

Politechnika Łódzka

ZESZYTY NAUKOWE Nr 1161

HUBERT DĘBSKI

BADANIA NUMERYCZNE I DOŚWIADCZALNE
STATECZNOŚCI I NOŚNOŚCI
KOMPOZYTOWYCH SŁUPÓW CIENKOŚCIENNYCH
PODDANYCH ŚCISKANIU

ŁÓDŹ 2013

POLITECHNIKA ŁÓDZKA

ZESZYTY NAUKOWE Nr 1161

ROZPRAWY NAUKOWE, Z. 451

HUBERT DĘBSKI

BADANIA NUMERYCZNE I DOŚWIADCZALNE
STATECZNOŚCI I NOŚNOŚCI
KOMPOZYTOWYCH SŁUPÓW CIENKOŚCIENNYCH
PODDANYCH ŚCISKANIU

ŁÓDŹ 2013

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ
SCIENTIFIC BULLETIN
OF THE LODZ UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
BULLETIN SCIENTIFIQUE
DE L'UNIVERSITÉ POLYTECHNIQUE DE LODZ
НАУЧНЫЕ ЗАПИСКИ
ЛОДЗИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
WISSENSCHAFTLICHE HEFTE
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT IN LODZ

Redaktor Naukowy Wydziału: **prof. dr hab. inż. Tomasz Kapitaniak**

Recenzenci: **dr hab. inż. Katarzyna Kowal-Michalska, prof. PŁ**
dr hab. inż. Jacek Przybylski, prof. PCz.

Badania realizowane w ramach Projektu "*Identyfikacja mechanizmów zniszczenia cienkościennych profili kompozytowych metodami doświadczalnymi i numerycznymi*" – umowa nr 2414/B/T02/2011/40 finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki.

©Copyright by Politechnika Łódzka 2013

Adres Redakcji – Адрес Редакции – Editor's Office
Adresse de Redaction – Schriftleitungsadresse:

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ
90-924 Łódź, ul. Wólczańska 223
tel./fax 42-684-07-93
e-mail: zamowienia@info.p.lodz.pl
www.wydawnictwa.p.lodz.pl

ISSN 0137-4834

Nakład 140 egz. Ark. druk. 12,0. Papier offset. 80 g, 70 x 100
Druk ukończono w maju 2013 r.
Wykonano w Drukarni Quick-Druk, 90-562 Łódź, ul. Łąkowa 11

Spis treści

Oznaczenia	5
1. WPROWADZENIE	7
2. PRZEGLĄD LITERATURY	12
2.1. Mechanika i zniszczenie kompozytowych elementów konstrukcji.....	13
2.2. Symulacje metodą elementów skończonych	20
2.3. Wyboczenie elementów konstrukcji.....	21
3. CEL PRACY	26
4. PODSTAWOWE RÓWNANIA STATECZNOŚCI.....	29
4.1. Stateczność cienkościennych płyt – założenia podstawowe	29
4.2. Właściwości mechaniczne warstwy ortotropowej.....	31
4.3. Właściwości mechaniczne laminatów	34
5. KRYTERIA ZNISZCZENIA LAMINATÓW	36
5.1. Wytrzymałość warstwy kompozytowej	36
5.2. Podstawowe kryteria zniszczenia kompozytu	37
5.2.1. Kryterium maksymalnych naprężeń.....	37
5.2.2. Kryterium maksymalnych odkształceń.....	38
5.2.3. Kryterium Hilla.....	38
5.2.4. Kryterium Tsai-Hilla	38
5.2.5. Kryterium Azzi-Tsai-Hilla	39
5.2.6. Kryterium Hoffmana	39
5.2.7. Kryterium Tsai-Wu.....	40
5.3. Ogólne uwagi dotyczące kryteriów zniszczenia kompozytów	41
6. OBLICZENIOWE METODY ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA STATECZNOŚCI ŚCISKANYCH SŁUPÓW KOMPOZYTOWYCH.....	42
6.1. Metoda analityczno-numeryczna (MAN).....	42
6.2. Metoda elementów skończonych (MES).....	44
6.2.1. Liniowa analiza stanu krytycznego	45
6.2.2. Nieliniowa analiza MES w stanach deformacji pokrytycznej.....	45
6.2.3. Modele dyskretne słupów kompozytowych	47
6.2.4. Warunki brzegowe i obciążenie modelu	49
7. KOMPOZYTOWE SŁUPY O PRZEKROJACH OTWARTYCH	54
7.1. Wytwarzanie cienkościennych słupów kompozytowych	54
7.2. Metody oceny dokładności wykonania struktury kompozytu	57
7.3. Określenie właściwości mechanicznych materiału kompozytowego.....	59

8. DOŚWIADCZALNA ANALIZA STANU KRYTYCZNEGO ŚCISKANYCH CIENKOŚCIENNYCH SŁUPÓW KOMPOZYTOWYCH... 61	
8.1. Wyboczenie konstrukcji cienkościennych – wiadomości ogólne	61
8.2. Opis i zakres badań doświadczalnych	63
8.3. Metody stosowane przy doświadczalnym wyznaczaniu lokalnych obciążeń krytycznych.....	66
8.4. Wyniki badań doświadczalnych stanu krytycznego.....	67
8.4.1. Słupy o przekroju ceowym.....	68
8.4.2. Słupy o przekroju omegowym	77
8.5. Uwagi podsumowujące	84
9. WYNIKI ANALIZY STATECZNOŚCI ŚCISKANYCH SŁUPÓW KOMPOZYTOWYCH	87
9.1. Analiza stanu krytycznego	87
9.1.1. Słupy o przekroju ceowym.....	88
9.1.2. Słupy o przekroju omegowym	92
9.1.3. Uwagi podsumowujące	96
9.2. Stan pokrywczy ściskanych słupów kompozytowych	97
9.3. Podsumowanie.....	107
10. ANALIZA ZNISZCZENIA ŚCISKANYCH CIENKOŚCIENNYCH SŁUPÓW KOMPOZYTOWYCH.....	108
10.1. Doświadczalna identyfikacja zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych	108
10.1.1. Inicjacja procesu zniszczenia – metoda emisji akustycznej ..	113
10.1.2. Ocena charakteru zjawiska zniszczenia materiału kompozytowego – wyniki badań laboratoryjnych.....	124
10.2. Numeryczna analiza zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych w świetle badań eksperymentalnych	127
10.3. Podsumowanie.....	150
11. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE.....	155
Literatura.....	160
Summary	186
Charakterystyka zawodowa autora	188

Oznaczenia

- b_i – szerokość i -tej płyty, rys. 4.1;
- h_i – grubość i -tej płyty, rys. 4.1;
- l – długość analizowanej konstrukcji (słupa);
- u_i, v_i, w_i – składowe przemieszczenia powierzchni środkowej dla i -tej ściany;
- x_i, y_i, z_i – współrzędne lokalnego układu kartezjańskiego dla i -tej ściany słupa, rys. 4.1;
- $\varepsilon_{xi}, \varepsilon_{yi}$ – odkształcenia względne warstwy środkowej odpowiednio w kierunku x_i, y_i ;
- γ_{xyi} – kąt odkształcenia postaciowego warstwy środkowej,
 $\gamma_{xyi} = 2\varepsilon_{xyi}$;
- κ_{xi}, κ_{yi} – przyrosty krzywizny powierzchni środkowej i -tej płyty;
- κ_{xyi} – przyrost skrócenia powierzchni środkowej i -tej płyty;
- N_{xi}, N_{yi}, N_{xyi} – przekrojowe siły błonowe dla i -tej płyty;
- M_{xi}, M_{yi}, M_{xyi} – przekrojowe momenty w powierzchni środkowej i -tej płyty;
- $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$ – naprężenia w warstwie kompozytu w konfiguracji osiowej;
- $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – naprężenia w warstwie kompozytu w konfiguracji nieosiowej;
- Q_{ij} – macierz sztywności w konfiguracji osiowej;
- \bar{Q}_{ij} – macierz sztywności w konfiguracji nieosiowej;
- m, n – sinus i cosinus zorientowanego kąta laminacji θ ;
- [A] – macierz sztywności rozciągania w płaszczyźnie kompozytu;
- [B] – macierz sprzężenia;
- [D] – macierz sztywności giętej;
- ε^0 – tensor odkształceń powierzchni środkowej;
- κ^0 – tensor krzywizny powierzchni środkowej;
- E_1, E_2 – moduły Younga w głównych kierunkach ototropii 1,2;
- G_{12} – moduł Kirchhoffa (odkształcenia postaciowego) w płaszczyźnie warstwy 1-2;
- ν_{ij} – liczby Poissona $i, j = 1, 2$; i -kierunek włókien kompozytu, j -kierunek prostopadły do kierunku włókien;

- X_c, X_t, Y_c, Y_t, S – wartości graniczne wytrzymałości kompozytu;
 F_{ij} – składowe tensorów wytrzymałości w kryterium Tsai-Wu
 $i, j = 0, \dots, 6$;
 σ_{eff} – naprężenia efektywne w kryterium Hilla;
 \bar{U}_i – pole przemieszczeń;
 \bar{N}_i – pole sił wewnętrznych;
 ξ – parametr określający amplitudę liniowego wektora własnego;
 $a_0, a_1, a_{111}, a_{1111}$ – współczynniki opisujące pokrytyczną ścieżkę równowagi;
 λ – parametr obciążenia (współczynnik stateczności);
[K] – macierz sztywności konstrukcji;
[H] – macierz sztywności geometrycznej układu;
 P_{kr} – siła krytyczna;
 w_o – amplituda ugięcia wstępnego;
 w_i – amplituda ugięcia wywołanego siłą P_i ;

Rozdział 1

WPROWADZENIE

Konstrukcje cienkościenne stanowią grupę ustrojów nośnych charakteryzujących się niskim ciężarem własnym przy jednoczesnych wysokich właściwościach wytrzymałościowych i sztywnościowych. Powyższe cechy warunkują szerokie zastosowanie konstrukcji cienkościennych przede wszystkim w konstrukcjach lotniczych, motoryzacyjnych czy budowlanych. Nośność wspomnianych konstrukcji w zakresie szerokiego spektrum obciążenia determinowana jest w głównej mierze zjawiskiem określanym w literaturze jako *utrata stateczności* konstrukcji. W analizie statycznej konstrukcji, cienkościennych pojęcie *utrata stateczności*, określane również jako *wyboczenie* konstrukcji odnosi się do pewnych stanów konstrukcji wiążących się z nagłą zmianą konfiguracji równowagi układu w procesie jego obciążania. Mamy wówczas do czynienia z tzw. bifurkacyjną utratą stateczności konstrukcji wiążącą się ze zamianą pierwotnej ścieżki równowagi na ścieżkę wtórną. Ze względu na kształt wtórnej ścieżki równowagi wyróżnia się pokrytyczne stany równowagi stateczne lub niestateczne w zależności od tego, czy obciążenie rośnie wraz ze wzrostem przemieszczenia, czy maleje. Rodzaj wtórnej ścieżki równowagi jest wyznacznikiem podatności konstrukcji na występowanie imperfekcji geometrycznych lub obciążenia. W przypadku statecznej ścieżki równowagi układ jest w mniejszym stopniu wrażliwy na występowanie imperfekcji niż w przypadku ścieżki niestatecznej. W literaturze przedmiotu stateczną ścieżkę równowagi pokrytycznej mają konstrukcje płytowe, natomiast ścieżka niestateczna charakteryzuje cienkościenne struktury powłokowe. Przykład konstrukcji prętowych jest najczęściej zaliczany do ustrojów o neutralnej ścieżce równowagi pokrytycznej.

Wiele konstrukcji cienkościennych, do których można zaliczyć m.in. lotnicze konstrukcje półskorupowe, może bezpiecznie pracować w stanie pokrytym sprężystym. Dotyczy to przede wszystkim lokalnego wyboczenia struktur o statecznej ścieżce równowagi pokrytycznej, gdyż w takim przypadku zwiększenie przemieszczeń możliwe jest jedynie poprzez zwiększenie wartości obciążenia. W takich przypadkach niezbędna jest analiza pracy ustroju nośnego nie tylko w zakresie dokrytycznym, ale również w stanie silnie pokrytym oraz w fazie zniszczenia struktury. Przeprowadzenie analizy opisującej zachowanie się konstrukcji cienkościennych w pełnym zakresie obciążenia jest zadaniem złożonym i często

trudnym do przeprowadzenia. Stosowane w tym celu numeryczne i analityczno-numeryczne metody analizy wymagają zweryfikowania opracowanych modeli dyskretnych i matematycznych na drodze skomplikowanych i często kosztownych badań eksperymentalnych. Analizie zagadnienia stateczności konstrukcji cienkościennych w warunkach obciążeń statycznych poświęcono wiele prac, których obszerny wykaz można znaleźć m.in. w pracach [234, 248, 249]. Dynamiczny rozwój techniki wyznacza nowe kierunki w zakresie poszukiwania nowych materiałów o coraz to wyższych właściwościach fizyczno-chemicznych i mechanicznych, z uwzględnieniem tendencji do zmniejszenia masy gotowego wyrobu. Grupą materiałową spełniającą owe wymagania są materiały kompozytowe, w szczególności kompozyty o osnowie polimerowej wzmocnione włóknami szklanymi (GFRC), węglowymi (CFRC) czy aramidowymi (kevlar). Kompozyty polimerowe charakteryzują się doskonałymi wskaźnikami właściwości wytrzymałościowych w stosunku do ich gęstości. Właśnie te wskaźniki decydują o dużym zainteresowaniu i potencjalnym zastosowaniu tego typu materiałów, szczególnie w przemyśle lotniczym, który w ostatnich 30 latach stał się jednym z największych odbiorców tych materiałów. Flagowymi produktami oprócz samolotów wojskowych i przemysłu kosmicznego, w których stosuje się materiały kompozytowe, jest samolot Boeing 787 Dreamliner, którego struktura zawiera ponad 50% materiałów kompozytowych [24, 70, 72, 399]. Materiały kompozytowe znajdują zastosowanie w wytwarzaniu głównych oraz pomocniczych cienkościennych struktur lotniczych, a niejednokrotnie elementów krytycznych, tzw. *primary structures*. Stanowią one potencjalne rozwiązanie materiałowe m.in. jako: elementy poszycia, kadłuby, dźwigary, łopaty, elementy podwozia, stateczniki, klapy i wiele innych struktur cienkościennych, w których elementy nośne stanowią zazwyczaj cienkościenne profile o strukturze otwartej lub zamkniętej.

Nośność wspomnianych konstrukcji w zakresie szerokiego spektrum obciążenia jest determinowana w głównej mierze utratą stateczności elementów nośnych struktury, która może występować na ogół przy stosunkowo niskich poziomach naprężeń. Dalszy wzrost obciążenia prowadzi do szybkiego pogłębienia się deformacji powyboczeniowej i zazwyczaj zniszczenia struktury kompozytu. Proces zniszczenia struktury kompozytowej jest zjawiskiem bardzo złożonym i w zależności od charakterystyk mechanicznych połączonych komponentów może przebiegać w różny sposób. W praktyce oraz zgodnie z danymi literaturowymi dla kompozytów włóknistych można wyróżnić następujące formy zniszczenia materiałów kompozytowych: pęknięcie osnowy kompozytu, rozrwanie lub wyboczenie włókien zbrojących oraz rozwarstwienie kompozytu – tzw. delaminacja. Mechanizmy powstawania i rozwoju procesu zniszczenia kompozytu są zróżnicowane, przy czym jako zniszczenie kompozytu przyjmowana jest zazwyczaj istotna zmiana właściwości mechanicznych materiału, mająca bezpośredni wpływ na wytrzymałość i sztywność badanej struktury.

Uszkodzona struktura kompozytu charakteryzuje się znacznie obniżoną miejscowo sztywnością i wytrzymałością, zwłaszcza w obszarach koncentracji naprężeń. Zawodne i nieskuteczne są również próby naprawy czy regeneracji uszkodzonej struktury materiału kompozytowego, gdyż na ogół nie można uzyskać pierwotnych właściwości materiału. Wszystkie te czynniki zmuszają konstruktorów do opracowywania oraz doskonalenia metod diagnozowania uszkodzeń kompozytu, jak również optymalizacji materiału w celu zminimalizowania lub wręcz wykluczenia możliwości uszkodzenia struktury w warunkach obciążeń eksploatacyjnych.

Współczesnym narzędziem dającym szerokie możliwości optymalizacji oraz analizy parametrów wytrzymałościowych projektowanych konstrukcji kompozytowych jest metoda elementów skończonych (MES). Ze względu na wciąż rozwijane i udoskonalane techniki numeryczne, zastosowanie oprogramowania CAE (ang. *Computer Aided Engineering*) wykorzystującego metodę elementów skończonych odgrywa coraz bardziej znaczącą rolę w procesie projektowania kompozytów. Wzrost udziału materiałów kompozytowych w projektowanych strukturach nośnych stworzył potrzebę rozwoju metod symulacji i analiz numerycznych tych materiałów, co skłoniło producentów oprogramowania MES do opracowania specjalistycznych procedur obliczeniowych w tym zakresie. Opracowana została metodologia uwzględniająca specyfikę projektowania, analizy oraz optymalizacji elementów kompozytowych z uwzględnieniem hipotez wytrzymałościowych stosowanych w teorii mechaniki materiałów w celu określania stopnia wyężenia kompozytu. Należą do nich zaimplementowane przez oprogramowanie MES hipotezy wykorzystujące kryterium naprężeniowe oraz odkształceniowe, bazujące na wyznaczanych doświadczalnie parametrach granicznych materiału kompozytowego.

Kolejną grupę zagadnień związanych z projektowaniem oraz eksploatacją konstrukcji kompozytowych stanowią zagadnienia dotyczące opisu mechanizmów zniszczenia materiału kompozytowego. Metoda elementów skończonych oferuje w tym zakresie modele bazujące na kohezyjnym opisie zniszczenia (CZM – ang. *Cohesive Zone Method*), metodyce modelowania delaminacji międzywarstwowej VCCT (ang. *Virtual Crack Closure Technique*) czy opisie zniszczenia w oparciu o metodę XFEM (ang. *eXtended Finite Element Method*). Powyższe procedury bazujące na szczegółowym lokalnym opisie zniszczenia modelu dyskretnego wymagają zazwyczaj precyzyjnej znajomości mechanizmu i strefy zniszczenia struktury kompozytu [6, 66, 364, 368, 377].

Opracowanie adekwatnych modeli numerycznych MES wymaga wielu informacji dotyczących parametrów i charakteru zniszczenia materiału, do których uzyskania niezbędne jest przeprowadzenie odpowiednich badań eksperymentalnych, umożliwiających jednocześnie weryfikację otrzymanych wyników obliczeń numerycznych.

W niniejszej pracy autor skoncentrował się na opisie zagadnienia stateczności i fazy zniszczenia cienkościennych kompozytowych słupów o przekrojach ceowych i omegowych w warunkach ściskania osiowego. Analizę powyższych zagadnień realizowano w zakresie badań doświadczalnych wykonywanych na rzeczywistych konstrukcjach kompozytowych wytworzonych techniką autoklawową. Badania prowadzono z wykorzystaniem nowoczesnych metod rejestracji parametrów próby umożliwiających analizę stanu krytycznego, pokrytycznego oraz fazy zniszczenia konstrukcji.

Równoległe z badaniami doświadczalnymi prowadzono analizę zagadnienia stateczności i nośności ściskanych słupów kompozytowych metodami obliczeniowymi. Do rozwiązania zagadnienia zastosowano dwie metody: metodę analityczno-numeryczną (MAN) oraz metodę elementów skończonych (MES). W metodzie analityczno-numerycznej przyjęto płytowy model matematyczny, pozwalający analizować wyboczenie lokalne i globalne cienkościennych słupów o ścianach płaskich, uwzględniający współpracę sąsiadujących ścian słupa. Stan krytyczny opisano, rozwiązując zagadnienie własne. Nieliniowe zagadnienie stateczności opisujące stany pokrytyczne rozwiązano z wykorzystaniem asymptotycznej teorii układów zachowawczych Koitera [213, 438]. Obliczenia numeryczne oparte na metodzie elementów skończonych prowadzono z wykorzystaniem dwóch komercyjnych narzędzi numerycznych – programów Abaqus [1] oraz Ansys [11]. Rozwiązanie zagadnienia stateczności z wykorzystaniem metody elementów skończonych prowadzi się w dwóch etapach. W pierwszym etapie wyznaczane są postacie wyboczenia konstrukcji oraz odpowiadające im wartości obciążenia krytycznego poprzez rozwiązanie zagadnienia własnego. Stany pokrytyczne (etap drugi) są analizowane poprzez nieliniowe obliczenia statyczne prowadzone na modelach z zainicjowaną deformacją pokrytyczną odpowiadającą najniższej postaci wyboczenia. W prowadzonych obliczeniach w celu zaburzenia idealnej geometrii modelu dyskretnego zastosowano imperfekcje geometryczne o wartości odpowiadającej 0,1 grubości ścianki słupa. Do rozwiązania nieliniowego układu równań algebraicznych zastosowano przyrostowo-iteracyjną metodę Newtona-Raphsona (program Abaqus) oraz strategię korekcyjną opartą na kontroli długości łuku w sformułowaniu metody Riksa (program Ansys). Do analizy stopnia wyężenia materiału kompozytowego wykorzystano zaimplementowane w programie Abaqus naprężeniowe kryteria zniszczenia umożliwiające dokonanie ogólnej oceny możliwości wystąpienia uszkodzenia struktury kompozytu. Weryfikację otrzymanych w wyniku obliczeń deformacji krytycznych, pokrytycznych oraz form zniszczenia badanych struktur, jak również wyznaczonych wartości obciążenia krytycznego i niszczącego dokonywano w oparciu o otrzymane wyniki badań doświadczalnych stanowiących podstawę walidacji opracowanych modeli numerycznych i analityczno-numerycznych.

W literaturze dotyczącej zagadnień stateczności oraz metod badań i analizy mechanizmów zniszczenia struktury kompozytu brak jest wyczerpujących danych dotyczących jednoznacznej metodyki badawczej, pozwalającej diagnozować i identyfikować przyczyny i mechanizmy uszkodzenia struktury kompozytu. Istnieje wiele krajowych i zagranicznych publikacji podejmujących tę tematykę, jednakże problem nie został jednoznacznie i ostatecznie wyjaśniony. W tym kontekście uzasadnione wydaje się podjęcie proponowanych w pracy badań, dotyczących opisu zagadnień lokalnej stateczności i stanów granicznych cienkościennych ściskanych słupów o przekrojach otwartych wykonanych z materiałów kompozytowych. Należy przy tym nadmienić, że praca prezentuje wyniki badań prowadzonych podczas realizacji projektu badawczego – umowa nr 2414/B/T02/2011/40 finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki pt.: *Identyfikacja mechanizmów zniszczenia cienkościennych profili kompozytowych metodami doświadczalnymi i numerycznymi*, którego autor jest kierownikiem.

PRZEGLĄD LITERATURY

Za początek nowoczesnych włóknistych materiałów kompozytowych FRC (ang. *fiber reinforced composites*,) można przyjąć lata sześćdziesiąte dwudziestego wieku, pomimo tego że w roku 1938 Owens-Corning wynalazł, a w 1941 roku wyprodukowano na potrzeby komercyjne ciągle włókno szklane. W początkowej fazie włókna szklane miały inne przeznaczenie, głównie dla zastosowań energetycznych (Herakovich [174]). W tym okresie rozwija się teoria materiałów anizotropowych. Dodatkowo rozwiązano szereg praktycznych problemów odnoszących się głównie do naturalnego materiału kompozytowego, jakim jest drewno (analizowano płaski stan naprężenia, skręcanie i zginanie). Szczegółowe informacje bibliograficzne można znaleźć w pracy: Lekhnitskii SG „*Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*” (1950). Były to prace rozwijające osiągnięcia XIX-wiecznych uczonych m.in. Cauchy’ego oraz Greena. W latach 50. i 60. dwudziestego wieku nastąpił gwałtowny rozwój mechaniki kompozytów zarówno w obszarze rozważań teoretycznych, jak i zastosowań praktycznych. W tym okresie po raz pierwszy wyprodukowano włókna borowe (1959 r.), węglowe (1961 r.) oraz aramidowe (1964 r.). Teoretyczne opracowania tego okresu prezentowały równania konstytutywne, mikromechanikę, początki teorii laminatów, opisywano uszkodzenia i proces zniszczenia elementów kompozytowych oraz badania doświadczalne. Prace te są kontynuowane i rozwijane do dnia dzisiejszego, co znajduje odzwierciedlenie w bardzo bogatej literaturze opisującej tę tematykę. Przeglądowo mechanikę kompozytów FRC przedstawiono w monografiach: Reddy [361], Carlsson i Gillespie [74], Berthelot [42], Peters [338], Altenbach i inni [9], Dato [98], Tsai [432], Grant i Rousseau [148], Miracle i Donaldson [305], Vinson i Sierakowski [443], Gay i inni [139], Herakovich [173], Staab [399], de Borst R. i Sadowski [105], Jones [198], Kollar i Spronger [215], Vasiliev i Morozov [440], Kaw [205], Campbell [71], Hashin [169], Chawla [85], Christensen [87], Daniel i Ishai [97], Gibson [142], Milton [304], Kim i Mai [210], Cristescu i inni [95], Huang i Zhou [185], Hu [183], Decolon [106]. W języku polskim opublikowano monografie: Muc [310, 311], German [140], Hyla [192] oraz Wilczyński [452].

Kompozyty FRC swoją popularność zawdzięczają takim cechom, jak: duża wytrzymałość, wysoki stosunek wytrzymałości do masy, duża odporność na pękanie, zmęczenie i korozję oraz dobra stabilność właściwości w czasie użytkowania. Zmieniając układy warstw i rodzaj materiałów, można dopasować

właściwości kompozytu do potrzeb. Dodatkowo materiałom kompozytowym łatwo nadać wymaganą formę, co pozwala optymalizować wytwarzane elementy konstrukcyjne. Kompozyty włókniste są bardzo nowoczesnym i perspektywicznym materiałem konstrukcyjnym. Powszechnie przyjmuje się, że w przyszłości kompozyty zastąpią materiały klasyczne [Nicolais i inni [317]].

Oczywiście materiały kompozytowe człowiek znał i używał od początku cywilizacji, bo ok. 4000 p.n.e. posługiwał się papirusem, który należy do kompozytów wytworzonych z włókien naturalnych. Również od ok. 1300 p.n.e. do budowy domów ludzie używali niewypalanych cegieł wykonanych z gliny z dodatkiem naturalnych włókien [Herakovich [174]]. W początkowej fazie rozwoju materiałów kompozytowych człowiek posługiwał się metodą prób i błędów. Dopiero w ostatnich pięćdziesięciu latach rozwój teoretycznej i stosowanej mechaniki kompozytów w pełni umożliwił wykorzystanie potencjału włóknistych materiałów kompozytowych.

2.1. Mechanika i zniszczenie kompozytowych elementów konstrukcji

W ogólnym przypadku do analizy zachowania konstrukcji wykonanej z materiału kompozytowego nie wystarczy zastosować analizę makroskopową, analogicznie jak prowadzono dla materiałów izotropowych. W tym przypadku do opisu zjawisk zachodzących pomiędzy włóknami a osnową należy przeprowadzić badania na poziomie mikrostruktury [Saravanos i Chamis [379], Jones [198], Vinson i Chou [442], Vasiliew [440], Tong i inni [425], Buryachenko [58]]. Jednakże badając zjawiska, szczególnie w odniesieniu do całego elementu cienkościennego z pominięciem efektów lokalnych, rozważania można ograniczyć do opisu makroskopowego, co pozwala istotnie przyspieszyć obliczenia z zachowaniem dostatecznej dla celów technicznych dokładności [Gurdal [155]]. Prowadzone są również badania wieloskalowe. Szczegóły można znaleźć, np. w pracach: Pahr i Rammerstorfer [329], Soutis i Beaumont [391], Panasenکو [330].

Materiał kompozytowy składa się z co najmniej dwóch różnych składników: włókien i osnowy. Oba składniki mają wpływ na zachowanie się całego materiału kompozytowego pod działaniem obciążenia. Włókna ciągle głównie przenoszą obciążenia, zaś osnowa spaja je w całość. Badając wytrzymałość włókien, stwierdzono, że wytrzymałość kompozytu: żywica epoksydowa-włókno szklane przy pęknięciu 50% włókien jest identyczna jak wytrzymałość „pęczka włókien”, w którym pęknięciu uległo 20% włókien [Hyla [192]]. Stwierdzono również, że w przypadku omawianego kompozytu zniszczenie włókien w kompozycie w granicach od 20% do 80% ma niewielki wpływ na wytrzymałość włókien [Hyla [192]]. Istnieje więc zależność wytrzymałości kompozytu od

właściwości mechanicznych kombinacji włókna i osnowy. W obliczeniach makroskopowych posługujemy się zastępczymi (średnimi) właściwościami mechanicznymi kompozytu wynikającymi z wcześniej ustalonych właściwości mechanicznych włókien i osnowy oraz ich udziałem objętościowym w analizowanym kompozycie [Pagano i Yuan [328], Takano [404]].

Za początek tych badań można przyjąć prace Voighta i Reussa, którzy określili górne i dolne oszacowanie średnich własności mechanicznych, są to tzw. „widełki Voighta-Reussa” [Wilczyński [452]]. Określając średnie właściwości mechaniczne, Voight założył stałość odkształcenia w warstwach kompozytu, zaś Reuss stałość naprężenia. Udowodnili to Paul [334] oraz Hill [177, 178]. W 1964 roku Hashin i Rosen [167] do wyznaczenia modułów sprężystości kompozytu wprowadzili cylindryczny model reprezentatywnej objętości komórki elementarnej tworzącej kompozyt, tzw. model CCA (ang. *concentric cylinder assemblage*) [Christensen [87]]. Wyznaczając z modelu CCA wartości średniego modułu Younga i średniej liczby Poissona i po odrzuceniu małych wartości, otrzymujemy wartości wyznaczone zgodnie z teorią mieszanin (model Voighta). Metodę komórek elementarnych rozwijał m.in. Aboudi [3], który analizował periodyczne komórki prostokątne. Porównanie różnych metod pozwalających wyznaczyć średnie wartości własności mechanicznych można znaleźć w pracy Lissenden i Herakovich [280], gdzie dowiedziono, że wartości wyznaczone z teorii mieszanin są bliskie wartościom wyznaczonym innymi omawianymi metodami.

Pierwsze prace poświęcone analizie anizotropowych płyt pochodzą z pierwszej połowy dwudziestego wieku. Są to prace: Hubera [188], Hayashi [171]. Później powstały prace Lekhnitskii’ego [273], Ambartsumyana [10], Whitney’ego [451] oraz Reddy’ego [361]. W rozwoju włóknistych materiałów kompozytowych największe znaczenie miała klasyczna teoria laminatu CLT (ang. *Classical Lamination Theory*) [Pister i Dong [345], Reissner i Stavsky [365] oraz Dong i inni [125]]. W literaturze teoria CLT jest czasami określana modelem ESL (ang. *equivalent single layer*), w szczególności gdy w opisie płyt jest stosowana liniowa teoria Kirchhoffa-Love lub nieliniowa Karmana [Królak [249], Kołakowski i Kowal-Michalska [234]]. Jest to dwuwymiarowa teoria makroskopowa. W teorii tej przyjęto, że laminat składa się z połączonych warstw. Do każdej z warstw przyjmuje się, że są homogeniczne o własnościach izotropowych lub anizotropowych. Orientację warstw w globalnym układzie współrzędnych opisano kątem ułożenia włókien. Rozpisując ogólne równanie opisujące jednostkowe siły wewnętrzne w zależności od odkształceń warstwy środkowej i krzywizn, można określić średnie stałe materiałowe dla laminatu symetrycznego. Wykonując serię badań dla określonych obciążeń i analizując wyniki z teorii CLT, stwierdzono, że liczba Poissona może być ujemna [Herakovich [172]]. Dodatkowo stwierdzono [Hyer [191]], że może zachodzić sprzężenie pomiędzy odkształceniami

oraz krzywiznami w płaszczyźnie środkowej dla określonych układów warstw (tzw. laminaty asymetryczne).

W przypadku klasycznej teorii laminatu CLT nie uwzględnia się ścinania pomiędzy warstwami laminatu. Pierwsze prace opisujące efekt międzywarstwowego ścinania powstały pod koniec lat sześćdziesiątych dwudziestego wieku m.in.: Hayashi [170], Bogy [46], Pipes i Pagano [344], Rybicki [375]. Whitney i Pagano [450] przedstawił teorię ścinania pierwszego rzędu dla laminatów FSDT (ang. *first-order shear deformation*). Szersze omówienie tego zagadnienia można znaleźć w pracach: Reddy i Arciniega [360] oraz Ghugala i Shimpi'ego [141]. W przypadku teorii FSDT do rozkładu naprężeń tnących wprowadza się korekcję. W literaturze można znaleźć wiele metod wyznaczania współczynnika korekcji m.in. Vlachoutsis [444], Jemielita [193], Noor i Peters [319] oraz modele udoskonalone bazujące na teorii FOSD np. Auricchio i Sacco [23]. Znaczącą poprawę wyników uzyskano, wprowadzając teorię ścinania wyższego rzędu. W 1984 roku Reddy przedstawił teorię trzeciego rzędu dla laminatu [Reddy [361]]. Szeroki przegląd literatury dla teorii ścinania wyższego rzędu można znaleźć w pracy Kreja [246]. W modelowaniu laminatów równoległe z klasyczną teorią laminatu rozwijana jest teoria DLT (ang. *discrete-layer theory*), która zakłada, że każda warstwa laminatu dodatkowo może podlegać spaczeniu (szczegóły można znaleźć w pracy Kreja [246]).

Oddzielnym zagadnieniem rozważanym w wielu pracach jest określenie parametrów inicjujących zniszczenie oraz nośność elementu wykonanego z materiału kompozytowego. Jest to skomplikowany problem, ponieważ model zniszczenia zależy od wielu czynników m.in.: rodzaju obciążenia, geometrii i wielkości analizowanego elementu, fizycznych i mechanicznych właściwości użytych materiałów oraz występujących wstępnych obciążeń i uszkodzeń. W analizie należy wziąć pod uwagę wielkości i geometryczną złożoność analizowanej struktury oraz sposób jej wytworzenia. Wielość czynników wpływających na zniszczenie konstrukcji prowadzi do wielu mechanizmów zniszczenia: zniszczenie włókien wzmacniających, pęknięcie osnowy, wyboczenie lokalne włókien lub całej warstwy kompozytu oraz delaminacja. W celu określenia wytrzymałości konstrukcji kompozytowej należy określić nie tylko wartość obciążeń inicjujących zniszczenie, ale dodatkowo należy monitorować proces powstawania innych lokalnych zniszczeń, ich rozwój oraz proces degradacji struktury. Opracowano wiele modeli zniszczenia i wprowadzono do literatury różne kryteria zniszczenia. Proces zniszczenia następuje w momencie, gdy przynajmniej jedno kryterium jest spełnione. W największej ogólności kryteria można podzielić na zależne od pojedynczego naprężenia lub kombinacji wielu naprężeń lub znormalizowanej wartości zależnej od naprężeń i różnych wartości charakteryzujących konstrukcję i zastosowany materiał. W ocenie zniszczenia wprowadzono obok naprężeń wielkości zależne od naprężeń, np. odkształcenie,

siły, przemieszczenia. Bardzo szczegółowe omówienie tych zagadnień można znaleźć m.in. w monografiach: Hinton i inni [179], Greenhalgh [149], Carlsson i Kardomateas [75], Davis [103], Kunniuen i inni [257], Noor i Shuart [320], Zureick i Nettles [467].

W celu opisanego procesu zniszczenia elementów kompozytowych należy korzystać z kryteriów, które zależą od wartości ustalonych na drodze eksperymentalnych wartości naprężeń dopuszczalnych dla różnych stanów obciążenia. Opracowano wiele norm, które określają własności mechaniczne kompozytów. Szczegółowo przegląd norm oraz procedur badawczych przedstawiono m.in. w monografiach: Hodgkinson [181], Adams i inni [4], Zureick i Nettles [467], Ochelski [322]. W literaturze najczęściej stosowane są normy ISO (International Standards Organisations): [PN-EN ISO 14125 [346], PN-EN ISO 14126 [347], PN-EN ISO 14129 [348], PN-EN ISO 14130 [349], PN-EN ISO 527-1 [350], PN-EN ISO 527-4 [351], PN-EN ISO 527-5 [352], PN-ISO 5893 [353]] oraz ASTM (American Society for Testing and Materials): [ASTM D3039M [20], ASTM D 5467-93 [18], ASTM D 3518 [15], ASTM D 5379 [17], ASTM D790M-93 [21], ASTM D 3846 [16], ASTM D 5528-94a [19]]. W pomiarach prowadzone są standardowe próby: rozciągania, ściskania, zginania, ścinania i rozdierania. Prowadzone są również badania nad ulepszonymi metodami doświadczalnymi, które pozwolą oszacować właściwości mechaniczne różnych kompozytów [Hu [183]], Adams i inni [4], Zureick i Nettles [467]].

Najogólniej kryteria zniszczenia można podzielić ze względu na rodzaj zniszczenia warstwy kompozytu. Wyróżniamy kryteria opisujące zniszczenie dla prostych stanów obciążenia: włókien, osnowy, ścięcie warstw, zniszczenie pierwszej warstwy, inicjację i rozwój delaminacji oraz kryteria dla złożonych stanów obciążenia.

Do pierwszej grupy kryteriów opisujących zniszczenie włókien i osnowy w przypadku rozciągania, ściskania lub ścinania zaliczamy kryteria:

- kryterium maksymalnych naprężeń,
- kryterium maksymalnych odkształceń,
- Hashin [169],
- Hashin [168],
- Chang-Chang [80],
- Puck-Schürmann [356],
- Chang-Lessard [81],
- Greszczuk [150],
- Maimi [291],
- Puck-Schürmann [356],
- Cuntze-Freund [96],
- Dávila i inni [101],

- Pinho i inni [343],
- Huang i inni [184],
- Lee [271],
- Christensen [88],
- Gosse-Christensen [146].

W przypadku rozciągania większość kryteriów opisuje zniszczenie poprzez uszkodzenie najslabszych włókien, pozostałe włókna ulegną zniszczeniu na skutek przekroczenia wartości naprężeń dopuszczalnych. Gdy układ jest ściśkany, następują mikrowyboczenia powiązane z lokalnymi uszkodzeniami kompozytu i efektem płatania się włókien.

Zniszczenie osnowy na ogół następuje na skutek powstawania pęknięć, które prowadzą do zniszczenia kompozytu. Zjawisko to jest skomplikowane, ponieważ obecność włókien zbrojących ma istotny wpływ na powstawanie i rozwój pęknięć.

Kryteria opisujące ścięcie międzywarstwowe to:

- kryterium maksymalnych naprężeń stycznych,
- kryterium maksymalnych odkształceń stycznych,
- Hashin [168],
- Chang-Lessard [81],
- Ladeveze-Le Dantec [260],
- Shahid-Chang [383],
- Cuntze-Freund [96].

Kryteria zniszczenia pierwszej warstwy:

- Sandhu [378];
- Yamada-Sun [459],
- Christensen [89],
- Michopoulos i inni [303],
- Cuntze-Freund [96],
- Tsai-Hill [431],
- Kelly-Davies [207],
- Goldenblat-Kopnov [144],
- Ashkenazi [13],
- Hoffman [182],
- Tsai-Wu [430],
- Theocaris [422],
- Yeh-Stratton [Kim i Yeh [209]],
- Echaabi-Trochu [129].

Model zniszczenia pierwszej warstwy opisuje proces inicjacji zniszczenia, ale zwykle nie prowadzi do katastrofy [Reddy i Pandey [362]]. W wielu kryteriach zniszczenia pierwszej warstwy, stan wyężenia materiału warstwy opisano wielomianami składowych naprężenia. W większości przypadków nie są one powiązane z fizycznością zjawiska zniszczenia. W analizach praktycznych największą popularność uzyskały: kryterium maksymalnych naprężeń, kryterium maksymalnych odkształceń oraz kryterium Tsai-Wu. Szczególnie kryterium Tsai-Wu stanowiące kryterium interakcyjne w odniesieniu do poszczególnych składowych naprężenia potwierdziło swoją uniwersalność, ponieważ uzyskiwane wyniki są bardzo bliskie z wynikami uzyskiwanymi nowymi metodami. W odniesieniu do konstrukcji cienkościennych praktykę stosowania kryterium Tsai-Wu przedstawiono w pracy: Kołakowski [229]. Należy pamiętać, że kryterium to jest stosowane w przypadku, gdy efekt delaminacji jest pomijalny. Rozwijano nowe teorie m.in. SIFT (ang. *Strain Invariant Failure Theory*), MMF (ang. *Micro-Mechanics of Failure*) i formułowano nowe kryteria, ale żadne z nich ze względu na bardzo skomplikowaną postać nie zyskały szerszej popularności, np. Tay i inni [407], [406], Li i inni [277], Mayes i Hansen [301, 302], Zhu i inni [466] czy Ha [156]. Szerokie omówienie powyższych kryteriów można znaleźć m.in. w pracach: Davila [100], Hinton i Soden [180], Soden i inni [389], Theocaris [422], Narayanaswami [315], Haga i inni [160], Paris [332].

Kryteria stosowane do inicjacji delaminacji to:

- Hashin [168],
- Lee [271],
- Kim-Soni [211],
- Ochoa-Engblom [323],
- Brewer-Lagacé [53],
- Long [284],
- Tsai [Tong [426]],
- Tong-Tsai [Tong [426]],
- Degen-Tsai [Tong [426]],
- Degen-Tong-Tsai [Tong [426]],
- Norris [Tong [426]],
- Norris-Tong [Tong [426]],
- Zhang [464],
- Wisnom i inni [454],
- Goyal i inni [147].

Kryteria opisujące rozwój delaminacji:

- Hahn [162],
- Hahn-Johnnsson [161],
- Whitcomb [448],
- Donaldson [124],
- Hashemi S, Kinloch [164],
- White [449],
- Hashemi-Kinloch [165],
- Yan-Du-Wang [460],
- Hashemi-Williams [166],
- Reeder [363],
- Benzeggagh-Kenane [41],
- Davidson-Zhao [99].

Zhang i Yang [465] oraz Orifici i inni [326] przedstawili wyczerpujący przegląd literatury poświęconej kryteriom i postaciom zniszczenia zachodzącym w materiałach kompozytowych.

W dalszej fazie należy opisać kolejne etapy rozwoju zniszczenia struktury kompozytowej, tzw. mechanizm zniszczenia [Effendi i inni [130]]. W przypadku kompozytów włóknistych ma miejsce wiele rodzajów zniszczeń lokalnych, które łącząc się powodują, że element kompozytowy rozpada się na wiele części. Lokalne zniszczenia mogą mieć formę: pęknięcia matrycy, zerwania lub wyboczenia włókna, rozwarstwienia [Tamin [405], Voyiadjis i Allen [445], Sridharan [394], Summerscales [400], Orifici i inni [326]]. Poszczególne zniszczenia lokalne mogą rozwijać się pod działaniem obciążenia i/lub łączyć z innymi zniszczeniami lokalnymi [Phillips i inni [339], Spootswood i Palazotto [393]]. Rozwój zniszczeń prowadzących do zmiany sztywności z zastosowaniem ciągłego mechanizmu zniszczenia CDM (ang. *continuum damage mechanics*) jako pierwszy badał Kachanov [201]. Wprowadzenie teorii CDM spowodowało odejście od średnich właściwości mechanicznych kompozytu i powiązania mechanizmu zniszczenia z właściwościami mechanicznymi zastosowanych do budowy kompozytu materiałów. Opracowano wiele modeli zniszczenia materiałów anizotropowych i kompozytów FRC z zastosowaniem teorii CDM [Lemaitre i Chaboche [274], Lemaitre [275], Liu i Zheng [283]]. Opisano modele degradacji sztywności kompozytów m.in. w pracach: Basu i inni [34], Maimi i inni [291, 292, 293], Matzenmiller i inni [300], Kwon i Liu [258], Schipperen [381], Maa i Cheng [289], Camanho i inni [67]]. Następnie Perreux i inni [337] oraz Liu i Zheng [281] opisali proces rozwoju zniszczenia, wyjaśniając trzy modele zniszczenia:

pękanie włókien, pęknięcie osnowy i zniszczenie poprzez ścinanie. Dalsze prace skupiają się na budowie modeli uwzględniających plastyczne i sprzężone modele zniszczenia [Lin i Hu [279], Boutaous i inni [49], Barbero [30]].

W latach osiemdziesiątych dwudziestego wieku Ladeveze [263, 264] przedstawił teorię zniszczenia kompozytu w skali mezo i później ze współpracownikami rozwijał zniszczenie delaminacyjne [Ladeveze i inni [259], Allix i Ladeveze [8]] oraz inne przypadki zniszczenia [Ladeveze [262], Ladeveze i Lubineau [261]]. Powyższe modele do wzmocnionych płyt kompozytowych zastosował m.in. Flesher i Herakovich [135].

2.2. Symulacje metodą elementów skończonych

W modelowaniu elementów i konstrukcji kompozytowych w obliczeniach numerycznych metodą elementów skończonych stosowane są modele zarówno dwu (2D), jak i trzy (3D) wymiarowe. W przypadku modelowania MES laminatów stosowana jest klasyczna teoria laminatu (CLT) m.in. w pracach: Rohwer i inni [369], Rao [359], Saigal i inni [376] oraz książkach: Jones [198], Vinson i Chou [442], Reddy [361], jak i teorie ścinania pierwszego rzędu (FSDT) – Kreja i inni [245], Panda i Natarajan [331], Chang i Sawamiphakdi [82], Jun i Hong [199], Ferreira i Barbosa [134], Laschet i Jeusette [269], Rikards i Chate [366], Haas i Lee [157], Groenwold i Stander [152], Dorninger i Rammerstorfer [127] oraz teorie ścinania wyższego rzędu (HSDT) – Dennis i Palazotto [107], Naboulsi i Palazotto [314], Tsai i inni [429], Moita i inni [308], Bose i Reddy [48], Chaplin i Palazotto [84]. W pracach m.in: Basar i inni [33], Krätzig i Jun [243, 244], Gaudenzi i inni [138] oraz Carrera [76] zastosowano model DLT. Modelowanie 3D laminatów metodą elementów skończonych przedstawiono m.in. w pracach: Bogdanovich i Yushanov [45], Desai i inni [108], Feng i Hoa [132].

