

Krzysztof KANTYKA, Adam PAPIERSKI  
Politechnika Łódzka  
Instytut Maszyn Przepływowych  
e-mail: krzysztof.kantyka@p.lodz.pl, adpapier@p.lodz.pl

## PARAMETRIZACJA GEOMETRII PROMIENIOWEGO WIRNIKA ODŚRODKOWEJ POMPY WIELOSTOPNIOWEJ

*Streszczenie:* W artykule opisano parametryczny zapis geometrii promieniowego wirnika zamkniętego pompy ośrodkowej. Potrzeba parametryzacji rozumianej jako zapis konstrukcji (topologii, kształtu) poprzez zestaw liczb sterujących wymiarami wynika z procesu projektowania wykorzystującego optymalizację. Zaprezentowano jeden ze sposobów parametryzacji geometrii wirnika odśrodkowej pompy wielostopniowej. Wykorzystano język skryptowy „Name Input Format” zaimplementowany w programie „BladeModeler” wchodzący w skład pakietu ANSYS-CFX.

*Słowa kluczowe:* parametryzacja, metody projektowania, optymalizacja, wirnik pompy odśrodkowej.

## PARAMETERIZATION A GEOMETRY OF THE IMPELLER CENTRIFUGAL MULTISTAGE PUMP

*Abstract:* In this article a parametric description of the closed radial impeller discussed. The need for parameterization understood here as a description of the structure (topology, shape) by a set number of control dimensions result of the design process using optimization. One way of parameterization impeller geometry of the centrifugal pump impeller was presented. Used Scripting language "Name Input Format" implemented in the program BladeModeler forming part of the ANSYS-CFX package.

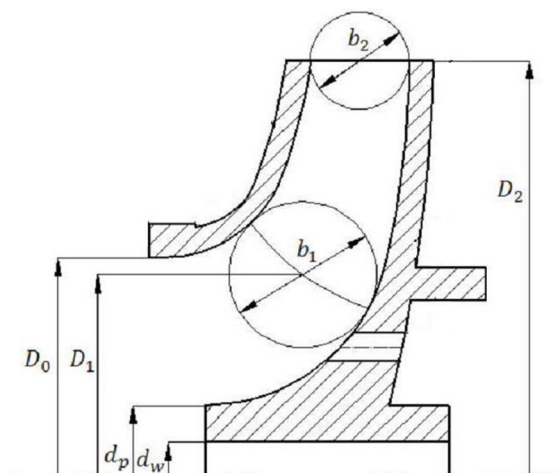
*Keywords:* parameterization, design methods, optimization, centrifugal pump impeller.

### 1. WPROWADZENIE

Pompy są jednymi z najbardziej rozpowszechnionych maszyn przepływowych. Do ich napędu zużywa się 20-30% wytwarzanej energii elektrycznej [7]. Względy ekonomiczne, a także obecnie obserwowana tendencja do obniżania zużycia energii na świecie, wymuszają na projektantach konstruowanie pomp charakteryzujących się większymi sprawnościami niż

dotychczas osiągnięte w tych maszynach. Na sprawność całej pompy mają wpływ poszczególne jej elementy (straty przepływowe w tych elementach). Jednym z takich elementów jest wirnik pompy.

Powszechnie stosowane metody projektowania wirników opierające się na jednowymiarowym modelu przepływu czynnika przez kanały hydrauliczne są niewystarczające. W metodach tych korzysta się z formuł empirycznych zawierających współczynniki liczbowe z szerokiego zakresu możliwych wartości. Nie dają one jednoznacznej odpowiedzi na pytanie jakie należy przyjąć wartości tych współczynników dla danych parametrów geometrycznych [3, 4, 8]. Jednakże metody te wiążą parametry przepływowe z parametrami geometrycznymi. Na tej podstawie określane są wymiary główne wirnika (rys. 1).



