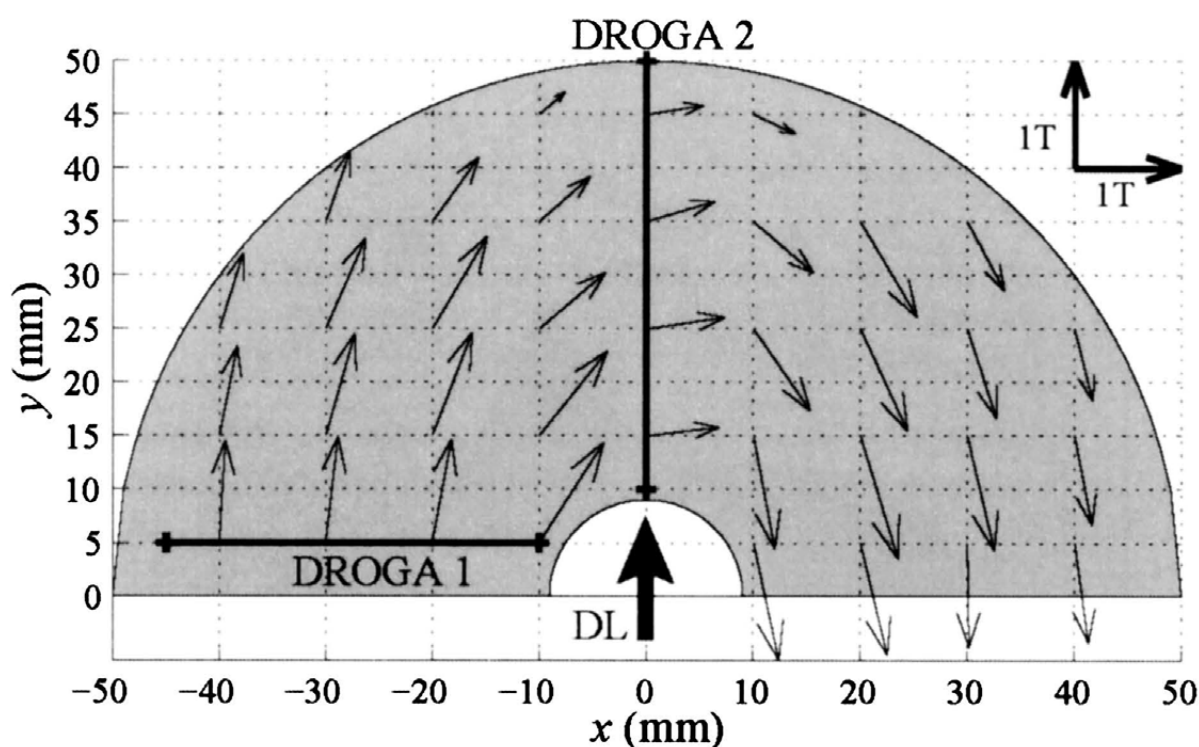
b)



Rys. 8.35. Rozkład cewek pomiarowych na powierzchni blachy (a) cewki w kierunku x-y, (b) w kierunku z

Rozkład indukcji został pomierzony dla wartości szczytowej 1,2 T co odpowiada $E = 3,75$ V, częstotliwości 50 Hz. Indukcję mierzono, stosując pięć zwojów uzwojenia wtórnego nawiniętego na pakiecie 200 blach. Na rysunku 8.36 pokazano rozkład indukcji na płaszczyźnie blachy dla jednej czwartej okresu ($t = T/4$). Punktem początkowym wektora indukcji jest punkt przecięcia B_x oraz B_y . Moduł indukcji zmniejsza się między kierunkiem walcowania i kierunkiem poprzecznym. Aby oszacować tendencję zmniejszania, obliczono uśrednioną wartość B_{path} dla ścieżek 1 i 2 pokazanych na rysunku 8.35. B_{path} zostało obliczone zgodnie z zależnością:

$$B_{path} = \sum_{i=1}^4 |B_{pathi}| / 4 \quad (8.28)$$



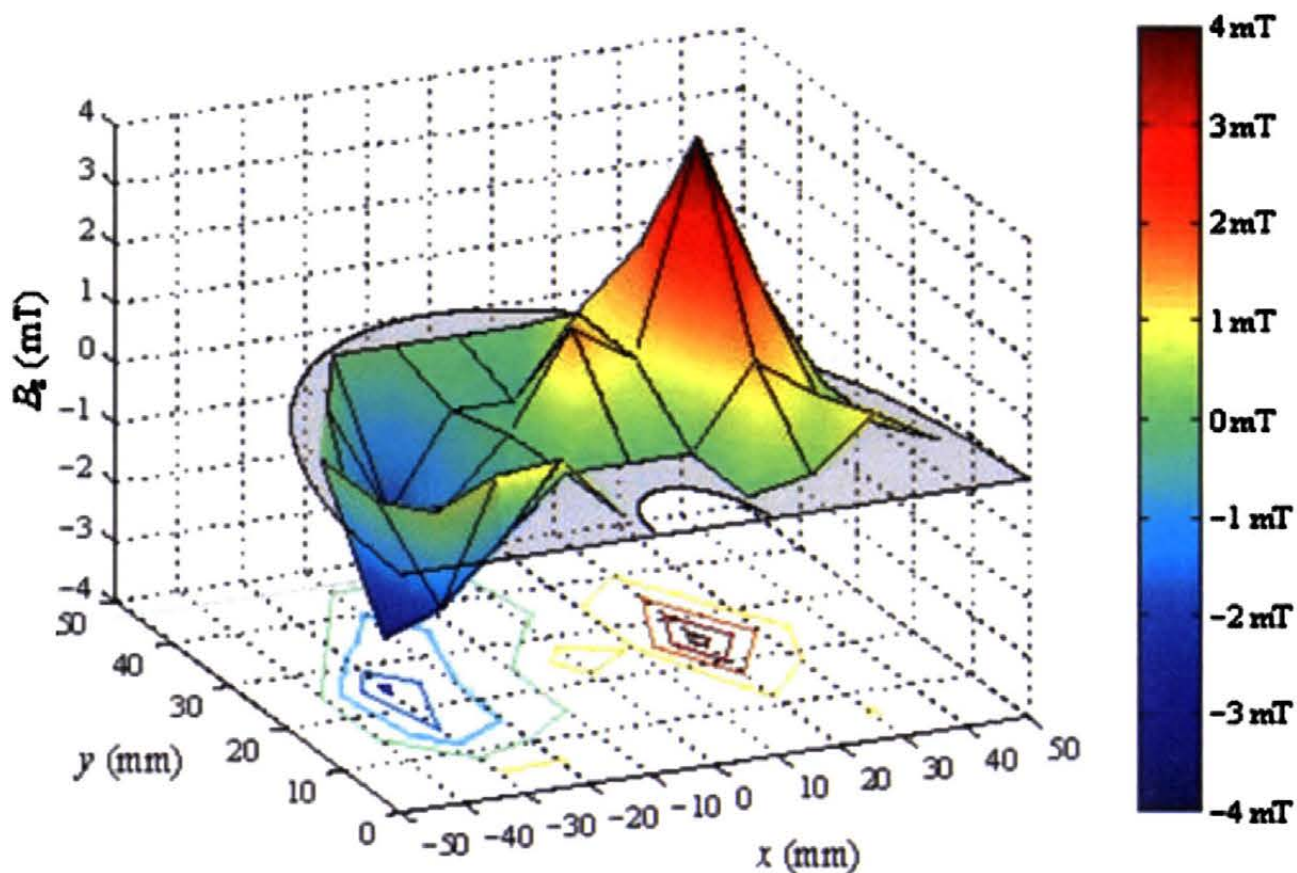
Rys. 8.36. Pomierzony rozkład indukcji dla blachy o kącie anizotropii 90° dla ćwiartki okresu

Średnia wartość indukcji wzdłuż ścieżki 1 wynosi $0,92\text{ T}$, zaś dla ścieżki 2 odpowiednio $0,65\text{ T}$. Różnica pomiędzy wartościami przesuniętymi o 90° wynosi $29,35\%$. Różnica ta wynika z obecności składowej normalnej strumienia, czyli indukcji B_z . Udział procentowy składowej normalnej w całym wektorze indukcji jest znaczny.

Na rysunku 8.37 pokazano pomierzony rozkład składowej normalnej indukcji B_z w jednej czwartej okresu dla dwóch nałożonych na siebie blach. Warunki pomiaru były takie same jak dla pomiaru składowych B_x oraz B_y . Można zauważyć, że przejście strumienia z jednej blachy do drugiej jest symetryczne. Sposób rozmieszczenia cewek pomiarowych pokazano na rysunku 8.35b. Dwa „szczyty” pokazane na rysunku 8.37 były mierzone za pomocą dwóch sond. Dodatnia wartość szczytowa jest na prawo, a ujemna na lewo. Zwiększenie wartości indukcji wystąpi po prawej stronie blachy, a zmniejszenie po lewej. Uwzględniając symetrię, można zauważyć, że pomiędzy nałożonymi blachami nastąpi czterokrotne przejście strumienia z jednej blachy do drugiej raz z góry na dół, raz z dołu w górę. Dla jednej czwartej magnetowodu ($x \in \langle -50, 0 \rangle$ oraz $y \in \langle 0, 50 \rangle$) drogę strumienia magnetycznego dla blach o kącie anizotropii 90° można podzielić na trzy etapy:

- przejście w kierunku promieniowym,
- przejście w kierunku normalnym z blachy górnej do blachy dolnej,

- przejście w kierunku normalnym z blachy dolnej do blachy górnej.



Rys. 8.37. Przechodzenie strumienia w obrębie dwóch blach w ciągu jednej czwartej okresu dla blach anizotropowych 90°

Ogólnie przeprowadzone badania wykazały, że odpowiednie przesuwanie w stosunku do siebie blach w magnetowodzie maszyny poprawia jej sprawność, powoduje zmniejszenie strat, a nawet jak stwierdziliśmy, prowadząc dalsze badania, pozwala ograniczyć hałas i drgania.

