

Programy komputerowe do prognozowania trwałości zmęczeniowej węzłów tocnych o złożonej geometrii współpracujących powierzchni

BOGDAN WARDA*

W pracy przedstawiono programy komputerowe służące do przewidywania trwałości zmęczeniowej zazębienia obiegowej przekładni cykloidalnej oraz mechanizmu krzywkowego z rolkowym popychaczem. Programy wykorzystują ogólną metodykę prognozowania trwałości zmęczeniowej par tocnych o złożonej geometrii współpracujących powierzchni.

W licznych parach kinematycznych elementów napędu maszyn i urządzeń występuje tarcie tocne albo tarcie tocne z minimalnym udziałem tarcia ślizgowego, a obciążenie oraz warunki smarowania współpracujących elementów sprzyjają tworzeniu w obszarach styku elastohydrodynamicznego filmu olejowego. Ma to miejsce przede wszystkim w łożyskach tocnych, jak również w mechanizmach krzywkowych oraz w przekładniach wykorzystujących zazębienie o specjalnym zarysie. Te ostatnie urządzenia charakteryzuje ponadto skomplikowana geometria współpracujących elementów i złożony stan obciążenia.

Główną postacią zużycia wymienionych wyżej węzłów tocnych jest zużycie zmęczeniowe, a prognozowanie trwałości zmęczeniowej jest jednym z ważniejszych etapów ich projektowania. Ze względu na duże podobieństwo zjawisk zachodzących w węzłach tocnych o złożonym kształcie współpracujących powierzchni do zjawisk towarzyszących zużyciu w konwencjonalnych łożyskach tocnych, w celu prognozowania ich trwałości postanowiono wykorzystać teoretyczne podstawy wytrzymałości zmęczeniowej łożysk tocnych.

Współczesne metody przewidywania trwałości zmęczeniowej łożysk tocnych wykorzystują model obliczeniowy autorstwa Lundberga i Palmgrena [1, 2], oparty na statystycznej analizie pęknięcia materiałów kruchych, opracowanej przez Weibulla i zakładający zawsze ograniczoną trwałość zmęczeniową łożyska. Pod koniec XX w. Ioannides i Harris opracowali podstawy nowej teorii trwałości łożysk tocnych opartej na hipotezie nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej [3]. Jednocześnie w Politechnice Łódzkiej podjęto próbę opracowania podobnej metody w odniesieniu do łożysk tocnych produkcji polskiej, zakończoną opracowaniem ogólnej metodyki prognozowania trwałości zmęczeniowej łożysk tocnych [4, 5].

Metodyka wyznaczania trwałości zmęczeniowej łożysk tocnych została dostosowana do potrzeb obliczania trwałości zmęczeniowej węzłów tocnych o złożonym zarysie współpracujących powierzchni i posłużyła do opracowania ogólnej metodyki prognozowania trwałości zmęczeniowej takich węzłów. Jej zasady wykorzystano w numerycznej metodyce przewidywania trwałości węzłów tocnych, które występują w obiegowej przekładni cykloidalnej wykorzystującej zazębienie o specjalnym zarysie [6] oraz w analogicznej metodyce w odniesieniu do me-

chanizmu krzywkowego z liniowym popychaczem rolkowym [7]. W oparciu o te metody zbudowano programy komputerowe służące do prognozowania trwałości zmęczeniowej zazębienia przekładni cykloidalnej oraz mechanizmu krzywkowego z rolkowym popychaczem.

Zarys metodyki prognozowania trwałości zmęczeniowej

W modelu obliczeniowym zastosowanym w metodach prognozowania trwałości zmęczeniowej węzłów tocnych o złożonej geometrii współpracujących powierzchni prawdopodobieństwo trwałości φ jest funkcją:

- liczby cykli obciążenia, będącej iloczynem nagromadzonej liczby obrotów L i liczby cykli przypadających na jeden obrót u ,
- różnicy kwadratów maksymalnych zastępczych naprężeń podpowierzchniowych σ , obliczonych według hipotezy Hubera, Misesa i Henckego oraz naprężenia granicznego σ_g ,
- głębokości występowania naprężeń podpowierzchniowych Z ,
- umownej objętości materiału poddanego działaniu naprężeń ΔV .

