

**WŁODZIMIERZ MOSOROW**

Wydział Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki  
Politechniki Łódzkiej

## **WYZNACZANIE PRĘDKOŚCI PRZEPIYWU METODĄ ANALIZY WIDMA FAZOWEGO FUNKCJI KORELACJI WZAJEMNEJ OBRAZÓW TOMOGRAFICZNYCH**

Recenzent: **dr inż. Mariusz Rząsa**

Maszynopis dostarczono: 1. 10. 2010

*Zaproponowano metodę umożliwiającą pomiar prędkości przepływu z większą dokładnością w porównaniu z klasycznymi metodami korelacyjnymi. Wstępne wyniki eksperymentalne zostały uzyskane dla przepływu grawitacyjnego przy wykorzystaniu systemu pojemnościowej tomografii elektrycznej, jednak metoda ta może być użyta również dla innych metod tomograficznych. Zastosowanie tej metody w przyszłości pomoże w tworzeniu dokładniejszych urządzeń do badań przepływów.*

### **1. WPROWADZENIE**

Tomografia procesowa znajduje szerokie zastosowanie do monitorowania i badania procesów przemysłowych (Williams Beck, 1995). Jednym z jej zastosowań jest pomiar prędkości przepływu gaz/ciało stałe za pomocą dwupłaszczyznowego systemu tomograficznego oraz technik korelacji wzajemnej (Beck Płaskowski, 1987). Jednak techniki korelacyjne, oparte na wyszukiwaniu wartości, przy których funkcja korelacyjna odpowiadających

sobie pikseli z dwu płaszczyzn osiąga maksimum, w rzeczywistości są ograniczone ze względu na ich małą dokładność. Zaproponowana metoda pozwala mierzyć czas przemieszczania się substancji z większą dokładnością. Metoda ta wykorzystuje do wyznaczania przesunięcia czasowego fazę gęstości widmowej obliczonej z funkcji korelacji wzajemnej.

## 2. OPIS METODY

Niech  $x_n(iT)$  i  $y_n(iT)$  oznaczają chwilowe zmiany koncentracji otrzymywane z okresem próbkowania  $T$ , dla  $n$ -tego piksela  $i$ -tego obrazu odpowiednio przekrojów  $X$  i  $Y$  uzyskanych z dwupłaszczyznowego tomografu. Jeśli  $x_n(iT)$  i  $y_n(iT)$  są modelowane jako procesy statystyczne, to funkcja korelacji wzajemnej (FKW)  $R_{xy}$  może być użyta do oszacowania czasu przemieszczania się cząstek pomiędzy  $X$  i  $Y$ . Jednak użycie FKW może okazać się nieefektywne w przypadku, gdy funkcja korelacji nie ma wyraźnego maksimum lub ma kilka maksimumów.

Zakładając, że ruch pomiędzy dwoma płaszczyznami jest równoległy do osi rury, chwilowe zmiany koncentracji w płaszczyźnie  $X$  i  $Y$  mogą być wyrażone jako

$$y_n(iT-pT) = x_n(iT) + r(iT), \quad (1)$$

gdzie  $p$  oznacza nieznanne przesunięcie natomiast  $r(iT)$  jest wartością określającą błędy przy rekonstrukcji oraz szum pomiarów. Wzajemna gęstość widmowa (WGW)  $S_{xy}(j\omega)$  jest, więc definiowana przez czasową dyskretną transformatę Fouriera (DFT) funkcji korelacji wzajemnej:

$$S_{xy}(j\omega) = F_d\{R_{xy}(mT)\} = F_d\{R_x((m+p)\cdot T)\}, \quad m = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (2)$$

gdzie:  $F_d\{\cdot\}$  - oznacza dyskretną transformatę Fouriera,  $R_x(mT)$  - oznacza autokorelację funkcji  $x_n(iT)$ .

Jak wiadomo przesunięcie w dziedzinie czasu odpowiada obrotowi w dziedzinie częstotliwości:

$$S_{xy}(j\omega) = e^{j\omega p T} F_d\{R_x(mT)\} = e^{j\omega p T} \cdot S_x(j\omega) \quad (3)$$

gdzie:  $S_x(j\omega)$  jest gęstością widmową dla próbkowanych wartości  $x_n(iT)$ .