Literatura

- [1] **Abou A., Elyazied Abdalh, Sergeant P., Crevecoeur G., Dupre L.**, An Inverse Approach for Magnetic Material Characterization of an EI Core Electromagnetic Inductor, *IEEE Trans. Magn.*, 46, (2), pp. 622-625, 2010.
- [2] **Adams R.A.**, *Sobolev Spaces*, Academic Prepp, New York 1975.
- [3] **Ahamed S.V., Erdelyi E.A.**, Nonlinear theory of salient pole machines, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-85, No. 1, pp. 61-70, 1966.
- [4] **Albertz D. and Henneberger G.**, Calculation of 3D eddy current fields using both electric and magnetic vector potential in conducting regions, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, Sept., pp. 2644-2647, 1998.
- [5] **Allen N., Lai H.C.**, On the validity of two A- Ω finite element formulation for modelling eddy current problem with velocity, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, No. 5, pp. 2535-2538, 1998.
- [6] **Antonelli E., Cardelli E., Faba A.**, Epstein frame, how and when it can be really representative about the magnetic behaviour of laminated magnetic steels, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 5, pp. 1516-1519, 2005.
- [7] **Allaire G.**, *Conception optimale de structures optimisation topologique par homogeneisation.*, Chapitre 7, Departement de Math. Applique, styczeń, 2007.
- [8] **Amrhein M., Krein P.T.**, Induction Machine Modelling Approach Based on 3-D Magnetic Equivalent Circuit Framework, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 25, Issue 2, pp. 339-347, 2010.
- [9] **Arkkio A.**, Finite element analysis of cage induction motors fed by static frequency converters, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 26, No. 2, pp. 551-553, 1990.
- [10] **Babuska I., Lipton R.**, The partition of unity method, *Int J. for Numer Meth. in Eng.*, 40(4), pp. 727-759, 1997.
- [11] **Babuska I., Lipton R.**, Optimal local approximation spaces for generalized finite element methods with application to multiscale problems, *Multiscale Modeling and Simulation*, SIAM, 9, pp. 373-406, 2011.
- [12] **Bakhvalov N. et Panasenko G.**, *Homogenization, Averaging Proceppes in Periodic Media*, Kluwer, 1989.
- [13] **Bajorek J.**, Współczesne możliwości pomiaru przenikalności i stratności blach elektrotechnicznych, *Materiały Konferencyjne VI Krajowego Sympozjum Pomiarów Magnetycznych*, Kielce 2000, pp. 20-29, 2000.
- [14] **Bakoń T.**, Pomiary parametrów magnetycznych nieorientowanych blach elektrotechnicznych przeznaczonych do budowy części wirujących

- maszyn elektrycznych, VI Krajowe Sympozjum Pomiarów Magnetycznych, Kielce 2001, pp. 39-48, 2001.
- [15] **Balakrishnan A.V.**, *Introduction to optimalization theory in a Hilbert space*, Springer-Verlag, Berlin, 1971.
 - [16] **Barmada S., Musolino A., Raugi M., Rizzo R.**, Numerical solution of Maxwell's equations by wavelets on the interval and equivalence theorem, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 38, Issue 2, Part 1, March pp.381-384, 2002.
 - [17] **Banks P.J., Rawlinson E.**, Measurement of the total lopp. of cold-rolled NoNoriented 3% silicon iron using an Epstein square, *Proc. of Institution Electrical Engineers*, Vol. 112, I 1, pp. 179-182, 1965.
 - [18] **Beckley J., Porter C.H., Snell D.**, On Line Single Sheet and Epstein power Lopp. Testing, *Journal of Magnet. and Magnet.*, 26, pp. 168-175, 1982.
 - [19] **Beckley P.**, *Electrical Steels for rotating machines*, IEE, pp. 70-71, 2002.
 - [20] **Bahreyni, B., Shafai, C.**, A Resonant Micromachined Magnetic Field Sensor, *IEEE Sensors Journal*, Vol. 7, No. 9, September, pp. 1326-1334, 2007.
 - [21] **Belkadi M., Ramdane B., Trichet D. and Fouladgar J.**, Non Linear Homogenization for Calculation of Electromagnetic Properties of Soft Magnetic Composite Materials, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 45, No. 10, October, pp. 4317-4321, 2010.
 - [22] **Belkadi M., Trichet D., Ramdane B., Fouladgar J.**, Modelling of soft magnetic composite material using a Non linear homogenization method, *Electromagnetic Field Computation (CEFC), 2010 14th Biennial IEEE Conference on*, pp. pp. 1-1, 2010.
 - [23] **Bellford J.G.**, Effect of sulfur on the high-density magnetic properties of oriented silicon steels, *J. Aval. Phys.*, Vol. 38, pp. 1100-1101, 1967.
 - [24] **Belmans R., Findlay R.D., Geysen W.**, A circuit approach to finite element analysis of a double squirrel cage induction motor, *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. 5, No. 4, pp. 719-724, 1990.
 - [25] **Belmans R., Verdyck D., Geysen W., Findlay R.D., Szabados B., Spencer S.**, Magnetic field analysis in squirrel cage induction motors. *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 2, pp. 1367-1370, 1992.
 - [26] **Bengtsson C., Pfutzner H. Stray**, Fields at grain boundaries in demagnetized strepp. coated HI-B sheets, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 20, No. 5, pp. 1478-1480, 1984.
 - [27] **Bensouppan A., Lions J.L., Papanicolaou G.**, *Asymptotic Methods in Periodic Structures*, North-Holland, Amsterdam 1978.
 - [28] **Berestetskii, V.B. Lifshitz, E.M., Pitaevskii L.P.**, *Quantum Electrodynamics*, Vol. 4 (2nd ed.), Butterworth-Heinemann 1982.
 - [29] **Bermúdez A., Gómez D., Salgado P.**, Eddy-Current Losses in Laminated Cores and the Computation of an Equivalent Conductivity, *IEEE Trans. Magn.*, 44, (12), pp. 4730-4738, 2008.

- [30] **Bertotti G.**, General properties of power losses in soft ferromagnetic materials, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, pp. 621-630, Jan. 1988.
- [31] **Bertotti G., Boglietti A., Chiampi M., Chiarabaglio D., Fiorillo F., Lazzari M.**, An improved estimation of iron losses in rotating electrical machines, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, pp. 5007-5009, 1991.
- [32] **Biddlecombe C.S., Simkin J., Heighway E.A. and Trowbridge C.W.**, Methods for eddy current computation in three dimensions, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 18, No. 2, Mar, pp. 492-49, 1982.
- [33] **Binns K.J., Lawrensen P.J., Trowbridge C.W.**, *The analytical and numerical solution of electric and magnetic fields*, New York, Wiley, 1992.
- [34] **Biro O., Preis K., Richter K.R.**, On the use of magnetic vector potential in the Nodal and edge element analysis of 3D magnetostatic problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 32, No. 3, pp. 651-654, 1996.
- [35] **Biro O.**, Use of a two-component vector potential for 3D eddy current calculations, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, No. 1, Jan., pp. 102-105, 1988.
- [36] **Bíró O.**, Edge element formulations of eddy current problems. *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 169, pp. 391-405, 1999.
- [37] **Biro O. and K. Preis K.**, On the Use of the Magnetic Vector Potential in the Finite Element Analysis of Three-Dimensional Eddy Currents, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 25, No. 4, July, pp. 3145 -3159, 1989.
- [38] **Biro O. and Preis K.**, Finite element analysis of 3D eddy currents, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 26, No. 2, March, pp. 418-423, 1990.
- [39] **Biro O. and Preis K., Renhart K., Richter K. and Vriak G.**, Performance of different vector potential formulations in solving multiply connected 3-D Eddy Current Problems., *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 26, No. 2, March, pp. 438-441, 1990.
- [40] **Biro O., Preis K., Renhard W., Vrisk V., Richter K.**, Computation of 3D current skin effect problems using a current vector potential, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29, No. 2, March, pp. 1325-1328, 1993.
- [41] **Biro O., Preis K. and Richter K.**, Various FEM formulation of transient 3d eddy currents in Nonlinear media, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 31, No. 3, May, pp. 1307-1312, 1995.
- [42] **Biro O., Bardi I., Preis K., Renhard W. and Richter K.**, A finite element formulation for eddy current carrying ferromagnetic thin sheets, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 33, No. 2, Mar, pp. 1173-1178, 1997.
- [43] **Biro O. and Preis K.**, An edge finite element eddy current formulation using a reduced magnetic and a current vector potential, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, No. 5, Sept., pp. 3128-3130, 2000.
- [44] **Bíró O., Richter K.R.**, CAD in electromagnetism, *Adv. in Elect. and Elect. Physics*, Vol. 82, 1991.
- [45] **Birsan M., Szpunar J.A.**, Reversible magnetization rotation in grain oriented 3% Si-Fe, *Journal of Applied Physics*, Vol. 78, Issue 5, pp. 3293-3298, 1995.

- [46] **Bishop J.E.L., Pfützner H.**, Domain wall bowing and dynamic domain width in grain oriented SiFe, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 30, Issue 1, Part 1-2 pp. 46-52, 1994.
- [47] **Blandford P., Szpunar J.A.**, The effect of textural through-thickness inhomogeneity on the prediction of the anisotropy of magnetocrystalline energy in silicon steels, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 27, Issue 2, Part 4, pp. 742-749, 1991.
- [48] **Błażejczyk T.**, Analiza porównawcza wyników obliczeń numerycznych i pomiarów pola magnetycznego wykonanych przy użyciu czujnika światłowodowego, *Prace Instytutu Elektrotechniki*, zesz. 239, pp. 143-155, 2008.
- [49] **Bolkowski S., Stabrowski M., Skoczylas J., Sroka J., Sikora J.**, *Komputerowe metody analizy pola magnetycznego*, Warszawa WNT, Poland, 1996.
- [50] **Booth T., Pfützner H.**, Characteristics of transformer core material for flux Normal to the sheet plane, *Journal of Magnetism and Magnetic Material*, No. 133, pp. 183-186, 1994.
- [51] **Booyesen A.J.**, Aperture theory and the equivalence principle, *Antennas and Propagation Magazine IEEE*, pp. 29- 40, Vol. 45, Issue 3, June 2003.
- [52] **Bossavit A.**, Magnetostatic problems in multiply connected regions, some properties of the curl operator, in *IEE Proc., pt. A*, Vol. 135, No. 3, pp. 179-187, 1988.
- [53] **Bossavit A.**, *Computational Electromagnetism. Variational Formulations, Complementarities, Edge Elements*, San Diego, Acad. Press. 1998.
- [54] **Bossavit A.**, Whitney forms, a clapp. of finite elements for three-dimensional computation in electromagnetism, *IEE Proc, Part A*, Vol. 135, No. 8, pp. 493-499, 1988.
- [55] **Bossavit A. and Vérité J. C.**, A Mixed FEM-BIEM Method to solve 3-D Eddy Current Problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 18, No. 2, March, pp. 431-435, 1982.
- [56] **Bossavit A. and Vérité J.C.**, The TRIFOU code, solving the 3-D eddy-currents problem by using H as state variable, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 19, No. 6, Nov., pp. 2465-2470, 1983.
- [57] **Bossavit A.**, Stiff problems in eddy-current theory and the regularization of Maxwell's equations, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 37, No. 5, Sept., pp. 3542-3545, 2001.
- [58] **Bornert M., Bretheau T., et Gilormini P.**, *Homogeneisation en mécanique des matériaux 1. Matériaux aléatoires et milieux périodiques*. HERMES Science, 2001.
- [59] **Bottauscio O., Champi M., Chiarabaglio D.**, Advanced Model of Laminated Magnetic Cores for Two-dimensional Field Analysis, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, No. 3, pp. 561-565, May 2000.
- [60] **Bottauscio O., Champi M., Chiarabaglio D., Repetto M., Ragusa C.**, Analysis of isotropic materials with vector hysteresis, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, pp. 1258-1260, 1998.