Metoda elementów skończonych jest powszechnie uznanym narzędziem do określenia zjawiska zniszczenia w przypadku kompozytów FRC [Liu i Zheng [282], Kreja [246]]. Procedury obliczeniowe zniszczenia elementów kompozytowych FRC z zastosowaniem MES szczegółowo przedstawiono w monografiach: Ochoa i Reddy [324] oraz Barbero [31]. Typowe nieliniowe równanie MES: $K_T(u) u = P$ jest rozwiązywane iteracyjną metodą Newtona-Raphsona. Wartość stycznej macierzy sztywności zależy od stałych materiałowych i nieznanymi przemieszczeń. W procesie obliczeń musi być zdefiniowane kryterium zniszczenia, które określa, kiedy element ulega zniszczeniu. Dalej zastosowanie teorii CDM pozwala oszacować degradację sztywności elementu. Obliczenia są powtarzane do momentu katastrofy. W obliczeniach tą metodą często następuje przerwanie obliczeń spowodowane przez brak zbieżności rozwiązania lub ujemne wartości sztywności. Aby rozwiązać te problemy obliczeniowe, Tay i inni

[406, 407] zaproponowali specjalną metodę obliczeń bazujących na modyfikacji sił węzłowych w zależności od stopnia zniszczenia kompozytu. Przy czym zmiany sił węzłowych realizowano na kilka sposobów. Szczegóły można znaleźć w pracach: Gao i Bower [137], Xu i Needleman [458], Riks [367], Ramm [358], Crisfield [94].

Zhang i Yang [465] oraz Orifici i inni [326] przedstawili rozwój zniszczenia i algorytmy MES użyte do obliczeń. W obliczeniach MES proces inicjacji i rozwoju zniszczenia często opisywany jest z zastosowaniem energetycznych kryteriów zniszczenia bazujących na teorii pęknięcia VCCT (ang. *Virtual Crack Closure Technique*) [Krueger [252], Xie i Biggers [456], Leski [276], Orifici i inni [327]]. Dodatkowo w przypadku kompozytów włóknistych do teorii VCCT stosuje się tzw. pojęcie strefy kohezynnej [Tvergaard i Hutchinson [435], Allen i Searcy [7], Camanho i inni [65], Xie i Waas [457], Turon i inni [434], Sun i Jin [402], Cox i Yang [93], Shin i Wang [384], Lapczyk i Hurtado (2007), Rami [357]].

Analizy zniszczenia kompozytów FRC można prowadzić z zastosowaniem komercyjnych pakietów MES, jak m.in. Abaqus czy Ansys, zarówno w analizie quasi-statycznej, jak i dynamicznej. Abaqus/Explicit prowadzi obliczenia dynamiczne z zastosowaniem kryterium Hashina [Hibbit i inni [175], Swanson [403]]. Wyniki analiz z zastosowaniem pakietów komercyjnych można znaleźć np. w pracach: Huang [186, 187], Fredriksson i inni [136].

W ostatnim okresie do opisu zniszczenia kompozytów stosowany jest tzw. XFEM (ang. *eXtended Finite Element Method*), specjalna metoda elementów skończonych zaproponowana przez Belytschko i innych [Belytschko i Block [38], Moës i inni [307], Moës i Belytschko [306], Dolbow i inni [123]]. Metoda XFEM wprowadza element ciągły z dodatkowymi stopniami swobody, które wprowadzają nieciągłości w przypadku, gdy spełnione jest kryterium zniszczenia w czasie obliczeń. Abdelaziz i Hamouine [2] przedstawili przegląd zastosowań metody XFEM w praktyce inżynierskiej. W swoich obliczeniach metodę XFEM stosowali m.in. Guidault i inni [154], Nistor i inni [318], Giner i inni [143], Yan i Park [461], Huynh i Belytschko [190].

2.3. Wyboczenie elementów konstrukcji

Ściskane konstrukcje cienkościenne są powszechnie stosowane w praktyce inżynierskiej. Szczególnie intensywny rozwój badań nad konstrukcjami tego typu nastąpił po drugiej wojnie światowej. Spowodowało to konieczność opracowania metod obliczeniowych, które można by zastosować w praktyce. Rozwinięto teorię stanu zakrytycznego dla izotropowych konstrukcji pracujących w zakresie sprężystym. Szczegółowy przegląd literatury z tego okresu do początku lat siedemdziesiątych dwudziestego wieku, liczący 215 prac, można

znaleźć w opracowaniu: Hutchinson i Koiter [189]. Badając zachowanie ściskanych długich elementów cienkościennych, stwierdzono, że zachodzi interakcja postaci wyboczenia. Badanie tego zjawiska wymaga zastosowania ogólnej asymptotycznej teorii stateczności. Spośród wszystkich wersji ogólnej nieliniowej teorii stateczności teoria Koitera [213, 214] dla układów zachowawczych jest najbardziej popularna z powodu jej ogólnego charakteru i rozpowszechnienia. Szerokie omówienie tej teorii można znaleźć w książce van der Heijden (red.) [438] lub w pracy Budiansky i Hutchinson [57], natomiast w języku polskim Gryboś [153] i Królak (red.) [248]. Byskov i Hutchinson [62] sformułowali asymptotyczną teorię Koitera w postaci dogodnej do praktycznego stosowania. Teoria ta jest oparta na asymptotycznym rozwinięciu zakrytycznej ścieżki równowagi i jest w stanie uwzględnić wzajemne oddziaływanie prawie jednoczesnych postaci wyboczenia. Wyrażenie na energię potencjalną układu rozwinięto w szereg potęgowy względem amplitud liniowych postaci wyboczenia w pobliżu punktu bifurkacji. Metoda zakłóceń prowadzi do iteracyjnej metody określania współczynników tego rozkładu, przy czym w każdym przybliżeniu rozwiązuje się liniowe zagadnienie brzegowe. Stateczność układu określa się znakiem drugiej wariacji energii potencjalnej.

Ogólną asymptotyczną teorię stateczności układów zachowawczych zastosowano do opisu zachowania ściskanej płyty i przedstawiono m.in. w pracach: Tvergaard [436, 437], Byskov [63], Thompson i Hunt [424] w odniesieniu do ściskanych słupów o prostych przekrojach. Sridharan [398], Benito i Sridharan [39, 40], Goltermann i Mollman [145], Mollman i Goltermann [309], Pignataro i Luongo [342] do przyrzutowych słupów o dowolnych przekrojach swobodnie podpartych zastosowali metodę analityczno-numeryczną, wykorzystując metodę pasm skończonych. W dalszych pracach znaleziono rozwiązania dla dowolnych warunków brzegowych, stosując zmodyfikowaną metodę pasm skończonych [van Erp, Menken [439]] oraz elementów skończonych [Haftka i inni [159], Byskov i Hansen [61], Byskov [64], Lanzo i Garcea [267]].

Prezentowane metody bazujące na asymptotycznej teorii stateczności bardzo trudno sprowadzić do postaci akceptowanej przez praktyków. W zastosowaniach inżynierskich opracowano uproszczone podejście do zagadnień interakcyjnego wyboczenia, tzw. metodę segmentową. Jest to jednostronne podejście, ale prowadzi do prostych zależności. Aby znaleźć zmianę sztywności, stosowano wiele metod m.in. metodę szerokości efektywnych, która jest stosowana w normach i zaleceniach projektowych. Metodę segmentową stosowali do słupów m.in.: Wang i inni [447], Wang i Pao [446], Bradford i Hancock [50] oraz belek, np. Loughlan [285, 286], wykonanych z materiału liniowo-sprężystego. Równolegle do omawianych metod analitycznych i analityczno-numerycznych rozwijały się metody dyskretne: metoda elementów skończonych oraz metoda pasm skończonych. Szerokie omówienie zastosowania metod pasm skończonych do analizy wyboczenia elementów cienkościennych przedstawiał Notenboom [321].

We wczesnych pracach: np. Barsoum i Gallagher [32], Attard [22] metodą elementów skończonych analizowano zjawisko globalnego wyboczenia, stosując elementy belkowe. Zwiększenie mocy obliczeniowych komputerów pozwoliło budować większe modele i do analizy zastosować elementy płytowe, np.: Olsen i Bearden [325], Batoz i inni [35], lub powłokowe, np. Dvorkin i Bathe [128]. Metodę elementów skończonych zastosowano do analizy interakcji postaci wyboczenia m.in. w pracach: Lee i inni [270], Bradford [51, 52] oraz Fafard i inni [131].

Grimaldi i Pignataro [151] dla ściskanego cienkościennego słupa o przekroju otwartym zbadali interakcję globalnej giętej i giętno-skrętnej postaci wyboczenia. Pignataro i inni [341] do omówionych dwóch postaci dołączyli także lokalną postać. Najbardziej niebezpieczną okazała się interakcja lokalnej i globalnej giętej postaci wyboczenia. Zjawisko interakcji lokalnej i globalnej postaci wyboczenia prętów o przekroju otwartym opisali Sridharan i Benito [396]. W dalszych pracach uwzględniano również wpływ wyższej postaci lokalnej: Koiter i van der Neut [212], Koiter [214], Manevich [295, 296], Sridharan i Peng [397], Królak i inni [248], Kołakowski [222, 224], Byskov i Hutchinson [62], Sridharan i Ali [395]. W pracach: Manevich [296, 297] oraz Kołakowski [231, 232, 227, 223] pokazano, że interakcja postaci lokalnych mających znacząco różne długości półfal jest bardzo słaba albo w ogóle nie zachodzi. Dodatkowo stwierdzono, że interakcja dwóch różnych globalnych postaci wyboczenia również nie zachodzi lub jest bardzo słaba. Globalna, eulerowska postać wyboczenia może współdziałać z parzystą liczbą symetrycznych lub antysymetrycznych lokalnych postaci wyboczenia, a globalna postać wyboczenia, giętno-skrętna, tylko z parami lokalnych postaci: symetryczną i antysymetryczną [Pignataro i inni [341], Sridharan i Ali [395], Kołakowski [223]].

W Polsce duży wkład w badanie zagadnienia stanów zakrytycznych oraz interakcyjnego wyboczenia ma zespół naukowców pod kierunkiem prof. Mariana Królaka i obecnie prof. Zbigniewa Kołakowskiego, składający się w większości z pracowników Katedry Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji Politechniki Łódzkiej. Szczególnie istotne są prace: Królak (red.) [248] oraz Kołakowski [225], gdzie omówiono teorię interakcyjnego wyboczenia cienkościennych konstrukcji sprężystych poddanych obciążeniom statycznym oraz zebrano bogaty przegląd literatury. Zastosowano tę teorię dla różnych konstrukcji: słupów o przekroju trapezu: Kołakowski [226, 232], różnych słupów o przekroju otwartym i/lub zamkniętym: Kołakowski [222, 223, 224, 230] oraz uźebrowanych płyt: Kołakowski [228, 231, 227].

W ostatnich latach prace tego zespołu koncentrowały się na zjawisku stateczności konstrukcji wykonanych z nowoczesnych materiałów kompozytowych. Wśród prac, które warto wyróżnić, są: monografia poświęcona konstrukcjom kompozytowym: Kołakowski, Kowal-Michalska (red.) [234] oraz artykuły opisujące: płyty kompozytowe: Kołakowski i Królak [219], ortotropowe

konstrukcje cienkościenne: Kołakowski [228], Królak i Kołakowski [250], Kubiak [254], słupy kompozytowe: Kołakowski i inni [217], Kołakowski [233], Kołakowski i Kubiak [221], Teter i Kołakowski [419], Królak i Mania [247], Kołakowski i Kowal-Michalska [216], Kołakowski [229].

Ważnym ośrodkiem w Polsce zajmującym się zjawiskiem utraty stateczności elementów kompozytowych jest również zespół naukowców z Politechniki Krakowskiej skupionych wokół prof. Aleksandra Muca. Zespół ten podejmuje również problematykę: mechaniki kompozytów, optymalizacji i projektowania konstrukcji kompozytowych [310-313].

W celu weryfikacji stosowanego modelu matematycznego opisującego zachowanie ściskanych cienkościennych konstrukcji prowadzone są badania eksperymentalne. Przegląd literatury dla cienkościennych konstrukcji izotropowych można znaleźć w pracy: Chou i Rhodes [86], zaś szczegółowy opis badań eksperymentalnych przedstawiono w pracy: Singer i inni vol. 1 [387] i vol. 2 [388], gdzie autorzy zebrali przegląd najważniejszych prac eksperymentalnych prowadzonych do 2002 roku. Przegląd literatury liczy ponad 2000 pozycji. Tom pierwszy omawia badania doświadczalne ściskanych: prętów, słupów, belek, łuków i gładkich płyt, podczas gdy tom drugi – powłoki, uźebrowane płyty i powłoki, struktury kompozytowe, wyboczenie plastyczne, zniszczenie, obciążenie dynamiczne, wyboczenie termiczne.

Na początku eksperymentalnie weryfikowano teorię dla wyboczenia cienkich laminowanych płyt i powłok. Leissa [272] opisał ponad 400 publikacji poświęconych tej tematyce. Szeroki przegląd literatury dla laminowanych płyt można znaleźć również w pracy: Kapania i Raciti [204]. Pionierskie prace nad ściskanymi panelami wykonanymi z kompozytu szklanego w 1948 roku wykonali Hoff, Boley i Coan [Leissa [272]]. Szczególnie intensywne badania eksperymentalne nad płytami kompozytowymi prowadzono w latach sześćdziesiątych i początku lat siedemdziesiątych dwudziestego wieku m.in.: Davis, Zender, Ashton, Love, Willey, Verchery. Davis i Zender [102] badali stan krytyczny i pokrytyczny wielowarstwowych płyt wykonanych z kompozytu szklanego. Ashton i Love [14] do wyznaczenia obciążenia krytycznego płyt wykonanych z włókna borowego zastosowali metodę Southwella [Bazant i Cedolin [37]]. Metodę Southwella do wyznaczenia obciążeń krytycznych płyt i kolumn stosowali m.in. Coan [91], Kicher i Mandell [208], Chailleux i inni [78], Jensen i Lagace [195], Lagace i inni [265], Barbero i Raftoyiannis [26], Barbero i Tomblin [28, 29], Parlappalli i inni [333].

Venkataramaiah i Roorda [441] oraz Rhodes i Zaráś [216] opisali metody eksperymentalne wyznaczania sił krytycznych.

Drugą grupą badanych kompozytowych paneli były ścinane tarcze, np. Kaminski i Ashton [203], Bush [59], Agarwal [5]. W pracach m.in.: Harris [163], Lukoshevichyus [287], Libove [278], Tung i Surdenas [433] podjęto

problematykę wyboczenia następującego na skutek złożonego obciążenia. Uzębrowane płyty poddane ścisłaniu badali: Williams i Stein [453], Romeo [371], Romeo i Frulla [370], Lanzi [266], Perret i inni [336]. Badania nad zniszczeniem ścisłanych paneli kompozytowych można znaleźć w pracach: Satyamurthy i inni [380], Buskell i inni [60]. W nielicznych pracach m.in.: Chailleux i inni [78], Barbero i Tomblin [28, 29], Barbero i Raftoyiannis [26], Barbero i inni [25], Arbelo i inni [12] przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych opisujących zachowanie ścisłanych cienkościennych słupów kompozytowych.

Odrębną grupę badań stanowią prace poświęcone powłokom zarówno gładkim, jak i żebrowanym. Szczegółowy przegląd literatury można znaleźć w pracy: Tennyson [408], Simitses [385], Singer i inni vol. 2 [388], Kołakowski i Kowal-Michalska (red.) [216].

Zaprezentowany przegląd literatury stanowi próbę względnie obszernego przedstawienia bieżącego stanu wiedzy dotyczącego tematyki związanej z zagadnieniami badawczymi realizowanymi w niniejszej pracy. Nie wyczerpuje to oczywiście wszystkich opublikowanych prac z prezentowanego zakresu tematycznego, jednakże intencją autora było przedstawienie aktualnego zakresu publikowanych wyników. Przeprowadzona analiza wykazała wyraźny brak wyników badań doświadczalnych dotyczących stanów krytycznych, pokrytycznych i nośności, czyli pracy konstrukcji w pełnym zakresie obciążenia dla cienkościennych słupów o złożonych kształtach przekroju poprzecznego wykonanych z materiałów kompozytowych. Autor niniejszej pracy podjął próbę częściowego wypełnienia tego obszaru tematycznego.

CEL PRACY

Zagadnienia stateczności cienkościennych konstrukcji kompozytowych stanowią od wielu lat obszar badań naukowców. Wyniki tych badań znalazły zastosowanie w wiodących dziedzinach przemysłu (m.in. przemysł lotniczy czy motoryzacyjny). Wciąż rosnące zastosowanie nowoczesnych materiałów kompozytowych, a w przypadku konstrukcji cienkościennych kompozytów włóknistych – laminatów w naturalny sposób wymusza konieczność udoskonalania badań umożliwiających coraz dokładniejsze określanie własności mechanicznych struktur wykonanych z tych materiałów. Dotyczy to przede wszystkim cienkościennych elementów nośnych, które we współczesnych konstrukcjach określane są jako elementy o charakterze krytycznym (ang. *primary structures*). Zaprezentowany w poprzednim rozdziale stan wiedzy dotyczący zagadnień stateczności cienkościennych konstrukcji kompozytowych koncentruje się w przeważającej większości na rozważaniach teoretycznych, natomiast nadal brakuje prac zawierających wyniki badań doświadczalnych w tym zakresie.

Kolejnym wyzwaniem jest pogłębiony opis zachowania się konstrukcji kompozytowej w stanie silnie pokrytycznym oraz w warunkach obciążenia niszczonego. Znane z literatury kryteria zniszczenia kompozytów włóknistych stanowią w większości prezentowanych przykładów teoretyczne studium charakteryzujące proces zniszczenia tych materiałów. Brakuje wiarygodnej weryfikacji stosowanych kryteriów zniszczenia kompozytu w konstrukcjach rzeczywistych, tzn. przy uwzględnieniu nieuniknionych niedokładności, imperfekcji czy nieciągłości materiału. Wobec powyższego oraz biorąc pod uwagę wcześniejsze zainteresowanie autora tematyką stateczności konstrukcji kompozytowych, w niniejszej pracy podjęte zostały działania zmierzające do określenia metod badawczych umożliwiających analizę nieliniowej stateczności i zniszczenia kompozytowych cienkościennych konstrukcji słupowych.

W literaturze dotyczącej zagadnień stateczności cienkościennych konstrukcji można znaleźć dużo informacji na temat stanu krytycznego konstrukcji wykonanych z klasycznych materiałów izotropowych. Brakuje natomiast wyników dla kształtowników wykonanych z materiałów kompozytowych. W szczególności dotyczy to wyników badań doświadczalnych stateczności kompozytowych cienkościennych konstrukcji słupowych o złożonych przekrojach wykonanych z kompozytów węglowo-epoksydowych.

Na podstawie powyższego oraz z przeprowadzonego w poprzednim rozdziale przeglądu literatury można sformułować następujące **cele niniejszej pracy**:

- wykazanie wpływu układu warstw kompozytu na wartość obciążenia krytycznego i niszczącego ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych podpartych przegubowo,
- opracowanie modeli numerycznych umożliwiających analizę nieliniowej stateczności i stanów granicznych uwzględniających specyfikę prowadzonych badań doświadczalnych,
- opracowanie metodyki badań cienkościennych słupów kompozytowych o złożonych kształtach przekroju poprzecznego w pełnym zakresie obciążenia,
- weryfikacja przydatności wybranych kryteriów zniszczenia kompozytu do oceny zjawiska zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych.

Teza pracy: możliwe jest zbudowanie modelu numerycznego zweryfikowanego doświadczalnie opisującego zachowanie ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych o złożonych kształtach przekroju poprzecznego w pełnym zakresie obciążenia z opisem charakteru zjawisk zniszczenia.

W przypadku konstrukcji laminatowych w celu określenia obciążeń niszczących analizuje się zachowanie wszystkich warstw kompozytu, które ze względu na różne kierunki ułożenia włókien mogą znajdować się jednocześnie w odmiennych stanach wyężenia. Właściwa identyfikacja nośności poszczególnych warstw kompozytu stanowi złożone zagadnienie, wymagające określenia składowych stanu naprężenia decydujących o wytrzymałości każdej warstwy.

Prowadzone badania eksperymentalne na wytworzonych cienkościennych słupach kompozytowych umożliwiły obserwację rzeczywistego zachowania się konstrukcji w stanie krytycznym i pokrytycznym, a także identyfikację procesu jej zniszczenia. Zakres badań obejmował również określenie podstawowych właściwości mechanicznych materiału oraz wytrzymałości materiału na poszczególne stany obciążenia, prowadzone w badaniach niszczących wg normy ISO przedmiotowej w tym zakresie. Określone właściwości materiału zastosowano do budowy modelu materiału w obliczeniach numerycznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych.

W prowadzonych obliczeniach zastosowano dwie alternatywne metody: metodę elementów skończonych (MES) oraz metodę analityczno-numeryczną (MAN) bazującą na asymptotycznej teorii Koitera. MES umożliwia modelowanie cienkościennych struktur kompozytowych z uwzględnieniem niedokładności i rzeczywistych warunków obciążenia i podparcia. Zastosowane procedury

obliczeniowe umożliwiły analizę stanów krytycznych konstrukcji, jak również stanów pokrytycznych z zainicjowaną imperfekcją wstępną odpowiadającą najniższej lokalnej postaci utraty stateczności. Prowadzone obliczenia stanowiły również wstępną analizę procesu zniszczenia z wykorzystaniem wybranych kryteriów zniszczenia kompozytu, umożliwiając jednocześnie wyznaczenie wartości obciążenia niszczącego.

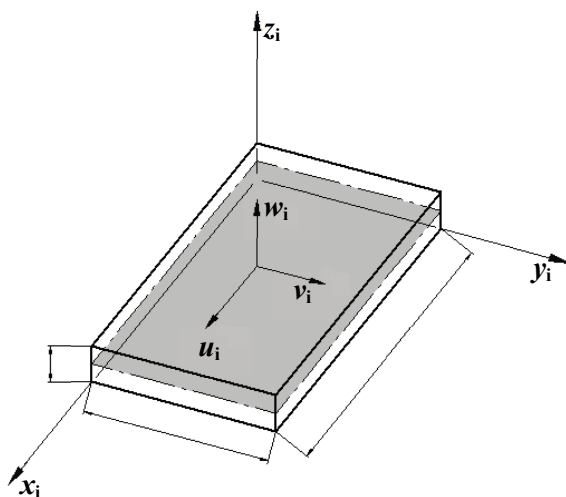
Równolegle prowadzono obliczenia numeryczne z zastosowaniem metody analityczno-numerycznej (MAN). Metoda ta umożliwia analizę wyboczenia i stanów pokrytycznych cienkościennych konstrukcji kompozytowych z uwzględnieniem ugięć wstępnych.

Zestawienie wyników obliczeń numerycznych MES i MAN z wynikami badań doświadczalnych pozwala na dokonanie weryfikacji otrzymanych wyników badań oraz zastosowanych metod badawczych. Realizacja zasadniczych celów pracy oparta na zastosowaniu nowoczesnych metod badawczych, a także na dotychczasowym doświadczeniu i wynikach naukowych autora stanowi wkład w rozwój stanu wiedzy dotyczącej metodyki analizy zagadnienia stateczności oraz nośności cienkościennych słupów o przekrojach otwartych wykonanych z materiałów kompozytowych.

PODSTAWOWE RÓWNANIA STATECZNOŚCI

4.1. Stateczność cienkościennych płyt – założenia podstawowe

W pracy analizowano cienkościennie konstrukcje słupowe o przekrojach otwartych, zbudowane z płaskich ścian połączonych na wzdłużnych krawędziach i podparte przegubowo na obydwu końcach. Ściany badanych konstrukcji stanowiły kompozytowe płyty wielowarstwowe o właściwościach ortotropowych poszczególnych warstw – rys. 4.1.



Rys. 4.1. Geometria płyty z przyjętym układem współrzędnych dla i-tej płyty

Badane konstrukcje cienkościennie stanowią układ wielowarstwowy, do analizy którego przyjęto dwuwymiarowy model płytowy z założeniami dotyczącymi klasycznej teorii cienkich płyt oraz płyt wielowarstwowych [9, 56, 196, 198, 206, 213, 234, 248, 249, 455]:

- grubość płyty jest stała i wielokrotnie mniejsza od jej pozostałych wymiarów gabarytowych (długości i szerokości),
- płyta wykonana jest z materiału sprężystego,
- w płycie panuje płaski stan naprężenia, tzn. naprężenia w płaszczyźnie płyty σ_{xx} i σ_{yy} są dominujące, natomiast naprężenia w kierunku normalnym do płyty σ_{zz} przyjmuje się równe zero; naprężenia styczne w kierunkach prostopadłych do płyty τ_{xz} i τ_{yz} są wielokrotnie mniejsze niż wartości naprężeń w płaszczyźnie płyty σ_{xx} , σ_{yy} oraz τ_{xy} ,
- płyta wielowarstwowa odkształca się, spełniając założenia hipotezy Kirchhoffa-Love'a, zgodnie z którą proste normalne do nieodkształconej powierzchni środkowej pozostają prostymi normalnymi do powierzchni środkowej płyty po wyoboczeniu; ponadto pomija się składowe stanu odkształcenia γ_{xz} , γ_{yz} oraz ϵ_z ,
- zakłada się małe przemieszczenia w płaszczyźnie płyty, tzn. ϵ_x , ϵ_y , $\gamma_{xy} \ll 1$,
- przyjmuje się, że warstwy płyty są ze sobą doskonale połączone,
- pomija się oddziaływanie pomiędzy warstwami w kierunku prostopadłym do powierzchni środkowej,
- każda warstwa jest ortotropowa i ma stałą grubość,
- rzemieszczenia powierzchni środkowej płyty nie zależą od współrzędnej z .

Do opisu powierzchni środkowej każdej i -tej płyty będącej ścianą słupa przyjęto tensor odkształcenia w następującej postaci (Królak (red.) [249], Kołakowski, Kowal-Michalska (red.) [234], Kowal-Michalska (red.) [238], Kubiak [256], Kołakowski, Teter [235, 236], Teter, Kołakowski [411, 417, 420], Teter [409]):

$$\begin{aligned}\epsilon_{xi} &= u_{i,x} + 0,5 \left(w_{i,x}^2 + u_{i,x}^2 + v_{i,x}^2 \right) \\ \epsilon_{yi} &= v_{i,y} + 0,5 \left(w_{i,y}^2 + u_{i,y}^2 + v_{i,y}^2 \right) \\ 2\epsilon_{xyi} &= \gamma_{xyi} = u_{i,y} + v_{i,x} + w_{i,x}w_{i,y} + u_{i,x}u_{i,y} + v_{i,x}v_{i,y}\end{aligned}\tag{4.1}$$

gdzie: u_i , v_i oraz w_i – składowe przemieszczenia powierzchni środkowej równoległe do osi: x_i , y_i , z_i układu kartezjańskiego (rys. 4.1). Płaszczyzna x_i - y_i pokrywa się z powierzchnią środkową i -tej płyty przed jej wyoboczeniem.

Przyrosty krzywizn zginania: κ_{ix} , κ_{iy} i skręcenia: κ_{ixy} dla i -tej płyty są opisanymi liniowymi zależnościami, co stanowi główne ograniczenie przyjętej teorii (Woźniak (red.) [455], Pietraszkiewicz [340]):

$$\kappa_{xi} = -w_{i,xx}, \quad \kappa_{yi} = -w_{i,yy}, \quad \kappa_{xyi} = -w_{i,xy} \quad (4.2)$$

W dalszej części pominięto dolny indeks „i” dotyczący i-tej płyty.

Siły i momenty przekrojowe zredukowane do powierzchni środkowej płyty dla materiału izotropowego opisano m.in. w pracach: Kołakowski, Teter [235-237], Teter, Kołakowski [411, 412, 414-416, 418-420] oraz Teter [409].

4.2. Właściwości mechaniczne warstwy ortotropowej

Do opisu właściwości mechanicznych warstwy kompozytu przyjmuje się, że poszczególne komponenty warstwy – osnowa oraz włókna zbrojące są ze sobą idealnie połączone, tworząc w obrębie warstwy materiał jednorodny o właściwościach liniowo-sprężystych. Dodatkowo założenie idealnego połączenia poszczególnych warstw pozwala traktować kompozyt jako continuum materiałowe, dla którego przyjmuje się opis na poziomie makromechaniki. Zgodnie z podstawowymi założeniami płyt warstwowych każda warstwa kompozytu jest traktowana jako ortotropowa konstrukcja płytowa w płaskim stanie naprężenia, dla której związki konstytutywne w lokalnym układzie odniesienia związanym z głównymi kierunkami ortotropii 1-2, z których kierunek 1 pokrywa się z kierunkiem ułożenia włókien (rys. 4.2) można zapisać w następującej postaci:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [Q]\{\varepsilon\} \quad (4.3)$$

ponieważ w klasycznej teorii płyt kompozytowych (tj. dla płaskiego stanu naprężenia):

$$\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0. \quad (4.4)$$

Występujące w równaniu (4.3) wyrazy macierzy sztywności Q_{ij} są wyrazami definiowanymi w funkcji tzw. stałych inżynierskich, która dla płaskiego stanu naprężenia przyjmuje następującą postać:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Wyrazy macierzy sztywności (4.5) zawierają stałe inżynierskie związane bezpośrednio z głównymi kierunkami ortotropii 1-2 odpowiednio równoległymi (kierunek-1) i prostopadłymi (kierunek-2) do kierunku ułożenia włókien kompozytu. Można je zdefiniować w sposób następujący: E_1, E_2 – moduły Younga w głównych kierunkach ortotropii 1 i 2, ν_{ij} – liczby Poissona, dla których kierunek j określa kierunek odkształcenia poprzecznego, natomiast kierunek i wyznacza kierunek naprężeń, G_{12} – moduł Kirchhoffa (odkształcenia postaciowego) w płaszczyźnie warstwy 1-2. Dodatkowo zgodnie z twierdzeniem Betty'ego – Maxwella słuszna jest zależność:

$$E_1 \nu_{21} = E_2 \nu_{12} \quad (4.6)$$

Równania (4.3)÷(4.6) dotyczące warstwy ortotropowej są zapisane w głównych kierunkach ortotropii 1-2 określanych w literaturze jako tzw. konfiguracja osiowa. Analiza mechaniczna kompozytów wymaga zapisu równań fizycznych również w układzie dowolnie zorientowanym względem głównych kierunków ortotropii, ponieważ w większości przypadków właśnie w tym układzie zdefiniowane jest obciążenie działające na kompozyt. Zachodzi zatem konieczność transformacji naprężeń i odkształceń z układu osi głównych (1-2) do układu dowolnego (x - y) nazywanego czasami „układem nieosiowym” związanym zazwyczaj z geometrią płyty (równoległym do boków płyty) – rys. 4.2. Zależności pomiędzy naprężeniami i odkształceniami wyrażonymi w układzie 1-2 oraz x - y można zapisać następująco:

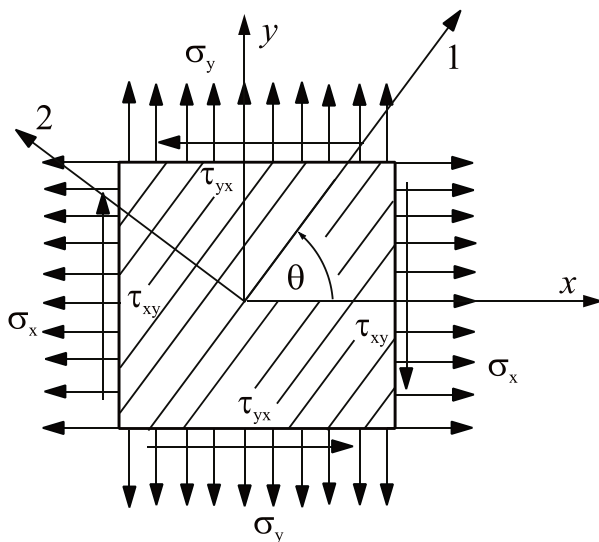
$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} = \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

gdzie:

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Występujące w macierzach transformacji elementy m i n oznaczają odpowiednio sinus i cosinus zorientowanego kąta laminacji θ – rys. 4.2.



Rys. 4.2. Układy współrzędnych kompozytu: 1-2 konfiguracja osiowa oraz x-y konfiguracja nieosiowa

Elementy macierzy σ , ε oraz Q transformują się przy obrocie układu współrzędnych zgodnie z prawami transformacji tensorów, co w konsekwencji prowadzi do zapisu związków konstytutywnych (zależności naprężenie-odkształcenie (4.3)) w konfiguracji nieosiowej x - y w następującej postaci:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

gdzie elementy macierzy sztywności \bar{Q}_{ij} w konfiguracji nieosiowej x - y można wyrazić następująco:

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T]^T \quad (4.11)$$

gdzie indeks górny -1 oznacza macierz odwrotną, zaś indeks $-T$ oznacza macierz transponowaną.

4.3. Właściwości mechaniczne laminatów

Zgodnie z klasyczną teorią laminacji, zwaną także klasyczną teorią płyt laminatowych, w analizie kompozytów warstwowych uwzględnia się wpływ właściwości mechanicznych poszczególnych warstw na właściwości całego laminatu [140, 197]. W układzie wielowarstwowym na skutek działania obciążenia zewnętrznego w każdej warstwie mogą powstawać różne stany naprężenia. W takim przypadku w celu wyznaczenia wypadkowych sił i momentów w przekroju kompozytu należy poszczególne oddziaływania scałkować po grubości każdej warstwy, a następnie zsumować po wszystkich warstwach laminatu.

Otrzymane zależności przekrojowych sił i momentów można zapisać w postaci:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \{ N \} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz = \sum_{k=1}^p \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \quad (4.12)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \{ M \} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz = \sum_{k=1}^p \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz \quad (4.13)$$

gdzie z_k i z_{k-1} oznaczają odległości k-tej warstwy od powierzchni środkowej laminatu oraz $z_0 = -h/2$.

Kończącą postać równań (4.12) i (4.13) po odpowiednich przekształceniach dla kompozytu warstwowego złożonego z p warstw można zapisać jako:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

lub w formie skróconej:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon\} \\ \{\kappa\} \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

gdzie: ε i κ oznaczają odpowiednio tensory odkształceń i krzywizn powierzchni środkowej laminatu, natomiast wyrazy macierzy A , B oraz D określane są wg zależności:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^p (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (4.17)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (4.18)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^p (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (4.19)$$

oraz:
$$A_{ij} = A_{ji}, B_{ij} = B_{ji}, D_{ij} = D_{ji}. \quad (4.20)$$

W przedstawionym powyżej zapisie macierz $[A]$ określa sztywność rozciągania w płaszczyźnie kompozytu, macierz $[D]$ odpowiada za określenie sztywności giętej laminatu, natomiast macierz $[B]$ określa sprzężenie pomiędzy siłami $\{N\}$ i momentami $\{M\}$ oraz między odkształceniami $\{\varepsilon\}$ i krzywiznami $\{\kappa\}$ płaszczyzny środkowej laminatu.

Równania (4.14) i (4.15) Wilczyński [452] nazywa swego rodzaju „związkami konstytutywnymi” dla laminatu. Macierz sprzężenia $[B]$ wykazuje zatem sprzężone zależności pomiędzy składowymi stanu obciążenia i odkształcenia. Przykładowo pod wpływem prostego rozciągania laminatu wystąpi nie tylko odkształcenie wzdłużne w kierunku działania obciążenia i w kierunkach poprzecznych, lecz również zginanie i zwichrzenie powierzchni środkowej.

Wariacyjne równania równowagi korespondujące z równaniami odkształceń powierzchni środkowej (4.1) i krzywizn (4.2) mają postać [234, 238, 249]:

$$\begin{aligned} \int_S [N_{x,x} + N_{xy,y} + (N_x u_x)_{,x} + (N_y u_y)_{,y} + (N_{xy} u_x)_{,y} + (N_{xy} u_y)_{,x}] \delta u dS &= 0; \\ \int_S [N_{xy,x} + N_{y,y} + (N_x v_x)_{,x} + (N_y v_y)_{,y} + (N_{xy} v_x)_{,y} + (N_{xy} v_y)_{,x}] \delta v dS &= 0; \\ \int_S [M_{x,xx} + M_{y,yy} + 2M_{xy,xy} + (N_x w_x)_{,x} + (N_y w_y)_{,y} + (N_{xy} w_x)_{,y} + (N_{xy} w_y)_{,x}] \delta w dS &= 0. \end{aligned} \quad (4.21)$$

KRYTERIA ZNISZCZENIA LAMINATÓW

5.1. Wytrzymałość warstwy kompozytowej

Wytrzymałość warstwy kompozytowej jest zależna od wytrzymałości komponentów wchodzących w skład warstwy. W przypadku kompozytów włóknistych mamy na ogół do czynienia z dwoma składnikami kompozytu: włóknami zbrojącymi oraz matrycą, czyli osnową. Opis wytrzymałości oraz zniszczenia kompozytów stanowi zagadnienie złożone, ze względu na różne właściwości mechaniczne połączonych składników. Proces zniszczenia materiału kompozytowego może zatem przebiegać w różny sposób. Do najczęściej opisywanych w literaturze mechanizmów zniszczenia warstwy kompozytowej można zaliczyć pęknięcie włókien przy rozciąganiu lub ich wyboczenie przy ściskaniu, jak również zniszczenie osnowy kompozytu powstałe na skutek naprężeń ścinających w płaszczyźnie warstwy czy działania sił prostopadłych do kierunku ułożenia włókien. Zniszczenie kompozytu może również nastąpić poprzez zerwanie połączenia pomiędzy włóknem a osnową, określane jako zniszczenie warstwy interfejsu. W większości przypadków mamy do czynienia ze zniszczeniem materiału kompozytowego na skutek działania kombinacji dwóch lub więcej opisanych mechanizmów zniszczenia, co powoduje duże utrudnienia w przeprowadzeniu jednoznacznego opisu tego zjawiska. Powszechnie stosowaną metodą próby oceny wytrzymałości warstwy kompozytowej jest podejście oparte na potraktowaniu warstwy laminatu jako materiału jednorodnego o właściwościach ortotropowych. Podstawowe charakterystyki wytrzymałościowe laminatu są wyznaczane w oparciu o przedmiotowe normy w tym zakresie (ISO, ASTM) w niszczących badaniach eksperymentalnych. Wspomniane normy ściśle określają parametry testów wytrzymałościowych prowadzonych w głównych kierunkach ortotropii materiału kompozytowego, w ramach których wyznaczane są następujące właściwości mechaniczne, umożliwiające ocenę wytrzymałości kompozytu:

X_t – wytrzymałość graniczna kompozytu na rozciąganie w kierunku włókien,

X_c – wytrzymałość graniczna kompozytu na ściskanie w kierunku włókien,

Y_t – wytrzymałość graniczna kompozytu na rozciąganie w kierunku poprzecznym do włókien,

Y_c – wytrzymałość graniczna kompozytu na ściskanie w kierunku poprzecznym do włókien,

S – wytrzymałość graniczna kompozytu na ścinanie w płaszczyźnie warstwy (przyjmuje się $S = S'$, czyli taką samą wartość na ścinanie w obu kierunkach).

Otrzymane w ten sposób wartości graniczne laminatu umożliwiają makroskopową ocenę wytrzymałości materiału kompozytowego bez konieczności wnikania w istotę samych mechanizmów zniszczenia. Takie podejście umożliwiło wykorzystanie do oceny wytrzymałości kompozytu tzw. hipotez wyężeniowych dla materiałów kompozytowych, poprzez analogię do materiałów izotropowych.

5.2. Podstawowe kryteria zniszczenia kompozytu

W praktyce obliczeniowej występuje wiele kryteriów umożliwiających analizę zniszczenia materiałów kompozytowych, co jest uzasadnione dużą różnorodnością właściwości mechanicznych tych materiałów. Dokładna liczba kryteriów zniszczenia sformułowanych dla materiałów kompozytowych jest w praktyce trudna do ustalenia, ze względu na fakt pojawiania się wciąż nowych sformułowań tego zagadnienia. Przegląd kryteriów wyężeniowych stosowanych dla materiałów kompozytowych podają w swoich pracach m.in. Dąbrowski [104], Neimitz [316], Thom [423], Muc [312] czy Jemiolo [194]. W odniesieniu do cienkościennych konstrukcji kompozytowych – laminatów zakłada się model materiału ortotropowego w płaskim stanie napężenia, dla którego omówionych zostanie kilka najczęściej stosowanych w praktyce hipotez wyężeniowych [77, 83, 140, 198, 202, 215, 238, 322, 401, 423, 452]. We wszystkich kryteriach dotyczących materiałów ortotropowych materiał pojedynczej warstwy jest traktowany makroskopowo jako materiał jednorodny, natomiast samo kryterium jest formułowane dla k -tej warstwy w lokalnym układzie współrzędnych związanym z głównymi kierunkami ortotropii warstwy.

5.2.1. Kryterium maksymalnych napężeń

Kryterium maksymalnych napężeń [194] sformułowane w 1920 r. można zaliczyć do najprostszych kryteriów wykorzystywanych w analizie laminatów. W myśl tego kryterium w każdej warstwie kompozytu napężenia w głównych kierunkach ortotropii 1-2 (w płaskim stanie napężenia) muszą być mniejsze od odpowiadających im wartości granicznych. Warstwa laminatu ulegnie uszkodzeniu, jeżeli którakolwiek z poniższych nierówności nie zostanie spełniona:

$$-X_c < \sigma_1 < X_t, \quad -Y_c < \sigma_2 < Y_t, \quad -S < \tau_{12} < S \quad (5.1)$$

Ze względu na niezależną analizę wszystkich sześciu nierówności (5.1) możliwa jest identyfikacja mechanizmu zniszczenia kompozytu, gdyż każdy sformułowany warunek dotyczy niezależnych składowych stanu napężenia w głównych kierunkach materiału.

5.2.2. Kryterium maksymalnych odkształceń

Kryterium maksymalnych odkształceń jest odpowiednikiem kryterium maksymalnych naprężeń sformułowanym w przestrzeni odkształceń. Przez analogię można zapisać, że w myśl tego kryterium maksymalne odkształcenia względne w głównych kierunkach ortotropii 1-2 muszą być mniejsze od odpowiadających im wartości granicznych:

$$-X_{ec} < \varepsilon_1 < X_{et}, \quad -Y_{ec} < \varepsilon_2 < Y_{et}, \quad -S_e < \gamma_{12} = 2\varepsilon_{12} < S_e \quad (5.2)$$

gdzie X_{ec} , Y_{ec} i X_{et} , Y_{et} oznaczają dopuszczalne odkształcenia w głównych kierunkach materiału odpowiednio na ściskanie i rozciąganie, a S_e – dopuszczalny kąt odkształcenia postaciowego w płaszczyźnie warstwy. Spełnienie wszystkich nierówności (5.2) oznacza, że materiał warstwy kompozytu nie ulegnie zniszczeniu.

Kryteria maksymalnych odkształceń, jak również maksymalnych naprężeń nie uwzględniają sprzężenia pomiędzy poszczególnymi składowymi naprężeniami, co stanowi podstawowe ograniczenia tych kryteriów w analizie zniszczenia materiału kompozytowego.

5.2.3. Kryterium Hilla

Podstawową hipotezą zaproponowaną dla materiałów ortotropowych jest hipoteza Hilla [176] stanowiąca uogólnienie kryterium wyężenia Hubera-Misesa-Hencky'ego na materiały ortotropowe. Zgodnie z nią naprężenie zredukowane (efektywne) σ_{eff} dla płaskiego stanu naprężenia można zapisać w postaci (Kowal-Michalska (red.) [238]):

$$\sigma_{eff}^2 = \overline{a_1} \sigma_1^2 + \overline{a_2} \sigma_2^2 - \overline{a_{12}} \sigma_1 \sigma_2 + 3\overline{a_3} \tau_{12}^2 \quad (5.3)$$

gdzie naprężenia σ oraz τ wyznaczone są w głównych kierunkach ortotropii, natomiast parametry $\overline{a_1} \div \overline{a_3}$, określane jako parametry anizotropii, mogą być wyznaczone na podstawie czterech niezależnych prób wytrzymałościowych, określających odpowiednie granice plastyczności w głównych kierunkach ortotropii. Łatwo zauważyć, że dla wartości parametrów $\overline{a_1} \div \overline{a_3}$ równych jedności kryterium Hilla sprowadza się do kryterium Hubera-Misesa-Hencky'ego dla materiałów izotropowych.

5.2.4. Kryterium Tsai-Hilla

Przedstawione w p. 5.2.3 kryterium Hilla zostało rozszerzone w 1965 r. przez Tsai [427] do postaci uwzględniającej różną wytrzymałość warstwy w głównych kierunkach ortotropii, uwzględniając jednocześnie wzajemną inte-

rację naprężeń występujących wzdłuż i w poprzek włókien σ_1 i σ_2 . Kryterium to dla płaskiego stanu naprężenia można zapisać w postaci:

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (5.4)$$

gdzie X , Y i S oznaczają wartości graniczne wytrzymałości kompozytu odpowiednio w kierunkach 1, 2 i w płaszczyźnie 1-2 warstwy. Podstawowym ograniczeniem kryterium Tsai-Hilla jest nieuwzględnianie różnych wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie w tych samych kierunkach (1 i 2) warstwy laminatu.

5.2.5. Kryterium Azzi-Tsai-Hilla

Jak wykazali Azzi i Tsai, ograniczenie dotyczące kryterium Tsai-Hilla można rozwiązać, określając wytrzymałość na rozciąganie i ściskanie w funkcji aktualnego stanu naprężenia. W przypadku warstwy ściskanej wzdłuż włókien (kierunek 1) i rozciąganej w poprzek włókien (kierunek 2) do kryterium Tsai-Hilla (5.4) należy podstawić adekwatne wartości graniczne, tzn. X_c (wytrzymałość graniczną na ściskanie w kierunku włókien – 1) oraz Y_t (wytrzymałość graniczną na rozciąganie w kierunku prostopadłym do włókien – 2). Po uwzględnieniu powyższych założeń otrzymujemy równanie znane w literaturze jako kryterium Azzi-Tsai-Hilla:

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (5.5)$$

gdzie:

$$X = \begin{cases} X_t & \text{dla } \sigma_1 > 0 \\ X_c & \text{dla } \sigma_1 < 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

$$Y = \begin{cases} X_t & \text{dla } \sigma_2 > 0 \\ X_c & \text{dla } \sigma_2 < 0 \end{cases} \quad (5.7)$$

5.2.6. Kryterium Hoffmana

Kryterium Hoffmana [182] stanowi rozszerzenie kryterium Tsai-Hilla w zakresie uwzględnienia w analizie różnic pomiędzy naprężeniami rozciągającymi i ściskającymi działającymi w tym samym kierunku. Wprowadzona modyfikacja polegała na dodaniu do równania (5.4) członów liniowych uwzględniających wspomniane różnice, przy czym w przypadku ściskania wartości graniczne należy uwzględniać ze znakiem ujemnym, tj. $-X_c$ oraz $-Y_c$. Uwzględniając powyższe, kryterium Hoffmana dla płaskiego stanu naprężenia można zapisać w postaci:

$$-\frac{\sigma_1^2}{X_c X_t} + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_c X_t} - \frac{\sigma_2^2}{Y_c Y_t} + \frac{X_c + X_t}{X_c X_t} \sigma_1 + \frac{Y_c + Y_t}{Y_c Y_t} \sigma_2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (5.8)$$

W przypadku gdy pomiędzy wartościami granicznymi zachodzą relacje $X_c = -X_t = -X$ oraz $Y_c = -Y_t = -Y$ kryterium Hoffmana przyjmuje postać kryterium Tsai-Hilla.