Model pozwala na uwzględnienie lokalnych zmian w trójwymiarowym rozkładzie naprężeń pod powierzchnią styku, wynikających z warunków obciążenia oraz ze złożonego kształtu współpracujących powierzchni.

Model stosuje się przede wszystkim do prognozowania trwałości zazębienia obiegowej przekładni cykloidalnej. Przekładnia wykorzystuje w układzie przeniesienia mocy wewnętrzne, pozaśrodkowe zazębienie cykloidalne, które tworzą specjalne koła obiegowe o liczbie zębów równej przełożeniu przekładni: $z_s = j$, współpracujące z nieruchomym zestawem z_k rolek. Uzębienie kół ma postać ekwidystanty epicykloidy skróconej. O trwałości zazębienia takiej przekładni decyduje zużycie zmęczeniowe zębów koła obiegowego lub rolek koła współpracującego. Budowa przekładni oraz zasada jej działania zostały przedstawione w [8]. Opisany w [6] sposób modelowania obszaru poddanego działaniu naprężeń podpowierzchniowych w styku rolki nieruchomego koła współpracującego z zębem koła obiegowego (rys. 1) pozwolił na sformułowanie zależności umożliwiających obliczenie przewidywanej trwałości zmęczeniowej uzębienia koła obiegowego oraz rolek nieruchomego koła współpracującego.

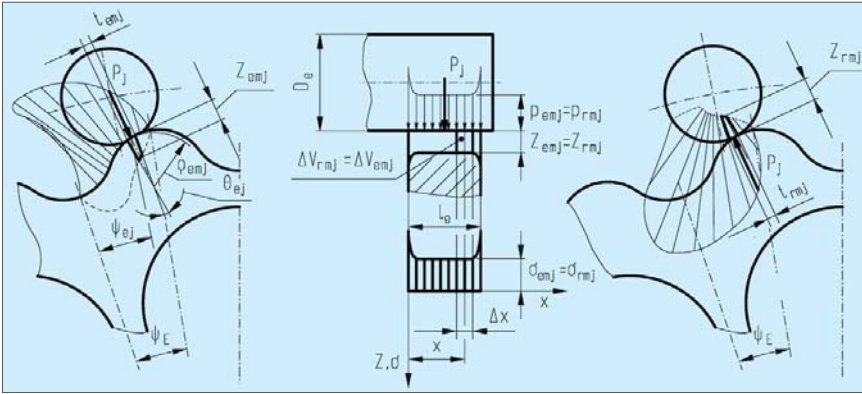
Trwałość pojedynczego zęba L_e , wyrażoną w liczbie obrotów wału napędowego przekładni, wyznacza się z równania:

$$\ln \frac{1}{\varphi} = A \cdot u_e^c \cdot L_e^e \sum_{j=1}^{j=z_k} \left[\theta_{ej} \sum_{m=1}^{m=z_j} \rho_{emj} (\sigma_{emj}^2 - \sigma_g^2)^{f/2} H_{emj} Z_{emj}^{1-h} \Delta x_{emj} \right], \quad (1)$$

a trwałość całego uzębienia L_E ze wzoru:

$$L_E = \left(\sum_{j=1}^{j=z_k} L_{ej}^{-e} \right)^{-1/e} = z_s^{-1/e} L_e. \quad (2)$$

* Dr inż. Bogdan Warda – Politechnika Łódzka, Katedra Konstrukcji Precyzyjnych



Rys. 1. Modelowanie obszaru poddanego działaniu naprężeń podpowierzchniowych w zębie obiegowej przekładni cykloidalnej

Jako liczbę przedziałów, na które podzielony jest obszar współpracy zęba koła obiegowego z rolką, przyjęto maksymalną liczbę zębów mogących pozostać teoretycznie w przyprze: $z_f = z_k / 2 + 1$.