- [61] **Bottauscio O., Champi M., and Repetto M.**, *A two-dimensional time periodic analysis of hysteretic cores*, in *Nonlinear Electromagnetic Systems*, A. J. Moses and A. Basak, Eds. Amsterdam, the Netherlands, IOS Press, Vol. 10, pp. 524-527, 1996.
- [62] **Bottauscio O., Champi M., Dupre L.R., Melkebeek J., Repetto M.**, Modeling electromagnetic phenomena in soft magnetic materials under unidirectional time periodic flux excitations, *IEEE Trans Magn.*, Vol. 35, No. 5, pp. 4171-4184, 1999.
- [63] **Bottauscio O. et al.**, Nonlinear homogenization technique for saturable soft magnetic composites, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 44, No. 11, pp. 2955-2958, Nov. 2008.
- [64] **Boualem B., Piriou F.**, Modelling of induction motor accounting for skewed slots effects, *ICEM-94*, Paris, France, pp. 699-704, 1994.
- [65] **Bourgeois S., Cartraud P., et D'ebordes O.**, *Homogenization of periodic sandwiches*. A. Vautrin, editeur, Mechanics of sandwich structures, 131-138. Kluwer, 1998.
- [66] **Bozorth R.M.**, *Ferromagnetism.*, D. Van Nostrand Co Ed., 1951.
- [67] **Bozorth R.M., Williams H-J.**, Effect of small stresses on magnetic properties, *Rev. Mod. Phys.*, 17, 1945.
- [68] **Bripponneau P.**, *Magnetisme et matériaux magnetiques*, Edition Hermes, Paris 1997.
- [69] **Brudny J.F., Capporet B., Vincent J.N.**, No. Application field WO 2009/030779 A1, 2008.
- [70] **Buschow K.H.J.**, *Handbook of magnetic materials*, Elsevier, 1980.
- [71] **Campelo F., Guimaraes F.G. and Igarashi H.**, Multiobjective optimization using compromise programming and an immune algorithm, in *Proc. 16th Int. Conf. Computation Electromagnetic Fields*, Aachen Germany, Jun. 24-28, pp. 949-950, 2007.
- [72] **Chari M.I.K. and Bedrosian G.**, Electromagnetic field analysis of eddy current effects in rotating electrical apparatus and machinery, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 18, No. 6, Nov., pp. 1713-1715, 1982.
- [73] **Chemkha H.**, Numerical method for eddy-current computation in a Nonsimply connected thin conducting shell, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, No. 6, Nov., pp. 3920-3925, 2000.
- [74] **Chen Y., Pillay P.**, An Improved Formula for Lamination Core Loss. Calculations in Machines Operating with High Frequency and High Flux Density Excitation, *Proc. IEEE Industry Applications Conference 37th IAS Annual Meeting*, 759-766, 2002.
- [75] **Chen K.**, A Mathematical Formulation of the Equivalence Principle, *IEEE Tran. on Microwave Th. and Tech.*, Vol. 37, pp. 1576-1581, Oct. 1989.
- [76] **Chen K., Grzegorzczak T.M., Wu B.I. Pacheco J., Kong J.A.**, Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials, *Phys Rev*, E70, 016608, 2004.

- [77] **Chen Q., Konrad A. and Bringer P.P.**, A hybrid approach to the solution of open boundary eddy current problems under TM field excitation, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29, No. 6, Nov., pp. 2485-2487, 1993.
- [78] **Chen Q., Konrad A. and Bringer A.P.**, A Finite Element-Green's Function Method for the Solution of Unbounded Three-Dimensional Eddy Current Problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 30, No. 5, Sept., pp. 3048-3051, 1994.
- [79] **Chen Q., Konrad A. and Bringer A.P.**, Computation of three-dimensional unbounded eddy current problems using asymptotic boundary conditions, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 31, No. 3, May, pp. 1348-1351, 1995.
- [80] **Cheng Z., Takahashi N., Yang S., AsaNo T., Hu Q., Gao S., Ren X., Yang H., Liu L., Gou L.**, Lopp. Spectrum and Electromagnetic Behavior of Problem 21 Family, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 42, No. 4, pp. 1467-1471, Apr. 2006.
- [81] **Cheng Z., Hao R., Takahashi N., Hu Q. and Fan C.**, Engineering-oriented benchmarking of Problem 21 family and experimental verification, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, No. 2, pp. 1394-1397, Mar. 2004.
- [82] **Chevalier T., Kedous-Lebouc A., Cornut B.**, Influence of electrical sheet on dynamic magnetic properties, *J. Magn. Magn. Mater.*, pp. 623-625, 2000.
- [83] **Chiampi M. and Chiarabaglio D.**, Investigation on the asymptotic expansion technique applied to electromagnetic problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 4, pp. 1917-1923, 1992.
- [84] **Chikazumi S.**, *Physic of magnetism*, J. Wiley and Sons Inc, New-York, 1964.
- [85] **Cullity B.D., Graham C.D.**, *Introduction to magnetic materials*, Second edition, Wiley & Sons, 2009.
- [86] **Czapla M.**, *Strukturalne i magnetyczne właściwości magnetyków molekularnych opartych o oktacyjanki metali d-elektronowych*, praca doktorska, Instytut Fizyki Jądrowej im. H. Niewodniczańskiego Polskiej Akademii Nauk, Kraków 2009.
- [87] **Da Silva C.A., Bidaud F., Herbet P., Cardoso J.R.**, Power Factor Calculation by the Finite Element Method, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 46, Issue 8, pp. 3002-3005, 2010.
- [88] **Dąbrowski M.**, Pomiar stratności magnetycznej blach ferromagnetycznych—rozwój metod, *IV Krajowe Sympozjum Pomiarów Magnetycznych*, Kielce, pp. 55-70, 1994.
- [89] **Dąbrowski M., Kozłowski M.**, Dokładność wyznaczania stratności blach ferromagnetycznych za pomocą metody watomierzowej, *IV Sympozjum Pomiarów Magnetycznych*, Kielce, pp. 71-81, 1994.
- [90] **Deb K., Pratap A., Agarwal S. and Meyarivan T.**, A fast and elitist multiobjective genetic algorithm, NSGA-II, *IEEE Trans. EVol Comput.*, Vol. 6, No. 2, pp. 182-197, Apr. 2002.

- [91] **De Blois R.W.**, *3 General Electric Lab Rep n° 65-C-082*, grudzień 1965.
- [92] **Demenko A.**, Schematy numeryczne dla polowo-obwodowego modelu stanów elektromagnetycznie nieustalonych w przetwornikach elektromechanicznych, *Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej*, nr 41, pp. 65-87, 1992.
- [93] **Demenko A.**, *Symulacja dynamicznych stanów pracy maszyn elektrycznych w ujęciu polowym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997.
- [94] **Demenko A.**, *Obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2004.
- [95] **Demenko A.**, Dyskretne metody opisu pola elektromagnetycznego. *Przegląd elektrotechniczny* nr 9, 2009.
- [96] **Demerdash N., Nehl T.W.**, Flexibility and economics of the finite element and difference techniques in Nonlinear magnetic fields of power devices, *IEEE Trans. Magn.*, MAG-12, pp. 1036-1038, 1976.
- [97] **Dems M., Komęza K., Szulakowski J.**, Influence of different magnetic material of the high-speed induction motors cores on motors fields distribution and integral parameters, *Przegląd Elektrotechniczny*, R.86 Nr 5/2010, pp. 156-160, 2010.
- [98] **De Rochebrune A., Dedulle J.M., Sabonnadiere J.C.**, A technique of homogenization applied to the modelling of transformers, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 26, No. 2, 1990.
- [99] **Dezheng Wu, Pekarek S.D., Fahimi B.**, A Voltage-Input-Based Field Reconstruction Technique for Efficient Modeling of the Fields and Forces Within Induction Machines, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 57, Issue 3, pp. 994-1000, 2010.
- [100] **Dezheng Wu, Pekarek S.D.**, **A Multirate** Field Construction Technique for Efficient Modeling of the Fields and Forces Within Inverter-Fed Induction Machines, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 25, Issue 1, pp. 217-227, 2010.
- [101] **Dufour J.P., Giraud G.**, *Mathematiques et résolution des équations aux dérivées partielles clappiques*, Cépaduès, Paris 2003.
- [102] **Di Barba P., Savini A., Wiak S.**, *Field Models in Electricity and Magnetism*, Springer, 2008.
- [103] **Di Barba P.**, *Multiobjective Shape Design in Electricity and Magnetism*, Springer, 2010.
- [104] **Di Barba P.**, EVolutionary Multiobjective Optimization Methods for the Shape Design of Industrial Electromagnetic Devices, *IEEE Trans. Magn.*, 45, (3), pp. 1436-1441, 2009.
- [105] **Di Barba P., Lorenzi A., and Savini A.**, Dynamic Pareto fronts and optimal control of geometry in a problem of transient magnetic diffusion, *Inst. Eng. TechNol. Sci., Meas. Tech Nol.*, Vol. 2, No. 3, pp. 114-121, 2009.

- [106] **Dlala E., Belahcen A., Pippuri J., Arkkio A.**, Interdependence of Hysteresis and Eddy-Current Losses in Laminated Magnetic Cores of Electrical Machines, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 46, pp. 306-309, 2010.
- [107] **Djennah M., Bandelier B. and Rioux-Damidaou F.**, Computation of electric charges and eddy currents with an E-formulation, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 33, No. 2, March, pp. 1322-1325, 1997.
- [108] **[6.G] Dogaru, T., Smith, S.**, Giant Magnetoresistance-Based Eddy-Current Sensor, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 37, No. 5, September, pp. 3831-3838, 2001.
- [109] **Dular P., Gyselinck J., Geuzaine C., Sadowski N., and Bastos J. P.A.**, A 3-D magnetic vector potential formulation taking eddy currents in lamination stacks into account, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 39, No. 3, pp. 1424-1427, May 2003.
- [110] **Dular P., GeNon A., Hody J.Y., Legros W., Mauhin J., and Nicolet A.**, Coupling between edge finite elements, Nodal finite elements and boundary elements for the calculation of 3-D eddy currents, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29, No. 2, March, pp. 1470-1474, 1993.
- [111] **Dupre L.R., Van Keer R., Melkebeek J.A.A.**, Numerical Evaluation of the Influence of Anisotropy on Eddy Currents in Laminated Ferromagnetic Alloys, *IEEE Trans. Magn.*, 38, pp. 813-816, 2002.
- [112] **Du Trrail Y., Sabonnadiere J.C., Mappe P., Coulomb J.L.**, Nonlinear complex finite element analysis of electromagnetic field in steady-state ac devices, *IEEE Trans. Magn.*, No. 4, Vol. 20, pp. 549-552, 1989.
- [113] **Ebrahimi A., Moses A.J.**, Correlation between Normal flux transfer from lamination to lamination during the magnetization process with static domain structures in grain oriented 3% silicon iron, *J. Appl. Phys.*, 70(10), pp. 6265-6267, 1991.
- [114] **El Feddi M., Ren Z., Razek A., and Boppavit A.**, Homogenization technique for Maxwell equations in periodic structures, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 33, Issue 2, Part 2, pp. 1382-1385, 1997.
- [115] **Emson C.R.I. and Trowbridge C.W.**, Transient 3D eddy currents using modified magnetic vector potentials and magnetic scalar potentials, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, No. 1, Jan., pp. 86-89, 1988.
- [116] **Ewing J.A.**, Proceedings of the Royal Soc, 1881.
- [117] **Fausto Fiorillo**, *Measurement and characterization of magnetic materials*. Amsterdam, Elsevier Academic Press, 2004.
- [118] **Feng Y.N., Apsley J., Williamson S., Smith A.C., Ionel D.M.**, Reduced Losses in Die-Cast Machines with Insulated Rotors, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 46, Issue 3, pp. 928-936, 2010.
- [119] **Fiedler H.C.**, Secondary recrystallization texture in three percent silicon-iron, *J. Appl. Phys.*, Vol. 29, 1958.
- [120] **Fietz Ch., Shvets G.**, Current-driven metamaterial homogenization. *Physica B, Cond Mat.* 405(14), pp. 2930-2934, 2011.