5.2.7. Kryterium Tsai-Wu

Tsai i Wu [430] zaproponowali kryterium tensorowe stanowiące ograniczenie nieskończonego wielomianu tensorowego sformułowanego przez Malmaistera [294], które dla płaskiego stanu naprężenia w warstwie kompozytu można zapisać w postaci:

$$F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 = 1 \quad (5.9)$$

gdzie składowe tensorów wytrzymałości z wyjątkiem F_{12} mogą być wyznaczone w prostych próbach wytrzymałościowych. Wartości tych składowych można przedstawić w sposób następujący:

$$F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}, \quad F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c}, \quad F_{11} = \frac{1}{X_t X_c}, \quad F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c}, \quad F_{66} = \frac{1}{S^2} \quad (5.10)$$

Kryterium Tsai-Wu uwzględnia interakcje pomiędzy składowymi tensora naprężenia σ_1 i σ_2 , z którymi związana jest bezpośrednio wartość współczynnika F_{12} , do wyznaczenia którego wymagane jest przeprowadzenie skomplikowanego testu dwuosiowego. Wartość tego współczynnika wpływa w istotny sposób na stabilność całego kryterium i na zamknięcie się krzywej granicznej w dwuosowym stanie naprężenia. Zgodnie z propozycją Tsai-Wu [9, 313, 311, 428, 430] wartość współczynnika można określić następująco:

$$F_{12} = \sqrt{\frac{1}{X_t X_c Y_t Y_c}} \quad (5.11)$$

Zaproponowane przez Tsai i Wu kryterium jest obecnie najbardziej znanym i najczęściej stosowanym kryterium w obliczeniach kompozytów, znajdującym swoje aplikacje również w komercyjnych programach numerycznych wykorzystujących metodę elementów skończonych.

Propozycję wyznaczenia współczynnika F_{12} można znaleźć również w odniesieniu do innych kryteriów w sposób następujący:

- wg kryterium Hoffmana [311, 313, 428]:

$$F_{12} = \frac{1}{X_t X_c}, \quad (5.12)$$

– wg kryterium Wilczyńskiego [452]:

$$F_{12} = \frac{1}{X_t Y_t + X_c Y_c}. \quad (5.13)$$

5.3. Ogólne uwagi dotyczące kryteriów zniszczenia kompozytów

W podrozdziale 5.2 przedstawiono jedynie kilka kryteriów zniszczenia umożliwiających analizę zniszczenia materiałów kompozytowych. Oprócz już wymienionych można przytoczyć jeszcze powszechnie znane kryterium MDE (ang. *Modified Distortion Energy failure criterion*) opracowane przez Chamisa [79], stanowiące modyfikację kryterium Tsai-Hilla w zakresie sposobu uwzględniania interakcji naprężeń σ_1 i σ_2 , czy kryterium Hashina [168] nieuwzględniającego interakcji tych naprężeń. Warto również wspomnieć o kryterium Pucka [355] stanowiącym połączenie hipotez maksymalnego naprężenia i maksymalnego odkształcenia, które zakłada wyłączny wpływ naprężenia zgodnego z kierunkiem ułożenia włókien σ_1 na ich zniszczenie. Należy także podkreślić, że w kryterium Pucka możliwa jest także identyfikacja mechanizmu zniszczenia kompozytu (zniszczenie włókien czy zniszczenie osnowy).

Większość omówionych kryteriów (maksymalnych naprężeń/odkształceń, Tsai-Hilla, Hoffmana, Tsai-Wu, itp.) przyjmuje, że zniszczenie choćby jednej z warstw laminatu jest jednoznaczne ze zniszczeniem całego kompozytu. Powyższe założenie często prowadzi do przyjęcia wspólnej nazwy dla tych kryteriów jako *kryterium zniszczenia pierwszej warstwy* (ang. *First Ply Failure*). Należy także dodać, że omawiane kryteria nie uwzględniają możliwości wystąpienia delaminacji międzywarstwowej w strukturze kompozytu, która w wielu przypadkach również może inicjować jego zniszczenie.

Jak wcześniej wspomniano, liczba stosowanych w praktyce kryteriów zniszczenia jest znaczna, przy czym w zależności od rodzaju materiału kompozytowego zastosowanie różnych kryteriów może dawać odmienne wyniki. Kryterium, które dla jednego materiału pozwala prognozować z dużą dokładnością wyłączenie kompozytu, w innych przypadkach może być całkiem nieprzydatne. Dlatego celowym wydaje się konfrontacja zastosowanych kryteriów zniszczenia kompozytu z wynikami badań doświadczalnych, co skłoniło autora do rozważenia tego problemu w niniejszej pracy. Ocenie poddano naprężeniowe kryteria wyłączenia i zniszczenia materiału kompozytowego: kryterium maksymalnych naprężeń, kryterium Tsai-Hilla, kryterium Azzi-Tsai-Hilla oraz tensorowe kryterium Tsai-Wu.

OBLICZENIOWE METODY ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA STATECZNOŚCI ŚCISKANYCH SŁUPÓW KOMPOZYTOWYCH

Opis zagadnienia stateczności i zniszczenia cienkościennych słupów kompozytowych poddanych ścisnaniu wymagał jednoczesnego zastosowania kilku metod badawczych dostarczających niezbędnych informacji umożliwiających realną ocenę stanów krytycznych i pokrytycznych analizowanych konstrukcji. Równoległe z realizacją badań doświadczalnych prowadzono analizę stateczności ściskanych słupów kompozytowych metodami obliczeniowymi. W procesie obliczeń zastosowano dwie niezależne metody – metodę analityczno-numeryczną (MAN) oraz metodę elementów skończonych (MES). Zastosowane metody pozwoliły na istotne rozszerzenie zakresu prowadzonych badań, mające na celu dokładniejsze zbadanie analizowanych zagadnień. Wyniki badań eksperymentalnych umożliwiły weryfikację opracowanych modeli obliczeniowych, dostarczając cennych wskazówek do właściwego postępowania w metodzie analityczno-numerycznej oraz ustalenia sposobu dyskretyzacji i warunków brzegowych w symulacjach numerycznych. Jednocześnie otrzymane wyniki obliczeń pomogły dokonać oceny wyników badań doświadczalnych opracowanych różnymi metodami.

6.1. Metoda analityczno-numeryczna (MAN)

Metoda analityczno-numeryczna rozwiązywania równań ogólnej asymptotycznej teorii stateczności układów zachowawczych Koitera jest stosowana do wyznaczania obciążeń krytycznych, częstości drgań własnych oraz współczynników równania opisującego pokrytyczną ścieżkę równowagi. Metoda ta jest stosowana i rozwijana od ponad dwudziestu lat w Katedrze Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji Politechniki Łódzkiej, o czym świadczą liczne prace prezentujące praktyczne zastosowanie metody MAN w analizie zagadnień stateczności [217-221, 224, 234, 250, 251, 253-255]. W prowadzonych badaniach Autor wykorzystał tę metodę w ramach otrzymanej od ww. zespołu wersji przeznaczonej do wykorzystania w zastosowaniach naukowych.

W ogólnej asymptotycznej teorii stateczności można wyróżnić dwa podstawowe przypadki wyboczenia: wyboczenie jednomodalne i złożone (wielomodalne). W przypadku wyboczenia jednomodalnego najniższej wartości własnej odpowiada pojedyncza postać wyboczenia, natomiast dla wyboczenia o charakterze złożonym jedna wartość własna może odpowiadać jednocześnie kilku postaciom wyboczenia, ewentualnie kilku postaciom utraty stateczności odpowiada kilka prawie równych sobie wartości własnych. Wykorzystywana metoda analityczno-numerycznych badań wyboczenia konstrukcji cienkościennych umożliwia analizę wszystkich postaci wyboczenia lokalnego, globalnego, dystorsyjnego czy sprzężonego, jak również analizę pokrytycznych ścieżek równowagi. Należy przy tym podkreślić, że do opisu stanów pokrytycznych konstrukcji kompozytowej przyjęto przybliżenie drugiego rzędu.

W przypadku badanych słupów kompozytowych do obliczeń metodą analityczno-numeryczną adaptowano płytowy model obliczeniowy, dla którego tensor odkształcenia powierzchni środkowej płyty można wyrazić za pomocą równań (4.1), natomiast przyrosty krzywizn na zginanie i skręcanie opisane są zależnością (4.2).

Nieliniowe zagadnienie stateczności rozwiązano asymptotyczną metodą Koitera dla układów zachowawczych [213, 438]. Pole przemieszczeń \bar{U} oraz pole sił wewnętrznych \bar{N} rozwinięto w szereg potęgowy względem bezwymiarowego parametru ξ , będącego stosunkiem przyrostu wartości amplitudy postaci wyboczenia odniesionej do grubości pierwszej płyty h_1 .

$$\begin{aligned}\bar{U} &= \lambda \bar{U}^{(0)} + \xi \bar{U}^{(1)} + \xi^2 \bar{U}^{(11)} + \dots \\ \bar{N} &= \lambda \bar{N}^{(0)} + \xi \bar{N}^{(1)} + \xi^2 \bar{N}^{(11)} + \dots\end{aligned}\tag{6.1}$$

Przez podstawienie rozwinięć (6.1) do równań równowagi (4.23) oraz uwzględnienie warunków brzegowych otrzymano zagadnienie brzegowe rzędu zerowego, pierwszego i drugiego [248, 249, 254, 409]. Przybliżenie zerowe opisuje stan przedwyboczeniowy (tzw. dokrytyczny), zaś przybliżenie rzędu pierwszego pozwala wyznaczyć obciążenia krytyczne i odpowiadające im postacie wyboczenia, przy założeniu minimalizacji liczby półfal w kierunku podłużnym. Przybliżenie drugiego rzędu zredukowano do układu liniowego równań różniczkowych niejednorodnych, których prawe strony zależą tylko od pola sił i od odkształceń pierwszego rzędu. Znalazłszy rozwiązania zagadnień brzegowych rzędu pierwszego i drugiego, określono pokrytyczne współczynniki opisujące ścieżkę równowagi dla przypadku niesprężonego (tzn. jednomodalnego) wyboczenia konstrukcji rzeczywistych [238, 248, 249, 254, 256, 298, 409, 410, 413]:

$$\left(1 - \frac{P}{P_{kr}}\right)\xi + a_{1111}\xi^2 + a_{11111}\xi^3 = \xi^* \frac{P}{P_{kr}} \quad (6.2)$$

gdzie P_{kr} oznacza wartość obciążenia krytycznego postaci wyboczenia, a_{1111} , a_{11111} – pokrytyczne współczynniki, natomiast:

$$\xi = \frac{(\Delta w)_{\max}}{h_1} \quad (6.3)$$

oznacza bezwymiarowy maksymalny przyrost ugięcia odniesiony do grubości pierwszej płyty, zaś

$$\xi^* = \frac{(\Delta w_0)_{\max}}{h_1} \quad (6.4)$$

bezwymiarową amplitudę ugięcia wstępnego odpowiadającą postaci wyboczenia.

Ponadto bezwymiarowa amplituda ugięcia całkowitego jest wyrażona zależnością:

$$\xi_t = \xi + \xi^* = \frac{w_{\max}}{h_1}. \quad (6.5)$$

Szczegółowy opis zastosowanej metody analityczno-numerycznej (MAN) rozwijanej w Politechnice Łódzkiej został szeroko omówiony w pracach [216] i [234].

6.2. Metoda elementów skończonych (MES)

Metoda elementów skończonych jest obecnie jedną z najszerzej stosowanych metod obliczeniowych w analizach konstrukcji ciała stałego o dużej liczbie stopni swobody. Dostępne na rynku komercyjne pakiety obliczeniowe wykorzystujące metodę elementów skończonych umożliwiają realizację prostych analiz liniowych, jak również złożonych obliczeń z uwzględnieniem zagadnień geometrycznie i fizycznie nieliniowych. Istnieje również możliwość aplikacji własnych procedur numerycznych poszerzających możliwości wykorzystywanego oprogramowania. Również w odniesieniu do nowoczesnych materiałów, do których można zaliczyć m.in. materiały kompozytowe, metoda elementów skończonych oferuje duże możliwości w zakresie ich modelowania, analizy, a także optymalizacji tych struktur. Dotyczy to również możliwości analizy zagadnień stateczności

cienkościennych konstrukcji kompozytowych, co umożliwiło wykorzystanie metody elementów skończonych do opisu stanu krytycznego, pokrytycznego oraz symulacji zachowania się konstrukcji w warunkach obciążenia niszczącego ściskanych słupów kompozytowych. W niniejszej pracy w procesie obliczeń numerycznych zastosowano dwa komercyjne pakiety programowe wykorzystujące metodę elementów skończonych: ABAQUS [1] oraz ANSYS [11]. Obliczenia prowadzono w dwóch etapach, odpowiednio dla stanu krytycznego i pokrytycznego.

6.2.1. Liniowa analiza stanu krytycznego

Zagadnienia związane z wyznaczaniem obciążenia krytycznego dla wyboczenia statycznego polegają na rozwiązaniu zagadnienia własnego. W przypadku metody elementów skończonych rozwiązanie zagadnienia wyboczenia statycznego konstrukcji jest realizowane na zasadzie tzw. ograniczonego podejścia do bifurkacyjnej utraty stateczności, umożliwiającą wyznaczenie wartości obciążenia krytycznego oraz formy wyboczenia z zastosowaniem liniowej analizy sprężystej. W rozwiązaniu zagadnienia wykorzystuje się warunki na ekstremum energii potencjalnej – stan równowagi układu odpowiada minimum energii potencjalnej [374]. Oznacza to, że dla układów o charakterze statecznym druga wariacja energii potencjalnej musi być dodatnio określona. W takim przypadku rozwiązanie zagadnienia stateczności sprowadza się do rozwiązania równania:

$$K + \lambda H = 0 \quad (6.6)$$

gdzie: K – macierz sztywności układu, H – macierz sztywności geometrycznej układu, natomiast λ oznacza parametr krytyczny, np. siłę krytyczną.

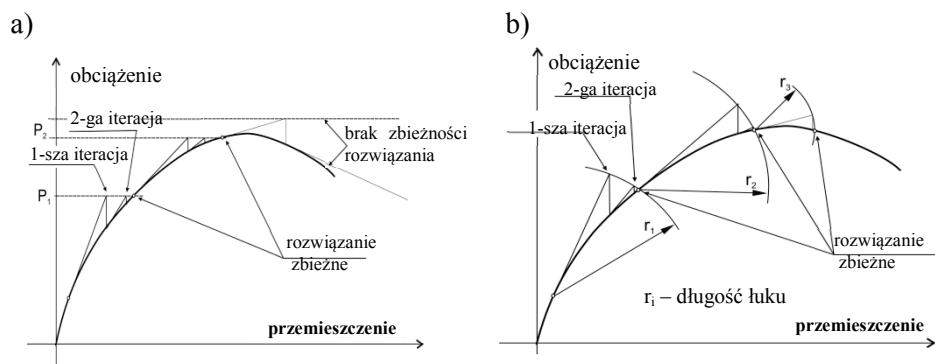
W niniejszej pracy analizę stanu krytycznego przeprowadzono z wykorzystaniem liniowej analizy stateczności, tzw. *Buckling analysis* (Abaqus) oraz *EigenBuckling* (Ansys), umożliwiającą wyznaczenie obciążeń krytycznych ściskanych słupów kompozytowych oraz odpowiadających im form wyboczenia konstrukcji. Prowadzenie analizy na zasadzie tzw. ograniczonego podejścia MES, czyli rozwiązanie zagadnienia własnego, nie pozwala na wyznaczenie pól naprężeń i przemieszczeń węzłów konstrukcji, które uzyskuje się poprzez nieliniową analizę statyczną.

6.2.2. Nieliniowa analiza MES w stanach deformacji pokrytycznej

W wielu konstrukcjach cienkościennych, w tym kompozytowych, dopuszcza się możliwość pracy ustroju po utracie stateczności. Oznacza to, że oprócz znajomości wartości obciążenia krytycznego istotną rolę odgrywa również zachowanie się konstrukcji po utracie stateczności. Analiza stanów pokrytycznych w większości przypadków wymaga stosowania ujęć nieliniowych,

tnz. uwzględnienia nieliniowych zależności pomiędzy przemieszczeniami i odkształceniami – zagadnienie geometrycznie nieliniowe [90, 239]. Takie podejście umożliwia wyznaczenie pól naprężeń i odkształceń konstrukcji dla wartości obciążenia przekraczającej wartość krytyczną. Obliczenia nieliniowe są realizowane najczęściej dla konstrukcji z zainicjowanymi imperfekcjami geometrycznymi, odpowiadającymi odpowiedniej (zazwyczaj najniższej) postaci wybożenia ustroju określonej w obliczeniach liniowej analizy stateczności. Umożliwia to wyznaczenie tzw. pokrytycznych ścieżek równowagi, określających na ogół zależności pomiędzy parametrami statycznymi odpowiadającymi obciążeniu struktury a parametrami geometrycznymi określającymi przemieszczenia jej węzłów.

W prowadzonych obliczeniach numerycznych analizę stanu pokrytycznego z uwzględnieniem zagadnienia geometrycznie nieliniowego w programie Abaqus prowadzono z wykorzystaniem przyrostowo-iteracyjnej metody Newtona-Raphsona, natomiast obliczenia polegające na śledzeniu pokrytycznej ścieżki równowagi z wykorzystaniem procedury Riksa (ang. *Arc-length method*) przeprowadzono w programie Ansys. W obydwu metodach zastosowane procedury przyrostowo-iteracyjne wymagają tworzenia i odwracania macierzy sztywności oraz rozwiązywania układu równań z nową uaktualnioną macierzą sztywności w każdym kroku obliczeniowym. Zbieżność rozwiązania w bieżącym kroku obliczeniowym jest osiągana poprzez równowagę uogólnionych sił zewnętrznych i wewnętrznych przy uwzględnieniu założonych tolerancji (tzw. sił resztkowych) dla aktualnego przyrostu obciążenia. Osiągnięcie równowagi układu jest realizowane poprzez kolejne iteracje w danym kroku przyrostowym, co umożliwia dalszą realizację obciążenia konstrukcji w kolejnych przyrostach obciążenia. Graficzną reprezentację zastosowanych procedur obliczeniowych przedstawiono na rys. 6.1.



Rys. 6.1. Graficzna reprezentacja metody: a) Newtona-Raphsona, b) Riksa (arc-length)

Zastosowane procedury obliczeniowe umożliwiają wyznaczenie pól odkształceń i naprężeń konstrukcji znajdującej się w stanie głęboko pokrytycznym. Takie podejście pozwoliło na realizację obliczeń stanów pokrytycznych ściskanych słupów kompozytowych z wykorzystaniem omówionych procedur numerycznych do momentu osiągnięcia poziomu obciążenia niszczącego.

6.2.3. Modele dyskretne słupów kompozytowych

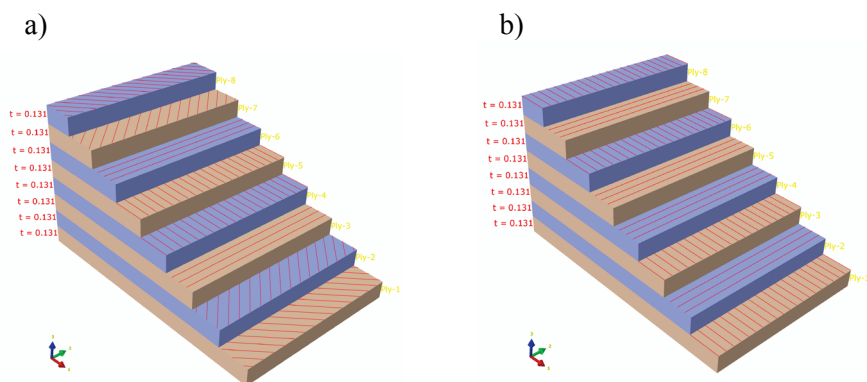
Rozważane w pracy kompozytowe słupy o przekroju ceowym i omegowym są przykładem typowych konstrukcji cienkościennych, które w metodzie elementów skończonych dyskretyzuje się najczęściej z wykorzystaniem elementów powłokowych. W procesie dyskretyzacji analizowanych konstrukcji zastosowano powłokowe elementy skończone typu SHELL mające po sześć stopni swobody w każdym węźle. W programie Abaqus wykorzystano ośmiowęzłowy element powłokowy ze zredukowanym całkowaniem typu *S8R*, natomiast dyskretyzację modelu w programie Ansys przeprowadzono z wykorzystaniem ośmiowęzłowych elementów powłokowych o oznaczeniu *SHELL 99*. W obydwu przypadkach zastosowany rodzaj elementu stanowił element wielowarstwowy, dla którego możliwe jest niezależne definiowanie właściwości poszczególnych warstw, jak m.in.: grubość, materiał czy kierunki głównych osi ortotropii. W opracowanych modelach przyjęto równomierną gęstość siatki elementów skończonych o wymiarach pojedynczego elementu 2x2 mm, co zapewniało jednolity podział poszczególnych ścian słupów siatką o stałej gęstości. Zastosowany podział konstrukcji na elementy skończone był poprzedzony wcześniejszą analizą opartą na doświadczeniu autora w zakresie obliczeń numerycznych dotyczących konstrukcji cienkościennych [43, 44, 109-122, 133, 240-242]. W wyniku przyjętego sposobu dyskretyzacji otrzymano modele numeryczne o rozmiarach wynoszących 12000 elementów w przypadku słupa o przekroju ceowym oraz 15000 elementów dla słupa o przekroju omegowym, co zapewniło możliwość dokładnej obserwacji stanów odkształcenia i naprężenia konstrukcji przy zachowaniu akceptowalnych „kosztów” analizy numerycznej (tzn. czasu trwania obliczeń).

Opracowane modele numeryczne poddano obliczeniom testującym. Testowano czułość modelu na zmianę parametrów mogących bezpośrednio wpływać na zachowanie się konstrukcji w stanie silnie pokrytycznym oraz granicznym. Analizie poddano wpływ wielkości początkowych imperfekcji geometrycznych oraz możliwość wystąpienia interakcji kilku postaci wybożenia na pokrytyczne ścieżki równowagi konstrukcji oraz wartość obciążenia niszczącego. Prowadzone obliczenia z imperfekcjami wstępnymi odpowiadającymi najniższej wartości obciążenia krytycznego w zakresie 0.1÷1 grubości ściany słupa nie wykazały żadnych istotnych zmian otrzymywanych wyników. Obliczenia nieliniowe z zainicjowaną interakcją 3 różnych postaci wybożenia również nie wpływały

znacząco na jakościowe i ilościowe wyniki obliczeń. Przeprowadzone testy wykazały brak czułości opracowanych modeli dyskretnych na zmianę analizowanych wielkości.

Analizę numeryczną każdego słupa prowadzono w dwóch etapach: liniowe obliczenia stanu krytycznego (ang. *buckling analysis*) oraz statyczna analiza nieliniowa w zakresie pokrytycznym. Obliczenia nieliniowe realizowano na modelach z zainicjowaną imperfekcją geometryczną o wartości wynoszącej ok. 1/10 grubości ścianki słupa, odpowiadającej pierwszej postaci utraty stateczności wyznaczonej w obliczeniach liniowych. Przyjęta procedura umożliwia realizację procesu odkształcania konstrukcji zgodną z najniższą postacią wyboczenia dla obciążenia znacznie przekraczającego wartość krytyczną. Zakres obliczeń numerycznych obejmował również próbę oszacowania możliwości wystąpienia uszkodzenia materiału kompozytowego w zakresie głęboko pokrytycznym oraz wyznaczenie poziomu obciążenia niszczącego. Ocenę stanu wytężenia materiału oraz określenie poziomu obciążenia niszczącego przeprowadzono z wykorzystaniem kilku niezależnych kryteriów zniszczenia kompozytu, przyjmując określone eksperymentalnie właściwości graniczne materiału.

Do zamodelowania struktury laminatu wykorzystano technikę modelowania określaną jako *Layup-Ply*, za pomocą której odwzorowano konfigurację warstw kompozytu – rys. 6.2. Zastosowany sposób modelowania umożliwia w obszarze przyjętego elementu powłokowego niezależną definicję poszczególnych warstw laminatu z uwzględnieniem następujących parametrów dla każdej warstwy: grubość warstwy, rodzaj materiału oraz kierunek ułożenia włókien.



Rys. 6.2. Przykład modelu struktury kompozytu po grubości elementu powłokowego:
a) konfiguracja $[45/-45/90/0]_s$, b) konfiguracja $[0/90/0/90]$

Właściwości materiału kompozytowego opisano, definiując model materiału ortotropowego w płaskim stanie naprężenia, umożliwiającą opis właściwości

pojedynczej warstwy laminatu w poszczególnych kierunkach związanych z kierunkiem ułożenia włókien. Przyjęto właściwości mechaniczne materiału wyznaczone w badaniach eksperymentalnych – tabela 7.1.

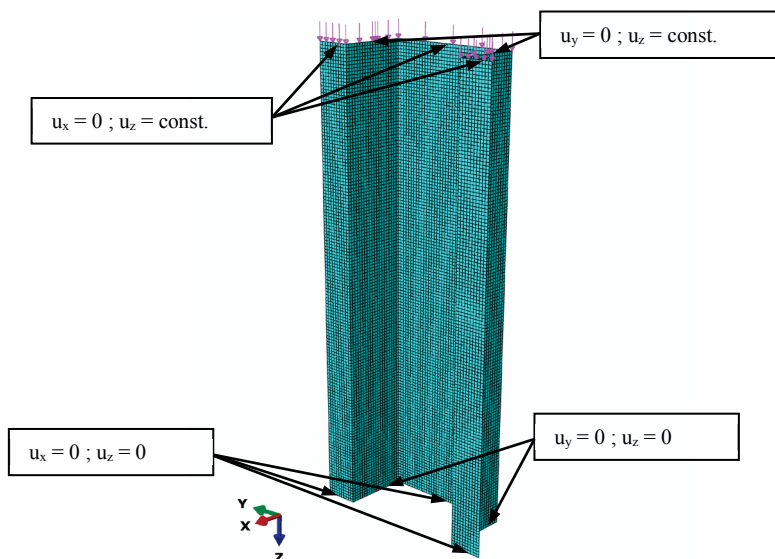
6.2.4. Warunki brzegowe i obciążenie modelu

Sformułowane dla modeli numerycznych warunki brzegowe odpowiadały realizacji przegubowego podparcia ściskanych słupów kompozytowych. Wnikliwa analiza przeprowadzonego eksperymentu wykazała dwa różne przypadki zachowania się konstrukcji rzeczywistej w prowadzonych badaniach niszczących. W pierwszym przypadku – dotyczącym w szczególności słupów o przekroju ceowym – zaobserwowano obrót górnej (ruchomej) głowicy w fazie zniszczenia konstrukcji, przy jednoczesnym braku obrotu głowicy dolnej. Prowadziło to do różnicowania warunków brzegowych na poszczególnych końcach słupa. Drugi przypadek oznaczał równomierny obrót lub jego brak obydwu głowic mocujących, zapewniający zbliżone warunki pracy przeciwległych przekrojów końcowych konstrukcji. Takie zachowanie występowało w szczególności w badaniach słupów o przekrojach omegowych. Zaobserwowane zachowanie się konstrukcji było najprawdopodobniej wynikiem znacznych różnic sztywności przekrojów badanych słupów, co miało wpływ na stabilność głowic maszyny wytrzymałościowej opartych na kulkach stanowiących przeguby kuliste (rys. 8.3). W celu odwzorowania rzeczywistych warunków eksperymentu zdecydowano się na przeprowadzenie obliczeń odpowiadających powyższym przypadkom badań. Definicję warunków brzegowych przeprowadzono poprzez ustalenie w określonych węzłach modelu translacyjnych i rotacyjnych stopni swobody bądź zastosowanie sprzęgnięcia stopni swobody polegającego na definiowaniu warunku stałych węzłowych przemieszczeń uogólnionych. Opracowano trzy różne warianty warunków brzegowych zdefiniowanych dla przekrojów końcowych badanych słupów kompozytowych.

Wariant-1 stanowiący w prowadzonych obliczeniach wariant podstawowy zapewniał możliwość równomiernego zbliżania końców słupa w trakcie procesu obciążania. Realizację powyższych warunków brzegowych przeprowadzono poprzez zadanie zerowych przemieszczeń węzłom leżącym na krawędziach dolnego i górnego przekroju słupa odpowiednio w kierunkach prostopadłych do płaszczyzny każdej ściany (przemieszczenia $u_x = 0$ i $u_y = 0$). Dodatkowo węzłom należącym do krawędzi dolnego końca słupa zablokowano możliwość przemieszczeń w kierunku pionowym ($u_z = 0$), natomiast węzłom należącym do krawędzi górnego końca słupa przypisano równe przemieszczenie $u_z = const$ poprzez sprzęgnięcie przemieszczeń w kierunku osiowym słupa.

Obciążenie modelu zrealizowano poprzez równomierne obciążenie wszystkich krawędzi górnego końca słupa, zapewniając równomierne jego ściskanie

w kierunku pionowym. Schemat określonych warunków brzegowych na przykładzie modelu słupa omegowego przedstawia rys. 6.3.

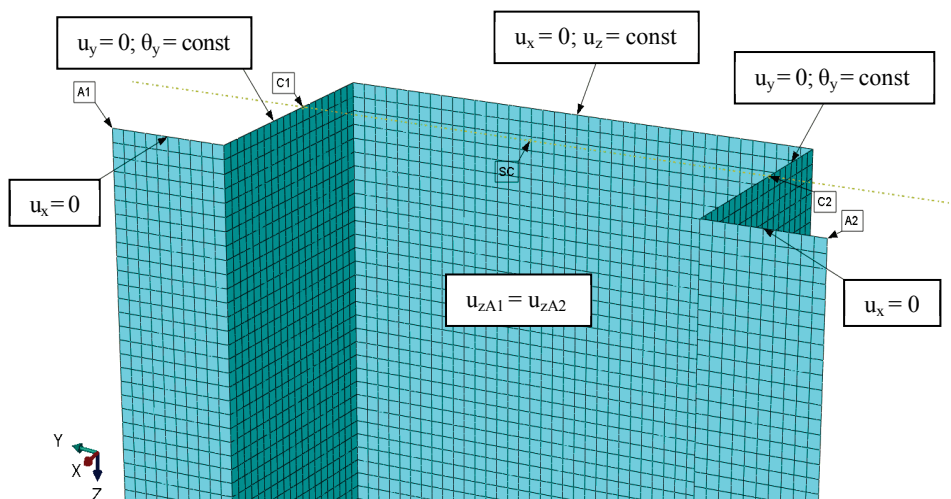


Rys. 6.3. Model dyskretny słupa o przekroju omegowym z określonymi warunkami brzegowymi i obciążeniem – wariant-1

Modyfikacja podstawowych warunków brzegowych oznaczała całkowitą zmianę warunków dla górnego przekroju słupa w sposób następujący:

- węzłom górnym krawędzi słupa zadano zerowe przemieszczenia w kierunkach prostopadłych do płaszczyzny każdej ściany (przemieszczenia $u_x = 0$ i $u_y = 0$),
- węzłom znajdującym się na krawędzi średnika narzucono warunek równych przemieszczeń $u_z = \text{const}$ w kierunku osiowego słupa,
- węzłom narożnym swobodnych krawędzi ścian słupów (punkty A1 i A2) zadano warunek równego przemieszczenia w kierunku osi słupa: $u_{zA1} = u_{zA2}$,
- krawędziom ścian słupów prostopadłych do średnika narzucono warunek równomiernego obrotu względem punktów leżących na osi przechodzącej przez środek ciężkości słupa (punkty C1 i C2), tj.: $\theta_{yC1} = \text{const}$ i $\theta_{yC2} = \text{const}$.

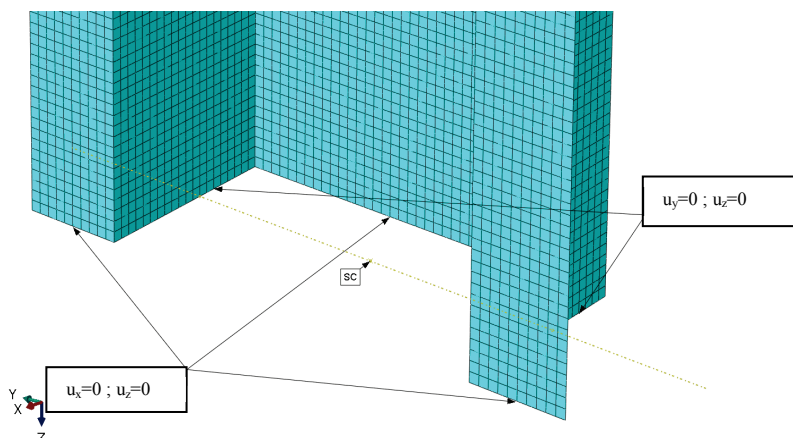
Schemat przyjętych warunków brzegowych dla górnego końcowego przekroju słupa przedstawiono na rys. 6.4.



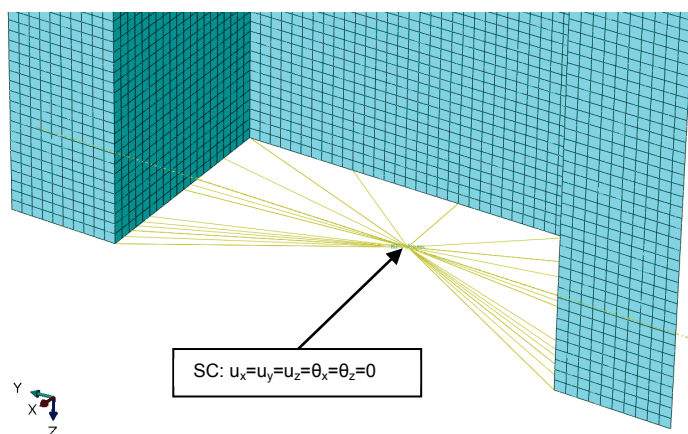
Rys. 6.4. Warunki brzegowe górnego końca modelu numerycznego na przykładzie słupa o przekroju omegowym

Zdefiniowane w powyższy sposób warunki brzegowe dla górnego końca słupów o przekroju ceowym i omegowym stanowiły podstawę opracowania kolejnych rozważanych wariantów. Różnicę w opracowanych modelach numerycznych stanowiły warunki podparcia dolnego końca słupów, które określono w sposób następujący:

- **wariant-2** oznaczający brak możliwości obrotu dolnego przekroju końcowego słupa – pozostawiono dotychczasowe warunki brzegowe (wariant-1), tzn.: wszystkim węzłom przekroju zablokowano przemieszczenia $u_z=0$ oraz zadano zerowe przemieszczenia w kierunkach prostopadłych do ścian słupa (przemieszczenia $u_x=0$ i $u_y=0$) – rys. 6.5,
- **wariant-3** dopuszczający możliwość obrotu dolnego przekroju słupa – warunki brzegowe zdefiniowano w środku ciężkości przekroju poprzez nadanie w tym punkcie zerowych przemieszczeń $u_x=u_y=u_z=0$ i obrotów $\theta_x=\theta_z=0$, pozostawiając możliwości obrotu względem osi przechodzącej przez środek ciężkości θ_y . Jednocześnie środek ciężkości przekroju związano z krawędziami dolnego końca słupa, zapewniając sztywne powiązanie wszystkich kinematycznych stopni swobody – rys. 6.6.



Rys. 6.5. Warunki brzegowe dolnego końca słupa: wariant-2 – brak obrotu przekroju



Rys. 6.6. Warunki brzegowe dolnego końca słupa: wariant-3 – możliwy obrót przekroju

Analiza wyników dla przyjętych wariantów warunków brzegowych nie wykazała wpływu na obliczenia stanu krytycznego dla wszystkich opracowanych modeli numerycznych. Maksymalne rozbieżności ilościowe nie przekraczały w tym przypadku 3% w wartościach obciążenia krytycznego przy identycznych formach utraty stateczności. Również w przypadku nieliniowej analizy w zakresie $1,5P_{kr}$ otrzymano zbieżne wyniki dla wszystkich trzech sposobów modelowania warunków brzegowych.

Znaczące różnice wyników obliczeń numerycznych otrzymano dla stanów silnie pokrytycznych i granicznych. Przeprowadzone obliczenia numeryczne dla pełnego zakresu obciążenia konstrukcji wykazały bardzo dużą czułość opracowanych modeli na zmianę warunków podparcia przekrojów końcowych ściskanych słupów. Szczegółowa analiza otrzymanych wyników w tym zakresie została przeprowadzona w rozdziale dziesiątym niniejszej pracy.

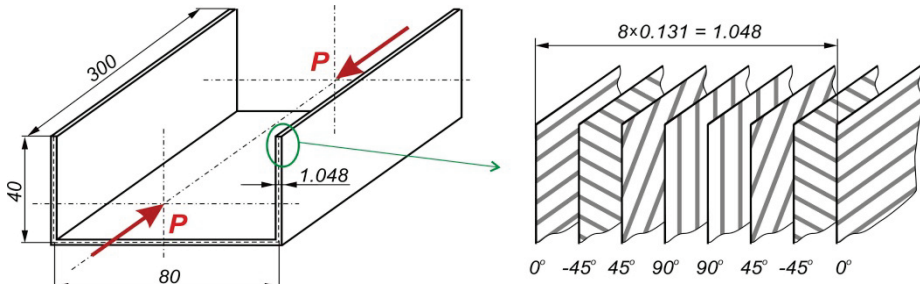
KOMPOZYTOWE SŁUPY O PRZEKROJACH OTWARTYCH

7.1. Wytwarzanie cienkościennych słupów kompozytowych

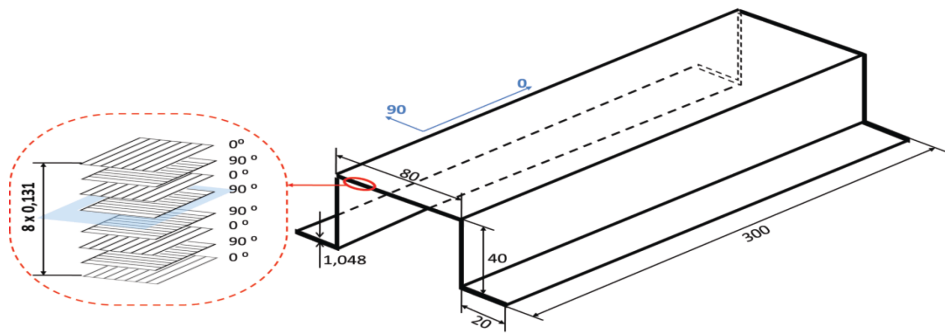
W pracy zajmowano się cienkościennymi słupami o przekrojach otwartych wykonanymi z kompozytu węglowo-epoksydowego techniką autoklawową. Zastosowana technologia wytwarzania kompozytów należy obecnie do najbardziej zaawansowanych technik kształtowania kompozytów polimerowych, pozwalając na aplikację tych materiałów m.in. w strukturach lotniczych określanych jako „*primary structure*” – elementy krytyczne konstrukcji lotniczych oraz „*secondary structure*” – pozostałe odpowiedzialne elementy [299]. Aktualnie wiodącym rodzajem włókien stosowanych jako wzmocnienie kompozytów polimerowych są włókna węglowe. Odznaczają się one bardzo dobrą kombinacją właściwości fizyczno-chemicznych, do których można zaliczyć m.in.: wysoką wytrzymałość przy jednoczesnej niskiej gęstości, niski współczynnik rozszerzalności cieplnej oraz właściwości przewodzące. Wykazują kruchość (wydłużenie poniżej 2%), niską odporność na uderzenia, ale charakteryzują się bardzo wysoką odpornością na zmęczenie w strukturach kompozytowych.

Cienkościenne słupy o przekrojach ceowych i omegowych wykonano z jednokierunkowej taśmy prepregowej systemu HexPly (Hexcel) kompozytu węglowo-epoksydowego o oznaczeniu M12/35%/UD134/AS7/300. Osnowę kompozytu stanowiła żywica epoksydowa (gęstość: 1,24 g/cm³; T_g: 128°C; R_m: 64 MPa; ν: 0,4; E: 5,1GPa), natomiast wzmocnienie włókna węglowe AS7J12K (gęstość: 2,5 g/cm³; R_m: 4830 MPa; ν: 0,269; E: 241 GPa). Nominalny udział objętościowy włókien zbrojących w kompozycie wynosił około 60%. Struktura laminatu złożona była w każdym przypadku z 8 warstw o jednakowej grubości, wynoszącej 0,131 mm w symetrycznym układzie warstw względem płaszczyzny środkowej pakietu i długości słupa wynoszącej L = 300 mm. Przykładowy schemat słupów o przekrojach ceowym i omegowym z wymiarami wyrażonymi w [mm] przedstawiają rys. 7.1 i 7.2.

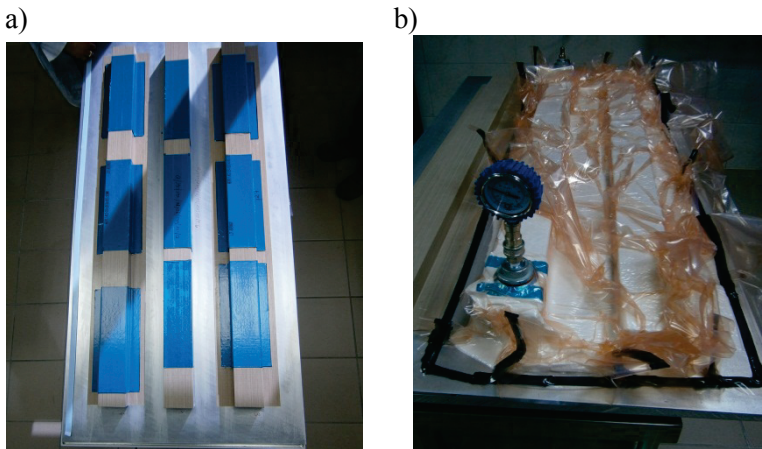
Kompozyty wytworzono techniką autoklawową w Katedrze Inżynierii Materiałowej Politechniki Lubelskiej [69, 70, 299, 354]. Proces wytwarzania obejmował przygotowanie hermetycznego pakietu podciśnieniowego w specjalnym klimatyzowanym pomieszczeniu, tzw. „*clean room*”, na przygotowanej formie, umożliwiając odzworowanie wymiarów i kształtu wytwarzanych profili – rys. 7.3.



Rys. 7.1. Schemat przykładowego słupa o przekroju ceowym

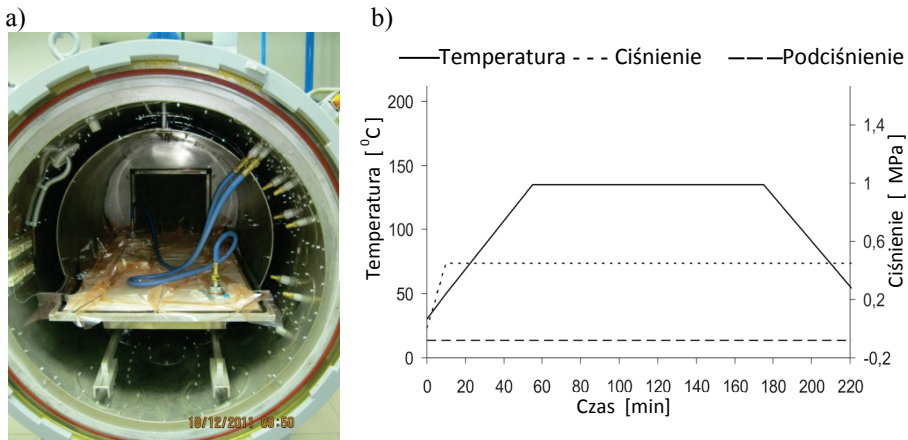


Rys. 7.2. Wymiary i układ warstw przykładowego słupa o przekroju omegowym



Rys. 7.3. Wytwarzanie profili kompozytowych: a) formowanie pre-pregów, b) pakiet podciśnieniowy

Wykonany pakiet podciśnieniowy podłączono do pompy próżniowej zapewniającej podciśnienie ok. 0,08 MPa, a następnie poddano procesowi polimeryzacji w autoklawie. Proces utwardzania w autoklawie jest realizowany przez szybki wzrost temperatury w warunkach regulowanego ciśnienia, wygrzewanie izotermiczne w czasie wymaganym do zajścia procesu, a następnie ochłodzenie. Parametry procesu (podciśnienie w pakiecie, nadciśnienie, temperatura oraz czas procesu) są dobierane indywidualnie w zależności od wytwarzanego kompozytu. Dla kompozytu węglowo-epoksydowego przyjęto wartość nadciśnienia w autoklawie na poziomie 0,4 MPa oraz temperaturę nagrzewania 135°C w ciągu ok. 2 godz. – rys. 7.4. Ponadto etapy nagrzewania i chłodzenia pakietu przeprowadzono przy precyzyjnym sterowaniu prędkością procesu wynoszącą 0,033 K/s. Jest to bardzo istotne, gdyż zbyt szybkie nagrzewanie mogłoby doprowadzić do nadmiernego wzrostu naprężeń cieplnych w materiale, natomiast zbyt szybki proces chłodzenia może ograniczać relaksację naprężeń pierwotnych i cieplnych, co jest najczęstszą przyczyną odkształcenia w postaci sfałowania podczas procesu formowania elementu [462].