W równaniu (1) A jest stałą materiałową, a H funkcją Heaviside'a, przyjmującą wartość 1 dla $\sigma - \sigma_g > 0$ oraz 0 dla $\sigma - \sigma_g \leq 0$. Ponadto występują w nim wykładniki: $c = 31/3$, $h = 7/3$ oraz wykładnik Weibulla: $e = 9/8$. Naprężenie graniczne σ_g jest naprężeniem, poniżej którego nie występują zmęczeniowe wykruszenia materiału. Jego wartość może się wahać (w zależności od gatunku i sposobu obróbki cieplnej stali) w granicach $450 \div 700$ MPa [9].

Do obliczania prognozowanej trwałości L_r pojedynczej rolki, gdy obwód rolki jest całkowitą wielokrotnością obwodu flanki zęba O_f , służy równanie:

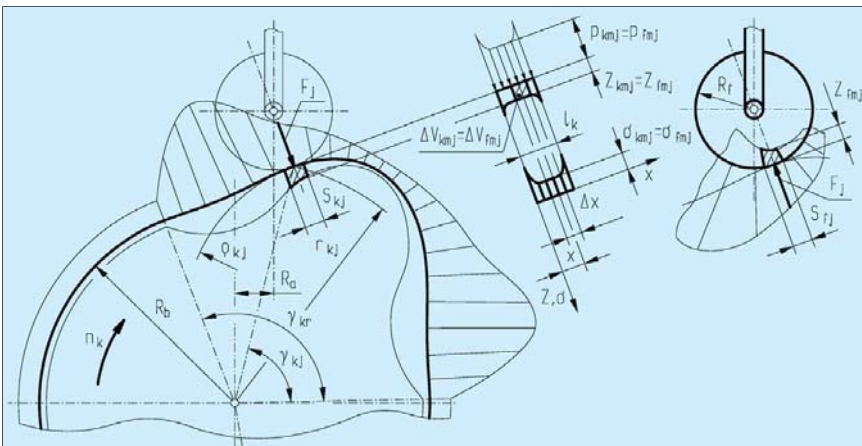
$$\ln \frac{1}{\varphi} = A \cdot u_r \cdot e^{-1} L_r^e \sum_{j=1}^{j=z_f} \left[t_{rj} \sum_{m=1}^{m=n} (\sigma_{rmj}^2 - \sigma_g^2)^{c/2} H_{rmj} Z_{rmj}^{1-h} \Delta x_{rmj} \right] \quad (3)$$

gdzie: t_{rj} jest długością wycinka obwodu rolki równą długości odpowiadającego mu wycinka obwodu flanki zęba t_{ej} , a liczba cykli obciążenia przypadająca na jeden obrót opisana jest wzorem:

$$u_r = O_f / (\pi \cdot D_c). \quad (4)$$

W przypadku, gdy obwód rolki nie jest równy całkowitej wielokrotności obwodu flanki zęba, do wyznaczenia trwałości zastosowano zależność:

$$\ln \frac{1}{\varphi} = A \cdot u_r \cdot e^{-1} L_r^e z_r^{1-c} \left\{ \sum_{j=1}^{j=z_f} \left[t_{rj} \sum_{m=1}^{m=n} (\sigma_{rmj}^2 - \sigma_g^2)^{c/2} H_{rmj} Z_{rmj}^{1-h} \Delta x_{rmj} \right]^{1/e} \right\}^e \quad (5)$$



Rys. 2. Modelowanie obszaru poddanego działaniu naprężeń podpowierzchniowych w mechanizmie krzywkowym z rolkowym popychaczem liniowym

gdzie: $z_r = (z_f - 1) / u_r$. Trwałość L_R wszystkich rolek współpracujących z kołem obiegowym określa wzór:

$$L_R = \left(\sum_{j=1}^{j=z_k} L_{rj}^{-e} \right)^{-1/e} = z_k^{-1/e} L_r. \quad (6)$$

Drugim zastosowaniem modelu obliczeniowego trwałości zmęczeniowej jest przewidywanie trwałości mechanizmu popychacza liniowego. Modelowanie obszaru poddanego działaniu naprężeń podpowierzchniowych (rys. 2) omówiono w [7]. Poniżej przedstawiono równania pozwalające wyznaczyć prognozowaną trwałość krzywki i rolki popychacza.