- [121] **Frydrych P., Szewczyk R., Salach J., Trzcinka K.**, Two-Axis, Miniature Fluxgate Sensors, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 48, No. 4, April, pp. 1485-1488, 2012.
- [122] **Fujisaki K., Tamaki T.**, Three-Dimensional Polycrystal Magnetic Field Analysis of Thin Steel, *IEEE Trans. Magn.*, 45, (2), pp. 687-693, 2009.
- [123] **Fujisaki K., Fujikura M., MiNo J., Satou S.**, Three-Dimensional Magnetic Field Numerical Calculation by Equivalent B-H Method for Magnetic Field Mitigation, *IEEE Trans. Magn.*, 46, (5), pp. 1147-1153, 2010.
- [124] **Garidol F.**, *Electromagnétisme, Vol. III du traité d'électricité*, Preppes polytechniques et universitaires romandes, Lausanne 1995.
- [125] **Geuzaine C., Dular P., and Legros W.**, Dual formulations for the modelling of thin electromagnetic shells using edge elements, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, No. 4, July, pp. 799-803, 2000.
- [126] **Giriat W., Rauluszkiewicz J.**, *Hallotrony. Zastosowanie zjawiska Halla w praktyce*, PWN, Warszawa 1961.
- [127] **GorkuNov E.S., Dragoshansky Yu.N.**, Interaction Between domain walls and structural defects as a background for magnetic inspection of steel structures, *Proc of WCNDT*, Roma 2000.
- [128] **Graham C.D., Jr.**, *Textured magnetic materials*, in *Magnetizm and metalurgy*, Vol. 2, Eds. New York, Academic Prepp, Ch. 15, 1969.
- [129] **Gruais I.**, *Compacite par compensation et homogeneisation*, Notes du Cours de DEA de F. Murat., 2010.
- [130] **Guimarães G.F., Lowther D.A. and Ramirez J.A.**, Analysis of the Computational Cost of Approximation-Based Hybrid EVolutionary Algorithms in Electromagnetic Design, *IEEE Trans. Magn.*, 44, (6), pp. 1130-1133, 2008.
- [131] **Guo Y., Zhu J.G., Zhong J., Lu H Xun Jin J.**, Measurement and Modeling of Rotational Core Loppes of Soft Magnetic Materials Used in Electrical Machines, A Review, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 44, No. 2, FEBRUARY, pp. 279-291, 2008.
- [132] **Gusarov A., Levron D., PaperNo E., Shuker R., Ben-Amar Baranga A.**, Three-Dimensional Magnetic Field Measurements in a Single SERF Atomic-Magnetometer Cell, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 45, No. 10, OCTOBER, pp. 4478-4481, 2009.
- [133] **Gyselinck J., Sabariego R.V., Dular P.**, A Nonlinear time-domain homogenization technique for laminated iron cores in three-dimensional finite-element models, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 42, Issue 4, April 2006, pp. 763-766, 2009.
- [134] **Gyselinck J., Vandevelde L., Melkebeek J., Dular P., Henrotte F. and Legros W.**, Calculation of eddy currents and associated losses in electrical steel laminations, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 35, No. 3, pp. 1191-1194, May 1999.
- [135] **Gyselinck J. and Dular P.**, A time-domain homogenization technique for laminated iron cores in 3D finite element models, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, No. 3, pp. 1424-1427, May 2004.

- [136] **Gyselinck J., Dular P. and Legros W.**, Low-order time-domain model of eddy current effects in a laminated core, in *Proc. ISEM*, Versailles, France, May 12-14, pp. 216-217, 2003.
- [137] **Gyselinck J., De Gersem H. and Dular P.**, Homogenization of laminated and Nonlinear magnetic cores in time-domain FE calculations, in *Proc. NUMELEC*, Toulouse, France, Oct. 28-30, pp. 247-248. In French, 2003.
- [138] **Hahne P., Dietz R., Rieth B., Weiland T.**, Determination of Anisotropic Equivalent Conductivity of Laminated Cores for Numerical Computation., *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 32, pp. 1184-1188, May 1996.
- [139] **Hahne P., Weiland T.**, 3D Eddy Current Computation in the Frequency Domain Regarding the Displacement Current, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 2, March, pp. 1801-1804, 1992.
- [140] **Haller T.R. and Kramer J.J.**, Observation of dynamic domain size variation in a silicon-iron alloy, *J. Appl. Phys.*, Vol. 39, 1959.
- [141] **Hannakam L., Kost A.**, Transiente Stromverteilung im elliptischen Zylinder inhomogener Leitfähigkeit, *Archiv für Elektrotechnik* 55, pp. 131-137, 1973.
- [142] **Heisenberg W.**, *Zeitschrift für Physik*, 49, pp. 619., 1928.
- [143] **Hantila I.F.**, A method for solving stationary magnetic field in Nonlinear media, *Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ.*, Vol. 20, p. 397, 1975.
- [144] **Henrotte F., Nicolet A., Delince F., GeNon A. and Legros P.W.**, Modeling of ferromagnetic materials in 2D finite element problems using Preisach's model, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 5, pt. 2, pp. 2614-2616, Sep. 1992.
- [145] **Hihat N., Lecoite J-Ph., Duchesne S., Napieralska E.**, A method for characterizing magnetic sheets in the Normal direction, *Sensors*, (10), pp. 9053-9064, 2010.
- [146] **Hihat N., Komeza K., Napieralska-Juszczak E., Lecoite J. Ph., Niewierowicz T.**, Simplified models including eddy currents for laminated structures, *Compel*, 5, (4), pp. 1033-1046, 2010.
- [147] **Hihat N., Napieralska E., Lecoite J-Ph., Sykulski J.K., Komeza K.**, Equivalent permeability of step-lap joints of transformer cores, Computational and experimental considerations, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 47, Issue 1, Part 2, pp. 244-251, 2011.
- [148] **Hihat N., Napieralski P., Lecoite J.Ph., Napieralska E.**, Computational Methods for the Innovative Design of Electrical Devices, *In the series Studies in Computational Intelligence* 327, IPPN 1860-949X, SPRINGER 2010. Chapter 16 Methods of Homogenization of Laminated Structures, pp. 277-302, 2010.
- [149] **Hollaus K. and Bíró O.**, Estimation of 3-D eddy currents in conducting laminations by an anisotropic conductivity and a 1-D analytical model, *COMPEL*, Vol. 18, No. 3, pp. 496-499, 1999.
- [150] **Hubert A., Schafer R.**, *Magnetic domains The analysis of magnetic structure*, Springer, 2009.

- [151] **Hui Li, Qingfu Zhang**, Multiobjective Optimization Problems with Complicated Pareto Sets, MOEA/D and NSGA-II., *IEEE Trans. On Evolutionary Computation*, 13(2), pp. 284-302, 2009.
- [152] **Hooke R., Jeeves T.A.**, Direct Search, *J. ACM*, 8, pp. 212-229, 1961.
- [153] **Hultman L.O. and Jack A.G.**, Soft magnetic composites-materials and applications, in *Proc. IEMDC*, pp. 516-522, 2003.
- [154] **Hughes V.A.**, Effects of stacking methods on epstein-square power-lopp measurements. *IET EEP*, Vol. 125, No. 3, 1978.
- [155] **Hutchinson W.B. and Swift J.G.** *Anisotropy in Some Soft Magnetic Materials. Texture 1*, 117-123, 1973.
- [156] **Igarashi H., Kost A. and Honma T.**, A three dimensional analysis of magnetic fields around a thin magnetic conductive layer using vector potential, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, No. 5, Sep., pp. 2539-2542, 1998.
- [157] **Ionel D., Popescu M., Coppar C., McGilp M.I., Boglietti A., Cavagnino A.**, A General Model of the Laminated Steel Loppes in Electric Motors with PWM Voltage Supply, in *Industry Applications Society Annual Meeting 2008*, pp. 1-7, 2008.
- [158] **Iramina K., UeNo S.**, High Spatial Resolutional Measurement of Biomagnetic Fields, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, No. 6, June, pp. 2477-2479, 2007.
- [159] **Jagiela M., Łukaniszyn M.**, Modelowanie polowe na użytek szybkiego projektowania silników energooszczędnych – stan obecny i perspektywy, *Przegląd elektrotechniczny*, nr 2, 2011.
- [160] **Jagiela M., Bumby J., Spooner E.**, Time-domain and frequency-domain finite element models of a solid-rotor induction/hysteresis motor, *IET Electric Power Applications*, Vol. 4, Issue 3, 185-197, 2010.
- [161] **Jikov V.V., Kozlov S.M., Oleinik O.A.**, *Homogenization of Differential Operators and Integral Functionals*, Springer Verlag, 1994.
- [162] **Jin J.**, *The finite element method in electromagnetics*, John Wiley and Sons, New York 2002.
- [163] **Jones M.A., Moses A.J., Thompson J.E.**, Flux distribution and power loss in the mitred overlap joint and power transformer cores, *IEEE Trans. Magn.*, 6, (2), pp. 114-122, 1973.
- [164] **Joslin P.C., Moses A.J., Thompson J.E.**, Some aspects of effects of longitudinal and normal stress on power loss and flux distribution within a transformer core, *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, Vol. 119, Issue 6, pp. 709-716, 1972.
- [165] **Kaimori H., Kameari A., Fujiwara K.**, FEM Computation of Magnetic Field and Iron Lopp. in Laminated Iron Core Using Homogenization Method., *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, No. 4, pp. 1405-1409, 2007.
- [166] **Kameari A.**, Three-dimensional eddy current calculation using finite element method with A-V in conductor and Ω in vacuum, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, No. 1, Jan., pp. 118-121, 1988.
- [167] **Kameari A.**, Calculation of transient 3D eddy current using edge-elements, *IEEE Trans. Mag.*, Vol. 26, No. 2, March, pp. 466-469, 1990.