Ze wzoru (3) argument  $\Phi(\omega)$  funkcji  $S_{xy}(j\omega)$  może być wyrażony jako:

$$\Phi(\omega) = \arg[S_{xy}(j\omega)] = \omega \cdot p \cdot T \quad (4)$$

Stąd wyznaczenie nieznanego dotąd parametru  $p$  w dziedzinie czasu zostanie sprowadzone do określenia linii prostej opisującej argument  $\Phi(\omega)$  wzajemnej gęstości widmowej  $S_{xy}(j\omega)$ .

Funkcja  $\Phi(\omega)$  w dyskretnej dziedzinie częstotliwości wyraża się wzorem:

$$\Phi[k] = \frac{2\pi k}{N} \cdot p \quad k=1, \dots, N-1 \quad (5)$$

gdzie:  $N$  jest liczbą próbek obu sygnałów dyskretnych, a  $k$  jest indeksem częstotliwości.

W praktyce liczba indeksów  $k$  może być zredukowana do  $M = \text{int}[N/n_{\max}]$ , gdzie  $n_{\max}$  jest liczbą ramek odpowiadających maksymalnemu możliwemu przesunięciu,  $\text{int}[]$  wyznacza wartość całkowitą z wartości w nawiasach kwadratowych.

W celu wyznaczenia wartości  $p$  najpierw użyto estymatora najmniejszych kwadratów (ang. linear least-squares) do aproksymacji funkcji  $\hat{\Phi}(k)$ :

$$\frac{d}{dp} \left[ \sum_{k=1}^M \left( \hat{\Phi}(k) - \frac{2\pi k}{N} \cdot p \right)^2 \right] = 0 \quad (6)$$

gdzie  $\hat{\Phi}(k)$  jest argumentem funkcji wzajemnej gęstości widmowej obliczonym

dla rzeczywistych sygnałów  $\hat{x}_n(iT)$  i  $\hat{y}_n(iT)$  obarczonych zakłóceniami i szumem pomiarowym,

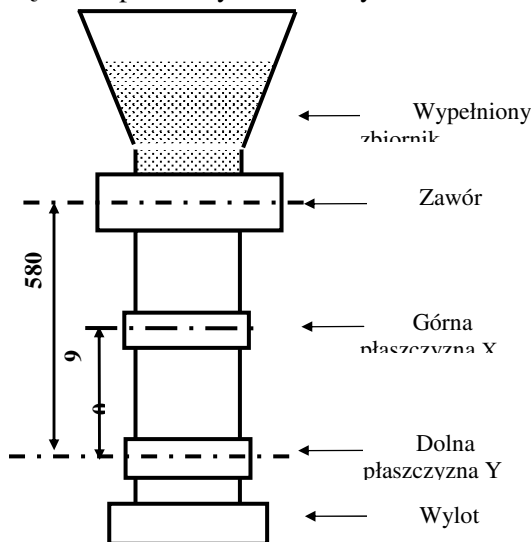
i ostatecznie uzyskano wzór do oszacowania przesunięcia  $p$  jako

$$p = \frac{3 \cdot N}{\pi \cdot M \cdot (M+1) \cdot (2M+1)} \sum_{k=1}^M k \cdot \hat{\Phi}(k). \quad (7)$$

### 3. WERYFIKACJA METODY

Zaproponowaną metodę zastosowano do wyznaczenia czasu przesunięcia a zatem prędkości swobodnego opadania cząstek plastikowych za pomocą systemu dwupłaszczyznowej pojemnościowej tomografii elektrycznej ECT.

Schemat urządzenia pokazany został na rys. 1.



Rys. 1. Schemat urządzenia do badań prędkości opadania podczas przepływu grawitacyjnego