Rys. 1. Wymiary główne wirnika w przekroju merydionalnym [2]

Fig. 1. Description of impeller in meridional section [2]

- $d_p$  – średnica piasty,
- $d_w$  – średnica wału,
- $D_0$  – średnica wlotu do wirnika,
- $D_1$  – średnica wlotowa do wieńca łopatkowego,
- $D_2$  – średnica wylotowa z wieńca łopatkowego,
- $b_1$  – szerokość na wlocie do wieńca łopatkowego,
- $b_2$  – szerokość na wylocie z wieńca łopatkowego.

W literaturze można odnaleźć przykłady projektowania kształtu wirników z wykorzystaniem komputerowej analizy przepływów trójwymiarowych, jako uzupełnienia metod jednowymiarowych [6]. Obliczenia numeryczne pozwalają na wyznaczenie parametrów lokalnych czynnika (prędkości, ciśnienia), a także umożliwiają zaobserwowanie takich zjawisk, jak zawirowania czynnika w kanałach przepływowych, które za pomocą klasycznych metod nie mogą

być wykryte. Otrzymane wyniki na drodze eksperymentu numerycznego są podstawą do korekty geometrii wirnika (kształtu łopatek, zarysu merydionalnego). Dzięki takiemu podejściu zwiększa się szanse na uzyskanie kształtu wirnika o lepszych właściwościach. Metoda ta jednak jest pracochłonna i nie pozwala na znalezienie optymalnego rozwiązania.

W ostatnich latach można zauważyć wzrost zainteresowania metodami optymalizacji konstrukcji kanałów hydraulicznych maszyn przepływowych. Przy użyciu metod optymalizacji istnieje możliwość znalezienia rozwiązania optymalnego, tzn. takiego, które w najlepszy sposób spełnia stawiane wymagania przy określonych ograniczeniach [5]. Ograniczeniami mogą być wymogi dotyczące danej konstrukcji: fizyczne, materiałowe, przepływowe, eksploatacyjne, wytrzymałościowe czy ekonomiczne.

Zmiana kształtu wirnika prowadzi do zmiany charakteru przepływu czynnika przez ten element hydrauliczny. Kształt wirnika określany jest poprzez parametry konstrukcji, takie jak: rodzaj materiału, prędkość obrotowa, kształt oraz wymiary przekrojów kanałów przepływowych, parametry eksploatacyjne, itp. Parametry te mogą zostać ustalone przed procesem projektowania konstrukcji lub mogą być wyznaczone przy użyciu procedur optymalizacyjnych. W drugim przypadku mowa jest o *zmiennych decyzyjnych*. Określenie optymalnego rozwiązania wymaga zdefiniowania *funkcji celu*. Funkcją celu w przypadku wirnika może być jego sprawność, wytrzymałość, wysokość podnoszenia, własności antykawitacyjne.

Użycie parametrów określających kształt i wymiary przekrojów kanałów przepływowych wirnika, jako zmiennych decyzyjnych w procesie optymalizacji konstrukcji wirnika, wymaga matematycznego opisu jego geometrii w postaci parametrycznej, rozumianej jako sterowanie wymiarami poprzez zestaw liczb. Jest to warunek konieczny w procesie projektowania.