- [168] **Kato T., Mikami H., Noguchi S.**, Novel Method for Evaluating Frequency Response of Permeabilities in the c-Plane and Along the c-Axis of Z-Type Hexagonal Ferrite, *IEEE Trans. Magn.*, 45, (10), pp. 4246-4249, 2009.
- [169] **Kedus Lebouc A.**, *Materiaux magnétiques en génie électrique 1*, Hermes, Lavoisier, France, 2006.
- [170] **Khanlou, A., Moses, A.J., Meydan, T., Beckley, P.** A Non-enwrapping, single yoke on-line system magnetic testing system for use in the steel industry, *Digests of Intermag '9*, pp. 161-161, 1992.
- [171] **Khizhnyak N.A.**, Artificial anisotropic dielectrics, *Sov. Phys. Tech Phys.*, No. 27, pp. 2006-2013, 1957.
- [172] **Khizhnyak N.A.**, Artificial anisotropic dielectrics formed from two-dimensional lattices of infinite bars and rods., *Sov. Phys. Tech Phys.*, No. 29, pp. 604-614, 1959.
- [173] **Kittel C.**, *Introduction é la physique de l'état solide*, DuNod, 1970.
- [174] **KNoFF W.**, *Półprzewodnikowe ferromagnetyczne warstwy (Ge,Mn)Te. Otrzymywanie oraz właściwości magnetyczne i elektryczne*, praca doktorska, Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 2010.
- [175] **Kohler D.X.**, Production and properties of grain-oriented commercially pure iron, *J. Appl. Phys.*, Vol. 38, 1967.
- [176] **Kobus A., Tuszyński J., Warsza Z.L.**, *Technika hallotronowa*. Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1980.
- [177] **Komęza K., Dems M., Jastrząbek P.**, The 3D- analysis of the field distribution of fractional power induction motor, *Recent Developments of Electrical Drives*, (370), Springer P.O. Box17, 3300 AA Dordrecht. The Netherlands, pp. 275 -289, 2005.
- [178] **Komęza K., Dems M., Szulakowski J.**, Advanced Computer Modelling of No-load curves of the high-speed small size induction motors, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 86, No. 5/2010, pp. 152-155, 2010.
- [179] **Komęza, K., Dems, M., Wiak, S.**, Analysis of the influence of the assumption of equivalent saturation on starting currents in induction motor, *COMPEL, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 19, No. 2, 463-468, 2000.
- [180] **Komęza K., Dems M., Wiak S., Jastrząbek P.**, Computer Modelling of 3D Electromagnetic Field Distributions In Electromechanical Devices, *Challenging Problems of Science, Theory and Applications, Computer Science, Selected Problems of Computer Science*, EXIT, Warszawa, pp. 149-154, 2005.
- [181] **Komęza K., Wiak S., Dems M., Jastrząbek P.**, Experimental Verification of The 3D Voltage Driven Edge Elements Model of a Fractional Power Induction Motor, *Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics, Vol. 27, Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering* (537), IOS Prepp, Amsterdam, Berlin, Oxford, Tokyo, Washington, pp. 358-363, 2006.

- [182] **Kost A.**, *Numerische Methoden in der Berechnung elektromagnetischer Felder*, Springer, Berlin, Januar 1994.
- [183] **Kost A., Shen J.**, Influence of magnetisation curve representation on parallel BEM computation of Nonlinear eddy-currents, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 27, Sept., pp. 3898-3901, 1991.
- [184] **Kost A. and Yuferev S.**, On the Role of Symmetry and Antisymmetry in BIE Formulations of Eddy Current Problems of Multiconductor Systems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 32, No. 3, May, pp. 836-839, 1996.
- [185] **Kouznetsova V.**, *Computational homogenization for the multi-scale analysis of multi-phase materials. Ph. D. thesis*, T.U. Eindhoven, 2002.
- [186] **Kowal D., Sergeant P., Dupre L., Van den Boppche A.**, Comparison of Nonoriented and Grain Oriented Material in an Axial Flux Permanent Magnet Machine, *IEEE Trans. Magn.*, 46, (2), pp. 279-286, 2010.
- [187] **Kowol M., Łukaniszyn M., Latawiec K.J.** Modeling and construction optimization of a modular TFM with an outer rotor, *Electrical Engineering*, Vol. 92, No. 3, pp. 111-118, 2010.
- [188] **Krahenbuhl L., Dular P., Zeidan T., Buret F.**, Homogenization of lamination stacks in linear magnetodynamics, *IEEE Trans. on Mag*, Vol. 40, Issue 2, Part 2, March, pp. 912-915, 2004.
- [189] **Kubík J., Vcelak J., O'Donnell T., McCloskey P.**, Triaxial Fluxgate Sensor Excitation and Core Shape Study, *IEEE Sensors Journal*, Vol. 9, No. 12, December, pp. 1971-1978, 2009.
- [190] **Kuczmam M.**, Nodal and edge Finite Element Analysis of Eddy Current Field Problems, *Przegląd Elektrotechniczny*, 84 Nr 12/2008, pp. 193-197, 2008.
- [191] **Kuczmam M., Iványi A.**, *The finite element method*, Akadémiai Kiadó, Budapest 2008.
- [192] **Kwiatkowski, W., Stabrowski, M., Tumanski, S.**, Numerical analysis of the shape anisotropy and anisotropy dispersion in thin film permalloy magnetoresistors, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 19, Issue 6, pp. 2502-2505, 1983.
- [193] **Lager I.E., Tonti E., de Hoop A.T., Mur G. and Marrone M.**, Finite formulation and domain integrated field relations in electromagnetics—a synthesis, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 39, No. 3, May, pp. 1199-1202, 2003.
- [194] **Landau L.D., Lifshitz E.M.**, *The Classical Theory of Fields*. Vol. 2 (4th ed.). Butterworth-Heinemann, 1975.
- [195] **Landau L.D., Lifshitz E.M.**, *Mechanics*. Vol. 1 (3rd ed.). Butterworth-Heinemann, 1976.
- [196] **Landau L.D., Lifshitz E.M.**, *Quantum Mechanics, Non-Relativistic Theory*. Vol. 3 (3rd ed.). Pergamon Press, 1977.
- [197] **Landau L.D., Lifshitz E.M.**, *Statistical Physics*, Part 1. Vol. 5 (3rd ed.). Butterworth-Heinemann, 1980.
- [198] **Landau L.D., Lifshitz E.M., Pitaevskii V.**, *Electrodynamics of Continuous Media*. Vol. 8 (1st ed.), Butterworth-Heinemann, 1984.

- [199] **Leak D.A. and Leak G.M.**, *The influence of impurities on the magnetic properties of high purity silicon-iron*, J. Iron and Steel Znst. (London), Vol. 187, 1957.
- [200] **Lebecki K.**, *Mikromagnetyczne modelowanie rozkładu namagnesowania w kwazijednowymiarowych ferromagnetykach, analiza wpływu periodycznych warunków brzegowych*. Praca doktorska, Instytut Fizyki PAN, Warszawa 2008.
- [201] **Le Besnerais J., Fasquelle A., Hecquet M., Pelle J., Lanfranchi V., Harmand S., Brochet P., Randria A.**, Multiphysics Modeling, Electro-Vibro-Acoustics and Heat Transfer of PWM-Fed Induction Machines, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 57, Issue 4, 1279-1287, 2010.
- [202] **Lewin L.**, The electrical constants of material loaded with spherical particles, *Proc. Inst. Elec. Eng.*, 94, pp. 65-68, 1947.
- [203] **Li Cheng-Zhang, Lodder J.C., Szpunar J.A.**, The development of texture in Co-Cr films, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 30, Issue 4, Part 2, pp. 1373-1379, 1994.
- [204] **Lindemuth J., Dodrill B.**, Measurement of the Magnetic Properties of Double-Layered PMRM Using an AHE Magnetometer, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, No. 4, July, pp. 2191-2193, 2004.
- [205] **Littmann M.** Structures and magnetic properties of grain oriented 3.2% silicon-iron, *J. Appl. Phys.*, Vol. 38, 1067, 2002.
- [206] **Littmann M.**, Iron and Silicon-Iron Alloys, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 7, No. 1, pp. 48-60, 1971.
- [207] **Loffler F., Booth T., Pfutzner H., Bengtsson C., Gramm K.**, Relevance of step-lap joints for magnetic characteristics of transformer cores, *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, 142, (6), pp. 371-378, 1995.
- [208] **Ilo A., Weiser B., Booth T., Pfutzner H.**, Influence of geometric parameters on the magnetic properties of model transformer cores. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 160, pp. 38-40, 1996.
- [209] **Loisos G., Moses A.J.**, Critical evaluation and limitations of localized flux density measurements in electrical steels, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 37, Issue 4, Part 1, pp. 2755-2757, 2001.
- [210] **Loffler F., Pfutzner H., Booth T., Bengtsson C., Gramm K.**, Influence of air gaps in stacked transformer cores consisting of several packages, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 30, Issue 2, pp. 913-915, 1994.
- [211] **Lopez S., Capporet B., Brudny J.F., Lefebvre L., Vincent J.N.**, Grain Oriented Steel Assembly Characterization for the Development of High Efficiency AC Rotating Electrical Machines, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 45, Issue 10, pp. 4161-4164, 2009.
- [212] **Luo X., Liao Y., Toliyat H.A., El-Antably A., Lipo T.A.**, Multiple coupled circuit modeling of induction machines, *IEEE Trans. on Industry Appl.*, Vol. 31, No. 2, pp. 311-318, 1995.
- [213] **Łacheciński S., Dems M., Wiak S.**, Hybrid optimization algorithms in designing of electromechanical converters, *Polish Journal of Environmental Studies*, Vol. 17, No. 2A, pp. 90-94, 2008.

- [214] **Łobos T., Łukaniszyn M., Jaszczyk B.**, *Teoria pola dla elektryków*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2004.
- [215] **Makaveev D., Maes J., Melkebeek J.**, Controlled Circular Magnetization of Electrical Steel in Rotational Single Sheet Testers, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 37, No. 4, July, pp. 2740-2742, 2001.
- [216] **Makino Akihiro, Kubota Takeshi, Yubuta Kunio, Inoue Akihisa, Urata Akiri, Matsumoto Hiroyuki, Yoshida Shigeyoshi**, Low core losses and magnetic properties of Fe85–86Si1–2B8P4Cu1 nanocrystalline alloys with high B for power applications, *Journal of Applied Physics*, Vol. 109, Issue 7, 2011.
- [217] **Matheisel Z.**, *Blachy elektrotechniczne walcowane na zimno*, WNT, Warszawa 1973.
- [218] **Matheisel Z., Wilczyński W., Nowak J.**, Powtarzalność pomiaru charakterystyk magnesowania blach magnetycznych w niejednorodnym obwodzie probierczym, *Normalizacja*, nr 2-3, 1991.
- [219] **MatLab**, *User's Manual*, The MathWorks, www.mathworks.com
- [220] **May J.E. and Turnbull D.**, Secondary recrystallization in silicon-iron," 9 n s. *A Z M E* Vol. 212, pp. 769-781, 1957.
- [221] **Mayergoyz I.D.**, Boundary integral equations of minimum order for the calculation of three dimensional eddy current problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 18, No. 2, March, pp. 536-539, 1982.
- [222] **Mayergoyz I.D. and Bedrosian G.**, Iterative solution of 3D eddy current problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29, No. 6, Nov., pp. 2335-2340, 1993.
- [223] **Mayergoyz I.D. and Bedrosian G.**, On calculation of 3D eddy currents in conducting and magnetic shells, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 31, No. 3, May, pp. 1319-1324, 1995.
- [224] **McCurrie R.M.**, *Ferromagnetic materials Structure and Properties*, Academic Prepp, 1994.
- [225] **Mechler G.F and Girgis R.S.**, Magnetic Flux Distributions in Transformers Core Joints, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 15, pp. 198-203, 2000.
- [226] **Mehnen L., Kaniusas E., Kosel J., Pfutzner H., Meydan T., Vazquez M., Rohn M., Merlo A., Marquardt B.**, Magnetostrictive by layer sensor, *Proceedings of IEEE Sensors*, pp. 326-328 Vol. 2004.
- [227] **Marketos P., Zurek S., Moses A.J.**, A Method for Defining the Mean Path Length of the Epstein Frame, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, No. 6, Nov., pp. 2755-2757, 2007.
- [228] **Meunier G., Luong H.T. and Marechal Y.**, Computation of coupled problem of 3D eddy current and electrical circuit by using T-Ω-T-φ formulation, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, No. 5, Sept., pp. 3074-3077, 1998.
- [229] **Mikulec M., Havlicek V., Viglasz V., Cech D.**, Comparison of loss measurements on sheets and strips, *SMM 6 Conference Eger and Magnet*. 19, pp. 263-266, 1980.