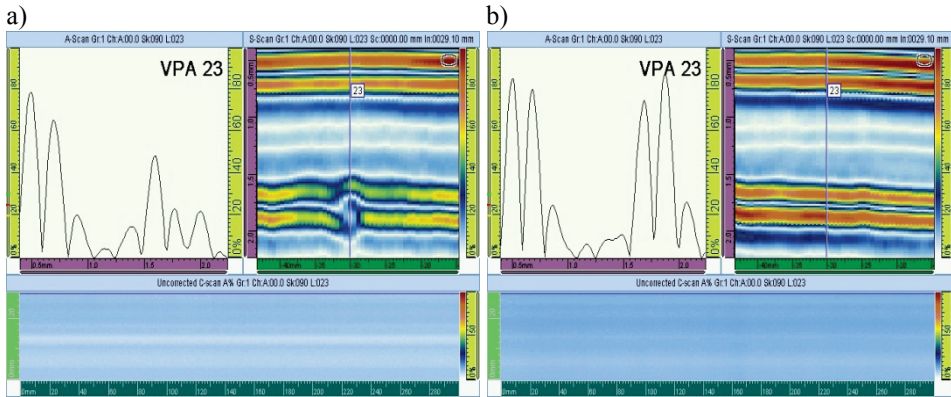
Rys. 7.4. Proces wytwarzania w autoklawie: a) autoklaw, b) krzywa procesu utwardzania w autoklawie

Zastosowana technika wytwarzania materiałów w autoklawie zapewnia osiągnięcie szeregu właściwości kompozytu, które są nieosiągalne dla innych metod wytwarzania. Do najważniejszych zalet można zaliczyć: wysokie właściwości mechaniczne wytworzonych materiałów kompozytowych, wysoką jakość kompozytów i powierzchni, powtarzalność i pełną kontrolę procesu wytwarzania (proces zautomatyzowany), pełną kontrolę detalu w procesie utwardzania (temperatura, ciśnienie), minimalną ilość porowatości <1%.

7.2. Metody oceny dokładności wykonania struktury kompozytu

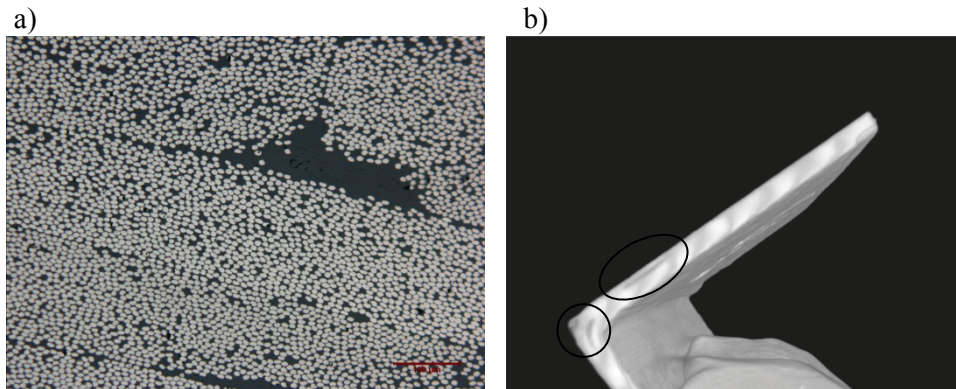
Każdy wytworzony profil kompozytowy podlegał ocenie jakości wykonania struktury laminatu z wykorzystaniem 3 różnych metod badawczych. Prowadzone badania umożliwiły kompleksową ocenę jakości wytworzonych słupów z uwzględnieniem specyficznych obszarów konstrukcji (zaokrąglone krawędzie słupów) szczególnie narażonych na występowanie wad wewnętrznych (delaminacje, porowatość), mogących w istotny sposób obniżyć parametry wytrzymałościowe cienkościennych struktur.

Metody nieniszczące NDT (ang. *Non-Destructive Testing*) zastosowano do oceny jakości poszczególnych ścianek słupów ultradźwiękową metodą echa z wykorzystaniem techniki *phased array* [158]. Badania prowadzono z wykorzystaniem defektoskopu ultradźwiękowego OmniScan MXU-M z głowicą Olympus 5L64 A12 oraz opóźnieniem typu klin SA12-OL. Zastosowano następujące parametry próby: częstotliwość 5 MHz, prędkość rozchodzenia fali 3100 m/s oraz wzmocnieniem 6-8 dB. Zastosowaną metodą pomiarową była metoda echa, wykorzystująca zjawisko odbicia fali przechodzącej przez badany materiał od granicy z drugim ośrodkiem. Na podstawie obserwacji tego odbicia można wnioskować o występowaniu nieciągłości w materiale, natomiast pomiar czasu t , jaki upływa od chwili wysłania fali ultradźwiękowej w głąb badanego materiału do chwili jej powrotu po odbiciu, umożliwia przy znanej prędkości c rozchodzenia się fali w materiale, określenie przebytej przez nią drogi. Dzięki temu możliwe staje się zlokalizowanie powierzchni odbijającej, czyli określenie położenia wady lub odpowiedniego wymiaru (np. grubości) przedmiotu. Rozmiar wady określa się na podstawie odległości pomiędzy miejscami początkowymi i końcowymi zauważalnych zaburzeń amplitud. W prowadzonych badaniach do kontroli jakości wytworzonych laminatów zastosowano obrazowanie A-scan (przetworzony wykres amplitud w czasie rzeczywistym), B-scan (zbiór obrazów A-scan z wielu przetworników w czasie rzeczywistym) oraz C-scan. Zastosowane metody obrazowania umożliwiły jednoczesne wyznaczenie głębokości wady (A-scan) oraz głębokości położenia wady i szerokość wady w danym kierunku (B-scan i C-scan). Powyższa procedura pozwala na lokalizację delaminacji oraz skupisk porowatości w strukturze kompozytu [73, 290, 335, 382]. W wyniku prowadzonych pomiarów w pierwszych partiach wytwarzanych słupów zlokalizowano wady w postaci delaminacji w ściankach profilu, których wymiar nie przekraczał 0,5 mm w żadnym kierunku. Wykryte wady wewnętrzne były podstawą eliminacji tych struktur z dalszych badań. Głębokość wad oszacowano na poziomie 90% grubości elementu od badanej powierzchni – rys. 7.5.



Rys. 7.5. Kontrola jakości laminatu: a) struktura z wadami, b) struktura bez wad

Ponadto do oceny jakości laminatu zastosowano badania mikrostrukturalne z wykorzystaniem mikroskopii optycznej (Nikon MA 200) opartej na komputerowej analizie obrazu (Image Pro Plus, NIS-Elements) oraz mikrotomografii rentgenowskiej (mikrotomograf SkyScan 1174). W szczególności sprawdzano jakość promieni zaokrąglenia profili słupów, jako miejsc szczególnie narażonych na występowanie nieciągłości strukturalnych w postaci delaminacji międzywarstwowych i porowatości – rys. 7.6.



Rys. 7.6. Badania mikrostruktury lamiantu: a) obraz optyczny, b) mikrotomografia naroża z wadami wewnętrznymi struktury kompozytu

Przeprowadzone badania umożliwiły eliminację wadliwych struktur oraz pomogły usprawnić przygotowanie pakietu podciśnieniowego, zapewniając bardzo dobrą jakość wytwarzanych materiałów, co zostało potwierdzone badaniami mikrostruktury kompozytu.

7.3. Określenie właściwości mechanicznych materiału kompozytowego

Dla wytworzonych materiałów wyznaczone zostały eksperymentalnie właściwości wytrzymałościowe zgodnie z normą ISO przedmiotową dla tego typu materiałów. Zakres badań obejmował wykonanie następujących testów wytrzymałościowych:

- określenie wytrzymałości na rozciąganie w układzie 0° ,
- określenie wytrzymałości na rozciąganie w układzie 90° ,
- określenie wytrzymałości na ściskanie w układzie 0° ,
- określenie wytrzymałości na ściskanie w układzie 90° ,
- określenie wytrzymałości na ścinanie w układzie $\pm 45^{\circ}$.

Wszystkie próby wytrzymałościowe przeprowadzono na 5 próbkach dla każdego testu, wyznaczając dla każdego przypadku wartość średnią ze wszystkich prób. Badania wykonano na maszynie wytrzymałościowej Zwick Z100/SN3A o klasie dokładności 1 w temperaturze otoczenia (RT). Każda próbka posiadała specjalne okładziny (ang. *Tabs* 'y) chroniące materiał kompozytu od ewentualnego uszkodzenia przez szczęki maszyny. Na przygotowane próbki naklejono tensometry (VISHAY EA-13-24022-120) oraz wykonano połączenia elektryczne. Pomiar odkształceń przeprowadzony był z wykorzystaniem systemu pomiarowego MGCplus (Hottinger) z modułami: AP815 – mostki tensometryczne oraz AP801 – wejścia liniowe (maszyna Zwick Z100 – pomiar siły). Prędkość ruchu trawersy wynosiła 2 mm/min. Zakres badań obejmował wyznaczenie modułów Younga E_1 i E_2 , modułu Kirchhoffa G oraz liczby Poissona ν_{12} . Wyznaczone zostały również podstawowe właściwości graniczne kompozytu w próbach niszczących statycznego rozciągania i ściskania dla kierunków 0° i 90° , jak również w próbie ścinania $\pm 45^{\circ}$, których wartości zestawiono w tabeli 7.1. Przykładowe próbki kompozytu węglowo-epoksydowego po próbach niszczących przedstawiono na rys. 7.7.



Rys. 7.7. Próbkę po badaniach właściwości granicznych kompozytu – od góry: układ 0° , 90° , $\pm 45^{\circ}$

Tabela 7.1. Właściwości mechaniczne kompozytu węglowo/epoksydowego
M12/35%/UD134/AS7/300

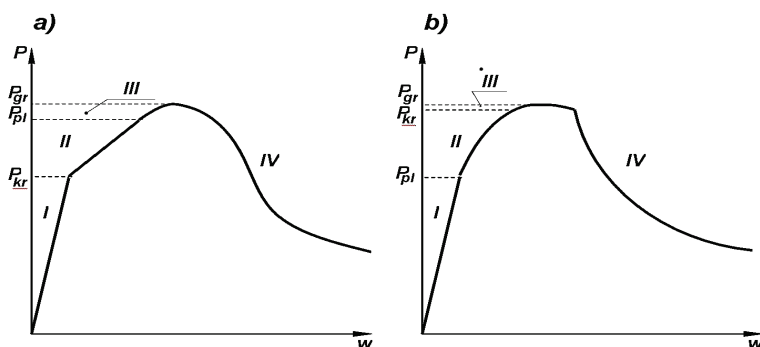
Wytrzymałość na rozciąganie F_{TU} [MPa]		Moduł na rozciąganie E_T [GPa]		Liczba Poissona ν_{12}	Wytrzymałość na ścinanie F_{SU} [MPa]	Moduł na ścinanie G [GPa]	Wytrzymałość na ściskanie F_{CU} [MPa]	
0°	90°	E_1 (0°)	E_2 (90°)	0°	$\pm 45^\circ$	$\pm 45^\circ$	0°	90°
1867,2	25,97	130,71	6,36	0,32	100,15	4,18	1531	214

Wyznaczone eksperymentalnie właściwości mechaniczne kompozytu węglowo-epoksydowego wykorzystano do definicji modelu materiału w obliczeniach analityczno-numerycznych i numerycznych. Umożliwiło to uzyskanie rzeczywistych właściwości mechanicznych wytworzonego materiału kompozytowego, które zazwyczaj odbiegają od wyidealizowanych właściwości podawanych przez producentów tych materiałów.

DOŚWIADCZALNA ANALIZA STANU KRYTYCZNEGO ŚCISKANYCH CIENKOŚCIENNYCH SŁUPÓW KOMPOZYTOWYCH

8.1. Wyboczenie konstrukcji cienkościennych – wiadomości ogólne

W przypadku cienkościennych ustrojów nośnych, do których można zaliczyć m.in. ściskane słupy o przekrojach otwartych, znajomość wartości obciążenia krytycznego, przy której konstrukcja traci stateczność, należy do zagadnień bardzo istotnych. W niektórych przypadkach obciążenie krytyczne może prowadzić do zniszczenia konstrukcji, wówczas traktuje się je jako obciążenie graniczne. Większość płytowych konstrukcji cienkościennych – w tym konstrukcji kompozytowych – charakteryzuje możliwość pracy po utracie stateczności (dotyczy to przede wszystkim sprężystego wyboczenia o charakterze lokalnym) w tzw. stanie pokrytycznym sprężystym. W takich przypadkach określenie nośności granicznej elementów konstrukcji wymaga ich analizy również w stanie pokrytycznym aż do momentu zniszczenia ustroju. Zakres pracy konstrukcji cienkościennej w zależności od charakteru utraty stateczności można przedstawić w formie charakterystyk zamieszczonych na rys. 8.1 [463].

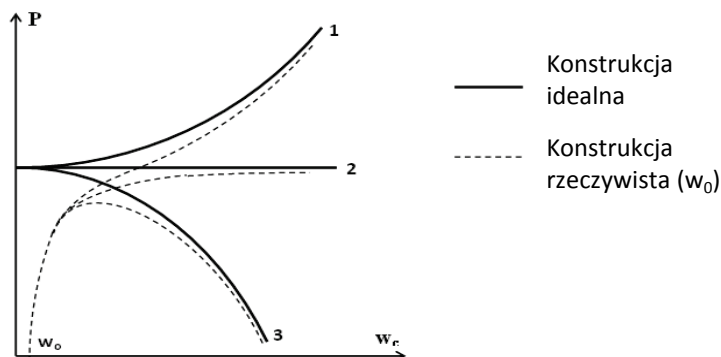


Rys. 8.1. Charakterystyka pracy konstrukcji cienkościennej w funkcji obciążenia:
 a) wyboczenie o charakterze sprężystym, b) wyboczenie o charakterze sprężysto-plastycznym

Na podstawie zamieszczonych wykresów (rys. 8.1) w pełnym zakresie obciążenia konstrukcji cienkościennych można wyróżnić następujące stany:

- zakres dokrytyczny sprężysty lub sprężysto-plastyczny (a-I, b-I, II),
- stan krytyczny,
- zakres pokrytyczny sprężysty (a-II),
- faza zakrytyczna sprężysto-plastyczna (a,b-III),
- stan graniczny,
- faza niszczenia konstrukcji (a,b-IV).

Analiza stanów krytycznych i pokrytycznych elementów wykonanych z materiałów kompozytowych należy do zagadnień złożonych, wymagających niejednokrotnie przeprowadzenia badań eksperymentalnych w całym zakresie pracy konstrukcji aż do jej zniszczenia. W praktyce przeprowadzenie eksperymentu w przypadku konstrukcji cienkościennych wymaga bardzo precyzyjnego przygotowania stanowiska badawczego oraz przyjęcia odpowiednich metod pomiarowych umożliwiających właściwą identyfikację poszczególnych stanów odkształcenia i naprężenia obciążonej konstrukcji. Właściwe przygotowanie eksperymentu związane jest również z bardzo starannym wykonaniem badanych konstrukcji oraz odpowiednim odwzorowaniem warunków brzegowych i zapewnieniem osiowości obciążenia, mających w przypadku konstrukcji cienkościennych istotny wpływ na uzyskiwane formy wyboczenia ustroju. Duże imperfekcje geometryczne w konstrukcjach cienkościennych mogą spowodować uzyskanie innej postaci utraty stateczności niż w przypadku konstrukcji idealnej (tzn. bez imperfekcji) lub z niewielkimi imperfekcjami. Na rys. 8.2 pokazano typowe charakterystyki ściskanych konstrukcji cienkościennych (pręty, płyty, powłoki) dla konstrukcji idealnych oraz ze wstępnymi imperfekcjami geometrycznymi.



Rys. 8.2. Typy utraty stateczności konstrukcji cienkościennych
1 – płyta (typ stateczny), 2 – pręt (typ neutralny), 3 – powłoka (typ niestateczny)

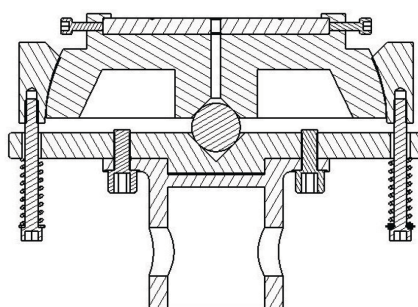
Przedstawione na rys. 8.2 podstawowe charakterystyki utraty stateczności i stanów pokrytycznych pozwalają wyróżnić następujące typy konstrukcji cienkościennych:

- konstrukcje stateczne, w których wraz ze wzrostem obciążenia w stanie pokrytycznym wzrasta ugięcie (np. płyty równomiernie ściskane podparte na brzegach równoległych do kierunku ściskania),
- konstrukcje neutralne, które w stanie pokrytycznym doznają dużych ugięć bez wzrostu obciążenia ponad wartość krytyczną (np. konstrukcje prętowe),
- konstrukcje niestateczne, w których w stanie pokrytycznym następuje gwałtowny przyrost ugięć przy jednoczesnym spadku obciążenia (np. konstrukcje powłokowe).

W przypadku badanych w pracy ściskanych kompozytowych słupów o płaskich ścianach przyjęto model płytowy konstrukcji cienkościennych zaliczanych do ustrojów o charakterystyce statecznej.

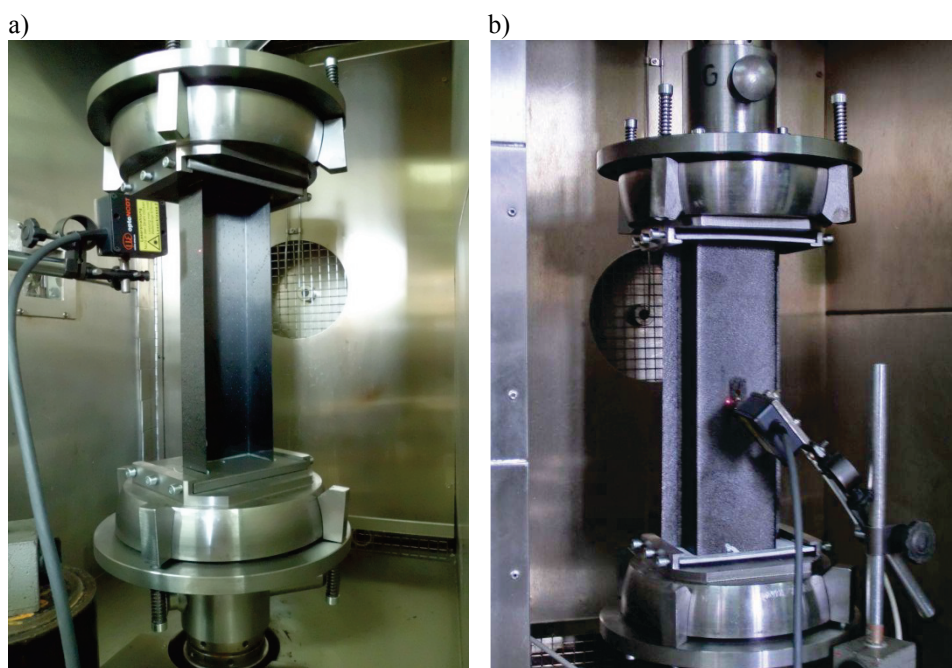
8.2. Opis i zakres badań doświadczalnych

Badania doświadczalne ściskanych słupów o przekrojach otwartych prowadzono na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej Zwick model Z100/SN3A o klasie dokładności 1 i zakresie pomiarowym do 100 kN. Pracą maszyny zarządzał system komputerowy z zainstalowanym programem testXpert® II. W celu zapewnienia warunków przegubowego podparcia końców słupa zostały zaprojektowane i wykonane specjalne uchwyty z przegubem kulistym zapewniające osiowe ściskanie próbek – rys. 8.3. Uchwyty osiowano na sworzniach maszyny wytrzymałościowej. Przegub kulisty w uchwycie zapewniał swobodę obrotu uchwytów względem sworzni.



Rys. 8.3. Uchwyt zapewniający przegubowe podparcie końców słupa: a) konstrukcja rzeczywista, b) schemat ideowy uchwyty – przekrój

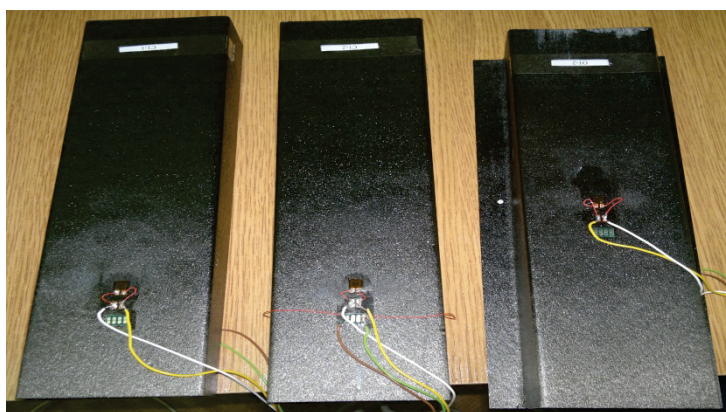
Dodatkowo przygotowano elementy ustalające, które centrowano w uchwytach. Zapewniały one, że przekroje końcowe utrzymywały zadany kształt, a słup podlegał osiowemu ściskaniu. Kompensację niedokładności przekrojów końcowych słupów przeprowadzono poprzez zastosowanie specjalnych wkładek wykonanych z miękkiego tworzywa, umożliwiających ułożenie się krawędzi przekrojów końcowych słupa w uchwytach i jednoczesną eliminację niepożądanych efektów brzegowych w trakcie wykonywania próby. Przed każdą próbą wstępnie obciążano układ siłą do 15% oczekiwanego obciążenia krytycznego, co pozwalało „ułożyć” się próbce. Następnie usuwano elementy ustalające i odciążano próbkę do zerowej wartości obciążenia. Ogólny widok zamocowania konstrukcji słupów na stanowisku badawczym przedstawia rys. 8.4.



Rys. 8.4. Widok ogólny stanowiska badawczego: a) słup o przekroju ceowym, b) słup o przekroju omegowym

W badaniach eksperymentalnych stateczności konstrukcji cienkościennych bardzo istotna jest szczegółowa rejestracja odpowiednich parametrów próby. W celu właściwego opisu stanu krytycznego i pokrytycznego konstrukcji niezbędna jest rejestracja nie tylko wartości obciążenia, ale również odkształceń względnych i przemieszczeń w wybranych punktach konstrukcji. W tym celu na powierzchni próbek w miejscu największych ugięć średnika po obu stronach

naklejono dwa tensometry oporowe firmy Vishay w kierunku 0° równoległym do osi słupa – rys. 8.5. Były to tensometry z jednej serii: CEA-06-125UW-350 o stałej $k = 2,135 \pm 0,5\%$ i oporze równym $350 \Omega \pm 0,3\%$. Dodatkowo ugięcia mierzono czujnikiem laserowym optoNCDT 1605, ale w innym punkcie w obszarze największych ugięć środka lub ramienia. Wszystkie czujniki podłączono do układu pomiarowego MGCplus firmy Hottinger z oprogramowaniem Catman wyposażonego w mostki tensometryczne i wejścia analogowe, rejestrując wskazania wszystkich czujników z częstością 1 Hz. Badania prowadzono w warunkach normalnych w temperaturze 23°C ze stałą prędkością przemieszczenia trawersy równą 2 mm/min.



Rys. 8.5. Próbkę słupów kompozytowych z naklejonym zestawem tensometrycznym

Badania doświadczalne ściskanych osiowo słupów kompozytowych prowadzono w dwóch etapach. Pierwszy zakres badań obejmował rejestrację stanu dokrytycznego, krytycznego i pokrytycznego do wartości obciążenia wynoszącej ok. 150% spodziewanej siły krytycznej. W trakcie badań nie zaobserwowano żadnych objawów wskazujących na początek procesu zniszczenia badanych konstrukcji. W czasie pomiarów rejestrowano: czas trwania pomiaru, siłę ściskającą próbkę, przemieszczenie trawersy, ugięcie (czujnik laserowy) i odkształcenia (tensometry).

Badania doświadczalne prowadzono na słupach kompozytowych o przekrojach ceowych oraz omegowych o zróżnicowanej konfiguracji warstw kompozytu. Próby realizowano na próbkach wykonanych w układzie symetrycznym względem płaszczyzny środkowej laminatu o oznaczeniach zamieszczonych w tabeli 8.1.

Tabela 8.1. *Struktura i oznaczenie analizowanych słupów kompozytowych*

PRZEKRÓJ CEOWY		PRZEKRÓJ OMEGOWY	
symbol	konfiguracja warstw	symbol	konfiguracja warstw
C1	[0/-45/45/90/90/45/-45/0] _T	O1	[0/-45/45/90/90/45/-45/0] _T
C2	[90/-45/45/0/0/45/-45/90] _T	O2	[90/-45/45/0/0/45/-45/90] _T
C3	[0/90 /0/ 90 / 90/0 /90 /0] _T	O3	[0/90 /0/ 90 /90/ 0 /90 / 0] _T
C4	[45/-45/90/0/0/90/-45/45] _T	O4	[45/-45/90/0/0/90/-45/45] _T

Szczegółowe badania prowadzono dla czterech serii ceowych (C1÷C4) i omegowych (O1÷O4) słupów kompozytowych, przy czym dla każdej serii wykonano niezależnie po trzy próbki. Program badań obejmował wykonanie trzech pomiarów dla każdej próbki. W rezultacie dla każdej konfiguracji otrzymano 9 pomiarów, na podstawie których wyznaczone zostały charakterystyki słupa w zakresie krytycznym i pokrytycznym, umożliwiające ocenę ich właściwości w tym zakresie.

Drugi etap badań doświadczalnych obejmował pełny zakres obciążenia próbek aż do całkowitego zniszczenia słupów przejawiającego się lokalną degradacją struktury materiału kompozytowego. Wyniki badań niszczących zostaną przedstawione w dalszych rozdziałach niniejszej pracy.

8.3. Metody stosowane przy doświadczalnym wyznaczeniu lokalnych obciążeń krytycznych

Występujące w trakcie prowadzonych badań doświadczalnych wszelkiego rodzaju niedokładności powodowane różnymi niezależnymi czynnikami, jak m.in. imperfekcje geometryczne konstrukcji, budowa stanowiska badawczego czy realizacja obciążenia i warunków brzegowych, utrudniają precyzyjne wyznaczenie wartości obciążenia krytycznego. W takich przypadkach stosuje się metody umożliwiające określenie lokalnego obciążenia krytycznego na podstawie uzyskanych pomiarów w prowadzonych badaniach eksperymentalnych. W niniejszej pracy do oceny wartości sił krytycznych zastosowano następujące metody:

- metoda stycznej pionowej (metoda odkształceń średnich) [91, 200, 463] – oznaczona K1,
- metoda przecięcia prostych na wykresie odkształceń średnich [91] – oznaczona K2,
- metoda $P-w^2$ [441, 463] – oznaczona K3,
- metoda punktu przegięcia [91, 463] – oznaczona K4,

- metoda Tereskowskiego [421] – oznaczona K5,
- metoda Koitera [248, 438] – oznaczona K6.

Wcześniejsze badania wykazały, że najstarsza i najbardziej znana metoda Southwella [36, 386-388, 390] nie może być stosowana w przypadku analizowanych słupów kompozytowych. Wyznaczone tą metodą wartości sił krytycznych były obarczone błędem 40÷70%, przy czym nie uzyskano powtarzalności wyników. Modyfikacje metody Southwella, np. [126, 288, 372, 388, 392], również nie pozwoliły wyznaczyć sił krytycznych dla omawianego przypadku z dostateczną powtarzalnością i dokładnością. Metoda Southwella została wprowadzona dla słupów izotropowych o zwartym przekroju poprzecznym i neutralnym typie stateczności. Jednakże można dowieść, że może być stosowana dla izotropowych słupów cienkościennych o statecznym typie zachowania, jeżeli ugięcia wstępne są małe i nie przekraczają 10% grubości płyty tworzącej słup oraz gdzie odwrotność wartości siły krytycznej jest wyznaczona jako tangens stycznej w początku układu współrzędnych na wykresie $w-w/P$. W omawianym przypadku słupów kompozytowych nie potwierdzono tej prawidłowości. Poczynione powyżej obserwacje potwierdzają inni autorzy, np. [421].

Zastosowane w prowadzonych badaniach metody wyznaczania obciążenia krytycznego wiążą się z koniecznością przeprowadzania obliczeń aproksymacyjnych opartych na wynikach pomiarów doświadczalnych. Przeprowadzane w ten sposób obliczenia mają na celu dopasowanie funkcji opisujących analizowane zjawiska do otrzymanych w doświadczeniu wyników badań. Należy przy tym zaznaczyć, że odpowiedni dobór punktów pomiarowych ze wszystkich dostępnych pomiarów jest bardzo istotny i ma decydujący wpływ na końcowe wyniki prowadzonych obliczeń. Wiąże się z tym idea tzw. punktów bazowych (ang. *pivotal points*) opracowana przez Bronshteina i Semendyayeva [54] i zaimplementowana przez Spencera i Walkera [392] do analizy danych doświadczalnych płyt. W myśl tej idei odpowiedni dobór tzw. *punktów bazowych* pozwala na uniknięcie pewnych błędów i trudności, prowadząc do w miarę optymalnego dopasowania analizowanego wyrażenia do danych pomiarowych.

8.4. Wyniki badań doświadczalnych stanu krytycznego

Przeprowadzone badania doświadczalne ściskanych słupów kompozytowych o przekrojach otwartych dostarczyły niezbędnych informacji pozwalających na ocenę stanu odkształcenia konstrukcji rzeczywistej w funkcji obciążenia zewnętrznego. Otrzymane wyniki badań umożliwiają dokonanie jakościowej i ilościowej analizy zakresu dokrytycznego oraz lokalnego stanu krytycznego w oparciu o zarejestrowane parametry próby. Identyfikację stanu krytycznego badanych konstrukcji przeprowadzono na podstawie uzyskiwanych form wyobcze-

nia stanowiących najniższą postać utraty stateczności oraz odpowiadających im wartości obciążenia krytycznego. Wyznaczone w sposób doświadczalny wartości krytyczne stanowiły podstawę weryfikacji wyników obliczeń numerycznych MES oraz analityczno-numerycznych MAN. Pozwoliło to dokonać oceny charakteru utraty stateczności konstrukcji w zależności od zastosowanej konfiguracji warstw kompozytu.

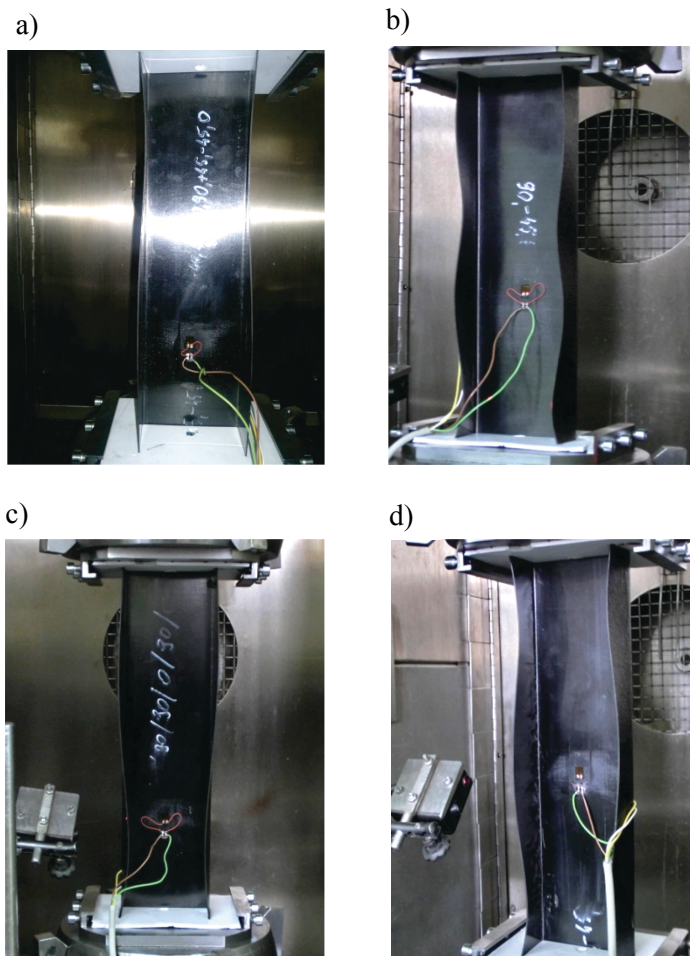
Ze względu na dużą ilość wykonywanych pomiarów przyjęto następujący system oznaczania numeru próby: dla profili ceowych – $Ca-b-c$ oraz omegowych – $Oa-b-c$, gdzie: Ca (Oa) oznaczało nazwę próbki, np. $C1$ ($O1$), b – numer serii (1,2 lub 3) oraz c – numer próby (1,2 lub 3). Powyższy sposób oznaczania zastosowano do opisu wszystkich otrzymanych wyników pomiarów, adekwatnie do numeru przeprowadzonej próby.

8.4.1. Słupy o przekroju ceowym

Badania stanu dokrytycznego i krytycznego wykazały, że najniższa wartość obciążeń krytycznych odpowiada lokalnej postaci utraty stateczności wszystkich badanych słupów kompozytowych o przekroju ceowym. W zależności od przyjętej konfiguracji warstw laminatu otrzymano różne postacie wybożenia profili i odpowiadające im wartości obciążenia krytycznego. Jakościowa analiza wyników pozwala zidentyfikować formę utraty stateczności poszczególnych słupów, przejawiającą się powstawaniem odpowiedniej liczby półfal w kierunku wzdłużnym słupa na poszczególnych ściankach i średniku profilu ceowego. Otrzymane w prowadzonych badaniach najniższe formy wybożenia badanych słupów kompozytowych przedstawiono na rys. 8.6.

Ilościowa analiza wyników doświadczalnych pozwala wyznaczyć wartość obciążenia krytycznego poprzez proces obliczeń aproksymacyjnych prowadzonych na otrzymanych pomiarach z zastosowaniem metod opisanych w rozdziale 8.3. W przypadku metod K2÷K4 aproksymację punktów pomiarowych przeprowadzono z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów. Stosując metodę Tereszowskiego (K5) i Koitera (K6), odczytywano punkty z krzywej doświadczalnej opisującej pokrytyczną ścieżkę równowagi. W przypadku metody Koitera (K6) pokrytyczną ścieżkę równowagi opisano krzywą drugiego stopnia (parabolą) dla konstrukcji idealnej (bez ugięć wstępnych) oraz krzywą trzeciego stopnia dla próbki rzeczywistej z ugięciami wstępnymi. Obliczenia przeprowadzono dla czterech punktów bazowych (czwarty punkt wykorzystano jako punkt sprawdzający). Na podstawie wykonanych obliczeń zbudowano wykresy umożliwiające wyznaczenie wartości obciążenia krytycznego odpowiadającego uzyskanym najniższym postaciom wybożenia słupów. Dla każdej próbki powtarzano powyższą procedurę, otrzymując odpowiednio dziewięć wartości obciążenia krytycznego dla danej konfiguracji warstw kompozytu wyznaczonego

jedną metodą. Analogiczny sposób postępowania zastosowano do wszystkich sześciu metod K1-K6. Otrzymane wyniki badań doświadczalnych dla poszczególnych słupów ceowych przedstawiono poniżej.



Rys. 8.6. Postacie wybożenia słupów: a) słup-C1: $[0/-45/45/90]_s$, b) słup-C2: $[90/-45/45/0]_s$, c) słup-C3: $[0/90/0/90]_s$, d) słup-C4: $[45/-45/90/0]_s$

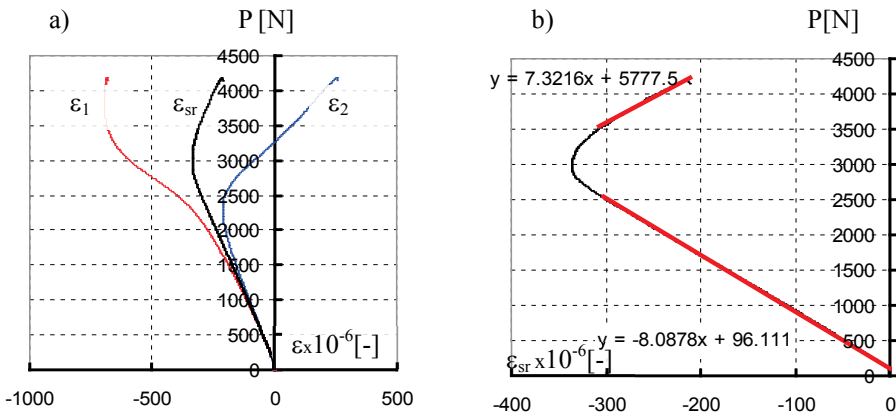
Zestawienie otrzymanych postaci wybożenia (liczby półfal w kierunku wzdłużnym) analizowanych słupów o przekroju ceowym (rys. 7.1) przedstawia tabela 8.2.

Tabela 8.2. Formy wyboeczenia słupów o przekroju ceowym – zestawienie wyników

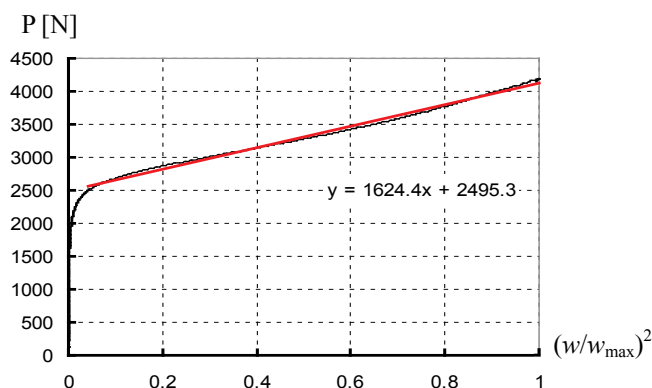
KONFIGURACJA WARSTW	LICZBA PÓŁFAL
C1: [0/-45/45/90/90/45/-45/0] _T	2
C2: [90/-45/45/0/0/45/-45/90] _T	4
C3: [0/90 /0/ 90 /90 /0 /90 /0] _T	2
C4: [45/-45/90/0/0/90/-45/45] _T	3

• **słup C1: [0/-45/45/90/90/45/-45/0]_T**

Badania doświadczalne ściskanego słupa kompozytowego o oznaczeniu C1 wykazały lokalną formę utraty stateczności poszczególnych ścianek profilu ceowego, przejawiającą się powstaniem dwóch półfal w kierunku wzdłużnym na każdej ze ścianek – rys. 8.6a. Przykładowe wyniki pomiarów ugięć w oraz odkształceń ε odpowiadające próbie o oznaczeniu C1-I-1 przedstawiono w formie wykresów na rys. 8.7 i 8.8. Zbudowane zależności przemieszczeń i odkształceń w funkcji obciążenia zewnętrznego umożliwiają wyznaczenie wartości siły krytycznej z wykorzystaniem metod K1÷K3, natomiast wartości obciążenia krytycznego wyznaczone w oparciu o metody K4÷K6 otrzymano w wyniku obliczeń.



Rys. 8.7. Zależność siły ściskającej od odkształceń ε_1 , ε_2 , $\varepsilon_{sr} = 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ dla próbki C1-I-1: a) metoda odkształceń średnich (K1), b) metoda przecięcia prostych na wykresie P- ε_{sr} (K2)



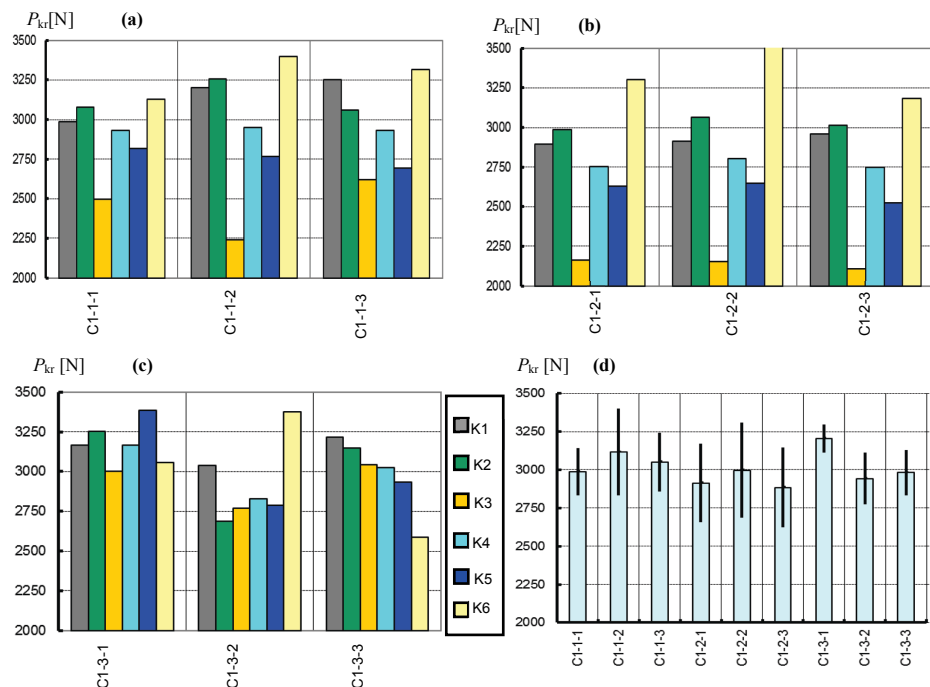
Rys. 8.8. Zależność siły ściskającej od kwadratu bezwymiarowych ugięć $w^2 = (w/w_{max})^2$ dla próbki C1-1-1 – metoda P- w^2 (K3)

Wyznaczone w powyższy sposób wartości obciążenia krytycznego dla słupa C1 zestawiono w tabeli 8.3, przedstawiając wyniki dla wszystkich metod K1=K6 dla każdej wykonanej próby. Określone zostały również wartości średnie siły krytycznej oraz odchylenia standardowe dla każdej metody, wyznaczając dodatkowo przedziały ufności dla istotności $p = 10\%$.