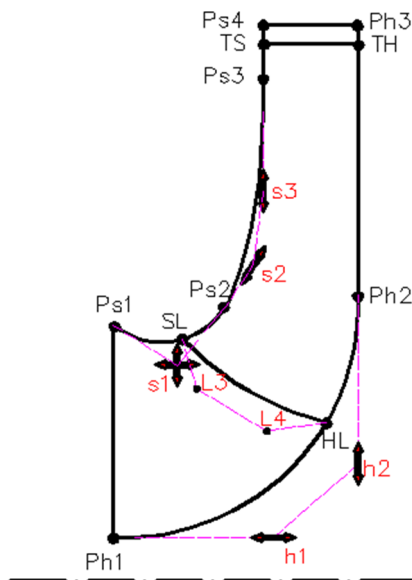
## 2. PARAMETRYZACJA KANAŁÓW HYDRAULICZNYCH WIRNIKA

Szybkość zbieżności w procesie optymalizacji jest uzależniona od ilości zmiennych decyzyjnych, które są potrzebne do określenia optymalnej geometrii. Stąd wynika konieczność wybrania takiego sposobu zapisu konstrukcji, aby za pomocą minimalnego zestawu liczb i w sposób najprostszy, lecz jednoznaczny opisać geometrię wirnika (jego topologię i kształt łopatek). Sposób opisu geometrii wirnika jest zasadniczo odmienny niż stosowany w klasycznych podręcznikach dotyczących projektowania kanałów hydraulicznych pomp z wykorzystaniem teorii jednowymiarowej. Metoda ta jednocześnie powinna umożliwić wizualizację geometrii jako obraz 3D za pomocą systemów CAD, które w znakomitej większości wykorzystują krzywe Bezier'a.

Na rysunku 2 zaprezentowano jeden ze sposobów opisu parametrycznego przekroju merydionalnego wirnika odśrodkowej pompy promieniowej uwzględniający jego wymiary podstawowe (rys. 1). W tym celu posłużono się geometrią wirnika już istniejącego, co dodatkowo miało wpływ na jego opis parametryczny. Parametryzację wirnika wykonano w programie *Blademodeler* pakietu *ANSYS-CFX* za pomocą języka skryptowego *Name Input Format*.

**Wielkości definiujące kształt przekroju merydionalnego wirnika:**

- średnica piasty  $d_p$  określona jest przez położenie punktu **Ph1**,
- średnica  $D_0$  określona jest poprzez położenie punktów **Ps1**, **s1**, **Ps2**,
- średnica wlotowa krawędzi natarcia łopatki  $D_1$  określona jest przez położenie punktów **SL**, **L3**, **L4**, **HL**,
- średnica wylotowa krawędzi splywu łopatki  $D_2$  określona jest przez położenie punktów **TS**, **TH**,
- szerokość wlotu do wieńca łopatkowego **b1** określona jest przez położenie punktów **SL**, **HL** a także linii **Ph1 - Ph2** oraz **Ps1 - Ps2**,
- kształt linii **SL - HL** (krawędź wlotowa łopatki) określony jest położeniem punktów **L3** i **L4**,
- szerokość na wylocie z wieńca łopatkowego **b2** określona jest przez położenie punktów **Ps4**, **Ph3**.



Rys. 2. Opis parametryczny wirnika w przekroju merydionalnym

Fig. 2. Parameterization of the impeller in meridional section

Zarys tarczy tylnej wirnika można przykładowo zdefiniować linią określoną przez punkty **Ph1 - Ph2 - Ph3**:

Kształt linii **Ph1 - Ph2** jest określony położeniem punktów **h1**, **h2**.

Punkt **Ph1** określony jest poprzez 2 parametry: współrzędną osiową oraz promieniową.

Współrzędna promieniowa punktu **h1** jest taka sama jak punktu **Ph1**.

Współrzędna osiowa punktu **h2** jest identyczna jak punktu **Ph2**.

Do opisu linii **Ph1 - Ph2** potrzebne są dodatkowe dwa parametry.

Punkty **Ph2, Ph3** posiadają taką samą współrzędną osiową, więc linia **Ph2 - Ph3** określona jest przez 3 parametry.

Wynika z tego, że do opisu zarysu tarczy tylnej przykładowego wirnika wymaga się znajomości 7 parametrów.

Zarys tarczy przedniej zdefiniowano linią **Ps1 - Ps4**.

Kształt linii **Ps1 - Ps2** określony jest położeniem punktu **s1**.

Współrzędna osiowa punktu **Ps1** jest taka sama jak punktu **Ph1**.

Punkt **s1** określony jest przez 2 parametry.