- [230] **Mippaki T. and Tsuboi H.**, Techniques for Boundary Element analysis of three-dimensional eddy current distribution, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, No. 1, Jan., pp. 146-149, 1988.
- [231] **Miyagi D., Yoshida T., Nakano M., Takahashi N.**, Development of Measuring Equipment of DC-Biased Magnetic Properties Using Open-Type Single-Sheet Tester, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 42, No. 10, October, pp. 2846-2848, 2006.
- [232] **Mogenier G., Dufour R., Ferraris-Beppo G., Durantay L., Barras N.**, Identification of Lamination Stack Properties, Application to High-Speed Induction Motors, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 57, Issue 1, pp. 281-287, 2010.
- [233] **Moghadam A.T., Moses A.J.**, Comparison of flux distribution in three-phase transformer cores appembled from amorphpus material and grain oriented silicon iron, *Magnetics Conference. Digests of INTERMAG '89*, pp. HD6 - HD6, 1989.
- [234] **Mohd Ali B.B., Moses A.J.**, A grain detection system for grain-oriented electrical steels, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 25, Issue 6, pp. 4421-4426, 1989.
- [235] **Moon P., Spencer D.E.**, *Field theory for engineers*, Princeton Toronto London New York 1961.
- [236] **Mori K., Yanase Y., Okazaki Y., Hashi S.**, 2-D Magnetic Rotational Lopp. of Electrical Steel at High Magnetic Flux Density, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 10, October, pp. 3310-3312, 2005.
- [237] **Morrish A.H.**, *The physical principles of magnetism*, Wiley, 1965.
- [238] **Moses N., Cloirec M., Cartraud P. et Remacle J.**, A computational approach to handle complex microstructure geometries, *Workshop Multi-scale Computational Mechanics for Materials and Structures*, Cachan, Septembre 2002.
- [239] **Moses A.J.**, Some effects of core geometry on building factors of transformer cores assembled from POWERCORE strip, *J. of Materials Eng.* 12, pp. 195-202, 1990.
- [240] **Moses A.J.**, Iron based amorphous magnetic materials-present and future New Magnetic Materials - Bonded Iron, Lamination Steels, Sintered Iron and Permanent Magnets (Digest NMo. 1998/259), *IEE Colloquium on 1998*, pp. 9/1-9/2, 1998.
- [241] **Moses A.J., Williams P.I., Hoshtanar O.A.**, A Novel instrument for real-time dynamic domain observation in bulk and micromagnetic materials, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, Issue 10, pp. 3736-3738, 2005.
- [242] **Moses A.J.**, Comparison of transformer lopp. prediction from computed and measured flux density distribution, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, Issue 4 , Part, 1, pp. 1186-1188, 1998.
- [243] **Moses A.J.**, Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education, *IEE Proceedings A*, Vol. 137, Issue 5, pp. 233-245, 1990.
- [244] **Mujal-Rosas R., Orrit-Prat J.**, General Analysis of the Three-Phase Asynchronous Motor with Spiral Sheet Rotor, Operation, Parameters,

- and Characteristic Values, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 58, pp. 1799-1811, May 2011.
- [245] **Muramatsu K., Okitsu T., Fujitsu H., ShimaNoe F.**, Method of Nonlinear magnetic field analysis taking into account eddy current in laminated core., *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, No. 2, pp. 896-899, March 2004.
 - [246] **Muramatsu K., Shimizu T., Kameari A., Yanagisawa I., Tokura S., Saito O., and Kaido C.**, Analysis of eddy currents in surface layer of laminated core in magnetic bearing system using leaf edge elements, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 42, No. 4, pp. 883-886, Apr. 2006.
 - [247] **Naidu S.R.**, Simulation of the hysteresis phenomenon using Preisach's theory, *IEE proceedings-A*, Vol. 137, No. 2, pp. 73-79, 1990.
 - [248] **Nakata T., Takahashi N. and Fujiwara K.**, Efficient solving techniques of matrix equations for finite element analysis of eddy currents, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, No. 1, Jan., pp. 170-173, 1988.
 - [249] **Nakata T., Takahashi N., Fujiwara K. and Ahagon A.**, 3-D Non-linear eddy current analysis using the time-periodic finite element method, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 25, No. 5, Sept., pp. 4150-4152, 1989.
 - [250] **Nakata T., Takahashi N., Fujiwara K., Shiraki Y.**, Comparison of different finite elements for 3-D eddy current analysis, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 6, No. 2, March, pp. 434-437, 1990.
 - [251] **Nakata T., Takahashi N., Fujiwara K.**, Investigation of a model to verify softwares for 3-D nonlinear eddy current analysis, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 26, No. 2, March, pp. 501-504, 1990.
 - [252] **Nałęcz M., Jaworski J.**, *Miernictwo magnetyczne*, WNT Warszawa 1968.
 - [253] **Napieralska-Juszczak E., Lecoite J.Ph., Nabil H., Komez K., Sykulski J.K.**, Computational and experimental verification of the equivalent permeability of the step-lap joints of transformer cores, Computation in electromagnetism, *CEM 2008*, 7-10 April, pp. 38-39, 2008.
 - [254] **Napieralska E., Roger D., Komez K.**, A new approach for electromagnetic field simulation of complex electrical systems, *ICEM 2006*, paper PMM4-5, 2006.
 - [255] **Napieralska E., Roger D., Komez K.**, Magnetic field calculation by substituting surface quantities to complex sources, *Conference Numelec'06*, Lille 29 Nov.-1 Dec., 2006.
 - [256] **Napieralska E., Roger D., Komez K. and Schulz C.A.**, EMI of large power systems, magnetic field calculation by substituting surface quantities for complex sources, *European physical Journal-Applied physics (EPJ-AP)*, Vol. 39, No. 1, July, pp. 149-158, 2007.
 - [257] **Napieralska-Juszczak E., Pietruszka M.**, Semi-analytical method of modelling the magnetising curves for anisotropic sheets, *4th Int. Workshop on Electric and Magnetic Fields*, Marseille France, pp. 451-456, 1998.

- [258] **Nencib N., Spornic S., Kedous-Lebouc A., Cornut B.**, Macroscopic Anisotropy Characterization of SiFe Using a Rotational Single Sheet Tester, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 31, No. 6, pp. 4047-4049, 1995.
- [259] **Nicholson P.I., So M.H., Meydan T., Moses A.J.**, Non-destructive surface inspection system for steel and other ferromagnetic materials using magneto-resistive sensors, *J. Magn. Magn. Mater.*, 160, 162, 1996.
- [260] **Nishimura T., Miyamoto Y., Yamada Iwahara S.M.**, Measurement and Visualization of Three-Dimensional Radial and Vectored Magnetic Field Distribution by Use of the Magnetic CT Method, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 10, October, pp. 3739-3741, 2005.
- [261] **Nlebedim I.C., Ranvah N., Melikhov Y., Williams P.I., Snyder J.E., Moses A.J., Jiles D.C.**, Effect of temperature variation on the magnetostrictive properties of $\text{CoAl}_x\text{Fe}_{2-x}\text{O}_4$, *Journal of Applied Physics*, Vol. 107, Issue 9, pp. 09A936 - 09A936-3, 2010.
- [262] **Nowak L.**, *Modele polowe przetworników elektromechanicznych w stanach nieustalonych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1999.
- [263] **Nowak L., Demenko A.**, The 3D coupled field-circuit simulation of transients in converters with conducting solid parts, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, Issue 4, pp. 1412-1416, 2000.
- [264] **Nowak L.**, Simulation of Dynamics of Electromagnetic Driving Device for Comed Ground Penetrator, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, Issue 5, pp. 31-46, 1998.
- [265] **Olivares J.C., Kulkarni S. V., Cañedo J., Escarela-Perez R., Driesen J., MoreNo P.**, Impact of the Joints Design Parameters of the Wound Core, in *Distribution Transformer Loppes*, Issue 3, Vol. 23, ACTA Prepp, Calgary Canada, pp. 151-157, 2003.
- [266] **Orr P., Niewczas P.**, Polarization-Switching FBG Interrogator for Distributed Point Measurement of Magnetic Field Strength and Temperature, *IEEE Sensors Journal*, Vol. 11, No. 5, May, pp. 1220-1226, 2011.
- [267] **Paoli G., Bíró O., Buchgraber G.**, Complex representation in Nonlinear time harmonic eddy current problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, pp. 2625-2628, Sept. 1998.
- [268] **Partin D.L., Heremans J.P., Schroeder T., Thrush C.M., Flores-Mena L.A.**, Temperature Stable Hall Effect Sensors, *IEEE Sensors Journal*, Vol. 6, No. 1, February, pp. 106-110, 2006.
- [269] **Pávó J., Sebestyén I., Gyimóthy S. and Bíró O.**, Approximate prediction of losses in transformer plates, in *Proc. 10th Int. IGTE Symp.*, Graz, Austria, Sept., pp. 369-374, 2002.
- [270] **Paxton W.S and Nilan T.G.**, Domain configurations and crystallographic orientation in grain-oriented silicon steel, silicon steel in cyclic magnetic fields, *J. Appl. Phys.*, Vol. 38, 2002.
- [271] **Petridis X., Dimitropoulos P.D., Hristoforou E.**, New Magnetic Field Sensor Based on Combined Flux-Gate/Hall-Effect Arrangement, *IEEE Sensors Journal*, Vol. 9, No. 2, February, pp. 128-134, 2009.