Na podstawie zestawionych w tabeli 8.3 wartości sporządzono wykresy prezentujące wyniki dla poszczególnych prób w zależności od zastosowanej metody wyznaczania siły krytycznej – rys. 8.9a,b,c. Na rys. 8.9d porównano wartości średnie sił krytycznych wyznaczone w oparciu o wyniki otrzymane dla wszystkich metod w ramach jednej próby. Dodatkowo dla każdej wartości średniej określono rozrzut wyników opisujący różnice wyników otrzymane dla metod K1-K6 (wiersze w tab. 8.3 odpowiadające każdej próbie). Przedstawione wykresy pozwalają przejrzysto zwiualizować różnice w wartościach obciążenia krytycznego wyznaczonych poszczególnymi metodami na podstawie tych samych pomiarów. Analogiczną procedurę zastosowano w przypadku pozostałych słupów o przekroju ceowym, dla których wyniki przedstawione zostały poniżej:

Tabela 8.3. Wartość siły krytycznej P_{kr} [N] – zestawienie wyników dla słupa C1

Słup-C1	Siła krytyczna P_{kr} [N]					
	Próba	K1	K2	K3	K4	K5
C1-1-1	2985	3078	2495	2930	2818	3126
C1-1-2	3203	3256	2239	2951	2767	3397
C1-1-3	3252	3060	2619	2930	2695	3313
C1-2-1	2896	2987	2162	2752	2630	3301
C1-2-2	2911	3064	2153	2805	2649	3554
C1-2-3	2957	3012	2108	2746	2522	3183
C1-3-1	3164	3254	3000	3167	3384	3056
C1-3-2	3038	2687	2767	2827	2787	3373
C1-3-3	3216	3148	3044	3025	2931	2585
średnia	3069	3061	2509	2904	2798	3210
odchylenie	140,38	181,57	368,69	137,48	250,04	278,53

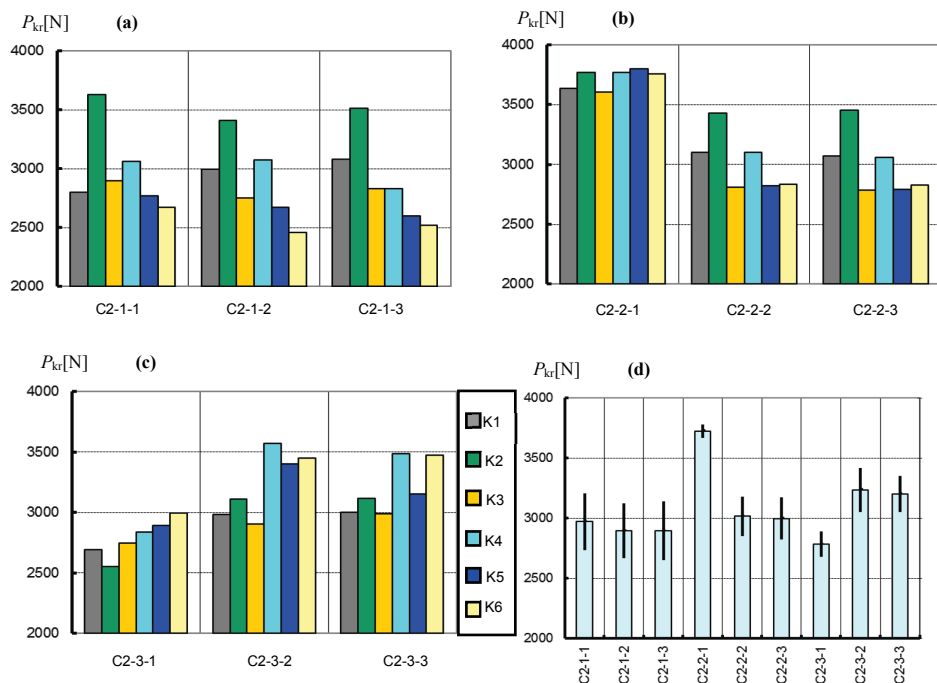


Rys. 8.9. Wartości sił krytycznych dla ceownika C1: a) próbka nr 1, b) próbka nr 2, c) próbka nr 3, d) zestawienie średnich wartości P_{kr} dla wszystkich metod w każdej próbce

- słup C2: [90/-45/45/0/0/45/-45/90]_T

Tabela 8.4. Wartość siły krytycznej P_{kr} [N] – zestawienie wyników dla słupa C2

Słup-C2	Siła krytyczna P_{kr} [N]					
Próba	K1	K2	K3	K4	K5	K6
C2-1-1	2800	3627	2898	3062	2767	2669
C2-1-2	2992	3411	2754	3077	2674	2459
C2-1-3	3079	3512	2834	2829	2597	2522
C2-2-1	3637	3770	3607	3768	3797	3760
C2-2-2	3099	3432	2807	3100	2821	2832
C2-2-3	3070	3454	2788	3059	2791	2828
C2-3-1	2691	2549	2743	2838	2890	2996
C2-3-2	2984	3106	2906	3573	3398	3450
C2-3-3	3001	3115	2990	3485	3152	347
średnia	3039	3331	2925	3199	2987	2999
odchylenie	261,75	362,89	267,65	330,86	391,39	460,00

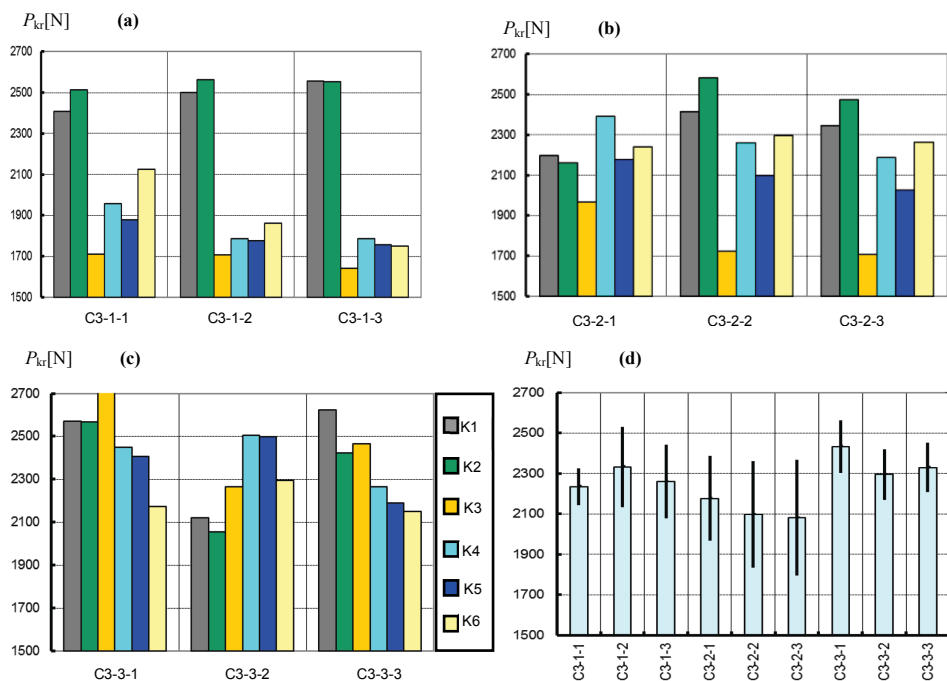


Rys. 8.10. Wartości sił krytycznych dla ceownika C2: a) próbka nr 1, b) próbka nr 2, c) próbka nr 3, d) zestawienie średnich wartości P_{kr} dla wszystkich metod w każdej próbie

- słup C3: [0/90/0/90/90/0/90/0]_T

Tabela 8.5. Wartość siły krytycznej P_{kr} [N] – zestawienie wyników dla słupa C3

Słup-C3	Siła krytyczna P_{kr} [N]					
Próba	K1	K2	K3	K4	K5	K6
C3-1-1	2198	2160	1965	2391	2178	2241
C3-1-2	2416	2583	1725	2261	2099	2297
C3-1-3	2344	2475	1708	2187	2026	2262
C3-2-1	2406	2513	1709	1956	1879	2125
C3-2-2	2500	2562	1706	1787	1775	1861
C3-2-3	2557	2554	1640	1787	1755	1751
C3-3-1	2571	2566	2747	2447	2406	2173
C3-3-2	2121	2056	2265	2505	2496	2293
C3-3-3	2621	2421	2464	2265	2187	2149
średnia	2415	2432	1992	2176	2089	2128
odchylenie	170,85	192,56	404,27	272,82	260,31	194,58

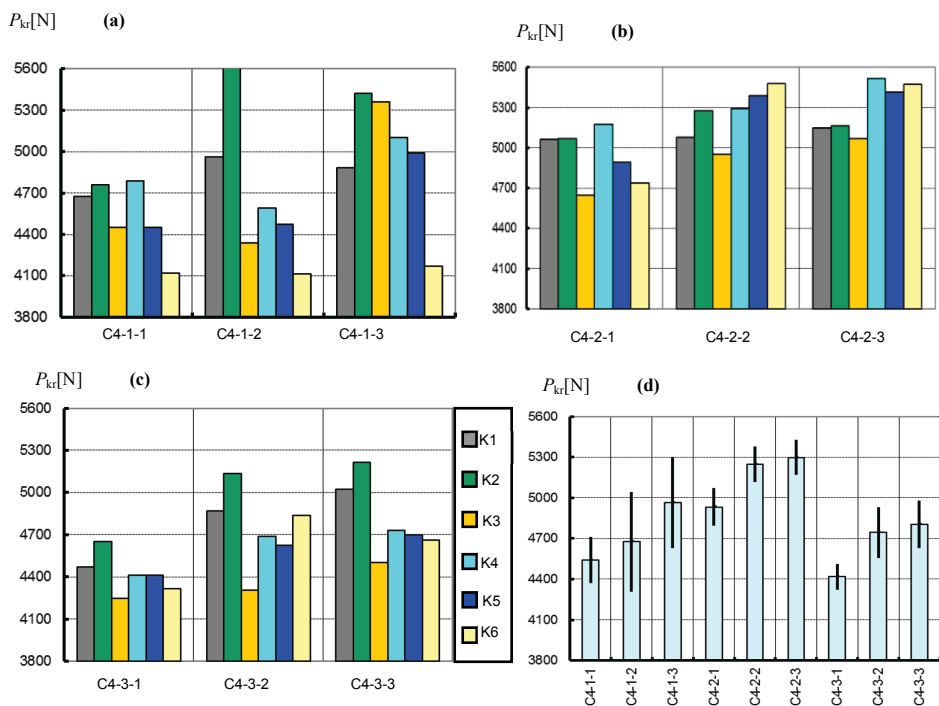


Rys. 8.11. Wartości sił krytycznych dla ceownika C3: a) próbka nr 1, b) próbka nr 2, c) próbka nr 3, d) zestawienie średnich wartości P_{kr} dla wszystkich metod w każdej próbce

- słup C4: [45/-45/90/0/0/90/-45/45]_T

Tabela 8.6. Wartość siły krytycznej P_{kr} [N] – zestawienie wyników dla słupa C4

Słup-C4	Siła krytyczna P_{kr} [N]					
Próba	K1	K2	K3	K4	K5	K6
C4-1-1	4673	4758	4449	4788	4451	4119
C4-1-2	4962	5630	4288	4590	4472	4115
C4-1-3	4882	5422	5363	4899	4987	4167
C4-2-1	5065	5070	4650	5175	4892	4739
C4-2-2	5078	5278	4952	5292	5389	5480
C4-2-3	5149	5164	5068	5518	5415	5472
C4-3-1	4470	4653	4245	4409	4410	4314
C4-3-2	4866	5136	4307	4687	4625	4836
C4-3-3	5023	5212	4499	4729	4699	4659
średnia	4908	5147	4647	4898	4816	4656
odchylenie	217,30	302,55	395,39	384,53	385,39	538,72



Rys. 8.12. Wartości sił krytycznych dla ceownika C4: a) próbka nr 1, b) próbka nr 2, c) próbka nr 3, d) zestawienie średnich wartości P_{kr} dla wszystkich metod w każdej próbce

Przeprowadzone badania doświadczalne mające na celu określenie siły krytycznej równomiernie ściskanych słupów o przekroju ceowym wykazały konieczność zastosowania jednocześnie kilku metod w tym zakresie. Prowadzenie badań na kilku seriach próbek, dla których wykonano jednocześnie kilka pomiarów, pozwoliło uzyskać odpowiedni zakres wyników, na podstawie którego możliwe jest określenie wartości średniej dla każdej badanej konfiguracji warstw laminatu. Otrzymane wyniki potwierdzają powyższą prawidłowość, wykazując pewne różnice w określonych wartościach obciążenia krytycznego w zależności od zastosowanej metody przyjętej do wyznaczania siły krytycznej. Jakościowa ocena prowadzonych badań potwierdza lokalny charakter utraty stateczności poszczególnych ścianek ściskanych słupów, przy czym liczba półfal w kierunku wzdłużnym słupa świadcząca o wyboczeniu półek profilu jest zależna od konfiguracji warstw kompozytu (tabela 8.2).

Analiza ilościowa otrzymanych wyników pozwala na ocenę wartości obciążenia krytycznego w zależności od zastosowanej metody aproksymacyjnej. W przypadku słupa C1 średnie wartości siły krytycznej mieszczą się w zakresie $P_{kr} = 2509 \div 3210$ N, co daje rozbieżność wyników na poziomie 22% pomiędzy poszczególnymi metodami K1÷K6. Najbardziej zaniżoną wartość otrzymano dla metody $P-w^2$ (K3), dla której otrzymujemy dolne oszacowanie obciążenia krytycznego [463]. Jest to szczególnie zauważalne w przypadku próbek C1-1 i C1-2 – rys. 8.9a,b. Dla pozostałych metod rozbieżność wyników wynosi ok.12%. Otrzymane wyniki dla słupa C2 wykazują mniejsze zróżnicowanie wartości obciążenia krytycznego w stosunku do słupa C1. Wyznaczone poszczególnymi metodami wartości średnie siły krytycznej mieszczą się w zakresie $P_{kr} = 2925 \div 3331$ N (tabela 8.4), co zawęża rozbieżność wszystkich wyników do ok.12%. W badaniach doświadczalnych ściskanego słupa C3 otrzymano najniższe wartości obciążenia krytycznego wyznaczone poszczególnymi metodami. Zakres wartości określonej siły krytycznej kształtuje się na poziomie $P_{kr} = 1992 \div 2432$ N (tabela 8.5), zatem rozbieżność otrzymanych wyników wynosi ok. 18%. Również w tym przypadku najniższe wartości otrzymano dla metody $P-w^2$ (metoda K3), dającej dolne oszacowanie obciążenia krytycznego (rys. 8.11a,b). Analiza otrzymanych wyników dla słupa C4 wykazała najwyższe wartości obciążenia krytycznego w stosunku do wszystkich przebadanych słupów. Średnia wartość siły krytycznej dla wszystkich metod zawierała się w zakresie $P_{kr} = 4647 \div 5147$ N (tabela 8.6) dając maksymalną rozbieżność otrzymanych wyników na poziomie nieprzekraczającym 10%.

Wyznaczone wartości średnie obciążenia krytycznego dla poszczególnych metod K1÷K6 wykazują najniższe poziomy siły krytycznej dla słupa C3 ($[0,90,0,90]_s$) oraz najwyższe poziomy w przypadku słupa C4 ($[45/-45/90/0]_s$). Należy przy tym zauważyć, że konfiguracja warstw laminatu dla słupa C4 została otrzymana poprzez zamianę zewnętrznych warstw słupów C1 ($[0/-45/45/90]_s$)

i C2 ([90/-45/45/0]_s) na warstwy w układzie $\pm 45^0$, co spowodowało istotny wzrost wartości obciążenia krytycznego. Analogicznie na podstawie wyników otrzymanych dla słupów C3 i C1 można przyjąć, że umieszczenie warstw w układzie 0^0 na zewnątrz laminatu sprzyja obniżaniu wartości obciążenia krytycznego. Dokładniejsze rozważania dotyczące poszczególnych układów warstw kompozytu zostaną przedstawione w następnym rozdziale w zestawieniu z wynikami metod obliczeniowych.

8.4.2. Słupy o przekroju omegowym

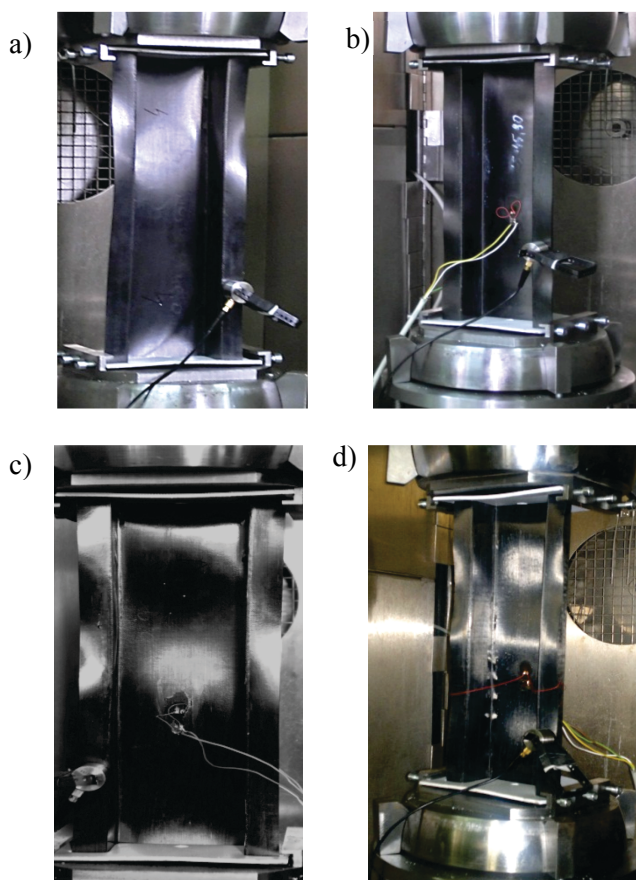
Drugi rodzaj kompozytowych konstrukcji cienkościennych poddanych badaniom doświadczalnym stanowiły słupy o przekroju omegowym (rys. 7.2). Próby prowadzono w sposób analogiczny jak w przypadku słupów ceowych, stosując do wyznaczenia wartości obciążenia krytycznego te same metody, oznaczone K1÷K6. Również w tym przypadku otrzymano lokalne formy utraty stateczności poszczególnych ścianek słupa dla rozważanych konfiguracji warstw kompozytu, oznaczonych odpowiednio O1÷O4. W tabeli 8.7 zestawiono formy wybożenia (liczby półfal w kierunku wzdłużnym) ściskanych słupów o przekroju omegowym w zależności od konfiguracji warstw kompozytu.

Tabela 8.7. *Formy wybożenia słupów o przekroju omegowym – zestawienie wyników*

KONFIGURACJA WARSTW	LICZBA PÓLFAL
O1: [0/-45/45/90/90/45/-45/0] _T	3
O2: [90/-45/45/0/0/45/-45/90] _T	7
O3: [0/90/0/ 90 /90 /0 /90 /0] _T	4
O4: [45/-45/90/0/0/90/-45/45] _T	5

Otrzymane w prowadzonych badaniach najniższe formy wybożenia słupów kompozytowych o przekroju omegowym przedstawiono na rys. 8.13.

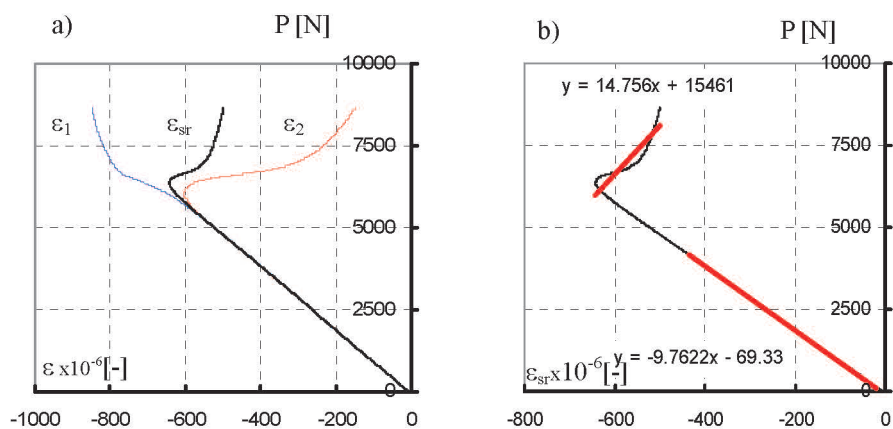
Przeprowadzone obliczenia aproksymacyjne na pomierzonych wartościach ugięć w oraz odkształceń ε umożliwiły wyznaczenie wartości obciążenia krytycznego w oparciu o zastosowane w badaniach metody K1÷K6. Określenie wartości obciążenia krytycznego na podstawie przeprowadzonych w badaniach doświadczalnych pomiarów umożliwiła przeprowadzenie ilościowej analizy wybożenia słupów o przekroju omegowym, mającej na celu określenie wpływu konfiguracji warstw kompozytu na wartość siły krytycznej. W niniejszym rozdziale zaprezentowane zostaną przykładowe wyniki pomiarów w formie odpowiednich zależności w sposób analogiczny jak w przypadku rozważanych wcześniej słupów o przekroju ceowym.



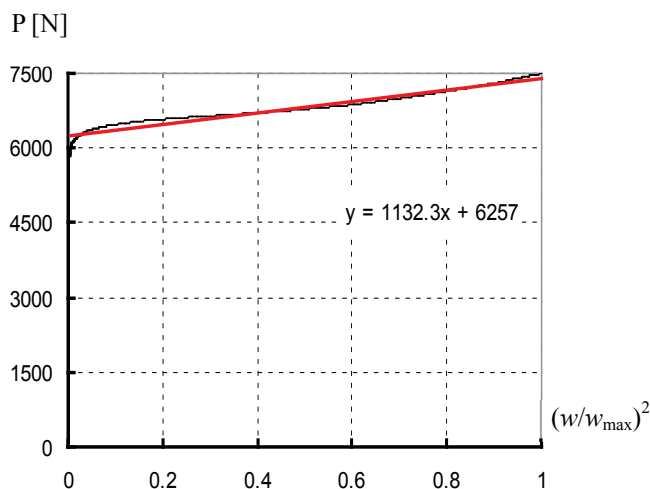
Rys. 8.13. Postacie wyboczenia słupów: a) słup-O1: $[0/-45/45/90]_s$, b) słup-O2: $[90/-45/45/0]_s$, c) słup-O3: $[0/90/0/90]_s$, d) słup-O4: $[45/-45/90/0]_s$

- **słup O1:** $[0/-45/45/90/90/45/-45/0]_T$

W przypadku słupa o oznaczeniu O1 otrzymano lokalną utratę stateczności ścianek profilu omegowego w postaci 3 półfal w kierunku wzdłużnym na każdej półce profilu – rys. 8.13a. Przykładowe wyniki pomiarów ugięć w oraz odkształceń ε odpowiadające próbie o oznaczeniu O1-1-1 przedstawiono w formie wykresów na rys. 8.14 i 8.15. Na ich podstawie z wykorzystaniem metod K1÷K6 wyznaczono wartości obciążenia krytycznego dla każdej badanej próbki słupa, które zestawiono w tabeli 8.8. Wyznaczone zostały również wartości średnie siły krytycznej dla każdej zastosowanej metody oraz odchylenie standardowe.



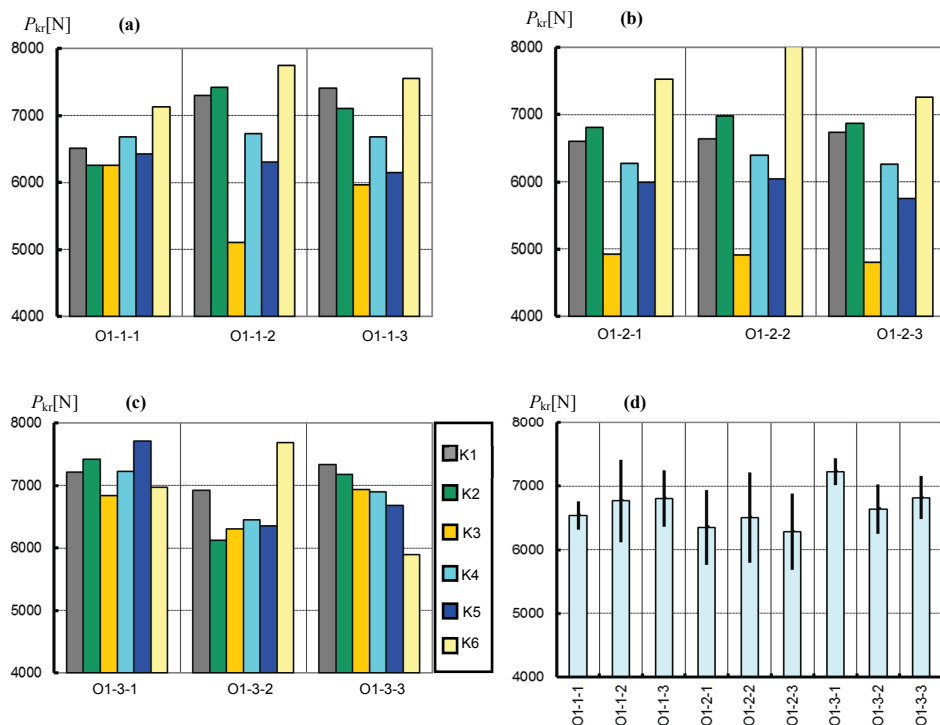
Rys. 8.14. Zależność siły ściskającej od odkształceń ε_1 , ε_2 , $\varepsilon_{sr} = 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ dla próbki O1-1-1: a) metoda odkształceń średnich (K1), b) metoda przecięcia prostych na wykresie P - ε_{sr} (K2)



Rys. 8.15. Zależność siły ściskającej od kwadratu bezwymiarowych ugięć $w^2 = (w/w_{max})^2$ dla próbki O1-1-1 – metoda P - w^2 (K3)

Tabela 8.8. Wartość siły krytycznej P_{kr} [N] – zestawienie wyników dla słupa O1

Słup-O1	Siła krytyczna P_{kr} [N]					
	Próba	K1	K2	K3	K4	K5
O1-1-1	6509	6260	6257	6680	6423	7126
O1-1-2	7301	7423	5103	6726	6307	7745
O1-1-3	7412	7100	5970	6678	6143	7553
O1-2-1	6601	6808	4928	6273	5995	7526
O1-2-2	6636	6984	4909	6394	6039	8101
O1-2-3	6741	6866	4804	6261	5749	7257
O1-3-1	7214	7417	6839	7220	7715	6967
O1-3-2	6925	6126	6307	6446	6354	7690
O1-3-3	7332	7176	6938	6896	6681	5894
średnia	6963	6907	5784	6619	6378	7317
odchylenie	355,37	458,60	858,77	313,36	569,95	634,88

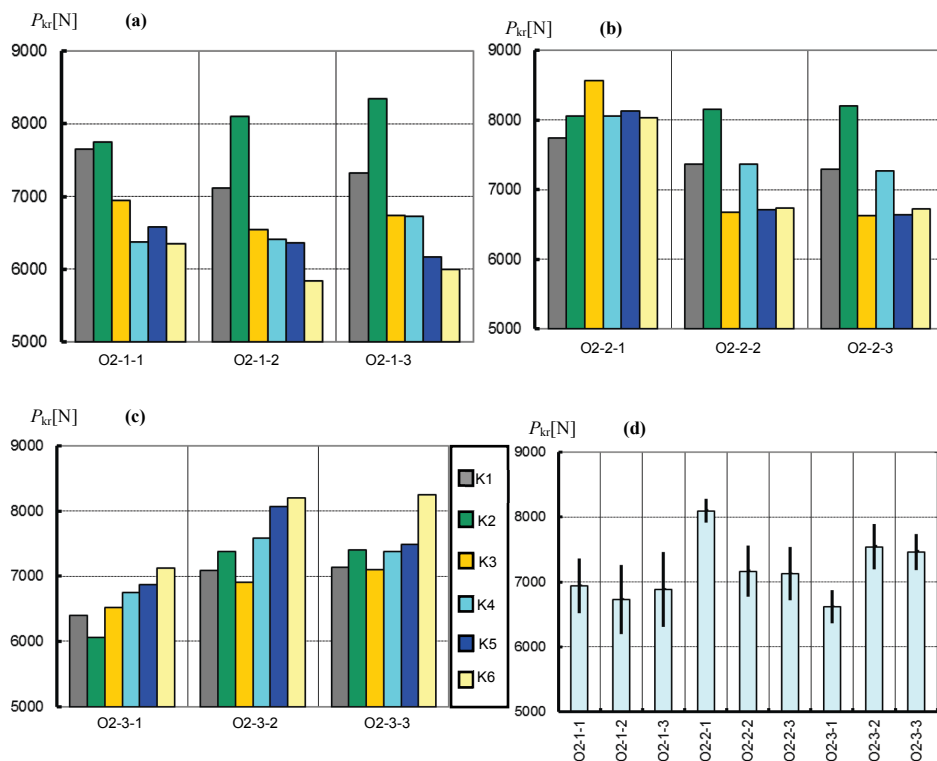


Rys. 8.16. Wartości sił krytycznych dla słupa O1: a) próbka nr 1, b) próbka nr 2, c) próbka nr 3, d) zestawienie średnich wartości P_{kr} dla wszystkich metod w każdej próbce

- słup O2: [90/-45/45/0/0/45/-45/90]_T

Tabela 8.9. Wartość siły krytycznej P_{kr} [N] – zestawienie wyników dla słupa O2

Słup-O2	Siła krytyczna P_{kr} [N]					
	Próba	K1	K2	K3	K4	K5
O2-1-1	7654	7744	6944	6376	6577	6344
O2-1-2	7112	8107	6546	6412	6356	5845
O2-1-3	7318	8346	6734	6723	6173	5994
O2-2-1	7743	8059	8571	8055	8124	8036
O2-2-2	7366	8156	6671	7369	6704	6730
O2-2-3	7295	8208	6625	7271	6632	6722
O2-3-1	6396	6058	6520	6744	6869	7120
O2-3-2	7092	7382	6906	7590	8075	8198
O2-3-3	7132	7404	7106	7382	7490	8257
średnia	7234	7718	6958	7103	7000	7027
odchylenie	389,32	712,59	635,61	570,07	722,64	937,04

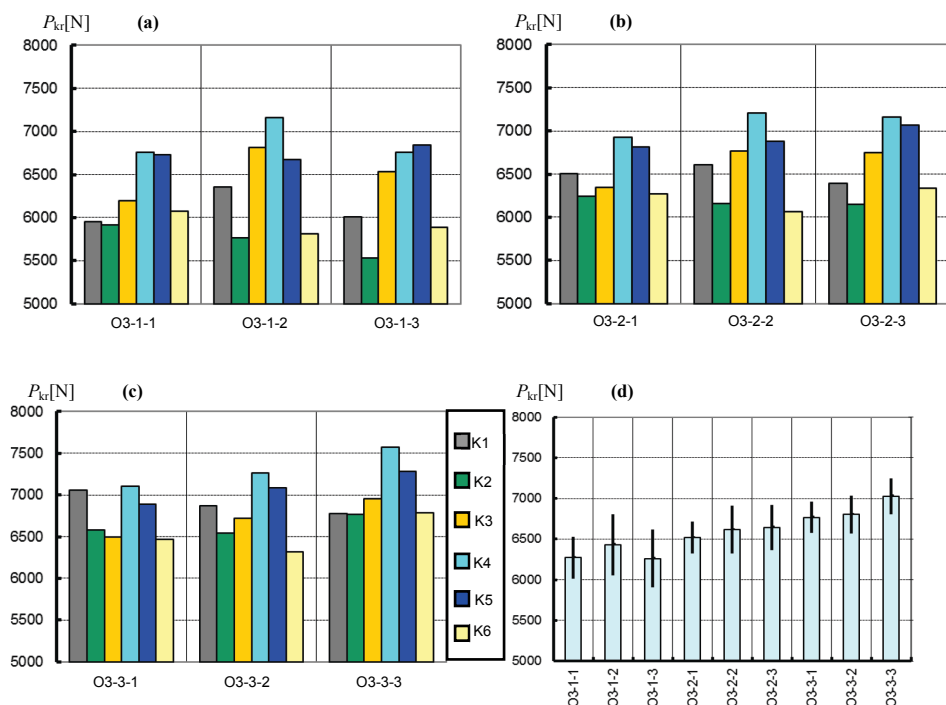


Rys. 8.17. Wartości sił krytycznych dla słupa O2: a) próbka nr 1, b) próbka nr 2, c) próbka nr 3, d) zestawienie średnich wartości P_{kr} dla wszystkich metod w każdej próbie

- słup O3: [0/90/0/90/90/0/0]_T

Tabela 8.10. Wartość siły krytycznej P_{kr} [N] – zestawienie wyników dla słupa O3

Słup-O3 Próba	Siła krytyczna P_{kr} [N]					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
O3-1-1	5952	5910	6193	6757	6733	6074
O3-1-2	6354	5764	6814	7158	6676	5817
O3-1-3	6010	5531	6536	6756	6845	5891
O3-2-1	6504	6248	6342	6929	6810	6272
O3-2-2	6612	6154	6769	7212	6881	6069
O3-2-3	6394	6151	6747	7164	7065	6341
O3-3-1	7056	6585	6491	7101	6887	6470
O3-3-2	6870	6545	6724	7265	7085	6322
O3-3-3	6779	6772	6958	7572	7285	6791
średnia	6503	6184	6619	7102	6918	6227
odchylenie	372,40	406,31	245,95	258,56	192,39	302,27

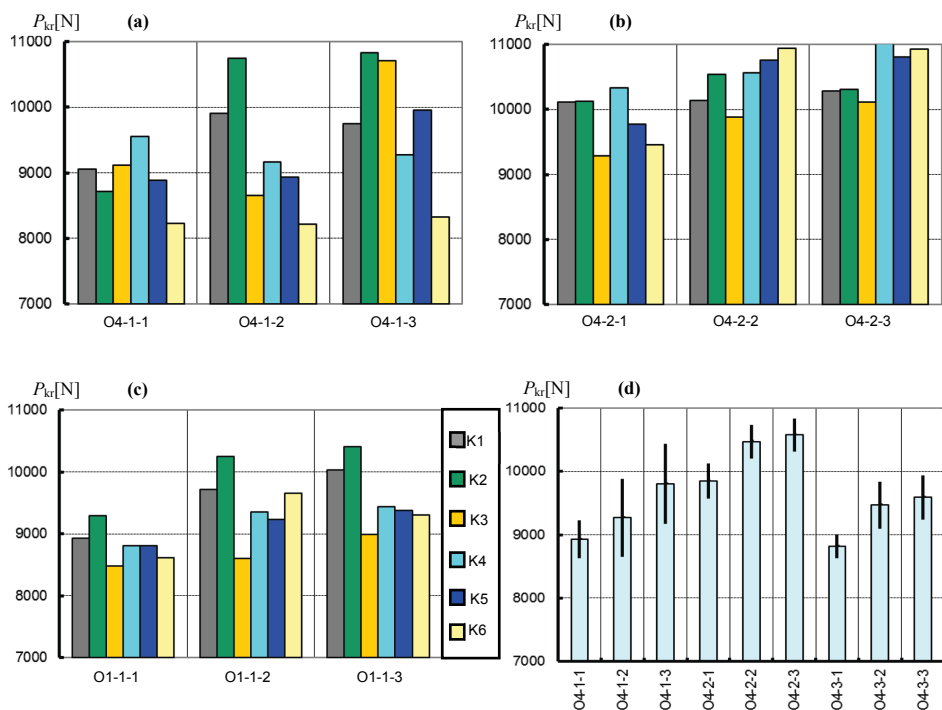


Rys. 8.18. Wartości sił krytycznych dla słupa O3: a) próbka nr 1, b) próbka nr 2, c) próbka nr 3, d) zestawienie średnich wartości P_{kr} dla wszystkich metod w każdej próbie

- słup O4: [45/-45/90/0/0/90/-45/45]_T

Tabela 8.11. Wartość siły krytycznej P_{kr} [N] – zestawienie wyników dla słupa O4

Słup-O4	Siła krytyczna P_{kr} [N]					
Próba	K1	K2	K3	K4	K5	K6
O4-1-1	9052	8712	9121	9560	8888	8224
O4-1-2	9908	10741	8658	9165	8928	8216
O4-1-3	9748	10826	10707	9273	9958	8320
O4-2-1	10114	10124	9285	10332	9769	9461
O4-2-2	10139	10539	9888	10565	10760	10942
O4-2-3	10282	10312	10119	11018	10811	10926
O4-3-1	8925	9290	8475	8804	8806	8614
O4-3-2	9716	10255	8600	9358	9236	9656
O4-3-3	10029	10406	8983	9442	9382	9302
średnia	9768	10134	9315	9724	9615	9296
odchylenie	479,04	695,19	767,45	737,80	769,47	1075,61



Rys. 8.19. Wartości sił krytycznych dla słupa O4: a) próbka nr 1, b) próbka nr 2, c) próbka nr 3, d) zestawienie średnich wartości P_{kr} dla wszystkich metod w każdej próbie

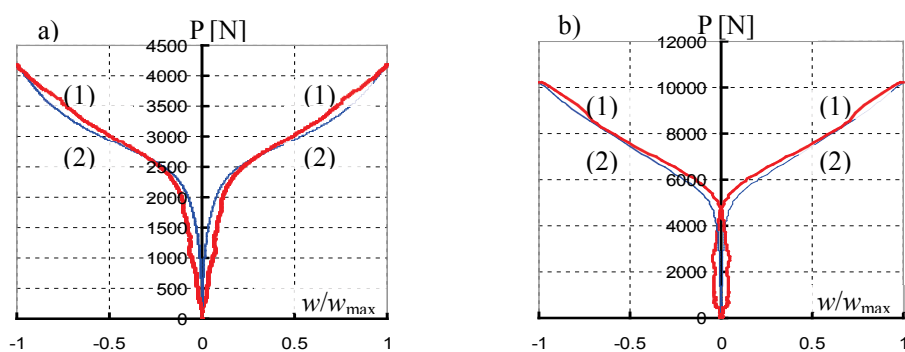
Zaprezentowane wyniki dla słupów o przekroju omegowym pozwalają w sposób analogiczny jak w przypadkach słupów ceowych dokonać oceny stanu krytycznego analizowanych konstrukcji. We wszystkich przypadkach otrzymano lokalny charakter utraty stateczności ścianek profilu omegowego o zróżnicowanej ilości półfal i wartości obciążenia krytycznego w zależności od konfiguracji warstw kompozytu (tabela 8.7). Ilościowa ocena wyników w przypadku słupa O1 wykazała średnie wartości siły krytycznej mieszczące się w zakresie $P_{kr} = 5784\div 7317$ N (tabela 8.8), co daje rozbieżność wyników na poziomie 21%. Odrzucając najbardziej skrajne wyniki otrzymane metodą K3, różnica obciążeń krytycznych wyznaczonych pozostałymi metodami nie przekracza 13%. Otrzymane wyniki badań dla słupa O2 wykazały podobną średnią wartość obciążenia krytycznego w stosunku do słupa O1, różniącego się jedynie położeniem skrajnych i środkowych warstw kompozytu. Zakres średnich wartości sił krytycznych wynosił w tym przypadku $P_{kr} = 6958\div 7718$ N (tabela 8.9), dając rozbieżność wyników na poziomie nieprzekraczającym 10%. Wyniki badań doświadczalnych słupa O3 wykazały najniższą wartość siły krytycznej w odniesieniu do pozostałych badanych słupów o przekroju omegowym. Zaprezentowane w tabeli 8.10 średnie wartości sił krytycznych dla każdej metody zawierają się w zakresie $P_{kr} = 6184\div 7102$ N, co oznacza rozbieżność wyników na poziomie nieprzekraczającym 13%. Analiza wyników dla słupa O4 pokazała poziom średniej wartości obciążenia krytycznego mieszczącej się w zakresie $P_{kr} = 9296\div 101341$ N (tabela 8.11), co w kontekście wszystkich badanych słupów o przekroju omegowym daje zdecydowanie najwyższą wartość siły krytycznej. Rozbieżność wyznaczonego różnymi metodami obciążenia krytycznego wyniosła w tym przypadku ok. 8%.

Wyznaczone wartości średnie obciążenia krytycznego dla poszczególnych metod K1-K6 wykazały najniższe poziomy siły krytycznej dla słupa O3 ([0/90/0/90]_s) oraz najwyższe poziomy w przypadku słupa O4 ([45/-45/90/0]_s). Również w tym przypadku konfiguracja warstw kompozytu dla słupa O4 otrzymana poprzez zamianę zewnętrznych warstw słupów O1 ([0/-45/45/90]_s) i O2 ([90/-45/45/0]_s) na warstwy w układzie $\pm 45^0$ spowodowała istotny wzrost wartości obciążenia krytycznego, natomiast umieszczenie warstw w układzie 0^0 na zewnątrz laminatu (słupy O1 i O3) daje skutek odwrotny.

8.5. Uwagi podsumowujące

Przeprowadzone badania eksperymentalne stanu krytycznego ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych dostarczają wielu istotnych informacji mających bezpośredni wpływ na sposób i metodykę prowadzonego doświadczenia. Otrzymywane podczas pomiarów rozrzuty wyników świadczą o konieczności prowadzenia badań dla kilku serii próbek, przy czym, o ile to możliwe, należy dla

wszystkich próbek stosować jednocześnie kilka niezależnych metod badawczych. Uśrednienie wyników z odrzuceniem najbardziej odbiegających wartości pozwala zbliżyć się do wartości teoretycznej. W czasie prowadzenia badań należy zachować dużą staranność. Dotyczy to przede wszystkim odpowiedniego doboru próbek, gdzie powinno się bezwzględnie eliminować próbki z błędami kształtu. Dodatkowo należy zwrócić szczególną uwagę na zapewnienie odpowiednich warunków brzegowych, co w prowadzonych badaniach realizowano za pomocą odpowiednich wkładek z miękkiego tworzywa. W trakcie realizacji badań zauważono, iż różnica w sztywności słupów o przekroju ceowym i omegowym wymagała zastosowania wkładek o różnej grubości. Dla słupów ceowych w celu zapewnienia odpowiedniego ułożenia końców słupa zastosowano wkładki o grubości 6 mm, natomiast w przypadku słupów omegowych właściwe ustawienie konstrukcji w uchwytach zapewniały wkładki o grubości 3 mm. Dodatkowymi elementami mającymi bezpośredni wpływ na jakość otrzymywanych wyników było zapewnienie osiowości ściskania oraz dokładnej rejestracji odpowiednich parametrów próby. Rejestracja parametrów deformacji słupów w trakcie procesu obciążania była przeprowadzana dwiema niezależnymi metodami. Pomiaru ugięć w dokonywano na ściankach bocznych ceowników z wykorzystaniem czujnika laserowego, natomiast w miejscu największych ugięć środkiem zastosowano pomiar z wykorzystaniem tensometrów oporowych (ε_1 , ε_2) naklejonych po przeciwległych stronach środka. W celu weryfikacji zastosowanych metod pomiarowych zestawiono wyniki pomiarów na wykresach przedstawiających zależności obciążenia w funkcji bezwymiarowych ugięć w/w_{max} (dla pomiarów czujnikiem laserowym) oraz odkształceń względnych $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/\max(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ (dla pomiarów tensometrycznych).



Rys. 8.20. Ścieżka równowagi dla próbki: a) C1-1-1, b) O3-1-1
 Krzywa (1) odpowiada zależności: $P-w$, gdzie $w = w/w_{max}$, zaś krzywa (2) zależności: $P-\varepsilon_r$, gdzie $\varepsilon_r = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/\max(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$

W obydwu przypadkach pomierzone wartości odniesiono do wartości maksymalnej (odpowiednio ugięć i odkształceń), otrzymując na osi odciętych wartości bezwymiarowe zmieniające się w zakresie $0 \div 1$ (lub $-1 \div 0$). Przeprowadzona analiza umożliwiła porównanie zgodności pomiarów uzyskiwanych różnymi metodami, których przykładowe wyniki dla pierwszych próbek słupów C1 i O3 przedstawiono na rys. 8.20.

Otrzymana wysoka zgodność ścieżek równowagi $P-w$ oraz $P-\varepsilon_r$ na opracowanych wykresach pozwala na korzystną ocenę zastosowanej metodyki rejestracji parametrów próby. Powtarzalność wyników pomiarów na zbliżonym poziomie otrzymano dla wszystkich rozważanych w badaniach doświadczalnych ściskanych słupów kompozytowych.

Przeprowadzona analiza otrzymanych wyników dla słupów o przekroju ceowym i omegowym wykazała zbieżność zastosowanych metod wyznaczania obciążenia krytycznego $K1 \div K6$, co zdaje się potwierdzać poprawność wykonanych pomiarów i obliczeń aproksymacyjnych. Największe rozbieżności zauważono w przypadku metody $P-w^2$ (K3), dla której otrzymano dolne oszacowanie obciążenia krytycznego [463]. Pozostałe zastosowane metody zapewniały zbliżoną dokładność, wykazując różnice na poziomie nieprzekraczającym 13%, co w przypadku badań doświadczalnych dotyczących stateczności stanowi dużą zbieżność wyników. Zarówno w przypadku słupów o przekroju ceowym, jak i omegowym (z wyjątkiem słupa O3) dla metody K1 otrzymano najmniejsze odchylenia od wartości średniej wyznaczonego obciążenia krytycznego, co może przemawiać za przyjęciem tej metody jako referencyjnej w prowadzonych badaniach. Wysoka zgodność wyników dla poszczególnych próbek była również uwarunkowana specyfiką zastosowanej technologii wykonania, zapewniającej dużą powtarzalność oraz zbliżoną dokładność wytwarzanych elementów kompozytowych.

WYNIKI ANALIZY STATECZNOŚCI ŚCISKANYCH SŁUPÓW KOMPOZYTOWYCH

W niniejszym rozdziale zaprezentowane zostaną wyniki obliczeń numerycznych MES i analityczno-numerycznych MAN stanów krytycznych i pokrytycznych ściskanych kompozytowych słupów cienkościennych. Otrzymane wyniki zostaną przedstawione w kontekście wyników badań doświadczalnych, stanowiących bezpośrednią weryfikację zastosowanych modeli obliczeniowych. Porównanie wszystkich wyników pozwoli również na ocenę zastosowanych w badaniach doświadczalnych metod oceny stanu krytycznego i pokrytycznego analizowanych konstrukcji. W prowadzonych badaniach podjęto próbę weryfikacji jakościowej otrzymanych wyników poprzez ocenę form deformacji konstrukcji, jak również ilościową analizę otrzymanych wartości krytycznych oraz charakterystyk konstrukcji w stanie pokrytycznym.

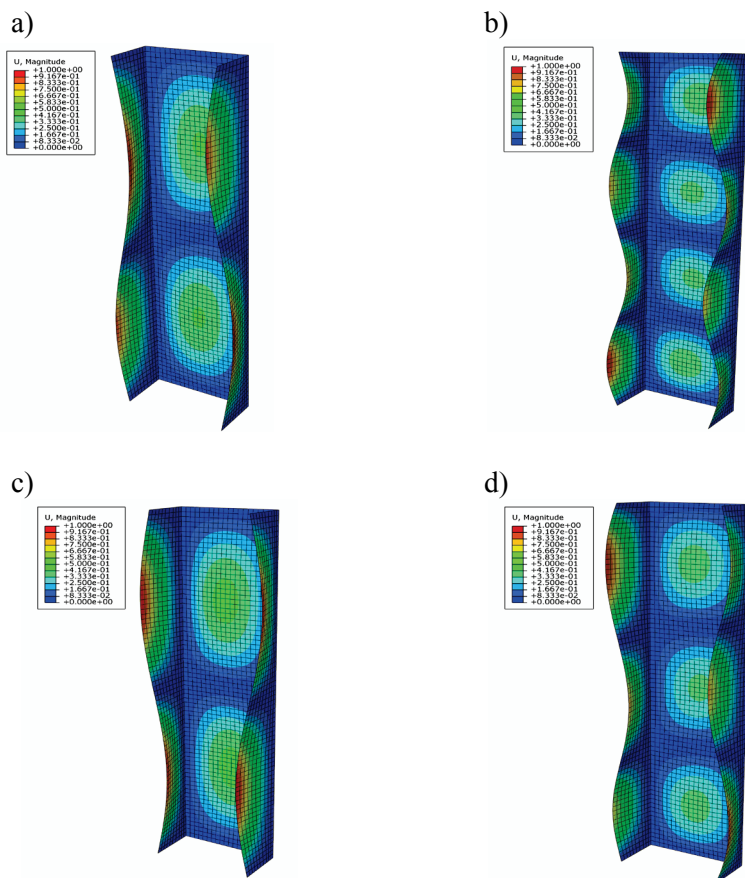
Przeprowadzone rozważania zawierają również syntetyczną analizę otrzymanych wyników z uwzględnieniem wpływu konfiguracji warstw kompozytu na zachowanie się konstrukcji w warunkach obciążenia krytycznego i pokrytycznego. Analizę przeprowadzono dla wszystkich badanych doświadczalnie konfiguracji słupów o przekroju ceowym C1÷C4 oraz omegowym O1÷O4. Prezentowane wyniki wyznaczono zgodnie z opisaną we wcześniejszych rozdziałach metodyką badań doświadczalnych i analiz obliczeniowych.

9.1. Analiza stanu krytycznego

W pierwszej kolejności zaprezentowane zostaną wyniki umożliwiające ocenę stanu krytycznego ściskanych słupów kompozytowych. Analizowano wartości obciążenia krytycznego w kontekście przyjętego układu warstw kompozytu oraz postacie wybożenia konstrukcji odpowiadające najniższej wartości krytycznej. Otrzymane wyniki prezentowano w formie tabelarycznej oraz w postaci wykresów, umożliwiając porównanie poszczególnych metod badawczych dla każdego rozważanego słupa kompozytowego. Przyjęty sposób prezentacji ułatwia, zdaniem autora, przeprowadzenie bezpośredniej weryfikacji wyników badań oraz dokonanie oceny konstrukcji w warunkach obciążenia krytycznego.

9.1.1. Słupy o przekroju ceowym

Badania stanu krytycznego wykazały, że najniższa wartość obciążeń krytycznych odpowiada lokalnej postaci utraty stateczności wszystkich badanych słupów kompozytowych o przekroju ceowym C1÷C4. W zależności od przyjętej konfiguracji warstw laminatu otrzymano różne postacie wyboczenia profili i odpowiadające im wartości obciążenia krytycznego. Lokalne wyboczenie konstrukcji odpowiadało utracie stateczności ścianek i średnika profilu ceowego, przejawiające się powstaniem na ścianach słupa różnej liczby półfal w kierunku wzdłużnym.



Rys. 9.1. Postacie wyboczenia słupów o przekroju ceowym (MES): a) C1: $[0/-45/45/90]_s$, b) C2: $[90/-45/45/0]_s$, c) C3: $[0/90/0/90]_s$, d) C4: $[45/-45/90/0]_s$

Otrzymane w obliczeniach numerycznych MES postaci wyboczenia słupów o przekroju ceowym przedstawiono na rys. 9.1. Należy podkreślić, że w przypadku obliczeń z wykorzystaniem programu Abaqus i Ansys otrzymane postacie wyboczenia są identyczne, stąd na rysunkach zaprezentowane zostały przykładowo tylko wyniki obliczeń w programie Abaqus.

Jakościowa analiza wyników potwierdza całkowitą zgodność wyznaczonych na drodze numerycznej form wyboczenia słupów ceowych z postacią deformacji uzyskaną w badaniach doświadczalnych (rys. 8.6). Potwierdzają to również wyniki obliczeń uzyskane dla metody analityczno-numerycznej (MAN), dla której w każdym rozważanym przypadku otrzymano identyczną z doświadczalną i numeryczną liczbę półfal w kierunku wzdłużnym słupa. Zestawienie wyników opisujących postać wyboczenia poszczególnych słupów o przekroju ceowym zamieszczono w tabeli 9.1.