Punkt **Ps2** jest zdefiniowany przy pomocy dwóch współrzędnych: osiowej i promieniowej.

Kształt linii **Ps2 - Ps3** określony jest położeniem punktów **s2** i **s3**, które mają po jednym stopniu swobody.

Punkt **s2** może poruszać się tylko wzdłuż jednego kierunku. W rezultacie punkty **s1, Ps2, s2** leżą na jednej linii.

Współrzędna osiowa punktu **s3** jest identyczna jak punktu **Ps3**.

Punkty **Ps3, Ps4** mają taką samą współrzędną osiową.

Współrzędna promieniowa punktu **Ps4** jest identyczna jak w przypadku punktu **Ph3** więc do opisu zarysu linii **Ps3 - Ps4** wymaga się dwóch parametrów.

W rezultacie do opisu zarysu merydionalnego przedniej tarczy wirnika potrzebnych jest 9 parametrów.

Linie **Ps1-Ps2, Ps2-Ps3** oraz **Ph1-Ph2** są zdefiniowane za pomocą krzywych Bezier'a. Punkty **SL** jak i **HL** należą odpowiednio do tych linii. Położenie punktu **HL** można zdefiniować poprzez parametr  $X_H$ . Dla wartości  $X_H = 0$  punkt **HL** pokrywa się z punktem **Ph1**, a dla  $X_H = 1$  punkt **HL** pokrywa się z punktem **Ph2**. Współrzędne punktu **HL** można wyznaczyć przy pomocy wielomianu trzeciego stopnia. Definiując wielomian trzeciego stopnia określa się 4 punkty, których położenie wyznacza przebieg danej krzywej. Krzywa ma początek w punkcie **Ph1** i jest skierowana w stronę punktu **h1**, następnie **h2** aż dociera do punktu końcowego **Ph2**. Krzywą tę można opisać za pomocą poniższych równań:

$$\begin{aligned} HL(r) &= ha_r * (X_H)^3 + hb_r * (X_H)^2 + hc_r * (X_H) + Ph1_r \\ HL(z) &= ha_z * (X_H)^3 + hb_z * (X_H)^2 + hc_z * (X_H) + Ph1_z \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: współczynniki kierunkowe zdefiniowane są zgodnie z [1] następująco:

$$\begin{aligned} hc_z &= 3*(h1_z - Ph1_z) \\ hb_z &= 3*(h2_z - h1_z) - hc_z \\ ha_z &= Ph2_z - Ph1_z - hc_z - hb_z \\ hc_r &= 3*(h1_r - Ph1_r) \\ hb_r &= 3*(h2_r - h1_r) - hc_r \\ ha_r &= Ph2_r - Ph1_r - hc_r - hb_r \end{aligned} \quad (2)$$

W analogiczny sposób można zapisać równania dla punktu **SL**

$$\begin{aligned} SL(r) &= sa_{y1} * (X_L)^3 + sb_{y1} * (X_L)^2 + sc_{y1} * (X_L) + Ps1_r \\ SL(z) &= sa_{x1} * (X_L)^3 + sb_{x1} * (X_L)^2 + sc_{x1} * (X_L) + Ps1_z \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} sc_{x1} &= 3*(s1_z - Ps1_z) \\ sc_{y1} &= 3*(s1_r - Ps1_r) \\ sb_{x1} &= 3*(s1_z - Ps1_z) - sc_{x1} \\ sb_{y1} &= 3*(s1_r - Ps1_r) - sc_{y1} \\ sa_{x1} &= Ps2_z - Ps1_z - sc_{x1} - sb_{x1} \\ sa_{y1} &= Ps2_r - Ps1_r - sc_{y1} - sb_{y1} \end{aligned} \quad (4)$$

W przedstawionym przypadku wyznaczenie średnicy wlotowej  $D_0$  wirnika wymaga znajomości współrzędnych punktów **Ps1**, **s1**, **Ps2**. Jej wartość określa się za pomocą równań Bezier'a trzeciego stopnia

$$\begin{aligned} P_z(t) &= Ps1_z*(1-t)^3 + 3s1_z*t(1-t)^2 + 3s1_z*t^2(1-t) + Ps2_z*t^3 \\ P_r(t) &= Ps1_r*(1-t)^3 + 3s1_r*t(1-t)^2 + 3s1_r*t^2(1-t) + Ps2_r*t^3 \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:  $t$  – parametr określający położenie punktu na krzywej  $P(t)$ ,  $0 \leq t \leq 1$ .