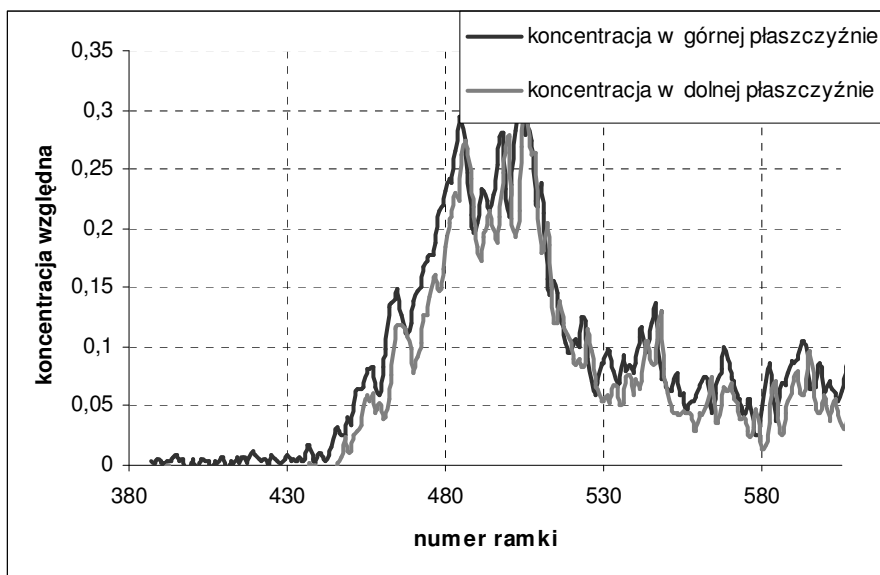
Określona objętość (fragment rury o średnicy wewnętrznej ok. 5 cm) została wypełniona plastikowymi cząstkami o średnicy 3 mm i gęstości  $910 \text{ kg/m}^3$ . Cząstki wstępnie są wstrzymane przez zawór. Każdy z sensorów składa się z ośmiu elektrod podłączonych do systemu ECT. Szybkość obrazowania tomografu wynosi 100 klatek na sekundę. Odległość między płaszczyznami sensorów wynosi 90mm.

Do celów rekonstrukcji obrazów użyty został zmodyfikowany iteracyjny algorytm Landwebera (Isaksen 1996, Wajman i inni 2006). Rozdzielczość każdego obrazu wynosiła  $32 \times 32$  piksele. Korek z cząstek przechodzący przez rurę pod wpływem grawitacji został użyty do oceny czasu przejścia zarówno klasyczną metodą korelacji wzajemnej jak i proponowaną metodą.

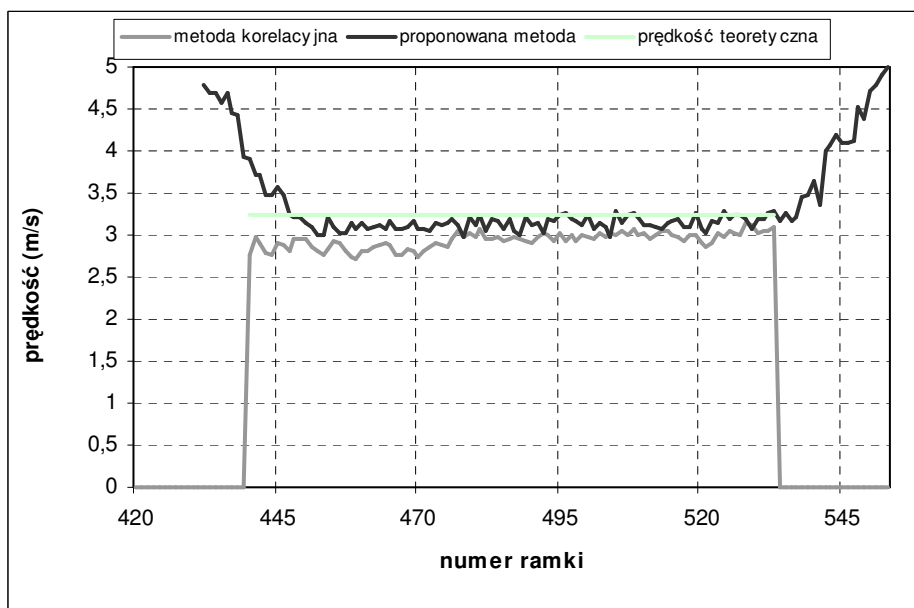
W celu porównania obydwu metody, oszacowuje się najpierw teoretyczną prędkość  $v_T$  opadających cząstek:

$$v_T(iT) = v_T((i-1)T) + \left( g - \frac{C_d \cdot \rho_a \cdot A}{2 \cdot m} v_T^2((i-1)T) \right) \cdot T, \quad v_T(0) = 0, \quad i = 1, \dots (8)$$

gdzie:  $m$  – masa cząstki ( $1,3 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ ),  $g$  – przyspieszenie ziemskie ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ),  $C_d$  – współczynnik tarcia (0,5),  $A$  – powierzchnia czołowa cząstki ( $7,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ ),  $\rho_a$  – gęstość powietrza ( $1,29 \text{ kg/m}^3$ ).



a)