Tabela 9.1. Zestawienie wyników stanu krytycznego dla słupów ceowych

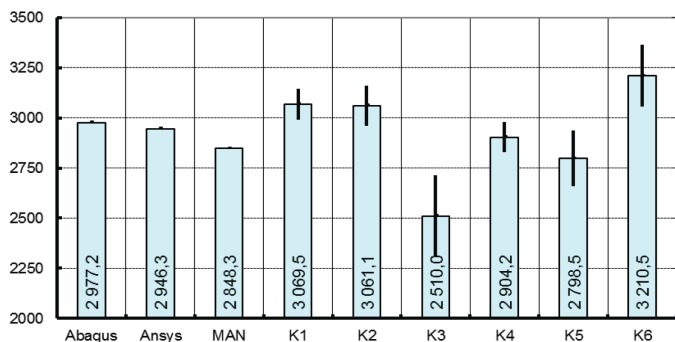
słup	MES				MAN			badania dośw.
	ABAQUS		ANSYS		siła kryt. P_{kr} [N]	liczba półfal	a_{1111} (6.2)	liczba półfal
	siła kryt. P_{kr} [N]	liczba półfal	siła kryt. P_{kr} [N]	liczba półfal				
C1	2977,2	2	2946,3	2	2848,3	2	0,0930694	2
C2	2995,2	4	2969,3	4	2846,4	4	0,373725	4
C3	2282,3	2	2272,5	2	2274,8	2	0,165324	2
C4	4402,4	3	4359,6	3	4369,7	3	0,137595	3

Przedstawione w tabeli 9.1 wyniki wykazują jakościową i ilościową zbieżność postaci wyboczenia oraz wartości obciążenia krytycznego obliczeń numerycznych i analityczno-numerycznych z wynikami badań eksperymentalnych. Analizując wartości obciążenia krytycznego dla wszystkich badanych słupów, wyniki obliczeń MES i MAN praktycznie pokrywają się z wynikami badań doświadczalnych – największe rozbieżności na poziomie 4,9% (Abaqus) oraz 4,1% (Ansys) otrzymano dla ceownika C2:[90/-45/45/0]_s. Wyznaczone w obliczeniach wartości krytyczne potwierdzają tendencję kształtowania się poziomu obciążenia krytycznego w zależności od konfiguracji warstw kompozytu otrzymaną w badaniach doświadczalnych. W przypadku słupów C1:[0/-45/45/90]_s i C2:[90/-45/45/0]_s różniących się tylko położeniem warstw skrajnych i środkowych (zamiennie 0⁰ i 90⁰) otrzymano zbliżone wartości siły krytycznej, ale zasadniczo inne postacie wyboczenia. Przesunięcie warstw o układzie włókien 0⁰ z warstw zewnętrznych do warstw w pobliżu płaszczyzny symetrii laminatu powoduje wzrost liczby półfal z 2 do 4 przy tym samym poziomie obciążenia krytycznego. Potwierdza to również przypadek ceownika C3:[0/90/0/90]_s,

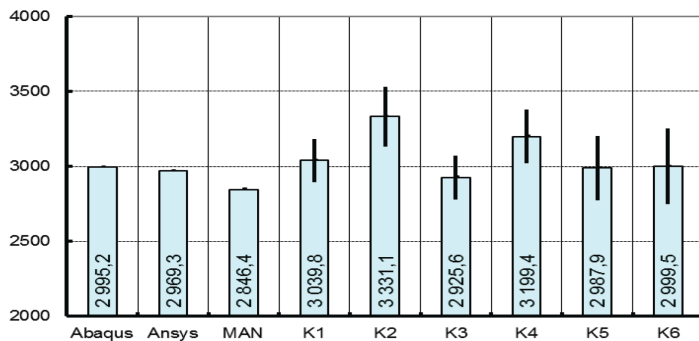
dla którego warstwy zewnętrzne o układzie 0^0 wywołują postać wybočenja charakteryzującą się liczbą półfal 2 jak w przypadku ceownika C1. Analogicznie usytuowanie warstw w układzie włókien 0^0 w płaszczyźnie symetrii laminatu powoduje wzrost liczby półfal – ceownik C2 (4 półfale) i C4 (3 półfale).

Identycznie jak w badaniach doświadczalnych, najniższą wartość obciążenia krytycznego otrzymano dla słupa C3, natomiast najwyższą dla słupa C4 – wzrost obciążenia krytycznego w tym przypadku kształtuje się na poziomie zbliżonym do ok. 48% dla wszystkich zastosowanych narzędzi obliczeniowych. Znaczny wzrost obciążenia krytycznego dla ceownika C4 w odniesieniu do pozostałych słupów ceowych spowodowany jest przesunięciem na zewnątrz laminatu warstw w układzie włókien $\pm 45^0$.

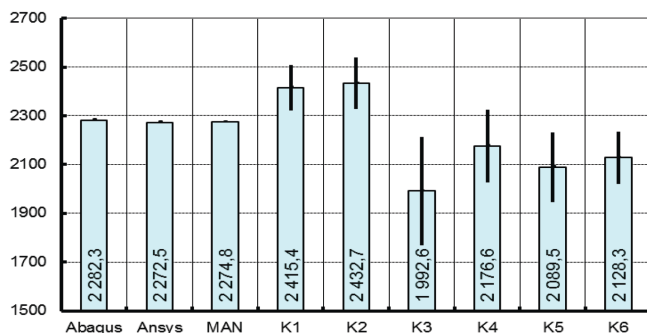
Zestawienie wartości sił krytycznych dla ściskanych słupów ceowych C1÷C4 przedstawiono na rys. 9.2 ÷ 9.5. Obciążenie krytyczne otrzymane w wyniku obliczeń numerycznych MES (Abaqus i Ansys) i analityczno-numerycznych MAN porównano z wartościami średnich sił krytycznych (podanych na wykresie) wyznaczonych różnymi metodami K1÷K6 na podstawie badań doświadczalnych (rozd. 8).



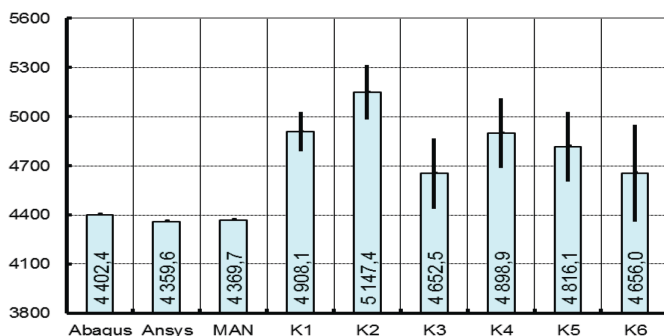
Rys. 9.2. Zestawienie wartości sił krytycznych dla ceownika C1: $[0/-45/45/90]_s$



Rys. 9.3. Zestawienie wartości sił krytycznych dla ceownika C2: $[90/-45/45/0]_s$



Rys. 9.4. Zestawienie wartości sił krytycznych dla ceownika C3: $[0/90/0/90]_s$



Rys. 9.5. Zestawienie wartości sił krytycznych dla ceownika C4: $[45/-45/90/0]_s$

Analiza otrzymanych wartości krytycznych wykazała dobrą zbieżność wyników obliczeniowych (MES i MAN) z wartościami średnimi wyznaczonymi metodami K1÷K6 na podstawie badań doświadczalnych. Ponadto na podstawie zamieszczonych wykresów można zauważyć, że wyznaczone obliczeniowo wyniki kształtują się na ogół w środku zakresu obciążenia krytycznego określonego metodami doświadczalnymi. Wyjątek stanowi ceownik C4: $[45/-45/90/0]_s$, dla którego wartość obliczeniowa siły krytycznej kształtuje się 6% poniżej zakresu eksperymentalnego.

We wszystkich analizowanych przypadkach dla metody K3 otrzymano najniższą wartość obciążenia krytycznego. Wynika to z istoty samej metody, która, jak już wcześniej wspomniano, pozwala na dolne oszacowanie obciążenia krytycznego. Miało to bezpośredni wpływ na zgodność wyników obliczeniowych i doświadczalnych, ze względu na otrzymywane największe rozbieżności sił krytycznych wyznaczonych metodą K3 a wartościami obliczeniowymi obciążenia krytycznego. Dotyczyło to słupów C1 i C3, dla których maksymalne różnice w wartościach obciążenia krytycznego wynosiły odpowiednio: C1 (Abaqus – K3) ~ 15,7% oraz C3 (Abaqus – K3) ~ 12,7%. Pomijając w tym przypadku siły

krytyczne wyznaczone metodą K3, maksymalna różnica wyników zmniejszyła się do poziomu: C1 (MAN – K6) ~ 11,2% oraz C2 (Abaqus – K5) ~ 8,4%. W przypadku słupa C2 rozbieżność sił krytycznych pomiędzy obliczeniami i badaniami doświadczalnymi wyniosła ~ 14,5% (MAN – K2), natomiast w przypadku słupa C4 otrzymana różnica kształtowała się na poziomie ~ 15,3%.

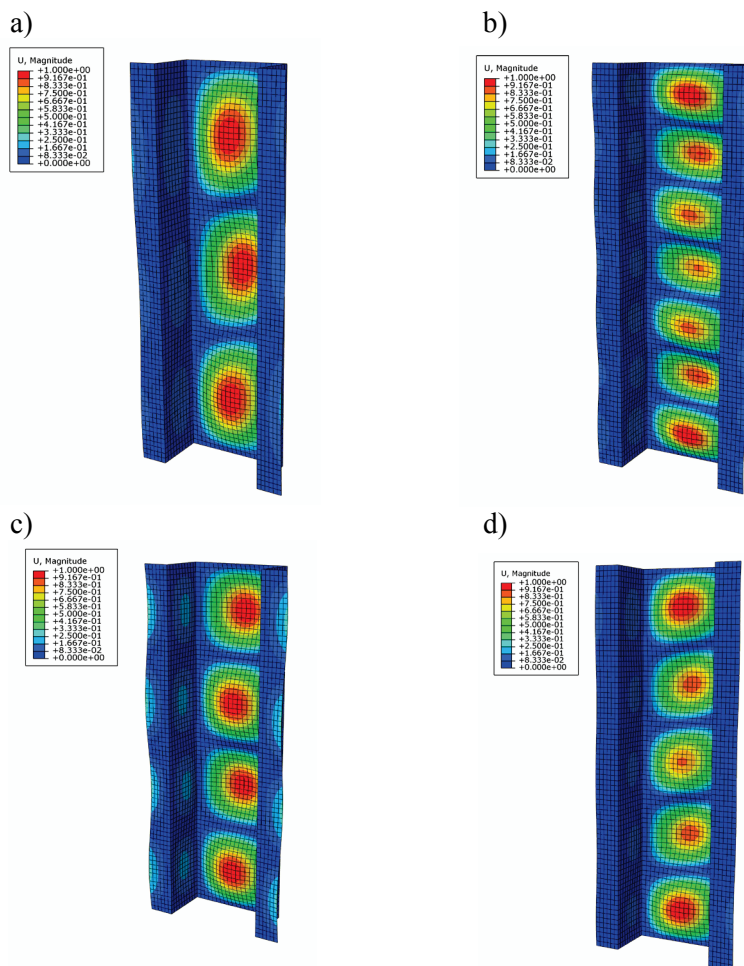
Podsumowując otrzymane dla słupów o przekrojach ceowych wartości sił krytycznych, stwierdzono maksymalne rozbieżności pomiędzy metodami obliczeniowymi i doświadczalnymi na poziomie ok. 15%, co przy odrzuceniu skrajnych wyników pozwala zmniejszyć różnicę średnio o 1/3, zmniejszając w większości przypadków błąd do wartości niższej niż 10%. Biorąc pod uwagę ilość czynników mających wpływ na dokładność prowadzonych badań eksperymentalnych, jak również różnorodność zastosowanych metod badawczych, otrzymane wyniki można zaliczyć do w pełni akceptowalnych.

9.1.2. Słupy o przekroju omegowym

W analogiczny sposób przeprowadzono analizę stanu krytycznego dla słupów o przekroju omegowym O1÷O4. Również w tym przypadku wyniki obliczeń wykazały lokalny charakter wyboczenia ścian słupów odpowiadający najniższym postaciom utraty stateczności. Dużo większa sztywność słupów o przekroju omegowym (dzięki wzmocnieniom brzegowym) decydowała o otrzymaniu znacznie wyższych wartości obciążenia krytycznego, odpowiadających pierwszym postaciom wyboczenia w stosunku do słupów ceowych. Zaobserwowano również większą liczbę półfal w kierunku wzdłużnym na ścianach i średniku profilu omegowego charakteryzujących formę utraty stateczności konstrukcji. Zestawienie wartości obciążenia krytycznego oraz liczby półfal w kierunku wzdłużnym dla badanych słupów omegowych zamieszczono w tabeli 9.2, natomiast formy wyboczenia konstrukcji otrzymane w wyniku obliczeń numerycznych MES (Abaqus) zaprezentowano na rys. 9.6.

Tabela 9.2. Zestawienie wyników stanu krytycznego dla słupów omegowych

słup	MES				MAN			badania dośw.
	ABAQUS		ANSYS		siła kryt. P_{kr} [N]	liczba półfal	a_{1111} (6.2)	liczba półfal
	siła kryt. P_{kr} [N]	liczba półfal	siła kryt. P_{kr} [N]	liczba półfal				
O1	6994,6	3	6898,2	3	6681,6	3	0,218379	3
O2	6968,0	7	6906,7	7	6642,1	7	1,20440	7
O3	6655,5	4	6565,0	4	6629,1	4	0,515662	4
O4	9186,0	5	9106,6	5	9046,9	5	0,459877	5



Rys. 9.6. Postacie wyboczenia słupów o przekroju omegowym: a) O1: $[0/-45/45/90]_s$, b) O2: $[90/-45/45/0]_s$, c) O3: $[0/90/0/90]_s$, d) O4: $[45/-45/90/0]_s$

Porównując postaci wyboczenia odpowiadające najniższej postaci wyboczenia słupów o przekroju omegowym, stwierdzono całkowitą zgodność wyników otrzymanych w obliczeniach numerycznych MES oraz z wykorzystaniem metody analityczno-numerycznej MAN. Świadczą o tym identyczne liczby półfal określających sposób wyboczenia ścianek profilu omegowego – tabela 9.2 i rys. 9.6. Podobnie jak w przypadku słupów ceowych formy wyboczenia otrzymane w obliczeniach numerycznych programem Abaqus i Ansys pokrywają się, stąd przykładowo zaprezentowano tylko wyniki otrzymane w programie Abaqus. Należy podkreślić, że postaci wyboczenia modeli numerycznych pokrywają się

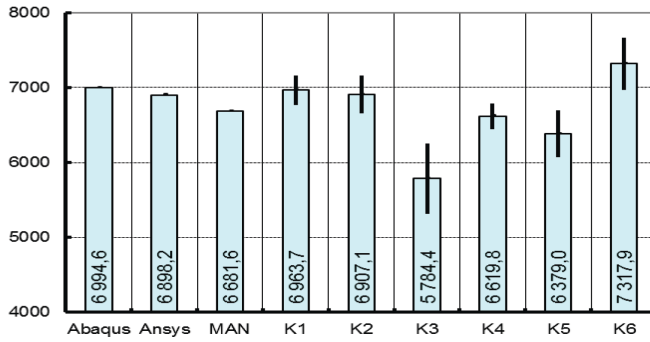
z wynikami badań doświadczalnych, w których otrzymano te same formy odkształcenia konstrukcji (rys. 8.13).

Jakościowa ocena wartości obciążenia krytycznego potwierdza dużą zgodność wyników otrzymanych różnymi metodami obliczeniowymi. Największe różnice obliczeniowych wartości sił krytycznych otrzymane metodą MES i MAN występują dla słupa O2:[90/-45/45/0]_s i kształtują się następująco: Abaqus – 4,7% oraz Ansys – 3,8%. Otrzymane wartości krytyczne potwierdzają wyniki badań doświadczalnych dla poszczególnych konfiguracji warstw kompozytu. Zaobserwowano analogiczny jak w przypadku słupów ceowych wpływ układu warstw laminatu na poziom obciążenia krytycznego i postać wyboczenia. Dla słupów z zewnętrznymi warstwami w układzie 0⁰ otrzymano najniższe ilości półfal na ściankach profilu (słupy: C1:[0/-45/45/90]_s – 3 półfale i C3:[0/90/0/90]_s – 4 półfale), natomiast przesunięcie tych warstw do płaszczyzny symetrii układu powoduje podwyższenie liczby półfal na ściankach słupa (słupy: C2:[90/-45/45/0]_s – 7 półfal i C4:[45/-45/90/0]_s – 5 półfal). Jednocześnie dla słupów C1 i C2 różniących się tylko położeniem warstw skrajnych i środkowych (zamiennie 0⁰ i 90⁰) otrzymano bardzo zbliżone wartości siły krytycznej odpowiadające różnym formom wyboczenia.

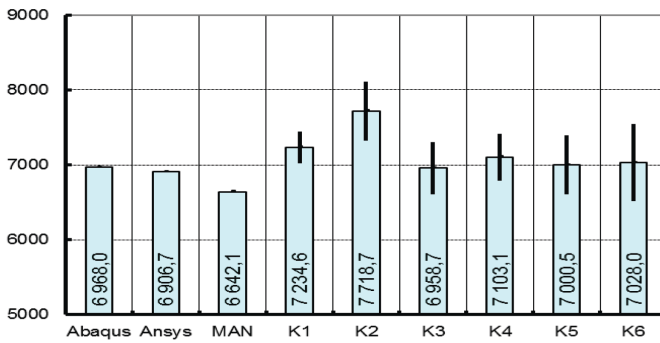
Obliczenia numeryczne i analityczno-numeryczne potwierdziły wyniki badań doświadczalnych także w zakresie wartości obciążenia krytycznego. Również w przypadku ściskanych słupów omegowych najniższą wartość obciążenia krytycznego otrzymano dla słupa O3, natomiast najwyższą dla słupa O4 – wzrost obciążenia krytycznego w tym przypadku kształtuje się na poziomie zbliżonym do ok. 27% dla wszystkich zastosowanych narzędzi obliczeniowych. Obserwowany wzrost wartości obciążenia krytycznego dla słupa O4 jest również w tym przypadku wynikiem przesunięcia warstw w układzie włókien ±45⁰ na zewnątrz laminatu.

Dla badanych słupów omegowych O1÷O4 zestawienie wartości krytycznych przedstawiono na rys. 9.7÷9.10. Wykresy przedstawiają zależność siły krytycznej od zastosowanej metody badawczej. Wyniki wyznaczone metodami obliczeniowymi skonfrontowano z wartościami średnimi wyznaczonymi różnymi metodami K1÷K6 na podstawie badań doświadczalnych.

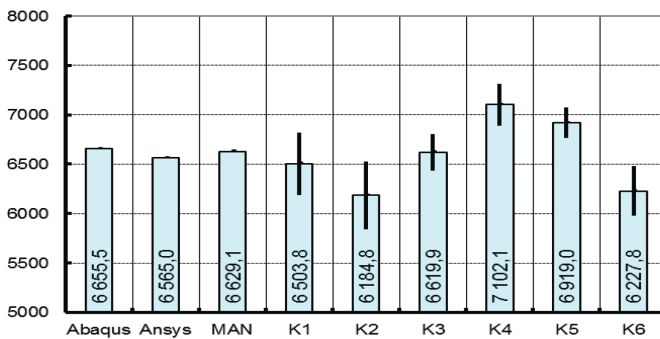
Przedstawione na poniższych wykresach zależności wykazują zbieżność wyników obliczeń z wynikami badań doświadczalnych. Utrzymana jest również tendencja kształtowania się wyników obliczeniowych w środku zakresu wyników doświadczalnych, którą zaobserwowano w badaniach słupów o przekroju ceowym. W przypadku słupów omegowych metoda wyznaczania obciążenia krytycznego K3 dająca dolne oszacowanie wartości krytycznej nie określa zaniżonych wyników obciążenia krytycznego z wyjątkiem słupa O1, dla którego różnica pomiędzy wartościami obliczeniowymi a metodą K3 wynosi ~17,3% (Abaqus – K3).



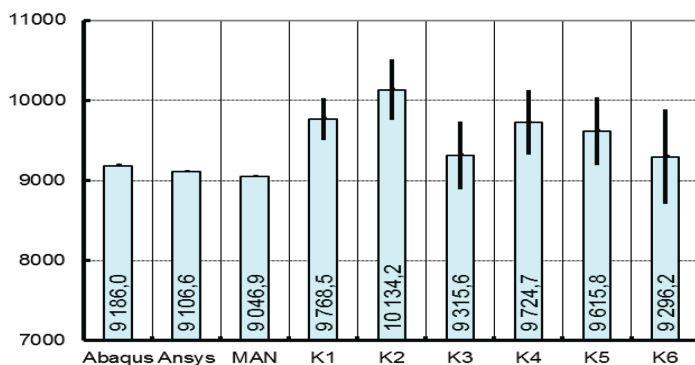
Rys. 9.7. Zestawienie wartości sił krytycznych dla słupa omegowego O1: $[0/-45/45/90]_s$



Rys. 9.8. Zestawienie wartości sił krytycznych dla słupa omegowego O2: $[90/-45/45/0]_s$



Rys. 9.9. Zestawienie wartości sił krytycznych dla słupa omegowego O3: $[0/90/0/90]_s$



Rys. 9.10. Zestawienie wartości sił krytycznych dla słupa omegowego O4: $[45/-45/90/0]_s$

Pominięcie w tym przypadku wyników otrzymanych metodą K3 zmniejsza rozbieżność wyników do poziomu $\sim 8,8\%$ (Abaqus – K5). W pozostałych wariantach maksymalne rozbieżności w wartościach sił krytycznych otrzymane metodami obliczeniowymi i doświadczalnymi kształtują się następująco: słup O2 $\sim 13,9\%$ (MAN – K2), słup O3 $\sim 7,5\%$ (Ansys – K4) oraz słup O4 $\sim 10,7\%$ (MAN – K2). Odrzucenie skrajnych wartości wyznaczonych doświadczalnie pozwala zmniejszyć rozbieżność wyników poniżej 10%, co również w przypadku słupów omegowych daje w pełni zadowalające rezultaty.

9.1.3. Uwagi podsumowujące

Przeprowadzona analiza stanu krytycznego ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych nasuwa szereg spostrzeżeń, które wydają się interesujące z poznawczego punktu widzenia. Przeprowadzone badania doświadczalne wykazały zróżnicowane formy utraty stateczności słupów o identycznych parametrach geometrycznych i materiałowych, różniących się jedynie układem warstw kompozytu. Potwierdza to znaczący wpływ konfiguracji warstw na stan dokrytyczny i krytyczny analizowanych konstrukcji. Badania na konstrukcjach rzeczywistych pozwalają na wyznaczenie wartości obciążenia krytycznego z wykorzystaniem metod bazujących na wynikach pomiarów doświadczalnych. Otrzymane wyniki badań korespondują z wynikami obliczeń numerycznych i analityczno-numerycznych, czego wyrazem jest zadowalająca zgodność wartości obciążenia krytycznego, kształtująca się poziomem błędu poniżej 10% (przy odrzuceniu wyników skrajnych). Otrzymana zgodność ilościowa w przeprowadzonych badaniach została potwierdzona całkowitą zgodnością jakościową form

wybočenja słupów ceowych i omegowych dla wszystkich zastosowanych procedur badawczych. Pozwala to korzystnie ocenić przeprowadzone badania i uznać otrzymane wyniki za wiarygodne.

Przeprowadzone badania wykazały wpływ układu warstw kompozytu na wartość obciążenia krytycznego oraz formę utraty stateczności konstrukcji. Zauważono, że usytuowanie warstw 0^0 na zewnątrz układu sprzyja pojawianiu się form wybočenja charakteryzujących się mniejszą liczbą półfal w kierunku wzdłużnym słupa, natomiast umieszczenie tych warstw w pobliżu płaszczyzny symetrii układu zwiększa liczbę półfal w otrzymanywanych postaciach. Nie miało to jednak istotnego wpływu na wartość obciążenia krytycznego. Istotne zwiększenie wartości siły krytycznej otrzymano poprzez umieszczenie warstw $\pm 45^0$ na zewnątrz układu. Dało to wzrost wartości obciążenia krytycznego 48% dla słupów o przekroju ceowym oraz 27% dla słupów o przekroju omegowym.

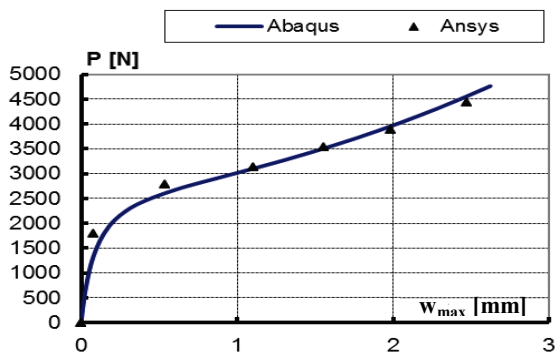
Powyższe spostrzeżenia mają istotne znaczenie w procesie kreowania nowoczesnych struktur kompozytowych narażonych na utratę stateczności, do których można zaliczyć m.in. konstrukcje płytowe stanowiące ściany profili cienkościennych o różnych kształtach. Należy przy tym zauważyć, że profil omegowy powstaje przez wzmocnienie brzegowe profilu ceowego, co daje wyraźny wzrost obciążenia krytycznego i zmianę postaci wybočenja. Ponadto właściwa konfiguracja warstw kompozytu pozwala na znaczne podwyższenie wartości obciążenia krytycznego.

9.2. Stan pokrytyczny ściskanych słupów kompozytowych

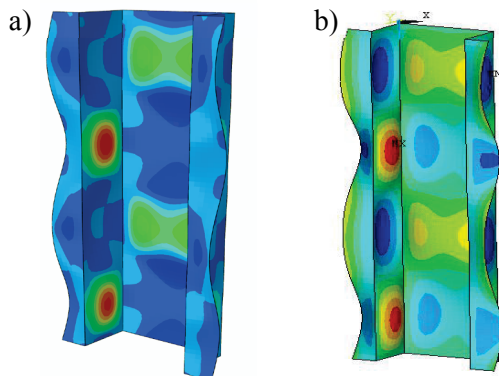
Badania doświadczalne ściskanych słupów kompozytowych po utracie stateczności prowadzono do ok. 150% wartości obciążenia krytycznego. Obserwowano pogłębianie się stanu wybočenja poszczególnych ścianek słupów zgodnie z zainicjowaną formą wybočenja odpowiadającą najniższym wartościom krytycznym (rozdział 8.4). Odształcenia badanych konstrukcji w stanie pokrytycznym nie wykazywały żadnych oznak zniszczenia struktury kompozytu zarówno w przypadku słupów o przekroju ceowym, jak również słupów, omegowych. W trakcie obciążania konstrukcji w zakresie pokrytycznym rejestrowano te same parametry próby co w zakresie krytycznym. Wyznaczone zostały pokrytyczne ścieżki równowagi w formie wykresów siła-ugięcie umożliwiające określenie charakterystyki poszczególnych słupów w stanie pokrytycznym w zależności od zastosowanej konfiguracji warstw kompozytu.

Równanie (6.2) umożliwia wyznaczenie pokrytycznych ścieżek równowagi metodą analityczno-numeryczną (MAN) dla przyjętych warunków początkowych ugięć $w_0 = 0,1h$ oraz wyznaczonych wartości obciążenia krytycznego. Należy podkreślić, że MAN stanowi w przypadku stanów pokrytycznych metodę

przybliżoną, stanowiącą przybliżenie drugiego rzędu, dającą dolne oszacowanie otrzymywanych wyników [225, 248]. Opracowano zależności $P[N]$ w funkcji ugięć ścianki profilu $w[mm]$ dla węzłów osiągających maksymalne amplitudy przemieszczenia. Pokrytyczne ścieżki równowagi otrzymane metodą analityczno-numeryczną (MAN) i numeryczną (MES) zestawiono na wykresach z pomiarami badań doświadczalnych, przeprowadzonych dla każdej próby. Ze względu na czytelność wykresów zaprezentowano jedynie wyniki obliczeń numerycznych otrzymane w obliczeniach programem Abaqus z wykorzystaniem przyrostowo-iteracyjnej metody Newtona- Raphsona. Wyniki nieliniowej analizy otrzymane w programie Ansys metodą Riksa (ang. *arc-lenght method*) w analizowanym zakresie słabo pokrytycznym (ok. $1,5 P_{kr}$) praktycznie pokrywały się, co przykładowo zaprezentowano dla słupa C1 na rys. 9.11. Dotyczyło to również form deformacji pokrytycznej, które dla obydwu programów były prawie identyczne – rys. 9.12 (słup O3).

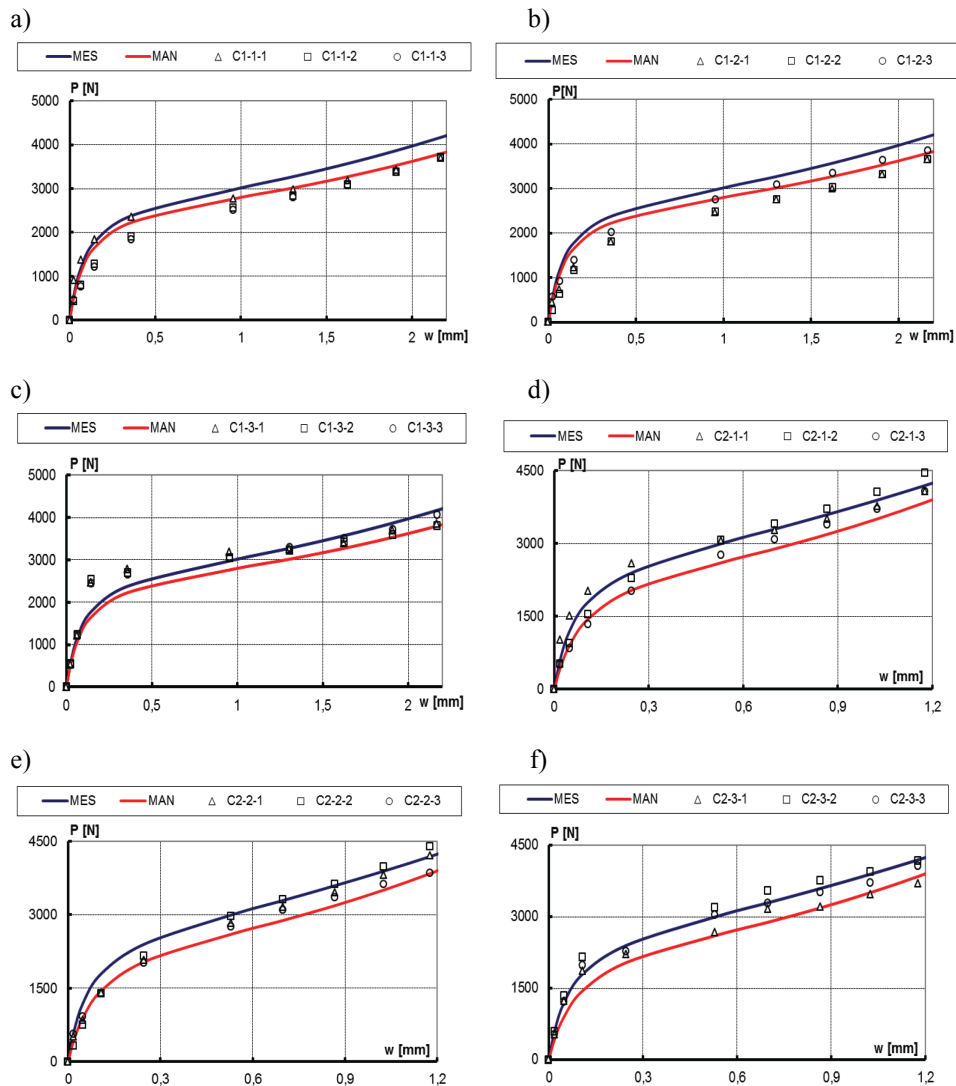


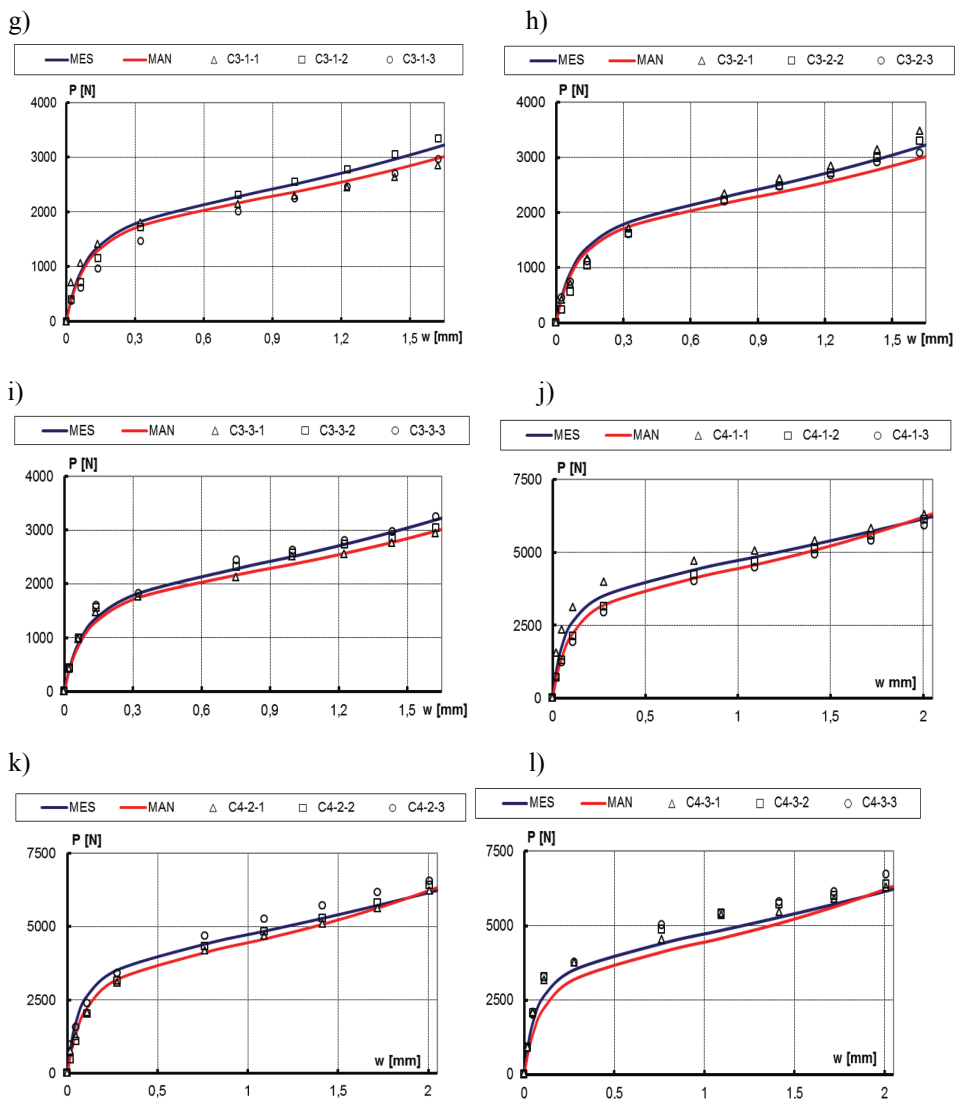
Rys. 9.11. Porównanie wyników MES dla programu Abaqus i Ansys dla słupa C1



Rys. 9.12. Formy deformacji pokrytycznej dla słupa O3: a) Abaqus, b) Ansys

Zestawienie pokrytycznych ścieżek równowagi dla słupów o przekroju ceowym z uwzględnieniem wszystkich przeprowadzonych prób doświadczalnych przedstawiono na rys. 9.13.

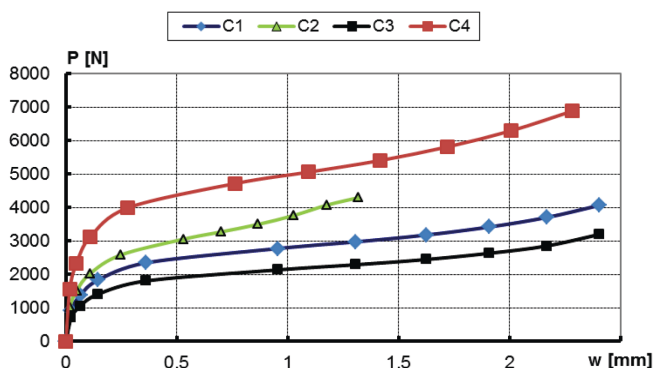




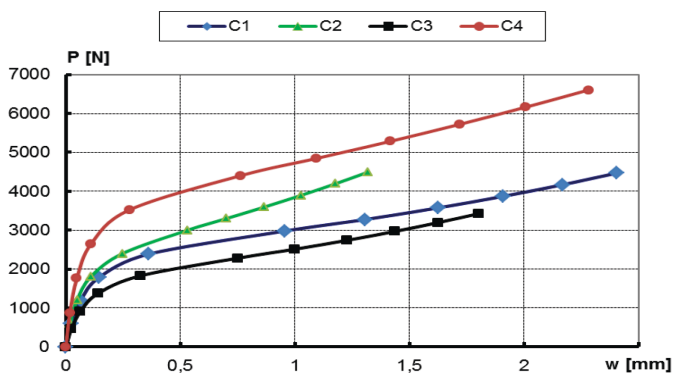
Rys. 9.13. Pokrytyczne ścieżki równowagi dla słupów o przekroju ceowym – wyniki obliczeń MES, MAN oraz badań doświadczalnych: a) słup C1 – próba 1, b) słup C1 – próba 2, c) słup C1 – próba 3, d) słup C2 – próba 1, e) słup C2 – próba 2, f) słup C2 – próba 3, g) słup C3 – próba 1, h) słup C3 – próba 2, i) słup C3 – próba 3, j) słup C4 – próba 1, k) słup C4 – próba 2, l) słup C4 – próba 3

W przypadku wszystkich rozważanych słupów o przekroju ceowym otrzymano zadowalającą zgodność wyników badań doświadczalnych z wynikami obliczeń numerycznych MES i analityczno-numerycznych MAN. Wyznaczone pokrytyczne ścieżki równowagi metodą analityczno-numeryczną wykazują nieznacznie mniejszą sztywność od wyników obliczeń numerycznych, jednakże maksymalne różnice otrzymane dla słupa C2 nie przekraczają 15%. W pozostałych przypadkach różnice wyników obliczeń MAN i MES kształtują się poniżej 10%. W stosunku do wyników badań doświadczalnych przeprowadzone obliczenia w większości prezentowanych przypadków wpisują się w zakres rozrzutów przeprowadzonych pomiarów.

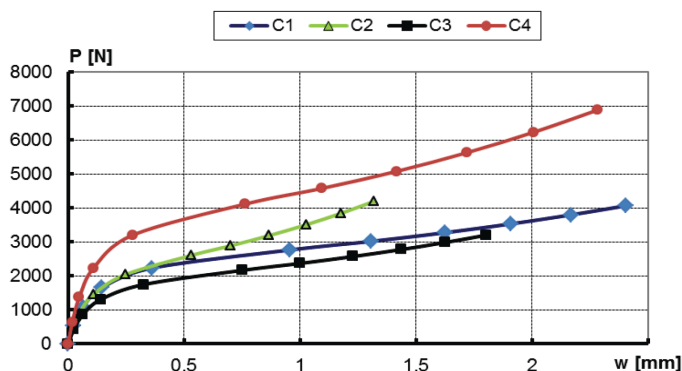
W celu stworzenia możliwości porównania wpływu układu warstw kompozytu na charakter zachowania się słupów o przekroju ceowym w stanie słabo pokrytycznym zbudowane zostały wspólne zależności P - w .



Rys. 9.14. Porównanie ścieżek równowagi pokrytycznej dla słupów ceowych C1÷C4 dla różnych układów warstw – wyniki badań doświadczalnych



Rys. 9.15. Porównanie ścieżek równowagi pokrytycznej dla słupów ceowych C1÷C4 dla różnych układów warstw – wyniki obliczeń MES



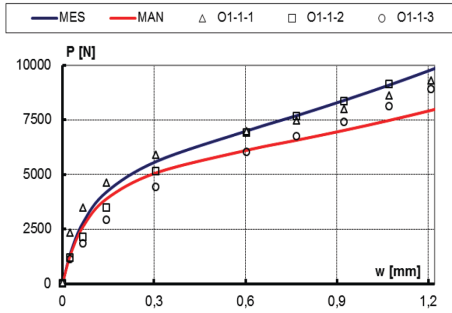
Rys. 9.16. Porównanie ścieżek równowagi pokrytycznej dla słupów ceowych C1÷C4 dla różnych układów warstw – wyniki obliczeń MAN

Rys. 9.14÷9.16 prezentują wyniki pomiarów eksperymentalnych, obliczeń MES i wyniki otrzymane metodą analityczno-numeryczną (MAN). W przypadku badań doświadczalnych zaprezentowano przykładowe zależności dla pierwszej próby każdego słupa ceowego C1÷C4. Opracowane wykresy umożliwiają określenie sztywności poszczególnych słupów po utracie stateczności w kontekście zastosowanego układu warstw kompozytu dla konstrukcji charakteryzujących się jednakowymi parametrami geometrycznymi i materiałowymi.

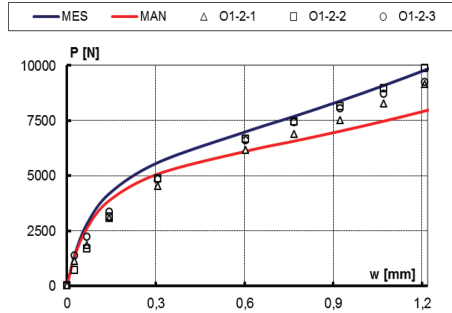
Porównanie wyników badań i obliczeń słupów ceowych w stanie pokrytym wykazuje małą sztywność dla słupów C1 i C3, których pokrytyczne ścieżki równowagi charakteryzują się stosunkowo płaskim przebiegiem. Dokładna analiza wyników pokazuje, że z grupy badanych struktur nieznacznie sztywniejszy okazał się słupek C4 z zewnętrznymi warstwami w układzie $\pm 45^{\circ}$. Zdecydowanie największą sztywnością odznaczał się słupek C2, którego wszystkie pokrytyczne charakterystyki, tzn. krzywa doświadczalna, MES i MAN mają największą wartość kąta nachylenia w stosunku do pozostałych charakterystyk. Zarówno w przypadku słupa C2, jak również C4 warstwy w układzie 0° były usytuowane w pobliżu płaszczyzny symetrii kompozytu.

Kolejne zestawienie wyników dotyczy stanu pokrytycznego ściskanych słupów o przekroju omegowym. Wyniki obliczeń i badań doświadczalnych analizowano w sposób analogiczny jak dla słupów ceowych, porównując wyniki obliczeń MES i MAN z wynikami pomiarów doświadczalnych przeprowadzonych we wszystkich próbach. Również w tym przypadku skupiono się na porównaniu ścieżek równowagi dla różnego ułożenia warstw kompozytu. Zestawienie wyników dla poszczególnych słupów o przekroju omegowym O1÷O4 w formie wykresów $P-w$ (siła-ugięcie) zamieszczono na rys. 9.17.