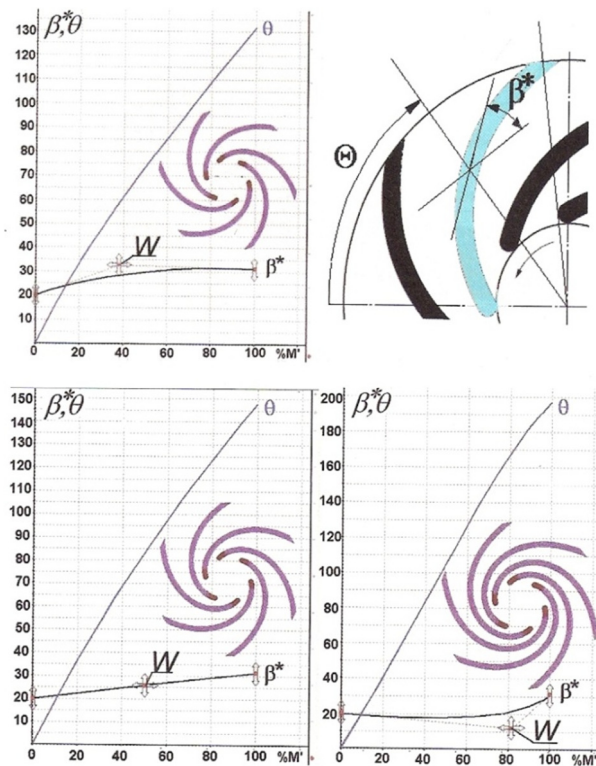
Jeżeli parametr  $t = 0$  to punkt na krzywej  $P(t)$  (krzywa wyznaczona przez trzy punkty: **Ps1-s1-Ps2**) znajduje się bliżej położenia punktu **Ps1** jeżeli natomiast  $t = 1$  punkt ten zbliża się do punktu **Ps2**. Znając składową promieniową krzywej  $P_r(t)$ , można wyznaczyć wartość średnicy  $D_0 = 2 \cdot P_r(t)$ .

### Wielkości opisujące kształt łopatki i kanału wirnika w przekroju

#### poprzecznym:

- liczba łopatek  $z$
- grubość na krawędzi wlotowej łopatki  $s_1$
- grubość na krawędzi wylotowej łopatki  $s_2$   
(ustalony przebieg grubości łopatki wzdłuż jej długości)
- kąt konstrukcyjny łopatki na wlocie przy powierzchni tarczy tylnej  $\beta_{1h}^*$
- kąt konstrukcyjny łopatki na wlocie przy powierzchni tarczy przedniej  $\beta_{1s}^*$
- kąt konstrukcyjny łopatki na wylocie przy powierzchni tarczy tylnej  $\beta_{2h}^*$
- kąt konstrukcyjny łopatki na wlocie przy powierzchni tarczy przedniej  $\beta_{2s}^*$

- długość i kształt łopatki zdefiniowany poprzez przebieg kąta konstrukcyjnego łopatki (punkt węzły krzywej Bezier'a względem parametru  $M'$  (równanie) wyrażonego w procentach (0% – dla krawędzi wlotowej łopatki, 100% – dla krawędzi wylotowej łopatki) od strony powierzchni tarczy tylnej) (rys. 3)  $W_h(M'_h, \beta_h^*)$
- długość i kształt łopatki zdefiniowany poprzez przebieg kąta konstrukcyjnego łopatki od strony tarczy przedniej (rys. 3)  $W_s(M'_s, \beta_s^*)$
- współrzędna kątowa krawędzi wlotowej łopatki na tarczy tylnej  $\theta_h$
- współrzędna kątowa krawędzi wlotowej łopatki na tarczy przedniej  $\theta_s$