- [272] **Pfützner H., Bengtsson C., Booth T., Löffler F., Gramm K.**, Three dimensional flux distribution in transformer core as a function of package design, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 30, No. 5, Sep., pp. 2713- 2727, 1994.
- [273] **Pfützner H., Bengtsson C., Zehetbauer M.**, Effects of torsion on domains of coated Si-Fe sheets, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 20, Issue 5, pp. 1554-1556, 1984.
- [274] **Pfützner H.**, A new colloid technique enabling domain observations of Si-Fe sheets with coating at zero field, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 17, Issue 2, pp. 1245-1247, 1981.
- [275] **Pfützner H., Matsubara K.** Demagnetisation effects in polycrystalline silicon iron with coating, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 18, Issue 6, pp. 1502-1504, 1982.
- [276] **Pfützner H., Mulasalihovic E., Yamaguchi H., Sabic D., Shilyashki G., Hofbauer F.**, Rotational Magnetization in Transformer Cores A Review, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 47, I. 11 pp. 4523-4533, 2011.
- [277] **Pfützner H., Bengtsson C., Leeb A.**, Domain investigation on coated unpolished Si-Fe sheets, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 21, I6 pp. 2620-2625, 1985.
- [278] **Pfützner H., Schonhuber P.**, On the problem of the field detection for single sheet testers, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 27, Issue 2, 1991, pp. 778-785
- [279] **Pietruszka M., Napieralska-Juszczak E.**, Lamination of T-joints in the transformer core, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 32, Issue 3, Part 1, May 1996, pp. 1180-1183.
- [280] **Pietruszka M.**, A method to compute the magnetic field in anisotropic 3-phase transformer cores with arbitrary overlapping structures, D.Sc. Thesis, Poland, 1995 (IPPN 0137-4834).
- [281] **Pippuri J., Belahcen A., Dala E. and Arkkio A.**, Inclusion of Eddy Currents in Laminations in Two-Dimensional Finite Element Analysis. *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 46, No. 8, pp. 2915-2919, August. 2010.
- [282] **Pippuri J. and Arkkio A.**, Time-harmonic induction-machine model including hysteresis and eddy currents in steel laminations, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 45, No. 7, pp. 2981-2989, Jul. 2009.
- [283] **Potter P.G., Cambrell G.K.**, A combined finite element and loop analysis for Non-linearly interacting magnetic fields and circuits, *IEEE Trans. Magn.*, MAG-19, No. 6, 2352-2355, 1983.
- [284] **Preis K.**, A contribution to eddy current calculations in plane and hisymmetric multiconductor systems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 19, No. 6, pp. 2397-2400, Nov. 1983.
- [285] **Preis K., Bardi I., Biro O., Richter K.R.**, Nonlinear periodic eddy currents in single and multiconductor systems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 32, No. 3, pp. 780-783, May 1996.
- [286] **Qin W., Szpunar J.A., Umakoshi Y.**, A criterion for grain-size limit of polycrystalline materials Journal of Applied Physics Vol. 106, Issue 1, pp. 016101 - 016101-3, 2009.

- [287] **Quandt E., Stein S., Wuttig M.**, Magnetic Vector Field Sensor Using Magnetolectric Thin-Film Composites, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 10, October 2005, pp. 3667-3668, 2005.
- [288] **Ramdane B., Trichet D., Belkadi M., Saidi T., Fouladgar J.** Electromagnetic and Thermal Modeling of Composite Materials Using Multilayer Shell Elements, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 47, Issue 5, pp. 1134-1137, 2011.
- [289] **Ranvah N., Melikhov Y., Jiles D.C., Snyder J.E., Moses A.J., Williams P.I., Song S.H.**, Temperature dependence of magnetic anisotropy of Ga-substituted cobalt ferrite, *Journal of Applied Physics*, Vol. 103, Issue 7, 2008.
- [290] **Reinhard H.**, *Equations aux dérivées partielles*, DuNod, Paris 2004.
- [291] **Ren Z.**, Degenerated Whitney prism elements-general Nodal and edge shell elements for field computation in thin structures, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 34, No. 5, Sept., pp. 2547-2550, 1998.
- [292] **Ren Z., Bouillault F., Razek A., Boppavit A. and Vérité J.C.**, A new hybrid model using electric field formulation for 3-D eddy current problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 26, No. 2, March, pp. 470-473, 1990.
- [293] **Sabariego R.V., Gyselinck J., Dular P., Geuzaine C. and Legros W.**, Fast multipole acceleration of the hybrid finite-element/boundary-element analysis of 3-D eddy-current problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, No. 2, March, pp. 1278-1281, 2004.
- [294] **Salon S.J., Burow D.W., Ashley R.E., Ovacik L., DeBortoli M.J.**, Finite element analysis of induction machines in the frequency domain, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29, No. 2, 1993, 1438-1441.
- [295] **Sanchez-Palencia E.**, Non homogeneous Media and Vibration Theory. » Springer Verlag, 1980.
- [296] **Santugini Repiquet K.**, Matériaux ferromagnétiques, influence d'un espaceur mince Non magnétique, et homogénéisation d'agencements multicouches, en présence de couplage sur la frontière. Praca doktorska, Paris 13, Matematyka stosowana, Paryż, Francja, 2004.
- [297] **Schonhuber P., Pfutzner H.**, A multipurpose scanning apparatus for automatic analyses of soft magnetic materials and circuits, *Journal of Applied Physics*, Vol. 69, Issue 8, pp. 5118-5118, 1991.
- [298] **Sebestyen I., Gyimothy S., Pavo J., Biro O.**, Calculation of Loppes in Laminated Ferromagnetic Materials, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, No. 2, pp. 924-928, Mar. 2004.
- [299] **Shen D., Meurnier G., Coulomb J.L., Sabonnadiere J.C.**, Solution of magnetic fields and electrical circuits combined problems. *IEEE Trans. Magn.*, MAG-21, No. 6, pp. 2288-2291, 1985.
- [300] **Shen J. and Kost A.**, Parrallel computation of a linear 3-D eddy current problem with the Boundary Element Method, *Technical Report UTRC92-155089-1*, UTRC, East Hartford, CT, USA, 1992.
- [301] **Shen J. and Kost A.**, On the Convergence of the Iterative A-BEM Formulation for 2-D Nonlinear Eddy Currents, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 31, No. 3, May, pp. 1496-1499, 1995.

- [302] **Shen J. and Kost A.**, Hybrid FE-BE method for EMC problems in power cable systems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 32, No. 3, pp. 1493-1496, May 1996.
- [303] **Shen J., Kost A., Gagnon E.P.**, BEM Formulation with Virtual Eddy Current Density and Magnetic Field Strength for 3-D Eddy Currents and Its Massively Parallel Implementation, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 30, No. 5, pp. 3602-3605, Sept. 1994.
- [304] **Shen J., Hybler T., Kost A.**, Preconditioned Iterative Solvers for Complex and Unsymmetric Systems of Equations Resulting from the Hybrid FE-BE Method, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 33, No. 2, pp. 1764-1767, March 1997.
- [305] **Shirkoochi G.H.**, Anisotropic Properties of High Permeability Grain-oriented 3.25% Si-Fe Electrical Steel, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 30, No. 2, pp. 928-930, 1994.
- [306] **Shur Y.S., Dragoshansky Y.N., Zaykova V.A.**, Influence of the macrostructure of thin grain-oriented 3% Si-Fe ribbons on the core loss behaviour under stress, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 41, Issues 1-3, pp. 25-27, February 1984.
- [307] **Sikora R.**, Teoria pola elektromagnetycznego, Warszawa, WNT, 1997.
- [308] **Silva C.W.**, Sensors and Actuators—Control System Instrumentation CRC Prepp, 2007.
- [309] **Silva V.C., Marechal Y. and Foggia A.**, Surface impedance method applied to the prediction of eddy currents in hydrogenerator stator end regions, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 31, No. 3, May 1995, pp. 2072-2075.
- [310] **Soinski M.**, *Materiały magnetyczne w technice*, COSIW SEP, ISBN 8391510352.
- [311] **Soinski M.**, The method of summation used for calculating demagnetization state in flat magnetic materials Measurements, Modelling and Imaging for Non-Destructive Testing, IEE Colloquium on 1991, pp. 7/1-7/6, 1991.
- [312] **Soinski M.**, Anisotropy of DC magnetostriction in cold-rolled electrical sheets of Goss texture, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 25, Issue 4, pp. 3166-3168, 1989.
- [313] **Soinski M.**, Application of the anisometric method for determining polar curves of induction, apparent core loss and core loss in cold-rolled electrical sheets of Goss texture, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 20, Issue 1, pp. 172-183, 1984.
- [314] **Soinski M.**, Anisotropy of demagnetization in rectangular electrical sheet samples placed in a stationary magnetic field, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, Issue 3, pp. 1877-1883, 1992.
- [315] **Soinski M.**, Demagnetization effect of rectangular and ring-shaped samples made of electrical sheets placed in a stationary magnetic field, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 39, Issue 5, pp. 704-710, 1990.
- [316] **Soinski M.**, The anisotropy of coercive force in cold-rolled goss-texture electrical sheets, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 23, Issue 6, pp. 3878-3881, 1987.

- [317] **Soinski M., Bak Z., Bragiel P.**, Anisotropy of magnetic properties in thin electrical sheets, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 26, Issue 6, pp. 3076 - 3079, 1990.
- [318] **Soinski M., Moses A.J.**, Anisotropy of Iron-based Soft Magnetic Materials. Chapter 4, *Handbook of magnetic Materials*, Vol. 8, Elsevier, 1995.
- [319] **Stranges N., Findlay R.D.**, Measurement of Rotational Iron Losses in Electrical Sheet, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, No. 5, 3457-3459, 2000.
- [320] **Strangas E.G., Theis K.R.**, Shaded pole motor design and evaluation using coupled field and circuit equations. *IEEE Trans. Magn.*, MAG-21, No. 5, 1880-1882, 1985.
- [321] **Stratton J.A.**, *Electromagnetic Theory.*, New York, NY, McGraw-Hill, 1941.
- [322] **Stumberger G., Marcic T., Stumberger B., Dolinar D.**, Experimental Method for Determining Magnetically Nonlinear Characteristics of Electric Machines With Magnetically Nonlinear and Anisotropic Iron Core, Damping Windings, and Permanent Magnets, *IEEE Trans. Magn.*, 44, (11), pp. 4341-4344, 2008.
- [323] **Stumberger G., Seme S., Stumberger B., Polajzer B., Dolinar D.**, Determining Magnetically Nonlinear Characteristics of Transformers and Iron Core Inductors by Differential EVolution, *IEEE Trans. on Magn.*, 44, (11), pp. 1570-1573, 2008.
- [324] **Szpunar J. and Ojanen M.**, Texture and Magnetic Properties in Fe-Si Steels, *Met. Trans AIME* 6A, 501-567, 1975.
- [325] **Szpunar B., Szpunar J.**, A model for the calculation of the magnetization in textured polycrystalline materials with high cubic crystalline anisotropy, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 20, Issue 5, pp. 1490-1492, 1984.
- [326] **Szpunar J.A., Szpunar B.**, Domains in constructional steel, Theory and experiment, *Journal of Applied Physics*, Vol. 57, Issue 8, pp. 4237-4237, 1985.
- [327] **Szpunar J.A.**, Influence of crystal orientation distribution on anisotropy of magnetostriction and magnetocrystalline energy in Fe-Si steel, *Journal of Applied Physic*, Vol. 55, Issue 6 , pp. 2133-2135, 1984.
- [328] **Taguchi S. and Sakakura A.**, Characteristics of magnetic properties of grain-oriented silicon-iron with high permeability, *J. Appl. Phys.*, Vol. 40, pp. 1539-1541, 1969.
- [329] **Taguchi S., Sakakura A., and Yasunari T.**, *Method of producing silicon steel strips having cube-on-face orientation*, U. S. Patent 3 163 564, 1964
- [330] **Takahashi N., Sakura T. and Cheng Z.**, Nonlinear analysis of eddy current and hysteresis loppes of 3-D stray field lopp. model (Problem 21), *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 37, No. 5, pp. 3672-3675, Sep. 2001.
- [331] **Tamaki T., Fujisaki K., Wajima K., Fujiwara K.**, Comparison of Magnetic Field Analysis Methods Considering Magnetic Anisotropy, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 46, No. 2, pp. 187-190, 2010.