Trwałość powierzchni tocznej krzywki L_k , wyrażoną w liczbie jej obrotów, opisuje równanie:

$$\ln \frac{1}{\varphi} = A \cdot u_k \cdot e^{-1} L_k^e \sum_{j=1}^{j=z_{kc}} \left[S_{kj} \sum_{m=1}^{m=n} (\sigma_{kmj}^2 - \sigma_g^2)^{c/2} H_{kmj} Z_{kmj}^{1-h} \Delta x_{kmj} \right] \quad (7)$$

gdzie z_{kc} jest liczbą przedziałów sumowania.

Rolka popychacza odtacza się po powierzchni tocznej krzywki o obwodzie O_k . Liczba cykli obciążenia przypadająca na jeden obrót krzywki wynosi:

$$u_f = O_k / (2\pi \cdot R_f) \quad (8)$$

Do obliczania trwałości rolki popychacza L_f służą dwie zależności. Jeżeli obwód rolki jest całkowitą wielokrotnością obwodu krzywki, to trwałość wyznaczana jest z równania:

$$\ln \frac{1}{\varphi} = A \cdot u_f \cdot e^{-1} L_f^e \sum_{j=1}^{j=z_{kf}} \left[S_{fj} \sum_{m=1}^{m=n} (\sigma_{fmj}^2 - \sigma_g^2)^{c/2} H_{fmj} Z_{fmj}^{1-h} \Delta x_{fmj} \right] \quad (9)$$

W przeciwnym wypadku trwałość należy obliczyć z równania:

$$\ln \frac{1}{\varphi} = A \cdot u_f \cdot e^{-1} L_f^e z_f^{1-c} \left\{ \sum_{j=1}^{j=z_{kf}} \left[S_{fj} \sum_{m=1}^{m=n} (\sigma_{fmj}^2 - \sigma_g^2)^{c/2} H_{fmj} Z_{fmj}^{1-h} \Delta x_{fmj} \right]^{1/e} \right\}^e \quad (10)$$

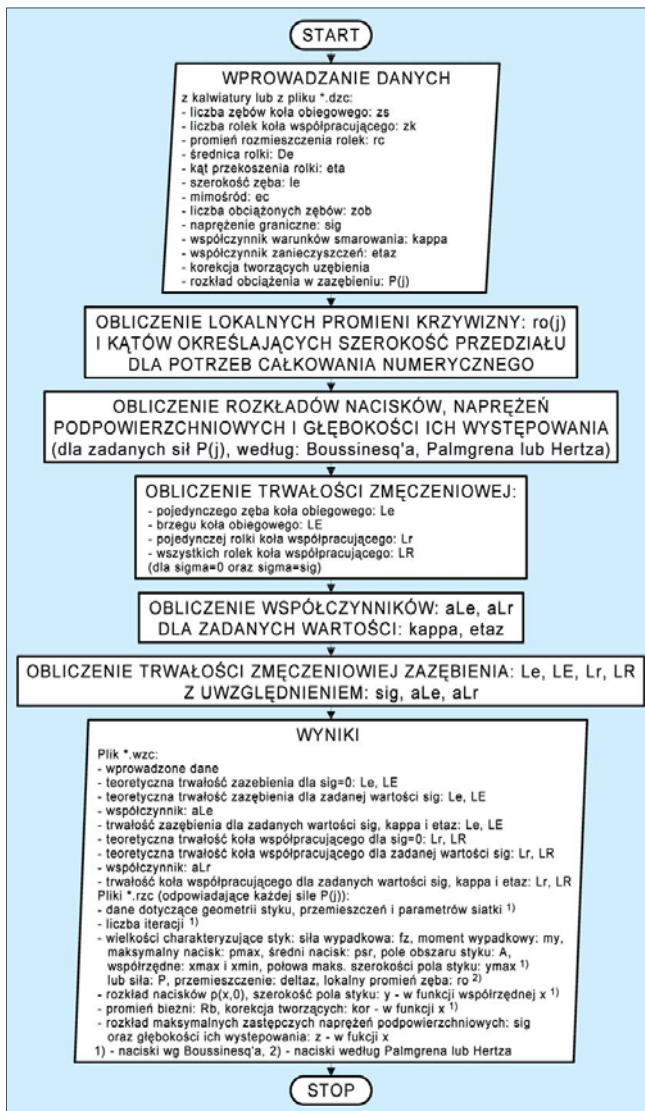
przy czym $z_f = z_{kf} / u_f$.