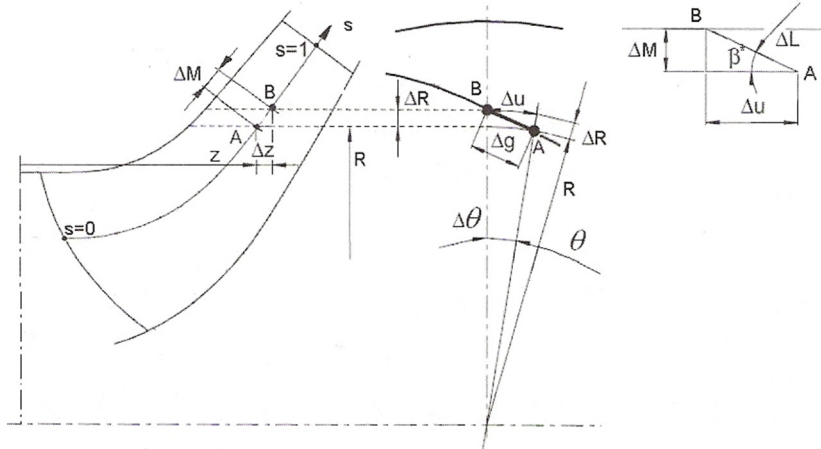
Rys. 3. Wpływ przebiegu kąta konstrukcyjnego łopatki  $\beta^*$  na jej długość [8]

Fig. 3. Influence  $\beta^*$  for the length of blade [8]

Rysunek 4 ilustruje sposób definicji parametru  $M$  dla średniej linii geometrycznej wirnika. Parametr ten obliczany przy pomocy równań (6) oraz (7).

$$\Delta M = \sqrt{\Delta R^2 + \Delta Z^2}; \quad \Delta M' = \frac{\Delta M}{R} \quad (6)$$

$$M = \int_0^s \Delta M ds; \quad M' = \int_0^s \Delta M' ds \quad (7)$$



Rys. 4. Definicja parametru  $M$  dla średniej linii geometrycznej przekroju merydionalnego [8]

Fig. 4. The definition of the parameter  $M$  for the average geometric lines in meridional section [8]

Długość łopatki wirnika można wyznaczyć na podstawie równania (8), a jej wartość jest podawana przez program *Blademodeler*.

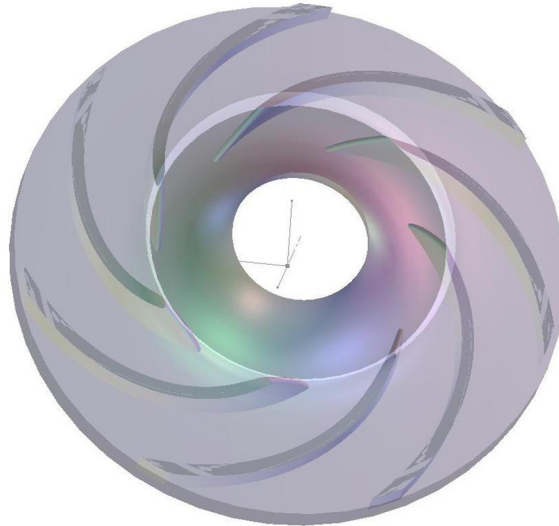
$$\Delta L = \sqrt{\Delta M^2 + (R\Delta\theta)^2} = \sqrt{\Delta M^2 + \Delta U^2}; \quad L = \int_0^s \Delta L ds \quad (8)$$

Przedstawiony powyżej jeden ze sposobów opisu parametrycznego wirnika pozwala w sposób praktycznie dowolny kształtować zarys merydionalny wirnika a także kształt i przebieg łopatek. Parametry opisane powyżej mogą



być traktowane jako ograniczenia lub też jako zmienne decyzyjne w procesie optymalizacji kształtu wirnika.