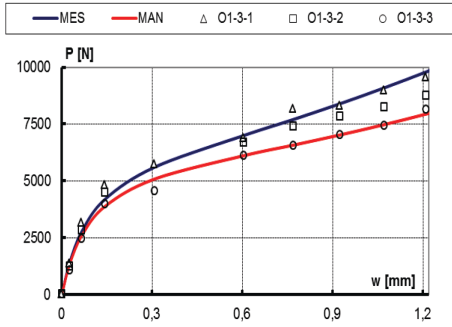
a)



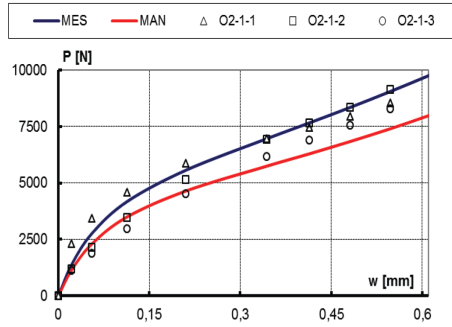
b)



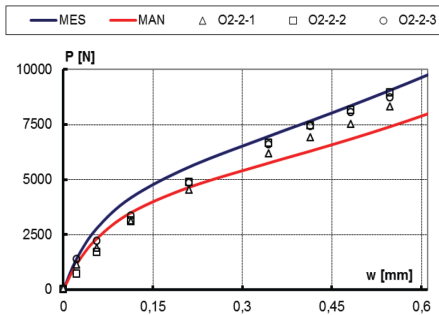
c)



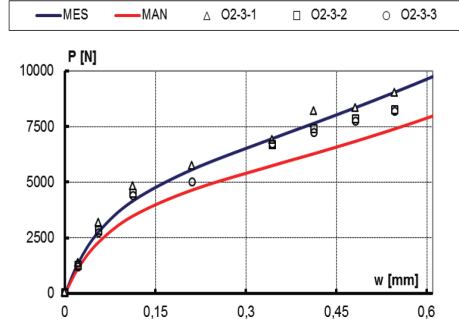
d)



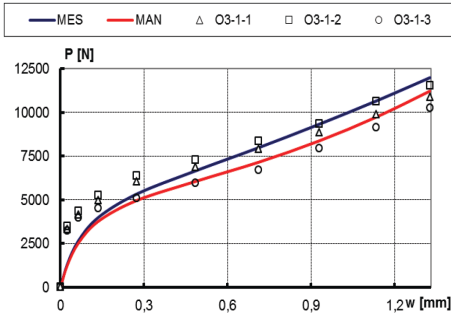
e)



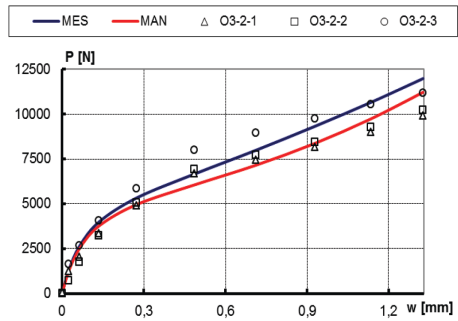
f)



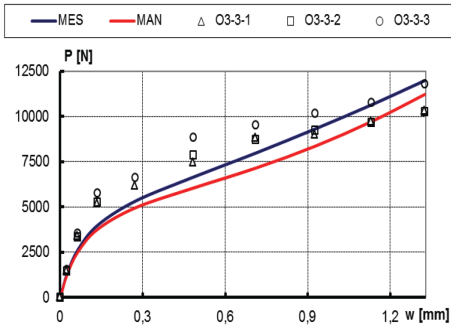
g)



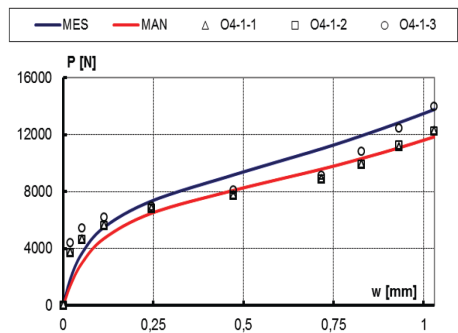
h)



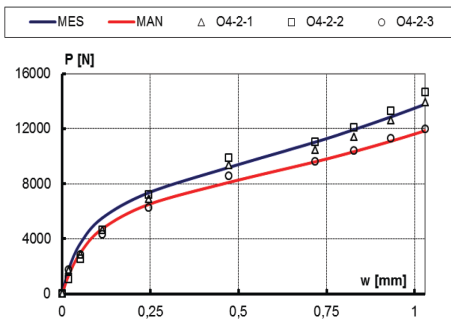
i)



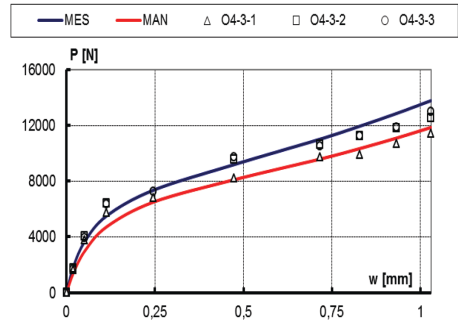
j)



k)



l)

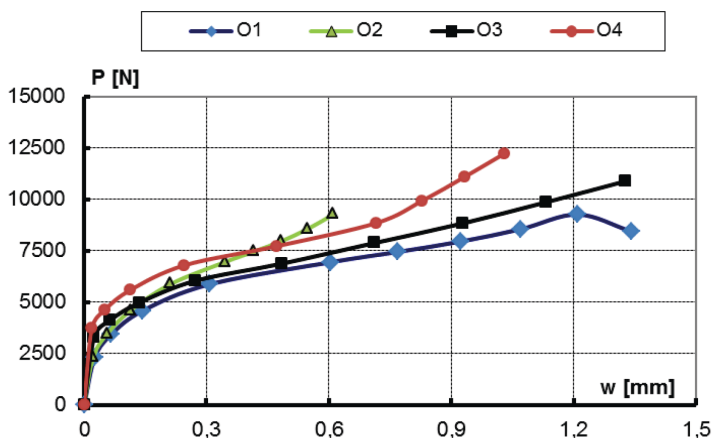


Rys. 9.17. Pokrywcze ścieżki równowagi dla słupów o przekroju omegowym – wyniki obliczeń MES, MAN oraz badań doświadczalnych: a) słup O1 – próba 1, b) słup O1 – próba 2, c) słup O1 – próba 3, d) słup O2 – próba 1, e) słup O2 – próba 2, f) słup O2 – próba 3, g) słup O3 – próba 1, h) słup O3 – próba 2, i) słup O3 – próba 3, j) słup O4 – próba 1, k) słup O4 – próba 2, l) słup O4 – próba 3

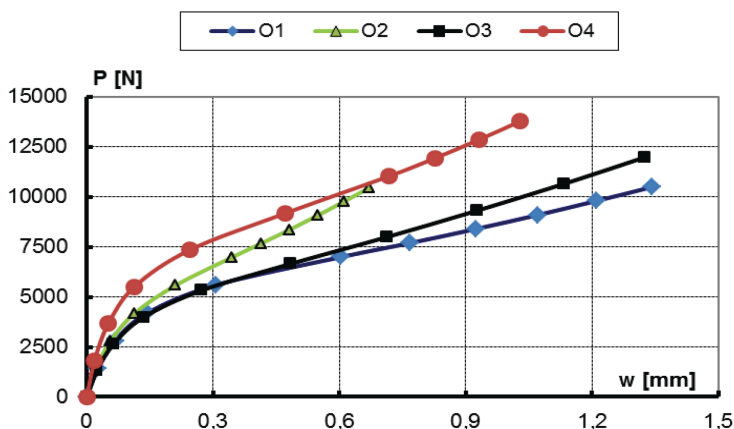
Również w przypadku słupów o przekroju omegowym otrzymano zadowalającą zbieżność wyników obliczeń i badań doświadczalnych dla konstrukcji znajdujących się w stanie słabo pokrytycznym. Podobnie jak dla słupów ceowych zaobserwowano mniejszą sztywność konstrukcji wyznaczoną metodą analityczno-numeryczną w stosunku do wyników numerycznych MES. Największe różnice wyników, kształtujące się na poziomie 19,7%, otrzymano dla słupa O1. W pozostałych przypadkach rozbieżność wyników zmniejsza się nawet do poziomu poniżej 10% dla słupa O4. Jak można zauważyć na wykresach 9.16, wyniki badań doświadczalnych zawierają się pomiędzy ścieżkami równowagi pokrytycznej wyznaczonymi metodą analityczno-numeryczną oraz numeryczną MES. Pozwala to korzystnie zweryfikować wyniki przeprowadzonych obliczeń w odniesieniu do charakterystyk konstrukcji rzeczywistych.

Porównanie pokrytycznych ścieżek równowagi w kontekście zastosowanych układów warstw kompozytu dla analizowanych słupów omegowych przedstawiono na rys. 9.18÷9.20. Opracowane zależności obciążenia w funkcji ugięć ścianki profilu omegowego w miejscu maksymalnych przemieszczeń $P-w$ umożliwia dokonanie oceny wpływu układu warstw na sztywność słupów omegowych po utracie stateczności.

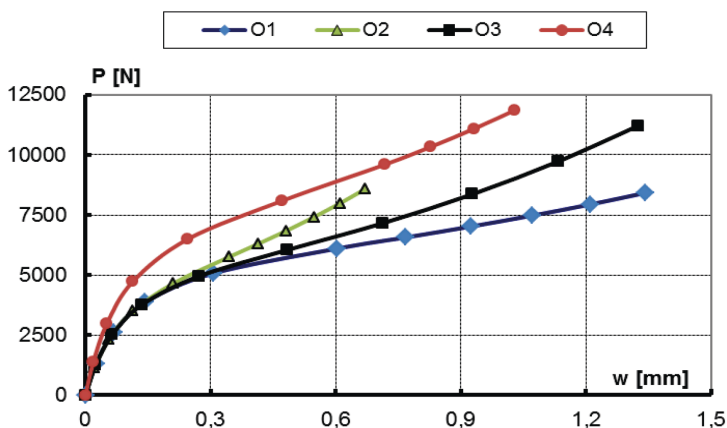
Rys. 9.18÷9.20 prezentują wyniki pomiarów eksperymentalnych, obliczeń MES i wyniki otrzymane metodą analityczno-numeryczną (MAN). W przypadku badań doświadczalnych zaprezentowano przykładowe zależności dla pierwszej próby każdego słupa o przekroju omegowym O1÷O4. Opracowane wykresy stanowią podstawę jakościowej i ilościowej analizy badanych słupów omegowych w zakresie pokrytycznym.



Rys. 9.18. Porównanie ścieżek równowagi pokrytycznej dla słupów o przekroju omegowym O1÷O4 dla różnych układów warstw – wyniki badań doświadczalnych



Rys. 9.19. Porównanie ścieżek równowagi pokrywyczej dla słupów o przekroju omegowym O1÷O4 dla różnych układów warstw – wyniki obliczeń MES



Rys. 9.20. Porównanie ścieżek równowagi pokrywyczej dla słupów o przekroju omegowym O1÷O4 dla różnych układów warstw – wyniki obliczeń MAN

Pokrywyczne ścieżki równowagi dla słupów o przekroju omegowym zachowują podobny charakter jak w przypadku słupów ceowych. Do konfiguracji warstw kompozytu odznaczającego się największą sztywnością w stanie pokrywyczym również tutaj można zaliczyć układ słupa O2, jak również słupa O4, których warstwy wewnętrzne w pobliżu płaszczyzny symetrii kompozytu są w układzie 0^0 . Nadal najbardziej płaskie charakterystyki pokrywycze mają słupy w konfiguracji warstw O1 i O3, które dla tej samej wartości obciążenia odkształcają się bardziej niż słupy O2 i O4.

9.3. Podsumowanie

Przedstawione wyniki obliczeń numerycznych MES i analityczno-numerycznych MAN zostały pomyślnie zweryfikowane poprzez wyniki badań doświadczalnych. Otrzymana pełna zgodność jakościowa wybożenia konstrukcji i wysoka zgodność ilościowa wyników umożliwia właściwą ocenę zachowania się konstrukcji w stanie krytycznym oraz słabo pokrytycznym. Potwierdza to adekwatność opracowanych modeli obliczeniowych, które w analizowanych przypadkach odwzorowują zachowanie rzeczywistych konstrukcji. Analiza stanu krytycznego wykazała różnorodne formy wybożenia konstrukcji o tych samych parametrach materiałowych i geometrycznych w zależności od konfiguracji warstw kompozytu. Zarówno na przykładzie słupów o przekroju ceowym, jak i omegowym zaobserwowano znaczny wzrost obciążenia krytycznego oraz zwiększoną sztywność konstrukcji w stanie pokrytycznym dla konfiguracji charakteryzującej się zewnętrznymi warstwami kompozytu w układzie $\pm 45^0$. Równocześnie warstwy w układzie 0^0 umieszczone w pobliżu płaszczyzny symetrii laminatu sprzyjają obniżeniu wartości obciążenia krytycznego oraz liczby półfal występujących na ściankach słupów kompozytowych, sprzyjają natomiast zwiększeniu sztywności konstrukcji w stanie pokrytycznym. Zaobserwowane prawidłowości mogą zatem stanowić istotne informacje o charakterze poznawczym oraz aplikacyjnym ze względu na konfigurowanie właściwości mechanicznych materiału kompozytowego pod kątem możliwości przenoszenia określonego rodzaju obciążeń.

Przeprowadzone badania wykazały znaczną różnicę sztywności pomiędzy słupami o przekroju ceowym i omegowym. Wzmocnienie brzegowe przekroju ceowego prowadzące do uzyskania profilu o kształcie omegowym powoduje znaczne podwyższenie obciążenia krytycznego oraz wzrost sztywności konstrukcji w zakresie pokrytycznym, przy jednoczesnym zachowaniu tych samych parametrów geometrycznych (wymiarów gabarytowych) i właściwości materiałowych słupa.

Pokrytyczne ścieżki równowagi dla konstrukcji rzeczywistych oraz modeli numerycznych i analityczno-numerycznych zachowują charakter stateczny, potwierdzając zasadność przyjętego modelu płytowego do opisu zagadnienia stateczności ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych. Zastosowane procedury analizy nieliniowej z zainicjowaną imperfekcją początkowych deformacji pokrytycznych odpowiadających najniższym postaciom wybożenia ustroju dają pozytywne rezultaty w odwzorowaniu pracy konstrukcji po utracie stateczności. Dodatkowo opracowane modele numeryczne umożliwiają ocenę stanów wyężenia konstrukcji w stanie powybożeniowym, wskazując obszary newralgiczne, w których występują silne gradienty naprężenia. Pozwala to racjonalnie ocenić stopień wyężenia zarówno poszczególnych warstw kompozytu, jak i konstrukcji w ujęciu globalnym.

ANALIZA ZNISZCZENIA ŚCISKANYCH CIENKOŚCIENNYCH SŁUPÓW KOMPOZYTOWYCH

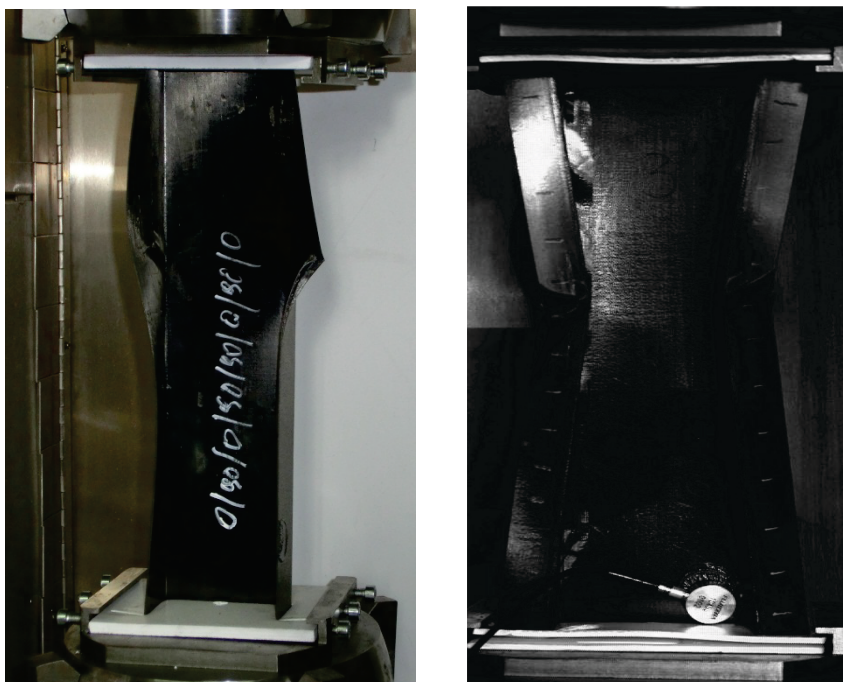
Analiza stanów krytycznych i pokrytycznych cienkościennych słupów kompozytowych o przekrojach ceowych i omegowych wykazała stateczną pokrytyczną ścieżkę równowagi lokalnej utraty stateczności charakterystyczną dla przyjętego do analizy modelu płytowego konstrukcji kompozytowych. Według danych literaturowych [56, 109, 110, 111, 118, 238, 240-242, 248, 249, 463] konstrukcje tego typu mogą bezpiecznie pracować w stanie pokrytycznym sprężystym czy sprężysto-plastycznym. W poprzednim rozdziale scharakteryzowano pracę badanych słupów kompozytowych w zakresie pokrytycznym do wartości obciążenia wynoszącego ok. 150% obciążenia krytycznego. Wyniki badań wykazały stabilną pracę ściskanych słupów cienkościennych w zakresie sprężystym bez jakichkolwiek oznak zniszczenia materiału. W celu pełnego opisu zagadnienia stateczności analizowanych cienkościennych konstrukcji kompozytowych kontynuowano badania w zakresie pokrytycznym, zwiększając obciążenie do wystąpienia efektów mogących świadczyć o utracie nośności konstrukcji. Wiązało się to z występowaniem w trakcie badań doświadczalnych efektów akustycznych oraz wyraźnych lokalnych deformacji świadczących o miejscowym uszkodzeniu materiału, prowadzącym do utraty nośności konstrukcji. Celem prowadzonych badań była identyfikacja form zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych oraz określenie wartości obciążenia granicznego w kontekście zastosowanych układów warstw kompozytu.

10.1. Doświadczalna identyfikacja zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych

Doświadczalne badania niszczące prowadzono z wykorzystaniem kilku niezależnych metod badawczych umożliwiających rejestrację parametrów próby niezbędnych do identyfikacji charakteru zjawiska zniszczenia materiału kompozytowego. Takie podejście stanowi wkład autora w przygotowanie i przeprowadzenie badań doświadczalnych cienkościennych konstrukcji kompozytowych, w odniesieniu do których nie znaleziono w analizowanej literaturze wyników badań z jednoczesnym wykorzystaniem prezentowanych metod badawczych. Równoległa rejestracja kilku niezależnych parametrów próby rozszerza możliwości

opisu i oceny charakteru zjawiska zniszczenia konstrukcji kompozytowych, które w porównaniu z klasycznymi konstrukcjami metalowymi wymagają znacznie bardziej złożonego i wszechstronnego podejścia w analizie wyników badań.

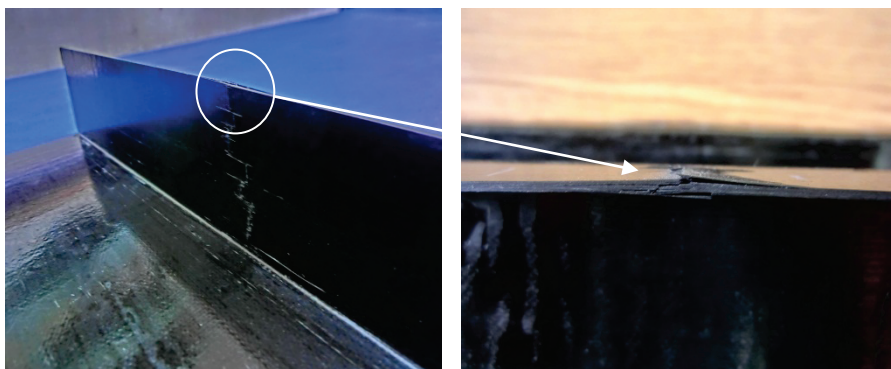
Prowadzone badania obejmowały jednoczesną rejestrację procesu zniszczenia struktury kompozytowej z wykorzystaniem szybkiej kamery, pomiarów tensometrycznych i laserowych oraz metody emisji akustycznej. Mierzono wartość siły obciążającej układ, ugięcia ścianek słupów oraz odkształcenia po przeciwnych stronach środka profili ceowych i omegowych. Zastosowanie szybkiej kamery rozszerzyło możliwości obserwacji odkształceń konstrukcji w zakresie pokrytycznym poprzez rejestrację obrazu z szybkością 30 klatek/s i rozdzielczością 960x320 pixeli, natomiast w momencie zniszczenia konstrukcji rejestracja następowała z szybkością 2000 klatek/s i z rozdzielczością 240x240 pikseli. Pozwoliło to na dokładniejszą lokalizację obszarów zniszczenia konstrukcji oraz makroskopową identyfikację charakteru zjawiska zniszczenia materiału kompozytowego. Przykładowe formy zniszczenia słupów kompozytowych przedstawiono na rys.10.1.



Rys. 10.1. Przykładowe formy zniszczenia słupów kompozytowych: a) słup o przekroju ceowym C3:[0/90/0/90]_s, b) słup o przekroju omegowym O3:[0/90/0/90]_s

W odróżnieniu od badań stanu krytycznego i pokrytycznego w zakresie do $1,5 P_{kr}$ (Rozdz. 8 i 9) każdy z modeli obciążony był tylko jeden raz do wartości obciążenia niszczącego. Należy przy tym nadmienić, że prowadzenie badań w stanie silnie pokrytycznym wiązało się z napotkaniem wielu nieprzewidzianych wcześniej komplikacji technicznych, jak m.in.: niestabilne warunki brzegowe czy duże odkształcenia konstrukcji uniemożliwiające pomiar parametrów w całym zakresie obciążenia. Było to bezpośrednią przyczyną przedwczesnego zniszczenia wielu próbek bez możliwości prawidłowej rejestracji parametrów próby. W konsekwencji ograniczyło to w niektórych przypadkach ilość otrzymanych wyników z trzech do tylko jednej prawidłowo opisanej próbki (tabela 10.2 i 10.3).

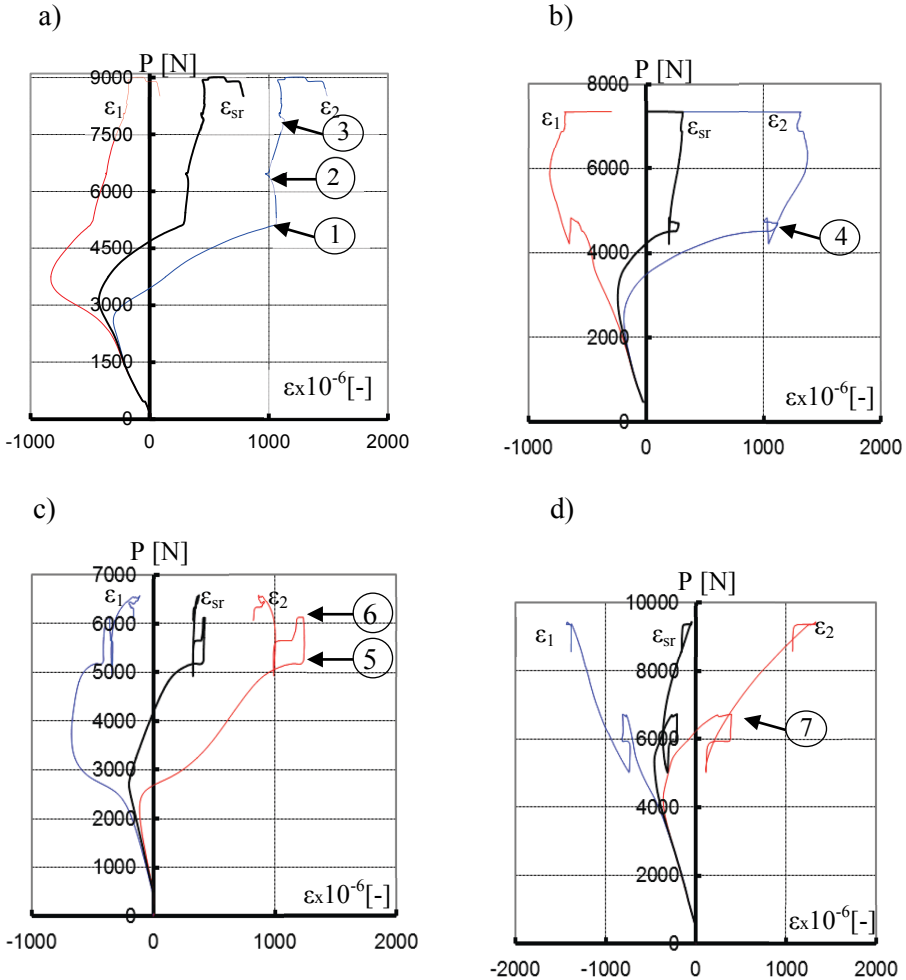
Jakościowa ocena otrzymanych form zniszczenia wykazała złożony charakter degradacji struktury materiału kompozytowego. Zaobserwowano zarówno rozwarstwienie się materiału – tzw. delaminację, jak również efekty świadczące o możliwości zniszczenia włókien i matrycy kompozytu. Przykładową wizualizację strefy zniszczenia struktury materiału kompozytowego przedstawiono na rys. 10.2. Zamieszczone zdjęcia prezentują wyraźny przykład wymienionych powyżej form zniszczenia materiału kompozytowego. W celu dokładnej oceny charakteru zniszczenia materiału niezbędne są badania z wykorzystaniem profesjonalnych metod umożliwiających analizę mikrostruktury kompozytu, które zostaną omówione w dalszej części niniejszego rozdziału.



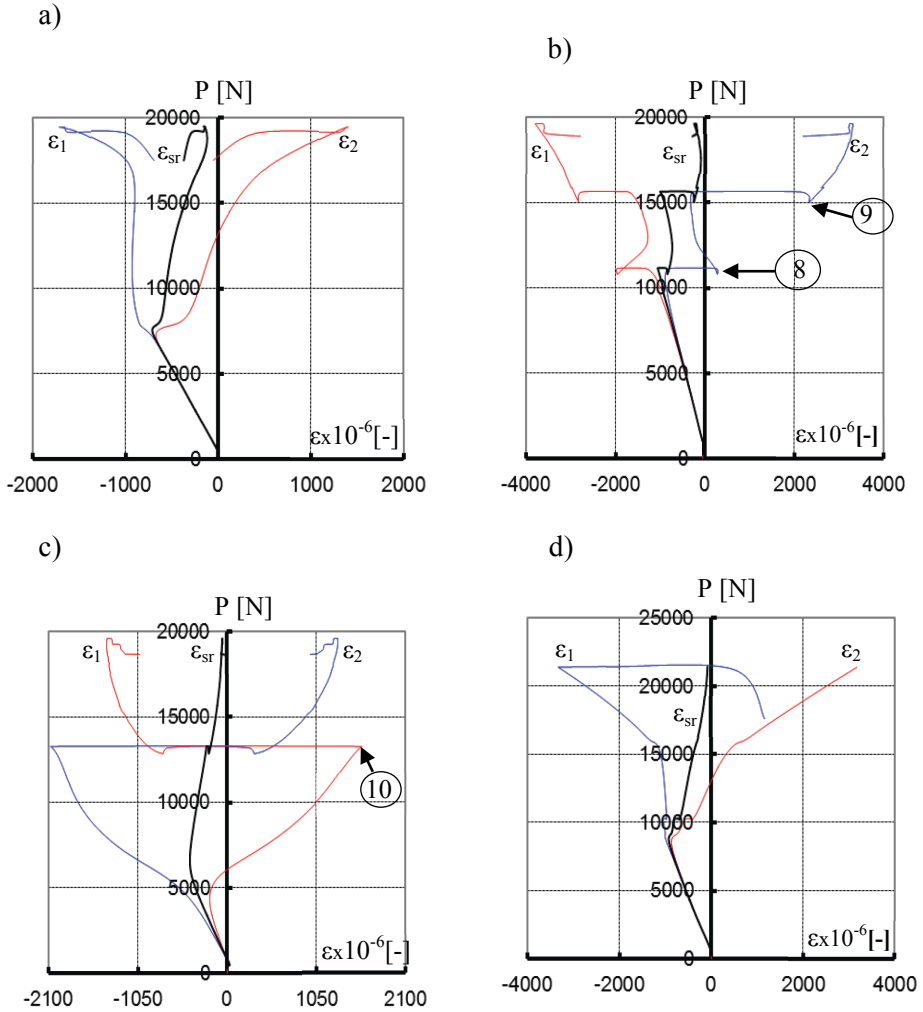
Rys. 10.2. *Wizualizacja makroskopowych form zniszczenia materiału kompozytowego*

Analiza zniszczenia konstrukcji wymaga rejestracji parametrów próby w szczególności w stanach silnie pokrytycznych, w których istnieje niebezpieczeństwo przeskoaku postaci wyboczenia. W takich przypadkach należy zwrócić szczególną uwagę na warunki brzegowe oraz geometrię próbki, które mogą mieć decydujący wpływ na to zjawisko. W prowadzonych badaniach ograniczono ten problem poprzez zróżnicowanie warunków brzegowych dla profili ceowych

i omegowych (polegające na regulacji grubości podkładek w uchwytach – rozdz. 8). W trakcie badań rejestrowano parametry całej próby, które przedstawiono w formie wykresów siła ściskająca – odkształcenia ε_1 , ε_2 , $\varepsilon_{sr} = 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$, umożliwiające ilościową ocenę charakteru pracy konstrukcji w pełnym zakresie obciążenia. Na rys. 10.3 i 10.4 przedstawiono przykładowe wykresy P - ε , odpowiednio, dla słupów o przekroju ceowym i omegowym, przy czym w celu wyraźniejszego opisu osi odkształceń przyjęto bezwymiarowe jednostki wynoszące 10^{-6} [-].



Rys. 10.3. Zależność siły ściskającej od odkształceń ε_1 , ε_2 , $\varepsilon_{sr} = 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ dla słupów o przekroju ceowym: a) słup C1, b) słup C2, c) słup C3, d) słup C4



Rys. 10.4. Zależność siły ściskającej od odkształceń ε_1 , ε_2 , $\varepsilon_{sr} = 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ dla słupów o przekroju omegowym: a) słup O1, b) słup O2, c) słup O3, d) słup O4

Opracowane wykresy przedstawiają krzywe odkształcenia dla średnika słupów o przekroju ceowym i omegowym w miejscu maksymalnych ugięć średnika, w którym po obydwu stronach naklejono tensometry odporowe. Analizując charakter otrzymanych krzywych, można zaobserwować w większości przypadków mniej lub bardziej gwałtowne punkty załamania otrzymanych ścieżek pokrywicznych. Punkty te oznaczone numerami 1÷7 (rys. 10.3) dla

słupów o przekroju ceowym oraz 8÷10 (rys. 10.4) w przypadku słupów o przekroju omegowym oznaczają nagłą zmianę sztywności ściskanych struktur kompozytowych na skutek, jak się można domyślać, zjawisk zachodzących wewnątrz struktury materiału kompozytowego w trakcie procesu obciążania. Jednocześnie nie zaobserwowano żadnych zmian postaci wyboczenia obciążanych konstrukcji. Poddając ocenie otrzymane wyniki można wnioskować, że przyczyną powstałych punktów załamania charakterystyk, $P-\varepsilon$ mogą być początkowe oznaki zniszczenia pewnych obszarów pierwszej warstwy struktury kompozytu. Prowadzone jednocześnie obserwacje obciążanych konstrukcji w trakcie badań nie wykazywały w tych przypadkach widocznych zmian zewnętrznych struktury. Zarejestrowane wartości obciążenia odpowiadającego zaobserwowanym punktom załamania pokrytycznych ścieżek równowagi przyjęto jako wartość obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy kompozytu.

Zarejestrowane zmiany w pokrytycznych ścieżkach równowagi nie wyczerpywały nośności ściskanych słupów kompozytowych, o czym świadczy dalszy wzrost obciążenia konstrukcji. Prawie we wszystkich badanych przypadkach osiągnięcie wartości obciążenia niszczącego całą konstrukcję charakteryzowało się wyraźnym „spłaszczeniem” charakterystyk w ich górnym zakresie przy jednoczesnej rejestracji dużych symetrycznych odkształceń na przeciwnych tensometrach oporowych. Na wszystkich przedstawionych wykresach po osiągnięciu wartości siły niszczącej następował gwałtowny spadek obciążenia, świadczący o całkowitej utracie nośności słupa.

Można przy tym zauważyć dość stromy przebieg zaprezentowanych ścieżek równowagi w stanie silnie pokrytycznym (tuż przed zniszczeniem), co może świadczyć o sprężystym charakterze zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych. Potwierdzają to również obserwacje konstrukcji po zdjęciu obciążenia, które wraz ze strefą zniszczenia wykazywały tendencję do powrotu do początkowego kształtu słupa – przed próbą. Zostało to uwidocznione na rys. 10.2, na którym wyraźnie widoczna strefa zniszczenia słupa o przekroju ceowym w zasadzie nie wpływa znacząco na zmianę kształtu profilu. Takie zachowanie obserwowano dla wszystkich analizowanych konstrukcji, a w niektórych przypadkach po zdjęciu obciążenia lokalna strefa zniszczenia była trudna do zlokalizowania w sposób tradycyjny (mało widoczna).

10.1.1. Inicjacja procesu zniszczenia – metoda emisji akustycznej

Często proces zniszczenia kompozytowej struktury cienkościennej jest procesem nagłym i krótkotrwałym, dlatego w badaniach doświadczalnych istnieje ryzyko niezarejestrowania wszystkich parametrów związanych z jego przebiegiem. Ważnym i skomplikowanym zagadnieniem w badaniach niszczących

jest zatem identyfikacja momentu inicjującego proces zniszczenia materiału kompozytowego. W tym celu w prowadzonych badaniach oprócz pomiarów związanych z rejestracją siły oraz deformacji analizowanych konstrukcji kompozytowych zastosowano metodę tzw. Emisji Akustycznej (MEA). Metoda ta, polegająca na rejestrowaniu fal sprężystych generowanych w materiale przez powstające i rozwijające się uszkodzenia różnego typu (pękanie włókien i osnowy kompozytu, rozwarstwianie) znajduje coraz szersze zastosowanie w badaniach materiałów, ze względu na dostępne obecnie możliwości rozpoznawania rodzaju uszkodzenia poprzez zautomatyzowaną analizę sygnału [468]. W praktyce badane są zjawiska emitujące fale o częstotliwości od 50 kHz do 1 MHz niesłyszalne dla ucha człowieka [47]. Czujniki Emisji Akustycznej są mocowane bezpośrednio do badanego obiektu. Wykorzystują one efekt piezoelektryczny i zamieniają odbierane fale mechaniczne na sygnał elektryczny, który jest rejestrowany i przetwarzany w czasie rzeczywistym. Dzięki temu możliwe jest zbieranie informacji o procesach uszkodzenia zachodzących w badanych elementach konstrukcyjnych w trakcie ich obciążania.

Interpretacja wyników MEA nie jest łatwa [47] i wymagałaby osobnego opracowania. Jednakże pomiary niosą w sobie wiele użytecznych informacji, jak np. początek procesu uszkodzenia i po skorelowaniu z przebiegiem obciążenia pozwalają wyciągnąć pewne wnioski co do natury i przebiegu tego procesu.

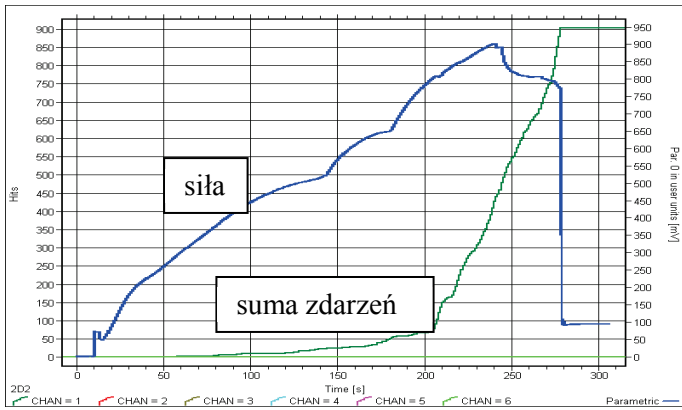
W prowadzonych badaniach korzystano ze sprzętu dostarczonego przez firmę „Vallen Systeme GmbH.” Zestaw „AMSY-5” składał się z:

- czujnika piezoelektrycznego typu VS150-L Fujicera 1045S-0803 przeznaczonego do materiałów kompozytowych,
- przedwzmacniacza typu AEP4 o poziomie odcięcia szumu 34dB,
- analizatora M6-2 z kartą pomiarową ASIP-2,
- programu komputerowego VisualAE.

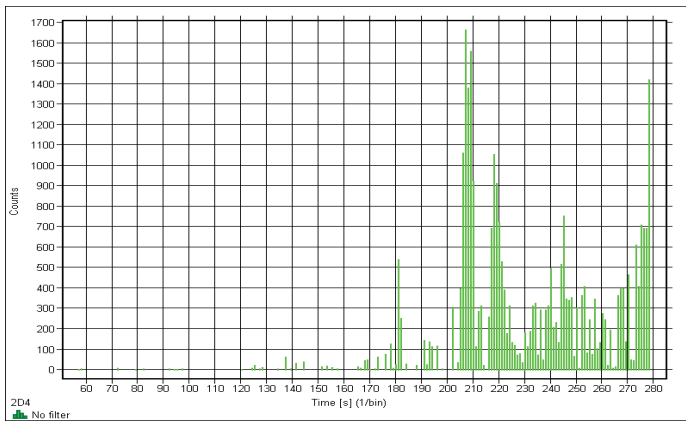
W trakcie realizowanych pomiarów oprócz siły ściskającej słupa kompozytowego rejestrowano następujące wielkości akustyczne:

- liczbę zdarzeń (ang. *hits*), którą na wykresach przedstawiono w formie skumulowanej,
- liczbę zliczeń (ang. *counts*),
- amplitudę sygnału EA [dB],
- energię sygnału, wyrażaną w jednostkach umownych [eU].

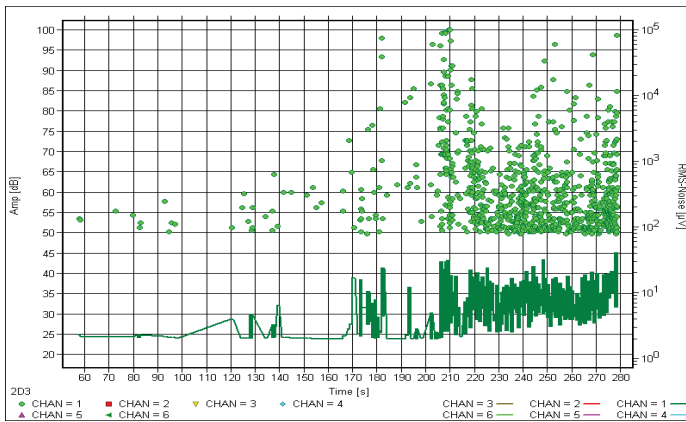
Na rys. 10.5÷10.8 przedstawiono przykładowe wykresy otrzymane w wyniku rejestracji wymienionych powyżej parametrów próby słupa ceowego C1-1-1 z wykorzystaniem techniki Emisji Akustycznej. Wykresy przedstawiają rejestrowane wyniki w czasie rzeczywistym prowadzonej próby.



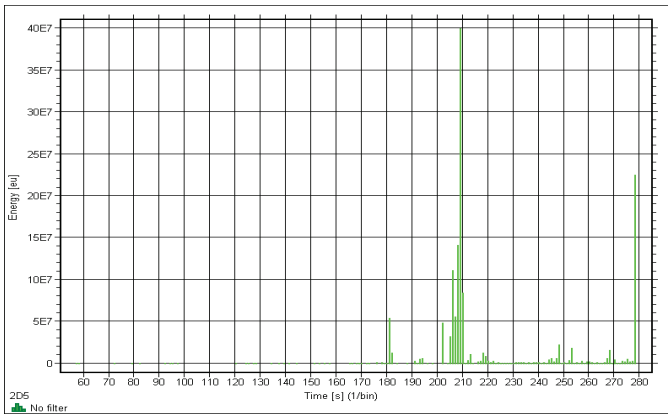
Rys. 10.5. Pomiar liczby zdarzeń zarejestrowany dla próby C1-1-1



Rys. 10.6. Pomiar liczby zliczeń zarejestrowany dla próby C1-1-1



Rys. 10.7. Pomiar amplitudy sygnału zarejestrowany dla próby C1-1-1

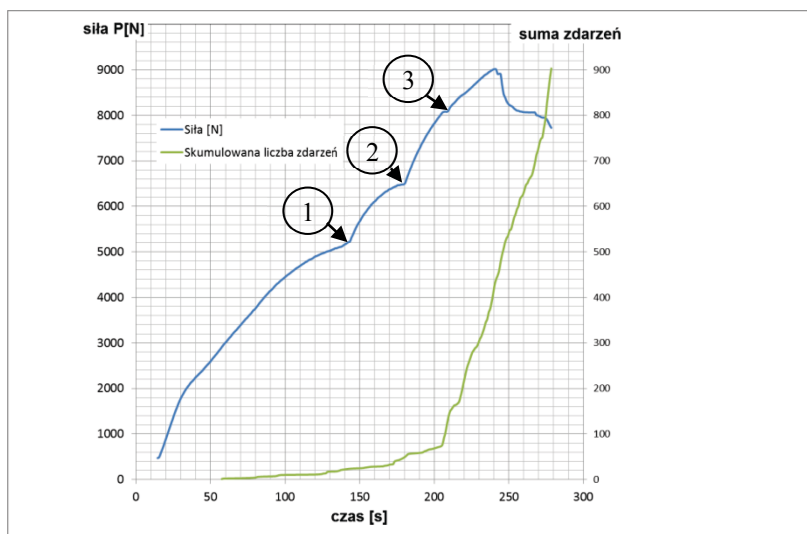


Rys. 10.8. Pomiar energii sygnału zarejestrowany dla próby C1-1-1

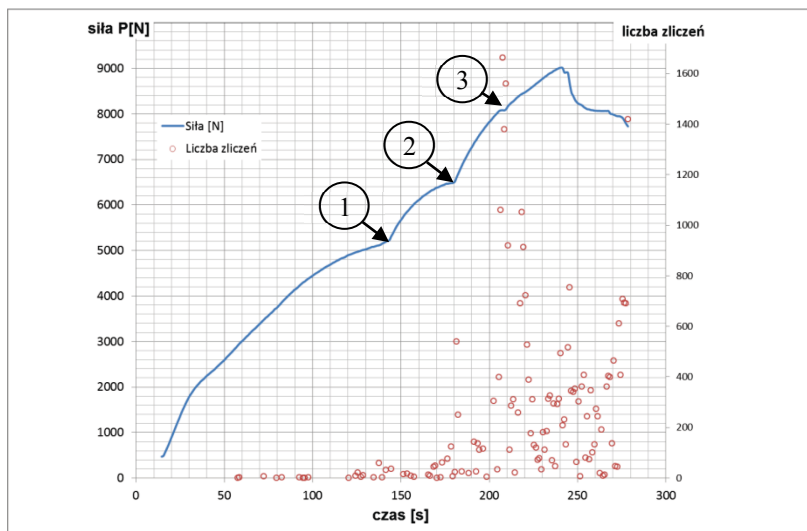
Na podstawie przeprowadzonych pomiarów opracowano charakterystyki rejestrowanych parametrów w zestawieniu z przebiegiem obciążenia w czasie rzeczywistym. Opracowane wykresy stanowią podstawę dalszych analiz zmierzających do rozpoznania na podstawie badań doświadczalnych momentu inicjacji oraz propagacji uszkodzeń różnego typu wewnątrz materiału kompozytowego. Opracowane w powyższy sposób wykresy przedstawiające mierzone parametry w kontekście obciążenia zewnętrznego dla przykładowej próby słupa ceowego C1-1-1 przedstawiono na rys. 10.9÷10.12.

Zaprezentowane na wykresach 10.9÷10.12 charakterystyki mierzonych parametrów wykazują zgodność rejestrowanych sygnałów w czasie rzeczywistym – otrzymane maksymalne wartości (z wyjątkiem liczby zdarzeń – rys. 10.9, której pomiar jest sumowany w trakcie próby) występują w tym samym czasie. Oddzielna analiza mierzonych parametrów mogłaby wskazywać moment zniszczenia konstrukcji odpowiadający otrzymanym maksymalnym wartościom pomiarów. Jednakże zestawienie powyższych wartości z przebiegiem obciążenia oraz ścieżkami równowagi pokrytycznej $P-\varepsilon$ zarejestrowanymi na maszynie wytrzymałościowej (rys. 10.3 i 10.4) umożliwia dokonanie wiarygodnej oceny zachowania się konstrukcji w stanie silnie pokrytycznym oraz fazie zniszczenia. Podobnie jak w przypadku charakterystyk $P-\varepsilon$ wykresy mierzonych parametrów emisji akustycznej oraz siły obciążającej wykazują występowanie charakterystycznych pików oraz punktów załamania w trakcie realizowanego obciążenia. Występowanie na otrzymanych charakterystykach punktów załamania potwierdza zachodzenie w materiale pierwszych oznak zniszczenia struktury, określanych jako zniszczenie pierwszej warstwy kompozytu na pewnym nieznacznym obszarze jej powierzchni. Zaobserwowane zdarzenia zaznaczono na wykresach siły i energii oraz siły i amplitudy dla poszczególnych słupów kompozytowych oraz poddano

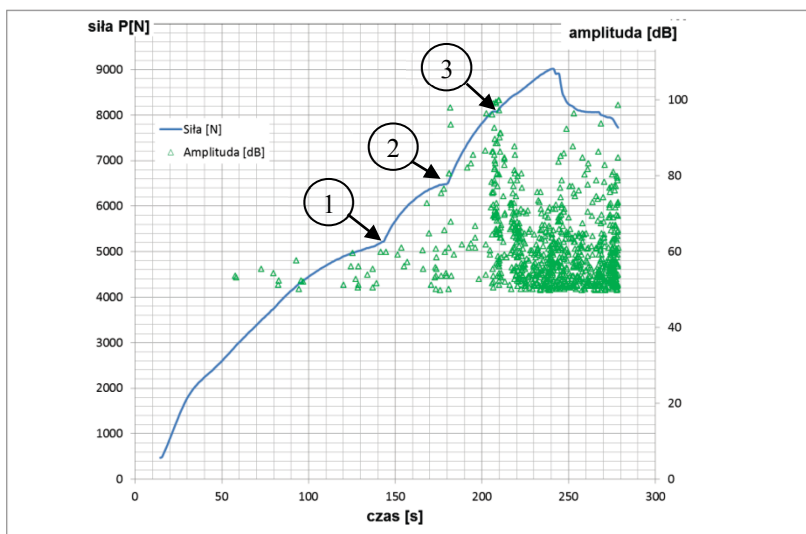
weryfikacji z pokrytycznymi ścieżkami równowagi P - ε . W celu łatwiejszej identyfikacji poszczególnych zdarzeń zachowano tę samą numerację punktów załamania pomiędzy odpowiednimi charakterystykami słupów kompozytowych, tj. słupy o przekroju ceowym – punkty 1÷7 oraz słupy o przekroju omegowym 8÷10.



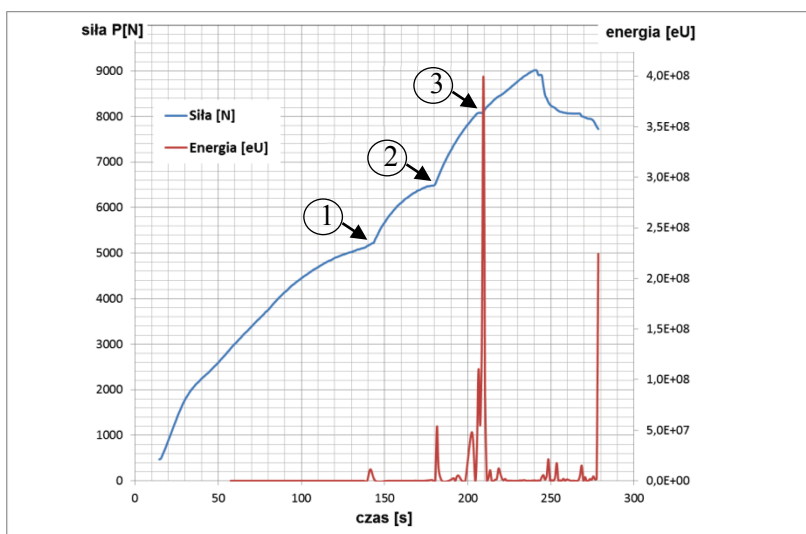
Rys. 10.9. Zależność siły i liczby zdarzeń w czasie rzeczywistym dla próby C1-1-1



Rys. 10.10. Zależność siły i liczby zliczeń w czasie rzeczywistym dla próby C1-1-1



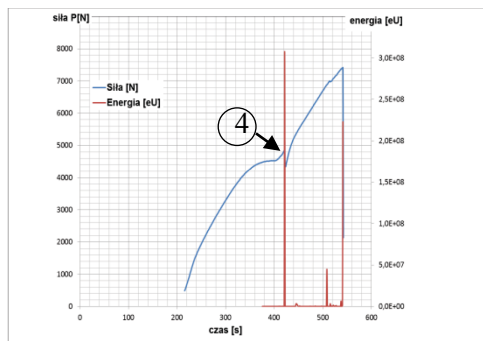
Rys. 10.11. Zależność siły i amplitudy w czasie rzeczywistym dla próby C1-1-1



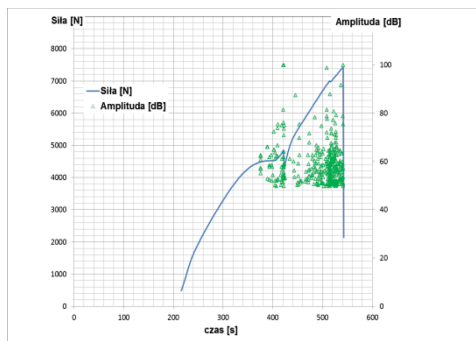
Rys. 10.12. Zależność siły i energii w czasie rzeczywistym dla próby C1-1-1

Ze względu na zgodność otrzymywanych pomiarów poszczególnych parametrów Emisji Akustycznej dla wszystkich prób zdecydowano się na zamieszczenie w pracy analiz poszczególnych słupów kompozytowych w oparciu o wykresy przedstawiające pomiar energii w kontekście siły obciążającej układ w czasie rzeczywistym, które przedstawiono na rys. 10.13 i 10.14.