Zaprezentowana, w dużym skrócie, metodyka prognozowania trwałości zmęczeniowej węzłów tocznych o złożonej geometrii współpracujących powierzchni pozwala również na ocenę wpływu warunków smarowania oraz stopnia zanieczyszczenia środka smarującego na trwałość zmęczeniową [6, 7].

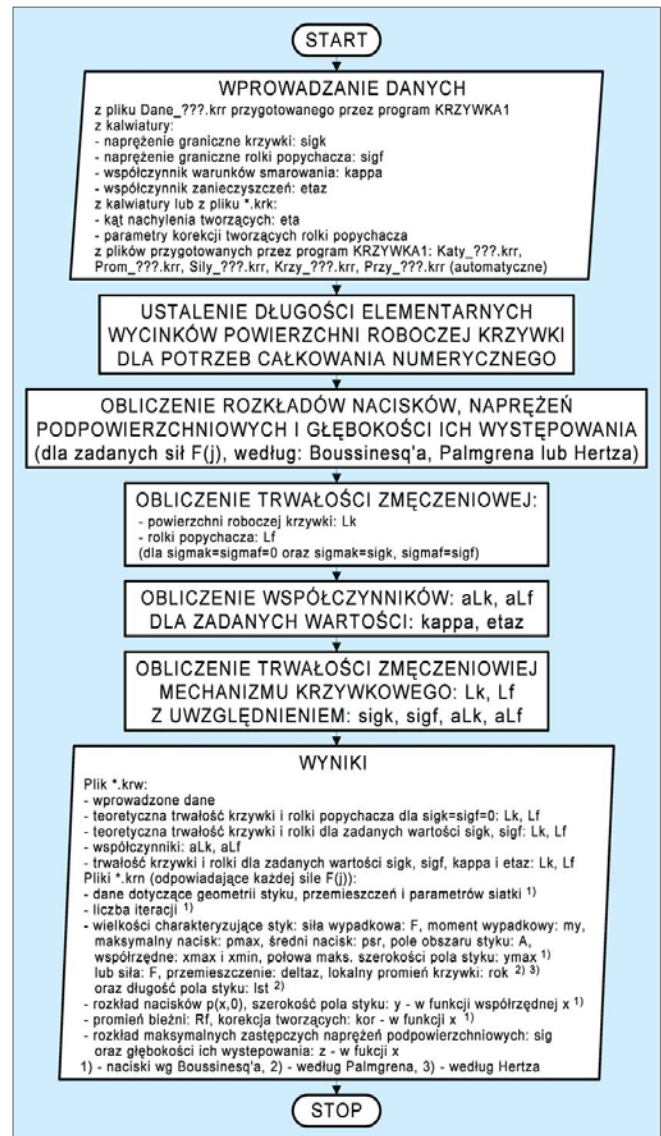
Opis programów komputerowych

Do prognozowania trwałości zmęczeniowej zębie obiegowej przekładni cykloidalnej służy program ZCYCLO. Pozwala on uwzględnić w obliczeniach rozkładów nacisków i naprężeń podpowierzchniowych dowolny kształt tworzącej zęba oraz przechylenie rolki względem zęba koła obiegowego. Algorytm programu wykorzystuje przedstawiony wyżej model obliczeniowy oparty na hipotezie nieograniczonej wytrzymałości, pozwalający uwzględnić wpływ warunków smarowania i zanieczyszczeń środka smarowego na trwałość zębie.