Program *Blademodeler* pozwala na bieżąco śledzić wprowadzone zmiany poszczególnych parametrów geometrycznych w postaci modelu 3-D bazującego na reprezentacji powierzchni typu NURBS. Przykładowy widok otrzymanej w ten sposób geometrii został zaprezentowany na rys. 5.



Rys. 5. Model wirnika otrzymany przy użyciu programu „Blademodeler”

Fig. 5. Model of impeler in „Blademodeler” programme

### 3. UWAGI I WNIOSKI

W celu przeprowadzenia procesu optymalizacji kształtu kanałów hydraulicznych wirnika ze względu na funkcje celu określone na podstawie trójwymiarowego przepływu wyznaczanego metodami numerycznej mechaniki płynów, konieczna jest automatyczna zmiana zarysu merydionalnego oraz kształtu łopatek. Możliwe jest to poprzez parametryzację geometrii. Opis matematyczny geometrii jest w głównej mierze zależny od:

- kształtu wirnika. W przypadku wirników już istniejących jest to dodatkowe ograniczenie wymuszające zachowanie określonego kształtu, tak aby zmieścić się w istniejącym korpusie pompy;
- zdefiniowanych cząstkowych funkcji celu. W zależności od wymagań stawianych danej konstrukcji określa się zmienne decyzyjne, które mają największy wpływ na przyjętą funkcję celu oraz możliwość późniejszych zmian tych parametrów (analiza wrażliwości).

Przy wyborze aplikacji komputerowej, w którym zostanie wykonana parametryzacja, należy kierować się przede wszystkim łatwością i szybkością zmian geometrii kanałów wirnika. Nie jest to konieczne, ale jeśli jest możliwość wizualizacji otrzymanej geometrii znacznie ułatwia to proces pisania i śledzenia (tzw. „debugowania”) programu komputerowego. W procesie parametryzacji należy ograniczyć do minimalnej liczbę użytych parametrów geometrycznych zapewniając jednocześnie uzyskanie dowolnego kształtu kanałów hydraulicznych.

## LITERATURA

- [1] Biswas S., Lovell B.C., *Bezier and Splines in Image Processing and Machine Vision*. Springer-Verlag, London, 2008.
- [2] Błaszczyk A.: Pompy spełniające specjalne wymagania ruchowe, Monografie Politechniki Łódzkiej, 2011.
- [3] R.A. Van den Braembussche, Optimization of Radial Impeller Geometry. AVT-143 RTO AVT/VKI Lecture Series held at the von Karman Institute, Rhode St. Genèse, Belgium, 2006.
- [4] Jędrał W.: Pompy wirowe, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2001.
- [5] Łazarkiewicz Sz., Trokolewski A.T.: Pompy wirowe, Państwowe Wydawnictwo Techniczne, Warszawa, 1959.
- [6] Ostwald M.: Podstawy optymalizacji konstrukcji, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2003.
- [7] Papierski A., Błaszczyk A., Staniszewski J.: *Nowoczesna metoda projektowania pomp*. VII konferencja – Problemy Badawcze Energetyki Ciepłej. Politechnika Warszawska. Prace Naukowe, Konferencje, Z. 24. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2005.
- [8] Papierski A.: Wielokryterialna i wielopoziomowa optymalizacja kształtu półotwartych wirników pomp o niskich wyróżnikach szybkoobrotowości, Rozprawy Naukowe, Z. 397, Politechnika Łódzka, Zeszyty Naukowe, Nr 1073, Łódź, 2010.
- [9] Stępniewski M.: Pompy, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1978.