- [332] **Tandon S.C., Armor A.F., Chari M.V.K.**, Nonlinear transient finite element computation for electrical machines and devices, *IEEE Trans. on Power App. and Syst.*, Vol. PAS-102, No. 5, pp. 1089-1096, 1983.
- [333] **Tartar L.**, Compensated compactness. and applications to p.d.e. In R. J. KNops, editor, *Non linear Analysis and Mechanics*, Heriot-Watt Symposium, IV, Vol. 39 of *Research Notes in Mathematics*, pp. 136-212. Pitman, Boston, 1979.
- [334] **Tartar L.**, *The General Theory of Homogenization, A personalized Introduction*, Springer 2009.
- [335] **Tellini B., Giannetti R., Lizón-Martínez S.**, Sensorless Measurement Technique for Characterization of Magnetic Material Under Nonperiodic Conditions, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 57, No. 7, July, pp. 1465-1469, 2008.
- [336] **TeNyenhuis E.G., Girgis R.S., and Mechler G.F.**, Other Factors Contributing to the Core Loss Performance of Power and Distribution Transformers, *IEEE Trans. Magn.*, 16, pp. 648-653, 2001.
- [337] **TeNyenhuis G.F. and Girgis R.S.**, Measured Variability of Performance Parameters of Power & Distribution Transformers, *Proc. IEEE PES Transmipion and Distribution Conf. and Exposition*, pp. 523-528, 2006.
- [338] **Thyppen Krupp. Electrical Steel**, *Our products-Grain oriented electrical steel PowerCore*, Product catalogue grain oriented electrical steel PowerCore, 2007.
- [339] **Tremolet de Lacheipperie E.**, *Magnetisme, Fondements, Vol1*, Preppes Universitaires de GreNoble, 1999.
- [340] **Trichet D. et al.**, Asymptotic calculation of equivalent electromagnetic and thermal properties for composite materials, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, No. 4, pp. 1193-1196, Jul. 2000.
- [341] **Tsukerman I.**, Nonlocal Homogenization, *ICS Newsletter*, Vol. 18, No. 3, pp. 4-17, 2011.
- [342] **Tsukerman I.**, Effective parameters of metamaterials, a rigorous homogenization theory via Whitney interpolation, *J. Opt. Soc. Am B*, No. 28, pp. 577-596, 2011.
- [343] **Tsukerman I.**, Nonlocal homogenization of metamaterials by dual interpolation of field, *J. Opt. Soc. Am B*, 2012.
- [344] **Tuck C.**, *Effective Medium Theory, Principle and Applications*, Oxford University Prepp, 1999.
- [345] **Tumański S.**, A multi-coil sensor for tangential magnetic field investigations, *J. Magn. Magn. Mater.*, 242-245, (P2), pp. 1153-1156, 2002.
- [346] **Tumański S., Bakon T.**, Measuring system for two-dimensional testing of electrical steel, *J. Magn. Magn. Mater.*, 223, pp. 315-325, 2001.
- [347] **Tumański S.**, *Measurements and power systems*, Series in Sensors, CRC Prepp, Taylor & Francis Group, 488 pages, 2006.

- [348] **Tumanski S.**, A method of testing of the plane distribution of anisotropy, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 38, Issue 5, Part 1 pp. 2808-2810, 2002.
- [349] **Tumanski S., Fryskowski B.**, The method of testing of the plane distribution of anisotropy, *Magnetics Conference, 2002. INTERMAG Europe 2002. Digest of Technical Papers*, IEEE International Publication 2002.
- [350] **Turner L.R., Davey K., Emson C.R.I., Miya K., Nakata T. and Nicolas A.**, Problems and workshops for eddy current code comparison, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, No. 1, January, pp. 431-434, 1988.
- [351] **Turowski J.**, *Elektrodynamika techniczna*, Warszawa, WNT 1993
- [352] **Turowski J.**, *Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych*, WNT, Warszawa 1982.
- [353] **Viglasz V., Mikulec M.**, Possibilities of the Single Strip Measurements, *Journal of Magnet. and Mag. Mat.*, 23, 2002.
- [354] **Vappent E., Meunier G., Sabonnadiere J.C.**, Simulation of induction machine operation using complex magnetodynamic finite elements, *IEEE Trans. on Magnetism*, Vol. 25, No. 4, 3064-3066, 1989.
- [355] **Walecki K., Zakrzewski K.**, The iron losses calculation in the armature of the electromagnetic torque converter, *XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM, 1-6)*, 2010.
- [356] **Wang W., Chen S., Du Z., Wang X., Shi C., Chen J.**, Experimental Study of Some Key Issues on Fiber-Optic Interferometric Sensors Detecting Weak Magnetic Field, *IEEE Sensors Journal*, Vol. 8, No. 7, July, pp. 1173-1179, 2008.
- [357] **Wappelynck G., Trichet D., Ramdane B., Fouldagar J.**, Interaction Between Electromagnetic Field and CFRP Materials, A New Multiscale Homogenization Approach, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 46, Issue 8, 2010, pp. 3277-3280, 2010.
- [358] **Waterman P.C.**, Electromagnetic scattering by periodic arrays of particles, *J. of Appl. Phys.*, No 59, pp. 2609-2618, 1986.
- [359] **Weinan E. and al.**, Heterogeneous multiscale methods, A review. *Comm. Comp. Phys.*, No. 2 (3), pp. 367-450, 2007.
- [360] **Weinberger P.** *Magnetic anisotropies in nanostructured materials*. CRC Prepp, 2009.
- [361] **Weipp B. and Biro O.**, On the Convergence of Transient Eddy Current Problems, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, No. 2, March, pp. 957-960, 2004.
- [362] **Weipp P.**, *Journal de Physique*. Vol. 6, p. 661, 1907.
- [363] **Wilczyński W., Matheisel Z.**, Nowe urządzenie pomiarowe do badania własności magnetycznych blach, *Krajowe Sympozjum Pomiarów Magnetycznych*, Kielce, 18-20 września 1985, Materiały z Sympozjum, 241-248, 1985.

- [364] **Williams H.J., Bozorth M. and Shockley W.**, A simple domain structure in an iron crystal showing a direct correlation with the magnetization, *Phys. Rev.*, Vol. 75, 1949.
- [365] **Wohlfarth E.P.**, *Ferromagnetic Materials*, North Holland Ed, 1980.
- [366] **Xiao G.Y., Moses A.J., Anayi F.**, Normal Flux Distribution in a Three-Phase Transformer Core Under Sinusoidal and PWM Excitation, *IEEE Trans. Magn.*, 43, (6), pp. 2660-2662, 2007.
- [367] **Xu J., Lakhsasi A., Yao Z. and Rajagopalan V.**, A practical modeling method for eddy-current losses computation in laminated magnetic cores, in the *Thirty-First IAS Annu. Meeting, IAS-96*, 3, pp. 1532-1537, 1996.
- [368] **Yaghjian A.D.**, Surface-current equivalence theorem, *Proc. URSI Int. Symp. on Elmag. Th.*, May, pp.113-115, 2001.
- [369] **Yagasiwa T., Takekoshi Y., Wada S.**, Magnetics properties of laminated steel sheet for Normal fluxes, *Journal of Magnetism and Magnetic Material*, No. 26, pp. 340-342, 1982.
- [370] **Yongtao Han, Yan-Fei Liu**, A Practical Transformer Core Loss Measurement Scheme for High-Frequency Power Converter, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 55, No. 2, 941-948, Feb. 2008.
- [371] **Yanguang G., Jian Guo Z., Jinjiang Z., Haiyan L., Jian Xun J.**, Measurement and Modeling of Rotational Core Losses of Soft Magnetic Materials Used in Electrical Machines, A Review, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 44, pp. 279-291, 2008.
- [372] **Youngjun Ahn, Jiseong Park, Cheol-Gyun Lee, Jong-Wook Kim, and Sang-Yong Jung**, Novel Memetic Algorithm implemented with GA (Genetic Algorithm) and MADS (Mesh Adaptive Direct Search) for Optimal Design of Electromagnetic System, *IEEE Trans on Magn.*, 46, (6), pp. 1982-1985, 2010.
- [373] **Zabloudil J., Hammerling R., Szunyogh L. and Weinberger P.**, *Electron Scattering Theory in Solid Matter*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
- [374] **Zakrzewski K., Pietras F.**, Method of calculating the electromagnetic field and power losses in ferromagnetic materials, taking into account magnetic hysteresis, *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, Vol. 118, Warszawa, pp. 1679-1685, 1971.
- [375] **Zakrzewski K., Tomczuk B., Koterak D.**, Amorphous modular transformers and their 3D magnetic fields calculation with FEM, *COMPEL*, Vol. 28, No. 3, pp. 583-592, 2009.
- [376] **Zakrzewski K., Tomczuk B., Waindok A.**, Nonlinear scaled models in 3D calculation of transformer magnetic circuits, *COMPEL*, Vol. 25, No. 1, pp. 91-101, 2006.
- [377] **Zakrzewski K., Lukaniszyn M., Tomczuk B.**, 3-D calculations of leakage field and reactance for special transformers, *COMPEL*, Vol. 17, No. 4, pp. 460-474, 1998.
- [378] **Zakrzewski K., Tomczuk B.**, On the use of the FEM and BIE methods in the 3D magnetic field computation of the reactors with air gaps, *COMPEL*, Vol. 17, No. 1, pp. 116-120, 1998.

- [379] **Zhong J.J., Zhu J.G., Guo Y.G., Lin Z.W.**, Improved Measurement With 2-D Rotating Fluxes Considering the Effect of Internal Field, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 10, October, pp. 3709-3711, 2005.
- [380] **Zhu Jian Guo**, *Numerical modelling of magnetic materials for computer aided design of electromagnetic devices*, University of Technology, Sydney, Australia, praca doktorska.
- [381] **Ziegler S., Woodward R.C., Ho-Ching lu H., Borle L.J.** Current Sensing Techniques, A Review. *IEEE Sensors Journal*, Vol. 9, No. 4, April, pp. 354-376, 2009.
- [382] **Zirka S.E., Moroz Y.I., Marketos P., Moses A.J.**, Modelling losses in electrical steel laminations, *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings* - Vol. 149, Issue 5 , pp. 218-221, 2002.
- [383] **Zurek S., Marketos P., Meydan T., Moses A.J.**, Use of Novel Adaptive Digital Feedback for Magnetic Measurements Under Controlled Magnetizing Conditions, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 11, November, pp. 4242-4249, 2005.



125359

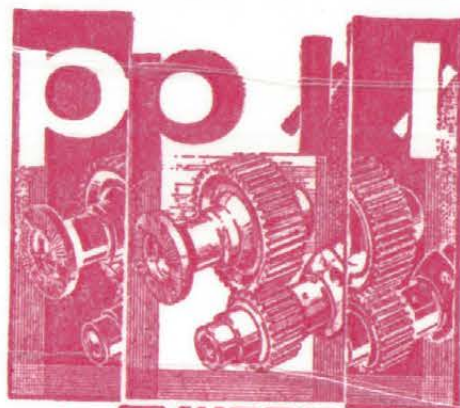
Biblioteka Główna

PL



210000269908

125 359



EXLIBRIS

politechnika łódzka • łódź • biblioteka

ISBN 978-83-7283-504-8