Program ZCYCLO umożliwia wyznaczenie na drodze iteracyjnej rozkładów nacisków i maksymalnych zastępczych naprężeń podpowierzchniowych dla zadanej wartości obciążenia działającego w styku zęba z rolką. Rozkład tych obciążeń obliczany jest za pomocą niezależnego programu RCYCLO [10]. Program może obliczać rozkłady nacisków na trzy różne sposoby: rozwiązując zagadnienie Boussinesq'a [4, 5], korzystając z metody opartej na wzorach Palmgrena [1, 2] albo stosując wzory Hertza dla styku liniowego. Wyboru metody można dokonać po wprowadzeniu danych, wpisując z klawiatury odpowiednie polecenie. Niezależnie od tego program sam przyjmuje prostszą metodę obliczeń, jeżeli metoda bardziej złożona nie jest odpowiednia (np. proces iteracyjny jest wolnozbieżny). Sposób wyznaczania rozkładów maksymalnych, zastępczych naprężeń podpowierzchniowych oraz głębokości ich występowania jest opisany w pracy [4]. Schemat blokowy programu przedstawiono na rys. 3. Wymieniono w nim wszystkie wielkości wprowadzane do programu. Dane mogą być wprowadzane z klawiatury lub z pliku *.dzc. Program pozwala na wykonanie obliczeń dla dwóch rodzajów korekcji tworzących zębów koła obiegowego: łukowej i logarytmicznej modyfikowanej. Sposób zadawania danych dotyczących korekcji opisano w [4]. Wyniki obliczeń są wyświetlane na ekranie monitora oraz zapisywane do pliku *.wzc, o nazwie takiej, jak nazwa pliku z danymi. Oprócz tego tworzone są pliki z wynika-



Rys. 3. Schemat blokowy programu ZCYCLO



Rys. 4. Schemat blokowy programu KRZYWKA2

mi obliczeń nacisków i naprężeń podpowierzchniowych *.rzc. Początek nazwy pliku *.rzc jest taki sam, jak nazwa pliku z wynikami podstawowymi, a dwie ostatnie cyfry odpowiadają numerom kolejnych sił $P(j)$ z zadanego rozkładu sił międzyzębnych.

Drugi program – o nazwie KRZYWKA2 – przeznaczony jest do prognozowania trwałości zmęczeniowej mechanizmu krzywkowego z rolkowym popychaczem liniowym. Jego algorytm jest identyczny z algorytmem programu ZCYCLO, wymaga jednak wcześniejszego przygotowania danych dotyczących geometrii oraz obciążenia mechanizmu krzywkowego. Dane te przygotowywane są przez odrębny program KRZYWKA1.

Większość danych do programu jest wczytywana z plików o rozszerzeniu .krr, przygotowanych przez program KRZYWKA1. Ich wykaz przedstawiono na schemacie blokowym programu (rys. 4). Przed rozpoczęciem wczytywania plików program pyta jedynie o trzyznakową nazwę wersji danych. Z klawiatury wprowadzane są wartości naprężeń granicznych (oddzielnie dla krzywki i rolki popychacza) oraz współczynników określających warunki smarowania. Oprócz tego, z klawiatury lub z pliku *.krr, należy wprowadzić wartość kąta przechylenia osi krzywki i rolki popychacza (η) oraz parametry korekcji tworzących rolki. Wyniki obliczeń są wyświetlane na ekranie monitora oraz zapisywane do pliku *.krw.

W ośmioznakowej nazwie pliku występuje trzyznakowa nazwa pliku danych oraz dwuznakowa nazwa pliku danych dotyczących korekcji. Listę parametrów zapisywanych w pliku wynikowym przedstawia schemat blokowy programu. Podobnie jak w programie ZCYCLO, tworzone są pliki z wynikami obliczeń nacisków i naprężeń podpowierzchniowych. Mają one rozszerzenie .krn. Pięć początkowych znaków nazwy jest takich samych, jak początek nazwy pliku wyników, zaś dwie ostatnie cyfry odpowiadają numerom kolejnych sił $F(j)$ z zadanego rozkładu obciążenia na powierzchnię toczną krzywki.