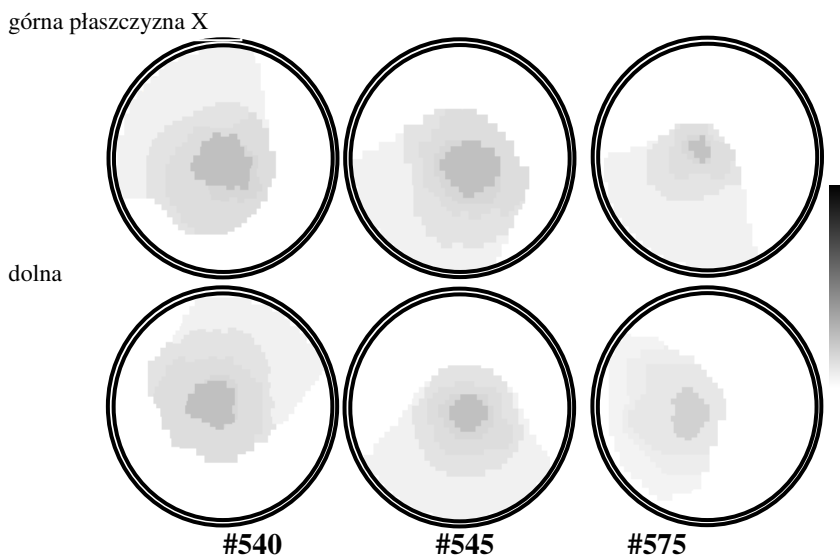
b)

Rys. 2. Wykres koncentracji (a) i prędkości (b) podczas przepływu grawitacyjnego w środkowym punkcie jako funkcja numerów ramek

Z równania (8) wynika, że cząstki powinny docierać do niższej płaszczyzny znajdującej się ok. 58 cm od zaworu w czasie 0,35 sekundy, a ich prędkość powinna osiągać wartość 3,21m/s.

Rys. 2a przedstawia zmiany koncentracji w środkowym pikselu obu płaszczyzn jako funkcję numerów ramki dla jednego z przeprowadzonych eksperymentów. Na rys. 3 pokazane są obrazy tomograficzne rozkładu materiału podczas przepływu grawitacyjnego dla wybranych ramek.

Rys. 2b przedstawia zmiany prędkości obliczonej za pomocą obu metod podczas spadania cząstek. Prędkości obliczone na podstawie obu metod są zbliżone, jednak prędkość obliczona na podstawie proponowanej metody jest bliższa wartości teoretycznej  $v_T$ .



Rys. 3. Obrazy tomograficzne rozkładu materiału przepływu grawitacyjnego (pokazanego na rys. 2a) dla wybranych ramek

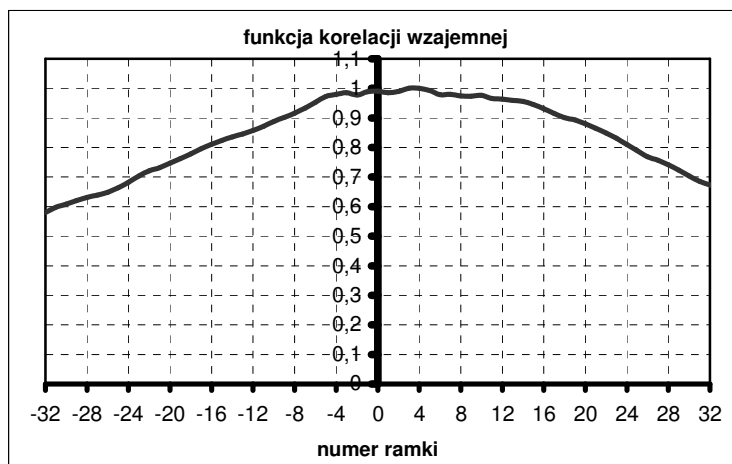
Rys. 4a przedstawia funkcję korelacji wzajemnej obliczoną dla numerów ramek 468-531 dla okna  $N=64$  ramek. Energetyczna i fazowa reprezentacja gęstości widmowej funkcji FKW dla 12 pierwszych harmonicznych jest pokazana na rys. 4b,c (zakładając, że  $n_{max}=5$  ramek i  $M=\text{int}[64/5]=12$ ). Wartość, przy której FKW przyjmuje maksimum równa 2,98, została obliczona metodą aproksymacji wielomianem (ang. *polynomial fitting method*), a obliczona odpowiednio prędkość wynosi:

$$v=d/p \cdot T= 0,09/2,98 \cdot 0,01= 3,02 \text{ m/s.}$$

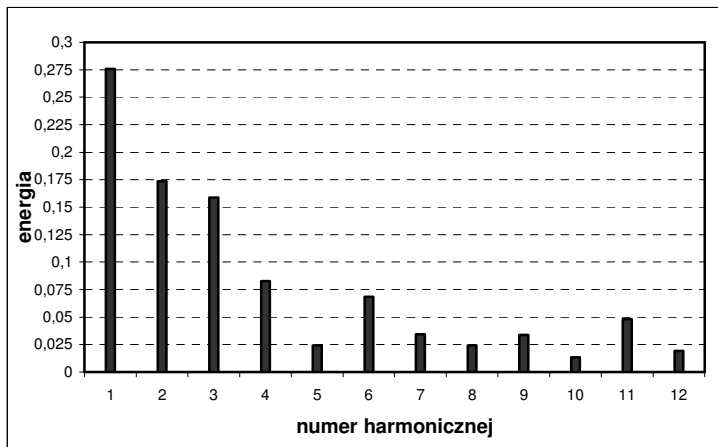
Natomiast obliczona z równania 7 wartość przesunięcia  $p_o=2,79$  daje prędkość równą  $0,09/2,79 \cdot 0,01=3,22 \text{ m/s}$  co dobrze odpowiada wartości teoretycznej  $v_T=3,21 \text{ m/s}$ .

#### 4. PODSUMOWANIE

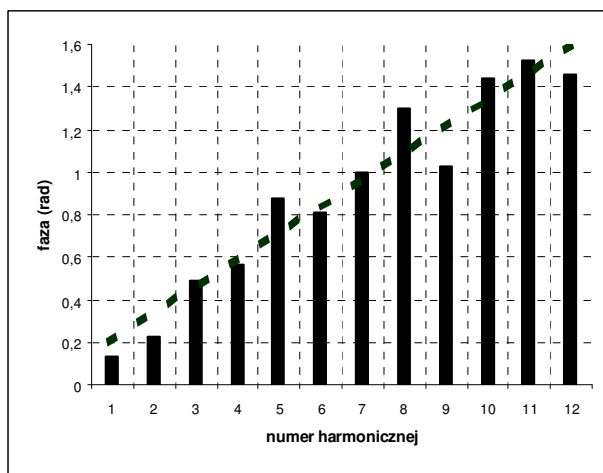
Zaproponowana metoda umożliwiła pomiar prędkości przepływu z większą dokładnością w porównaniu z klasyczną metodą korelacyjną. Wstępne wyniki eksperymentalne zostały uzyskane dla przepływu grawitacyjnego przy wykorzystaniu systemu pojemnościowej tomografii elektrycznej, jednak metoda ta może być użyta również dla innych metod tomograficznych. Zastosowanie tej metody w przyszłości pomoże w tworzeniu dokładniejszych urządzeń do badań przepływów.



a)



b)



c)

Rys. 4. Funkcja korelacji obliczona dla ramek o numerach 468-531 (a), energetyczna (b) i fazowa (c) reprezentacja wzajemnej gęstości widmowej pierwszych 12 harmonicznych dla (a)

## LITERATURA

- [1] **Beck M.S., Płaskowski A.:** Cross correlation flowmeters – their design and application, Adam Hilger, Bristol, 1987.
- [2] **Isaksen O.:** A review of reconstruction techniques for capacitance tomography. Measur. Sci. Tech., 7, 1996, pp. 325-37.



- [3] **Wajman R., Banasiak R., Mazurkiewicz Ł., Dyakowski T., Sankowski D.:** Spatial imaging with 3D capacitance measurements, *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 17 ( 8), 2006, pp. 2113-2118.
- [4] **Williams R. A., Beck M. S.:** *Process Tomography: Principles, Techniques and Applications*, Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995.

## **FLOW VELOCITY ESTIMATION METHOD UTILIZING THE PHASE OF THE CROSS SPECTRAL DENSITY OF TOMOGRAPHIC IMAGES**

### **Abstract**

A method permitting the flow velocity to be measured with higher accuracy comparing with classical correlation methods, is presented. The preliminary results were obtained for gravity drop flow using an ECT system, however, the method can also be used for another tomographic modality. Future application of this method will help to develop more accurate flowmeters.

Politechnika Łódzka  
Katedra Informatyki Stosowanej