Zaprezentowane w artykule programy komputerowe zostały zbudowane w oparciu o zasady ogólnej metodyki prognozowania trwałości zmęczeniowej par tocznych o złożonej geometrii współpracujących powierzchni. Programy te mogą stanowić wzorzec podczas tworzenia analogicznych programów dla innych urządzeń, w których występują podobne pary toczne.

Model obliczeniowy zastosowany w programach pozwala uwzględnić lokalne zmiany w trójwymiarowym rozkładzie naprężeń podpowierzchniowych, a tym samym umożliwia wychwycenie wpływu na trwałość nierównoległości osi współpracujących elementów oraz nawet niewielkich zmian profilu ich tworzących. Możliwe jest też uwzględnienie wpływu warunków smarowania oraz stopnia zanieczyszczenia środka smarującego na trwałość zmęczeniową.

Proponowana metodyka jest szczególnie przydatna przy przewidywaniu trwałości zmęczeniowej urządzeń, w których jest lub może być zastosowana korekcja kształtu współpracujących powierzchni. Pozwala ona dostrzec niebezpieczeństwo wynikające ze spiętrzeń nacisków i wskazać na konieczność zastosowania odpowiedniej technologii wytwarzania.

LITERATURA

1. G. LUNDBERG, A. PALMGREN: Dynamic capacity of rolling bearings. *Acta Polytechnica. Mech. Eng. Series, Royal Swedish Academy of Engineering Sciences*, 1947, Vol. 1, nr 3, 7.
2. G. LUNDBERG, A. PALMGREN: Dynamic capacity of roller bearings. *Acta Polytechnica, Mech. Eng. Series, Royal Swedish Academy of Engineering Sciences*, 1952, Vol. 2, nr 4.
3. E. IOANNIDES, T. A. HARRIS: A new fatigue life model for rolling bearings. *ASME Journ. Tribol.*, 1985, Vol. 107, s. 367 ÷ 378.
4. B. WARDA: Teoretyczne podstawy dokładnego obliczania nośności łożysk tocznych w oparciu o hipotezę trwałej wytrzymałości z uwzględnieniem czystości i warunków smarowania. Masz. pow. 104 s. Politechnika Łódzka 1996 (proj. bad.: Tribologiczne aspekty styku skoncentrowanego w konstrukcji maszyn. Cz. 3).
5. B. WARDA: Program komputerowy do obliczania trwałości zmęczeniowej łożyska walcowego poddanego złożonemu obciążeniu. Materiały II Wiosennej Szkoły nt: Komputerowe Wspomaganie Projektowania, Wytwarzania i Eksploatacji, Żegiestów, 11 ÷ 15 maja 1998. Referaty T. 2, s. 95 ÷ 102.
6. B. WARDA: Prognozowanie trwałości zmęczeniowej węzłów tocznych o złożonym kształcie współpracujących powierzchni. *Tribologia* 2007, nr 5, s. 145 ÷ 156.
7. B. WARDA: Prognozowanie trwałości zmęczeniowej mechanizmu krzywkowego z rolkowym popychaczem. *Tribologia* 2007, nr 6, s. 223 ÷ 233.
8. M. CHMURAWA: Obiegowe przekładnie cykloidalne z modyfikacją zazębienia. *Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Seria Mechanika* 2002, nr 140, s. 1 ÷ 204.
9. T. A. HARRIS, R. M. BARNSBY: Life ratings for ball and roller bearings. *Proc. Instn. Mech. Engr.* 2001, Vol. 215 J, s. 577 ÷ 595.
10. B. WARDA: Wyznaczanie sił międzyzębnych w obiegowej przekładni cykloidalnej. XXIII Sympozjon PKM, Rzeszów-Przemysł 2007. Materiały. T. 2, s. 436 ÷ 444.