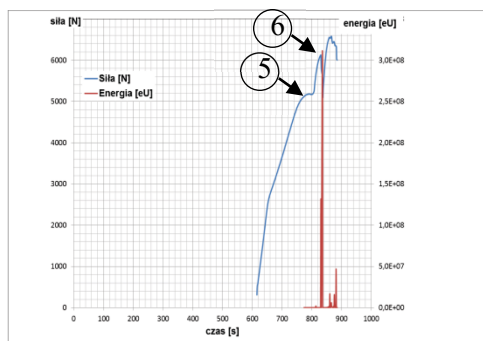
a)



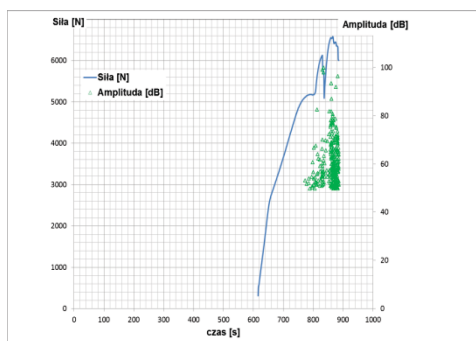
b)



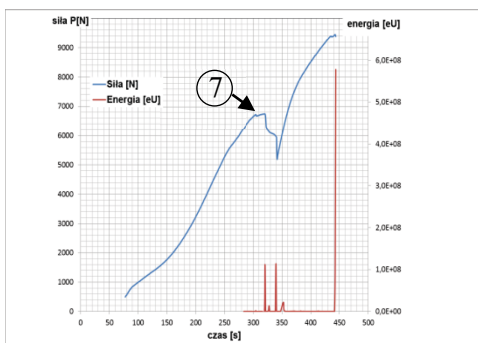
c)



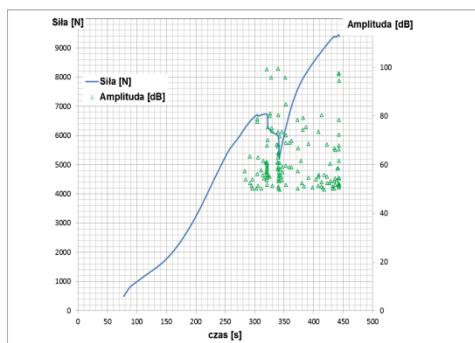
d)



e)

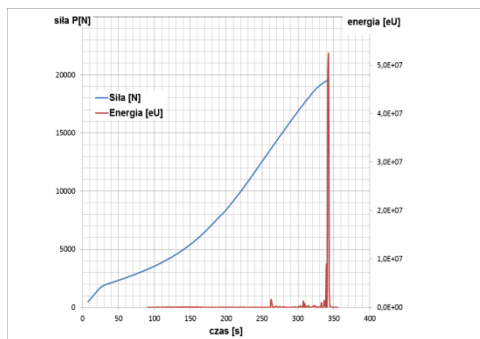


f)

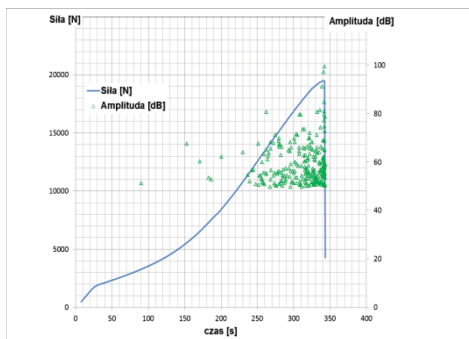


Rys. 10.13. Zależność siły i energii oraz siły i amplitudy w czasie rzeczywistym:
a,b) ceownik C2, c,d) ceownik C3, e,f) ceownik C4

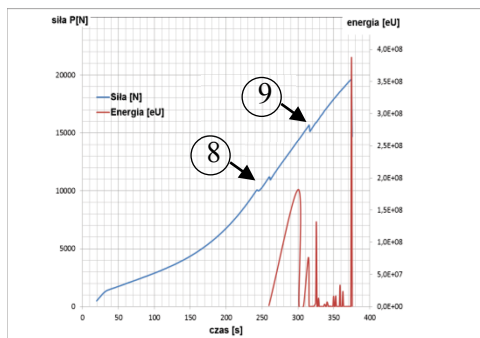
a)



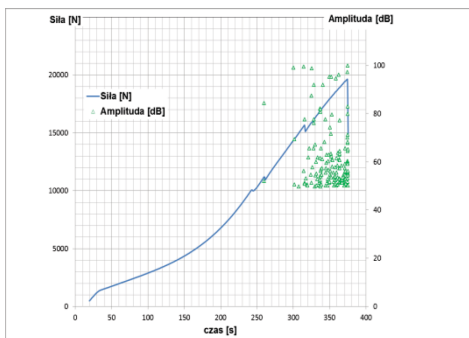
b)



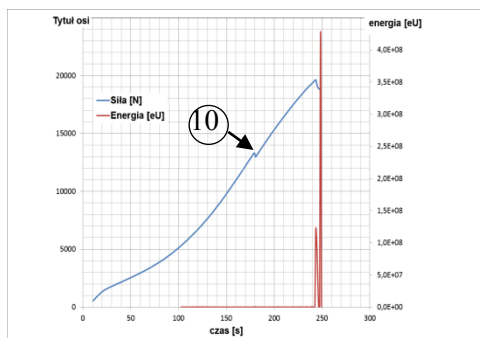
c)



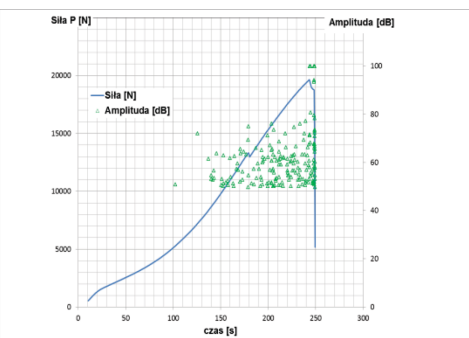
d)



e)

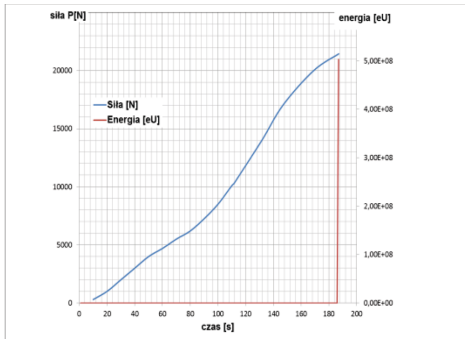


f)

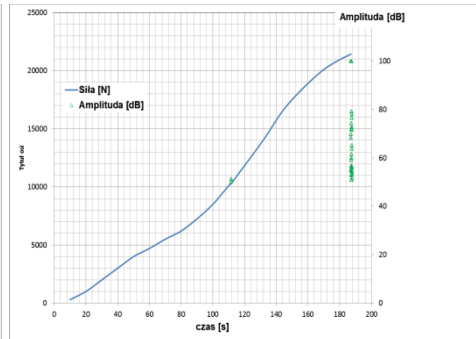


Rys. 10.14. Zależność siły i energii oraz siły i amplitudy w czasie rzeczywistym: a,b) omega O1, c,d) omega O2, e,f) omega O3, g,h) omega O4

g)



h)



Rys. 10.14 (cd.). Zależność siły i energii oraz siły i amplitudy w czasie rzeczywistym: a,b) omega O1, c,d) omega O2, e,f) omega O3, g,h) omega O4

Wyniki otrzymane z wykorzystaniem MEA potwierdzają w przypadku słupów o przekroju ceowym zarejestrowane na maszynie wytrzymałościowej efekty lokalnych zakłóceń charakterystyk pokrytycznych, które zdaniem autora określają moment inicjacji zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu. Wartość obciążenia określona w punktach załamania analizowanych krzywych odpowiada zatem wartości obciążenia niszczącego pierwszą warstwę, które w prowadzonej analizie określono jako obciążenie inicjujące, oznaczone $P_{f(ini)}$. Osiągnięciu wartości $P_{f(ini)}$ towarzyszy zazwyczaj wzrost amplitudy sygnału Emisji Akustycznej. Wartości te są jednoznacznie określone dla słupów o przekroju ceowym w punktach załamania, oznaczonych odpowiednio: C1 – punkt 1, C2 – punkt 4, C3 – punkt 5 oraz C4 – punkt 7 (rys. 10.3 oraz 10.9÷10.13), odpowiadających zaburzeniom ścieżek pokrytycznych dla najniższej wartości obciążenia. Pozostałe punkty, tj.: C1 – punkty 2 i 3 oraz C3 – punkt 6, oznaczają kolejne uszkodzenia struktury kompozytu odpowiadające wyższym wartościom obciążenia.

Nieco odmienne wyniki otrzymano dla słupów o przekroju omegowym, gdzie w przypadku słupa O1 oraz O4 ścieżki pokrytyczne są gładkie w całym zakresie obciążenia, natomiast w przypadku słupów O2 i O3 zlokalizowano punkty zaburzenia przebiegu krzywych, oznaczone odpowiednio: O2 – punkty 8 i 9 oraz O3 – punkt 10 (rys. 10.4 i 10.14). Jednakże w przypadku punktów 8 oraz 10 nie zarejestrowano żadnych efektów akustycznych – rys. 10.15b i c, co może oznaczać, że zaburzeniu charakterystyk pokrytycznych w tym przypadku nie towarzyszyły żadne uszkodzenia materiału. Ścieżki pokrytyczne przedstawione na rys. 10.4b i c odpowiadające rozważanym słupom O2 i O3 mogą sugerować wystąpienie w tych punktach przeskoku postaci ze względu na towarzyszące tym efektem bardzo duże zmiany odkształceń przy braku wzrostu siły

obciążającej. Niestety, gwałtowny charakter tego zjawiska uniemożliwił wizualną rejestrację tych efektów podczas prowadzonych badań, zatem jego weryfikacja zostanie podjęta z wykorzystaniem metod numerycznych.

Wobec powyższego w tabeli 10.1 zestawiono wyznaczone doświadczalnie wartości siły inicjującej zniszczenie pierwszej warstwy dla słupów o przekroju ceowym, zakładając jednocześnie brak wyników badań w tym zakresie dla słupów o przekroju omegowym.

Tabela 10.1. Zestawienie wartości obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy – słupy o przekroju ceowym

KONFIGURACJA WARSTW KOMPOZYTU	Siła inicjująca zniszczenie $P_{f(i)}$ [N]			
	Emisja Akustyczna $P_{f(i)}-EA$		Maszyna wytrzyma- łościowa $P_{f(i)}-EKSP$	
	próbka 1	próbka 2	próbka 1	próbka 2
C1: [0/-45/45/90/90/45/-45/0] _T	5194 (1)	5203	5064	5466
C2: [90/-45/45/0/0/45/-45/90] _T	4778 (4)	4390	4650	4376
C3: [0/90 /0/90 /90 /0 /90 /0] _T	5172 (5)	-	5174	-
C4: [45/-45/90/0/0/90/-45/45] _T	6656 (7)	5103	6500	5104

Obserwacje słupów C1÷C4 w trakcie prób doświadczalnych nie wykazały żadnych zewnętrznych oznak zniszczenia struktury dla obciążenia odpowiadającego wartości obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy. Z przebiegu pokrytycznych ścieżek równowagi wynika, że w przypadku wystąpienia lokalnego maksimum siły następował jej spadek w wyniku uszkodzenia pierwszej warstwy, a następnie dalszy wzrost obciążenia wg nowo powstałej konfiguracji do osiągnięcia maksymalnej wartości globalnej oznaczającej całkowite zniszczenie konstrukcji. Osiągnięciu globalnego maksimum obciążenia towarzyszyły jednocześnie widoczne deformacje konstrukcji potwierdzające lokalne zniszczenie struktury kompozytu. Z charakteru krzywej obciążenia po osiągnięciu wartości maksymalnej obserwujemy gwałtowny jego spadek, świadczący o utracie nośności słupa.

W przypadku słupów o przekroju omegowym zniszczenie pierwszej warstwy kompozytu następowało dla maksymalnej wartości obciążenia, dla której jednocześnie zarejestrowano silne efekty akustyczne – rys. 10.14. Zniszczenie pierwszej warstwy pokrywało się w tym przypadku z całkowitym zniszczeniem słupa występującym przy tej samej wartości obciążenia. Zaobserwowany odmienny charakter zniszczenia słupów o przekroju ceowym i omegowym wynika bezpośrednio z dużej różnicy sztywności przekrojów badanych konstrukcji.

Otrzymane w pomiarach MEA wartości maksymalne obciążenia korespondują z wartościami siły zmierzonymi na maszynie wytrzymałościowej. Wyznaczone wartości obciążenia niszczącego określonego wg pomiarów MEA – $P_{f(EA)}$ oraz otrzymanych na maszynie wytrzymałościowej – $P_{f(EKSP)}$ zestawiono w tabelach 10.2 i 10.3.

Tabela 10.2. Zestawienie wartości obciążenia niszczącego – słupy o przekroju ceowym

KONFIGURACJA WARSTW KOMPOZYTU	Siła niszcząca P_f [N]			
	Emisja Akustyczna $P_{f(EA)}$		Maszyna wytrzymałościowa $P_{f(EKSP)}$	
	próbka 1	próbka 2	próbka 1	próbka 2
C1: [0/-45/45/90/90/45/-45/0] _T	9015	-	9010	-
C2: [90/-45/45/0/0/45/-45/90] _T	7415	8709	7405	8742
C3: [0/90 /0/90 /90 /0 /90 /0] _T	6571	-	6581	-
C4: [45/-45/90/0/0/90/-45/45] _T	9446	8090	9439	8081

Tabela 10.3. Zestawienie wartości obciążenia niszczącego – słupy o przekroju omegowym

KONFIGURACJA WARSTW KOMPOZYTU	Siła niszcząca P_f [N]			
	Emisja Akustyczna $P_{f(EA)}$		Maszyna wytrzymałościowa $P_{f(EKSP)}$	
	próbka 1	próbka 2	próbka 1	próbka 2
O1:[0/-45/45/90/90/45/-45/0] _T	19509	-	19506	-
O2:[90/-45/45/0/0/45/-45/90] _T	19593	19268	19634	19272
O3:[0 /90 /0/90 /90 /0 /90 /0] _T	19628	16543	19629	16536
O4:[45/-45/90/0/0/90/-45/45] _T	21443	-	21432	-

Zamieszczone w tabelach 10.1÷10.3 wartości obciążenia umożliwiają ilościowe porównanie wyników otrzymanych obiema metodami. W przypadku sił inicjujących zniszczenie pierwszej warstwy (tabela 10.1) oraz całkowitej siły niszczącej konstrukcję (tabela 10.2 i 10.3) wartości obciążenia wyznaczonego z wykorzystaniem MEA oraz maszyny wytrzymałościowej wykazują bardzo dobrą zgodność – różnice nie przekraczają 5%. Pozwala to łączyć wyniki pomiarów MEA oraz maszyny wytrzymałościowej, dla których wspólną oś stanowi wartość obciążenia konstrukcji.

Przeprowadzone badania wykazują przydatność zastosowania Metody Emisji Akustycznej w procesie analizy wyników badań doświadczalnych. Otrzymywane

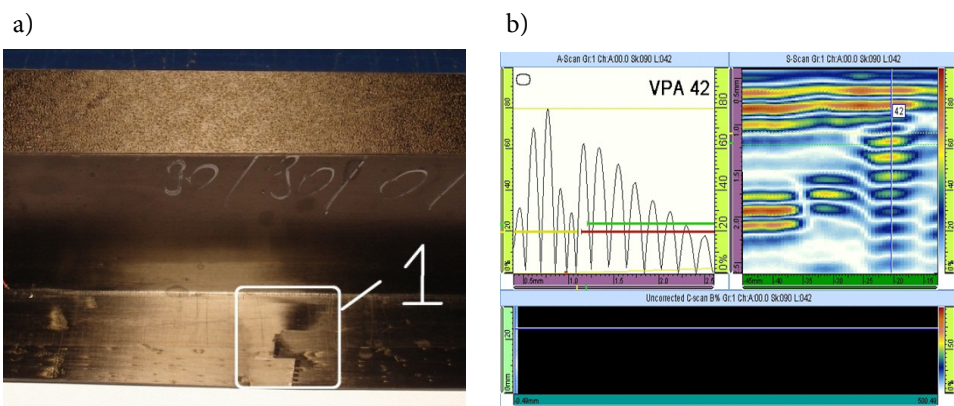
wyniki pomagają w ocenie pomiarów zarejestrowanych na maszynie wytrzymałościowej, umożliwiając ich interpretację pod kątem oceny zjawisk zachodzących w trakcie procesu obciążania. W prowadzonych badaniach zastosowanie MEA umożliwiło identyfikację momentu inicjacji zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu w przypadku słupów o przekroju ceowym, któremu oprócz punktów załamania zaobserwowanych na krzywej obciążenia towarzyszą dodatkowe efekty akustyczne. Otrzymane wyniki sugerują, że energia i amplituda sygnału emisji akustycznej są czynnikami dobrze opisującymi sam proces zniszczenia w otoczeniu utraty nośności słupów. Można postawić hipotezę, że stopniowa degradacja każdego z badanych modeli polega m.in. na: zniszczeniu matrycy, delaminacji oraz pęknięciu samych włókien w pewnym obszarze struktury. Proces ten jest bardzo złożony i może przebiegać w ściśle określonej kolejności lub polegać na lawinowym zniszczeniu odpowiadającym jednocześnie dwóm lub trzem typom zniszczenia. Prawdopodobnie energia odniesiona do jednostki objętości odpowiadająca poszczególnym typom zniszczenia jest różna. Uwolnioną energię zniszczenia można przeliczyć na amplitudę mierzoną podczas badań doświadczalnych (rys. 10.13 i 10.14). Szczegółowa analiza rejestrowanych sygnałów emisji akustycznej wymaga prowadzenia dalszych badań umożliwiających przyporządkowanie poziomów energii i amplitudy do określonego typu zniszczenia materiału kompozytowego. Niestety, zakres prowadzonych badań z wykorzystaniem MEA nie pozwala na dokonanie szczegółowego opisu charakteru zniszczenia kompozytu, do którego dokładniejszej oceny zastosowano badania oparte na analizie wewnętrznej struktury materiału.

10.1.2. Ocena charakteru zjawiska zniszczenia materiału kompozytowego - wyniki badań laboratoryjnych

Do identyfikacji charakteru zjawiska zniszczenia badanych słupów kompozytowych wykorzystano ultradźwiękowe metody nieniszczące NDT (ang. *Non-Destructive Testing*), mikrotomografię rentgenowską oraz mikroskopię optyczną, które zostały wcześniej wykorzystane do oceny dokładności wykonania struktury kompozytu (rozdział 7). Zastosowane metody identyfikacji uszkodzeń wewnętrznych obszarów materiału umożliwią lepsze zrozumienie zjawisk zachodzących w fazie zniszczenia konstrukcji.

Pierwsza faza badań oceniających zakres powstałych uszkodzeń słupów kompozytowych na skutek utraty nośności granicznej konstrukcji obejmowała lokalizację widocznych stref uszkodzenia poprzez dokładne oględziny zniszczonej próbki połączone z wykonaniem dokumentacji fotograficznej. Wykorzystanie metod NDT, polegające na dokładnym skanowaniu poszczególnych ścianek zniszczonych słupów, umożliwiło ocenę widocznych uszkodzeń oraz lokalizację ewentualnych wewnętrznych uszkodzeń struktury w innych niż widoczne

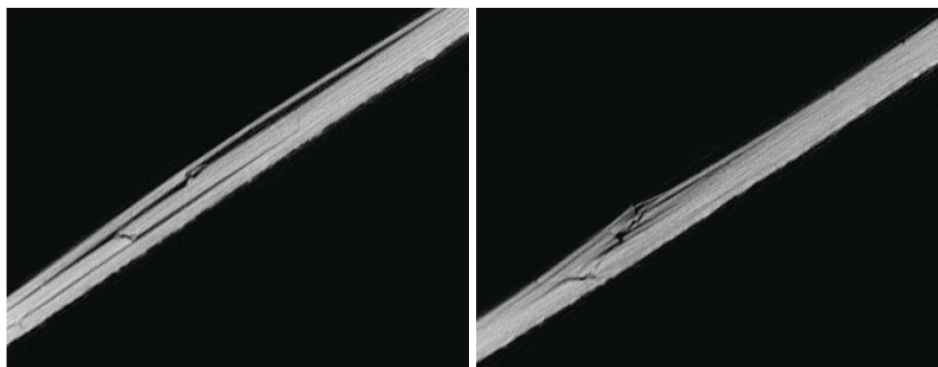
miejscach. W tym celu zastosowano obrazowanie metodą A-scan, B-scan oraz C-scan (rozdz.7). Zastosowane metody obrazowania umożliwiły jednocześnie wyznaczenie głębokości uszkodzenia struktury (A-scan) oraz głębokości położenia i szerokości uszkodzenia w danym kierunku (B-scan i C-scan). Wyniki badań nieniszczących wykazały we wszystkich analizowanych przypadkach (słupy ceowe i omegowe) występowanie uszkodzeń w postaci delaminacji międzywarstwowej oraz pęknięcia włókien i osnowy w miejscach widocznego uszkodzenia konstrukcji. Nie stwierdzono żadnych nieciągłości struktury mogących świadczyć o początku uszkodzenia materiału w innych obszarach konstrukcji. Przykładowe wyniki – zdjęcie strefy uszkodzenia oraz jej obrazowanie metodą NDT przedstawiono na rys. 10.15.



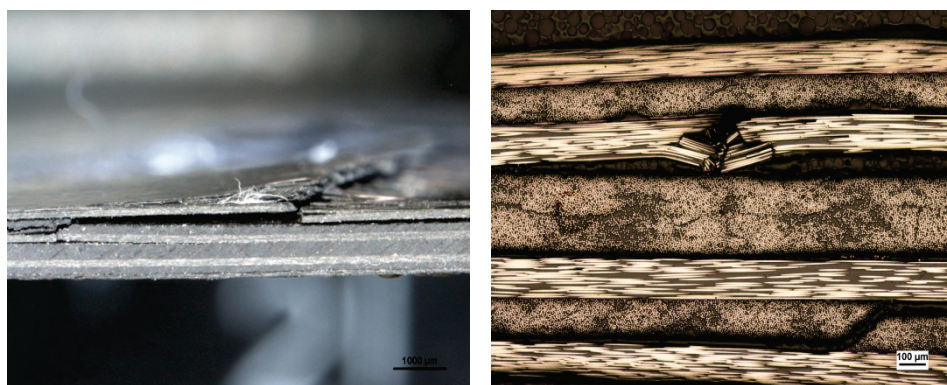
Rys. 10.15. Lokalizacja obszaru zniszczenia słupa: a) strefa zniszczenia, b) obraz NDT

W drugiej fazie badań laboratoryjnych zmierzających do oceny charakteru zniszczenia struktury kompozytu zastosowano badania z wykorzystaniem mikrotomografii rentgenowskiej. W tym celu ze zniszczonej konstrukcji słupa wycięto próbkę o wymiarach ok. 30x50 mm zawierającą widoczny obszar z uszkodzoną strukturą materiału. Wykonane badania umożliwiły obserwację strefy uszkodzenia wewnątrz struktury kompozytu, potwierdzając wykazany w badaniach nieniszczących charakter zniszczenia kompozytu – rys. 10.16.

Dokładny obraz mikrostruktury materiału kompozytowego otrzymano w wyniku obserwacji próbki uszkodzonej struktury na mikroskopie optycznym. Badania mikroskopowe dostarczają szczegółowych informacji dotyczących powstałych uszkodzeń wewnątrz materiału. Obserwacja mikrostruktury kompozytu wskazuje zakres powstałych w wyniku zniszczenia konstrukcji delaminacji międzywarstwowych oraz uwidacznia charakter zjawiska wyboczenia i zniszczenia włókien kompozytu, jak również pęknięcia osnowy – rys. 10.17.



Rys. 10.16. Obraz mikrotomografii rentgenowskiej uszkodzonej próbki



Rys. 10.17. Zniszczona mikrostruktura kompozytu – mikroskopia optyczna

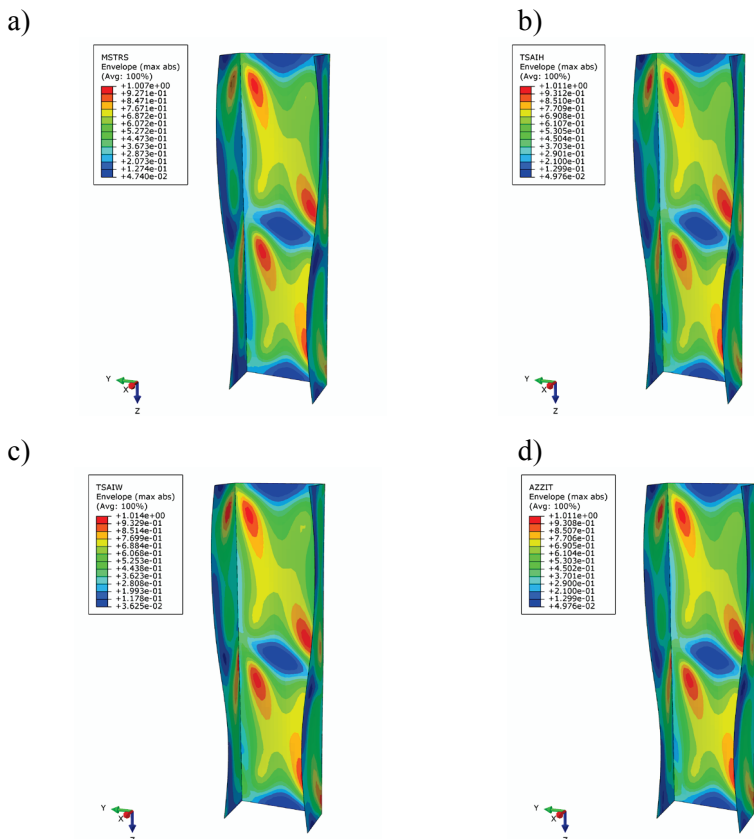
Przeprowadzone obserwacje zniszczonych słupów kompozytowych z wykorzystaniem zaprezentowanych metod laboratoryjnych potwierdzają złożony charakter zniszczenia struktury materiału kompozytowego. Zidentyfikowane formy uszkodzenia materiału w postaci delaminacji międzywarstwowych oraz pęknięcia włókien i osnowy kompozytu potwierdzają opisywane w literaturze przedmiotu przypadki zniszczenia materiałów kompozytowych. Jednakże na tym etapie badań trudno jest jednoznacznie ocenić kolejność i charakter powstawania zniszczenia mikrostruktury materiału, do opisu którego niezbędna jest znajomość składowych stanu naprężenia w poszczególnych warstwach kompozytu. W związku z powyższym w dalszej części pracy podjęto próbę opisu procesu zniszczenia kompozytu z wykorzystaniem metody elementów skończonych, umożliwiającej szczegółowe określenie stopnia wyężenia poszczególnych warstw materiału kompozytowego.

10.2. Numeryczna analiza zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych w świetle badań eksperymentalnych

Nieliniowa analiza numeryczna z wykorzystaniem metody elementów skończonych stanowiła kolejne narzędzie wykorzystane w procesie identyfikacji charakteru zjawiska zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych. Zastosowanym narzędziem numerycznym był w tym przypadku tylko program Abaqus. Obliczenia prowadzono w pełnym zakresie obciążenia konstrukcji aż do zniszczenia dla trzech zdefiniowanych wariantów warunków brzegowych (rozdz. 6.2.4.). Celem analizy numerycznej było wyznaczenie wartości obciążenia niszczącego pierwszą warstwę kompozytu oraz obciążenia granicznego, dla którego konstrukcja traci nośność. Do oceny stanu zniszczenia kompozytu zastosowano naprężeniowe kryteria bazujące na wyznaczonych doświadczalnie wartościach granicznych materiału kompozytowego, zamieszczonych w tabeli 7.1. Zastosowano następujące hipotezy zniszczenia materiałów kompozytowych zaimplementowane w programie Abaqus: kryterium maksymalnych naprężeń, kryterium Tsai-Hill'a, tensorowe kryterium Tsai-Wu oraz kryterium Azzi-Tsai-Hill'a. Obliczenia konstrukcji z zainicjowaną deformacją początkową, odpowiadającą najniższym postaciom wybożenia, prowadzono w ujęciu nieliniowym z wykorzystaniem przyrostowo-iteracyjnej metody Newtona-Raphsona. Realizację obciążenia modeli numerycznych kontynuowano do poziomu osiągnięcia parametru krytycznego określonego dla każdego zastosowanego kryterium. Wartość obciążenia niszczącego dla materiału kompozytu przyjmowano jako wartość siły odpowiadającej osiągnięciu parametru zniszczenia wynoszącego 1 (w skali 0-1). Strefy, w których osiągnięto krytyczną wartość parametru zniszczenia, określają obszary newralgiczne konstrukcji, dla których istnieje duże prawdopodobieństwo uszkodzenia w tym miejscu warstw kompozytu. Na rys. 10.18 przedstawiono stany deformacji słupa o przekroju ceowym C1 dla modelu zapewniającego równomierne zbliżanie końców słupa w trakcie procesu obciążania – wariant-1. Zaprezentowane wyniki odpowiadają stanowi osiągnięcia parametru krytycznego w pierwszej warstwie kompozytu (wartość 1) dla wszystkich zastosowanych kryteriów zniszczenia.

Zamieszczone poniżej mapy parametru krytycznego przedstawiają obwiednię „stanu wyężenia” dla poszczególnych kryteriów zniszczenia kompozytu. Otrzymane rozkłady umożliwiają identyfikację newralgicznych obszarów konstrukcji, w których wartość parametru zniszczenia osiągnęła poziom krytyczny równy 1 . Porównanie wyników dla poszczególnych kryteriów zniszczenia kompozytu nie wykazało żadnych jakościowych różnic w otrzymanych formach deformacji słupa C1 – identyczne mapy „wyężenia”. Ponadto osiągnięcie parametru krytycznego o wartości 1 nastąpiło we wszystkich kryteriach praktycznie dla tej samej wartości obciążenia niszczącego (różnica nie przekraczała 0,5%).

Analogiczne wyniki otrzymano dla wszystkich słupów o przekroju ceowym i omegowym.



Rys. 10.18. Stan deformacji pokrywyczej słupa $C1:[0/-45/45/90]$, odpowiadający wartości obciążenia niszczonego pierwszą warstwę: a) kryterium maksymalnych naprężeń, b) kryterium Tsai-Hill'a, c) kryterium Tsai-Wu, d) kryterium Azzi-Tsai-Hill'a

Pewne różnice wyników przy zastosowaniu powyższych kryteriów uzyskano dla złożonego stanu obciążenia w płycie kompozytowej (rozciąganie ze ściskaniem) w pracy autora [44]. Niestety brak wystarczających danych doświadczalnych uniemożliwił wykonanie dodatkowych obliczeń z wykorzystaniem kryterium maksymalnych odkształceń, pozwalających przeprowadzić analizę porównawczą w stosunku do zastosowanych kryteriów naprężeniowych. Ze względu na jednakowe wyniki otrzymywane dla wszystkich zastosowanych

kryteriów naprężeniowych do oceny zniszczenia badanych słupów kompozytowych w dalszej części pracy przyjęto jedno reprezentatywne kryterium – interakcyjne kryterium tensorowe Tsai-Wu.

Określone w obliczeniach numerycznych wartości obciążenia niszczącego zestawiono w tabelach 10.4 oraz 10.5 odpowiednio dla słupów o przekroju ceowym i omegowym dla wszystkich rozważanych wariantów warunków brzegowych (podrozdział 6.2.4). Weryfikację otrzymanych wartości stanowiło obciążenie niszczące wyznaczone w badaniach doświadczalnych. W przypadku słupów o przekroju ceowym adekwatnie do uzyskanych wyników doświadczalnych weryfikacji poddano wartość obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy kompozytu $P_{f(iini)-MES}/P_{f(iini)-EKSP}$. Dla słupów o przekroju omegowym porównywano wartości obciążenia granicznego P_{f-MES}/P_{f-EKSP} .

Tabela 10.4. Zestawienie wartości obciążenia niszczącego – słupy o przekroju ceowym

SŁUP	Siła inicjująca zniszczenie $P_{f(iini)}$ [N]			Siła niszcząca P_f [N]		
	MES $P_{f(iini)-MES}$	Eksperyment $P_{f(iini)-EKSP}$		MES P_{f-MES}	Eksperyment P_{f-EKSP}	
		Próbka 1	Próbka 2		Próbka 1	Próbka 2
wariant 1 warunków brzegowych (MES)						
C1	8038	5064	5466	-	9010	-
C2	8611	4650	4376	-	7405	8742
C3	8558	5174	-	-	6581	-
C4	13207	6500	5104	-	9439	8081
wariant 2 warunków brzegowych (MES)						
C1	5500	5064	5466	8750	9010	-
C2	4250	4650	4376	6750	7405	8742
C3	5500	5174	-	6750	6581	-
C4	6000	6500	5104	9250	9439	8081
wariant 3 warunków brzegowych (MES)						
C1	4750	5064	5466	6200	9010	-
C2	4100	4650	4376	5420	7405	8742
C3	5100	5174	-	5476	6581	-
C4	5850	6500	5104	6650	9439	8081

Wyznaczone numerycznie wartości obciążenia odpowiadającego zniszczeniu pierwszej warstwy kompozytu $P_{f(iini)-MES}$ wykazują zasadnicze różnice pomiędzy poszczególnymi wariantami przyjętych warunków brzegowych. W przypadku modelu numerycznego oznaczonego jako wariant-1 dla słupów o przekroju ceowym

wyniki obliczeń nie odpowiadają wynikom badań doświadczalnych w tym zakresie. Otrzymane wartości są bardziej zbliżone do siły granicznej P_{f-EKSP} , w wyniku której następowało zniszczenie konstrukcji w trakcie prowadzonych prób. Również w przypadku słupów o przekroju omegowym wyniki uzyskane dla słupa O4 w znacznym stopniu odbiegają od wyników eksperymentu. W obydwu przypadkach otrzymano znacznie zawyżone wartości obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy, co wpływa na niekorzystną ocenę zastosowanych warunków brzegowych prowadzących do przeszywnienia modelu numerycznego.

Tabela 10.5. Zestawienie wartości obciążenia niszczącego – słupy o przekroju omegowym

SŁUP	Siła inicjująca zniszczenie MES $P_{f(ini)-MES}$ [N]	Siła niszcząca MES P_{f-MES} [N]	Siła niszcząca eksperyment P_{f-EKSP} [N]	
			Próbka 1	Próbka 2
wariant 1 warunków brzegowych (MES)				
O1	17000	-	19506	-
O2	18750	-	19634	19272
O3	18000	-	19629	16536
O4	24750	-	21432	-
wariant 2 warunków brzegowych (MES)				
O1	16500	19910	19506	-
O2	15200	19500	19634	19272
O3	15000	19500	19629	16536
O4	20250	23500	21432	-
wariant 3 warunków brzegowych (MES)				
O1	16500	21000	19506	-
O2	15200	20250	19634	19272
O3	15000	19500	19629	16536
O4	20250	24750	21432	-

Zmiana warunków brzegowych – wariant-2 i 3 spowodowała istotne zmiany w stosunku do modelu podstawowego (wariant-1) przede wszystkim dla słupów o przekroju ceowym. Zaobserwowano zdecydowane obniżenie wartości obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy $P_{f(ini)-MES}$, które dla obydwu modeli zbliżyło się do wartości wyznaczonych eksperymentalnie $P_{f(ini)-EKSP}$ (tabela 10.4), co zdaje się potwierdzać zastosowaną w tym przypadku interpretację wyników badań doświadczalnych. Ilościowa ocena otrzymanych wyników wykazuje dla modeli ze zmodyfikowanymi warunkami brzegowymi (wariant-2 i 3) dużą zgodność obciążenia numerycznego $P_{f(ini)-MES}$ i eksperymentalnego

$P_{f(iii)-EKSP}$. Maksymalne rozbieżności wynoszą 15% (słup C4) w przypadku wariantu-2 oraz 13% (słup C1) dla wariantu-3, porównując wyniki skrajne dla wszystkich próbek. Zauważono również, że wyniki uzyskane dla przypadku obrotowej podpory dolnej (wariant-3) kształtują się poniżej wartości otrzymanych dla przypadku z zablokowanymi obrotami podpory (wariant-2). Jednakże obydwa modele numeryczne wykazują dużą zbieżność, biorąc pod uwagę kryterium zniszczenia pierwszej warstwy. Odpowiada to również wynikom badań doświadczalnych w tym zakresie, stanowiąc jednocześnie walidację opracowanych modeli MES.

Istotne różnice stwierdzono w przypadku wartości obciążenia niszczonego odpowiadającego całkowitej utracie nośności słupa. W badaniach doświadczalnych zniszczenie pierwszej warstwy nie wyczerpywało nośności słupów ceowych, która została osiągnięta dla zdecydowanie wyższej wartości obciążenia określonego jako obciążenie graniczne - P_{f-EKSP} . Wartość obciążenia granicznego otrzymaną w obliczeniach numerycznych - P_{f-MES} zdefiniowano jako obciążenie, przy którym osiągnięto wartość 1 parametru zniszczenia we wszystkich warstwach kompozytu wg kryterium Tsai-Wu. Wobec powyższego w prowadzonych obliczeniach przyjęto numeryczne kryterium zniszczenia zakładające, że wyczerpanie całkowitej nośności słupa następuje poprzez wyczerpanie nośności wszystkich warstw kompozytu, przyjmując jednocześnie, że do momentu zniszczenia ostatniej warstwy układu wszystkie warstwy pracują. Analiza wartości obciążenia granicznego zgodnie z przyjętymi założeniami wykazała zdecydowany wpływ zdefiniowanych warunków brzegowych na otrzymywane wyniki obliczeń. Modele słupów z zablokowaną możliwością obrotu dolnego przekroju – wariant-2 wykazywały utratę nośności wszystkich warstw kompozytu dla wartości obciążenia P_{f-MES} zbliżonej do wartości obciążenia niszczonego konstrukcję w badaniach eksperymentalnych P_{f-EKSP} – tabela 10.4. Bardzo dobrą zbieżność otrzymano w tym przypadku dla pierwszych próbek – różnica wynosiła poniżej 10%, natomiast po uwzględnieniu wyników dla próbki 2 w przypadku słupa C2 rozbieżność wyników wzrosła do 23%. Biorąc jednakże pod uwagę rozbieżność wyników badań doświadczalnych pomiędzy poszczególnymi próbkami (25% – słup C2) można uznać zadowalającą zgodność otrzymanych wyników obliczeń z wynikami badań doświadczalnych.

Zdecydowanie inne zachowanie konstrukcji cechowało model dopuszczający możliwość obrotu dolnego przekroju słupa – wariant-3. W tym przypadku wyczerpanie nośności wszystkich warstw kompozytu wg przyjętych założeń następowało przy niewielkim wzroście obciążenia po osiągnięciu zniszczenia pierwszej warstwy. Otrzymane wartości obciążenia granicznego P_{f-MES} są zdecydowanie niższe od wartości doświadczalnych P_{f-EKSP} . Maksymalne różnice wyznaczonych wartości występują dla słupa C2 (próbka 2) na poziomie 38% – tabela 10.4. Ponadto otrzymane wartości obciążenia granicznego P_{f-MES} są bardzo

zbliżone do wartości obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy $P_{f(iini)-EKSP}$, co nie jest w tym przypadku zgodne z wynikami badań doświadczalnych.

Analiza numeryczna słupów o przekroju omegowym wykazała zdecydowanie inny wpływ przyjętych warunków brzegowych na zachowanie się konstrukcji w stanie silnie pokrytycznym i granicznym. Zamieszczone w tabeli 10.5 wartości obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy $P_{f(iini)-MES}$ oraz obciążenia granicznego P_{f-MES} dla modeli z 2 i 3 wariantem warunków brzegowych są bardzo zbliżone. Maksymalne różnice obciążenia granicznego pomiędzy poszczególnymi modelami wynoszą 5,2% w przypadku słupa O1 przy identycznych wartościach obciążenia odpowiadającego zniszczeniu pierwszej warstwy $P_{f(iini)-MES}$. Otrzymane w obliczeniach wartości $P_{f(iini)-MES}$ są zbliżone do wartości obciążenia granicznego na poziomie ok. 75% P_{f-MES} . Wyniki badań doświadczalnych wykazują w tym przypadku, że zniszczenie słupa jest równoznaczne ze zniszczeniem pierwszej warstwy kompozytu, natomiast wartości obciążenia granicznego wyznaczone doświadczalnie P_{f-EKSP} są zbliżone do wartości granicznych P_{f-MES} . Dla obydwu rozważanych wariantów obliczeniowych (2 i 3) otrzymano wysoką zgodność wyników numerycznych z wynikami badań doświadczalnych – maksymalna różnica wynosiła 15% (słup O3) – tabela 10.5.

Zestawienie wyników obliczeń (tabela 10.4 i 10.5) pokazuje, że przyjęcie kryterium zniszczenia pierwszej warstwy jest oceną z dołu nośności słupów kompozytowych, zaś przyjęcie kryterium oceny utraty nośności słupa stanowi ocenę z góry, bez względu na przyjęte warunki brzegowe, czyli warianty 1÷3. Przedstawienie wyników dla trzech wariantów warunków brzegowych miało na celu zwrócenie uwagi, że model obliczeniowy MES powinien jak najdokładniej opisywać rzeczywiste warunki brzegowe badanych słupów (zdaniem autora – wariant-2). Należy jednocześnie przypomnieć, że przyjęcie któregoś z wariantów warunków brzegowych nie miało praktycznie wpływu na pokrytyczne ścieżki równowagi dla obciążenia $1,5P_{kr}$ (rozdział 9.2). Zatem wnioskowanie o poprawności modelu na podstawie nawet pokrytycznej ścieżki równowagi może być obarczone dużą niedokładnością.

Zaobserwowane rozbieżności otrzymywanych wyników dla słupów o przekroju ceowym i omegowym wynikają najprawdopodobniej z istotnej różnicy sztywności analizowanych profili otwartych, co w konsekwencji prowadzi do zróżnicowania metod ich analizy. Zasadniczą rozbieżność stanowi konieczność wyraźnego rozgraniczenia momentu zniszczenia pierwszej warstwy i utraty nośności całej konstrukcji w przypadku słupów o przekroju ceowym oraz jednoznaczność tych zjawisk dla słupów o przekroju omegowym. Otrzymane wyniki wskazują zatem na konieczność uwzględniania powyższych różnic w prowadzonych badaniach. Zdaniem autora uniwersalna metodyka modelowania i analizy tego typu konstrukcji powinna opierać się na obliczeniach uwzględniających

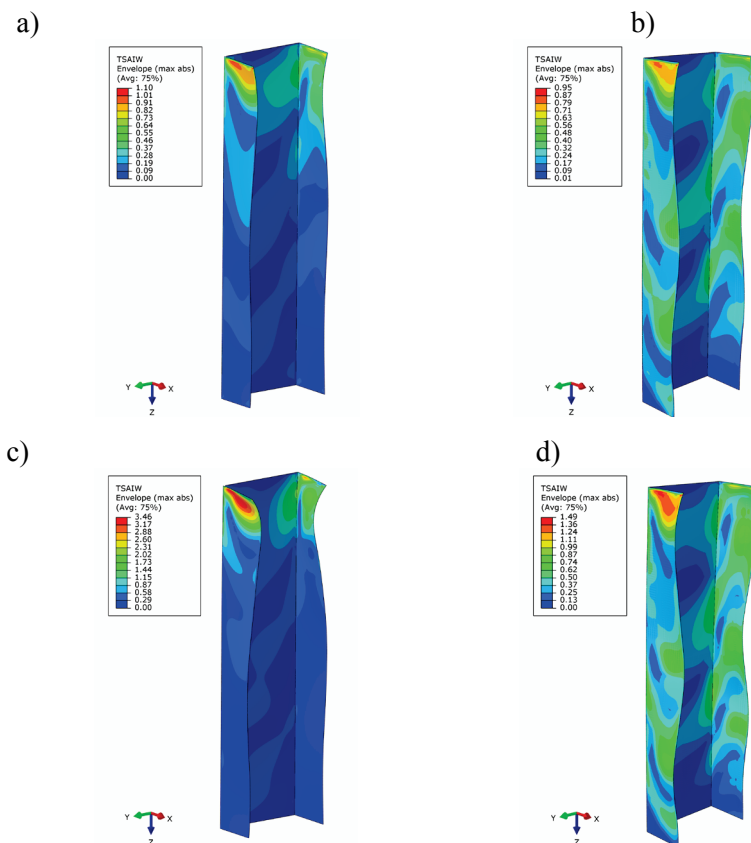
wszystkie zaproponowane warunki podparcia modelu – warianty 1 ÷ 3. Wariant-1 w obliczeniach numerycznych prowadził zazwyczaj do zawyżonych wartości sił niszczących w porównaniu do przyjętego w badaniach doświadczalnych sposobu podparcia modelu. W przypadku gdy nie są prowadzone badania doświadczalne, powyższy sposób postępowania dla wariantów 2 i 3 pozwala na wyznaczenie najniższych wartości obciążenia niszczącego, co umożliwia prowadzenie obliczeń po stronie bezpiecznej. Prowadzone równoległe badania doświadczalne umożliwiają wykonanie bieżącej weryfikacji zastosowanych modeli obliczeniowych, wskazując jednocześnie wariant najbardziej zbliżony do warunków prowadzonego eksperymentu. W przypadku braku możliwości doświadczalnej weryfikacji obliczeń otrzymane w powyższy sposób wyniki umożliwiają uzyskanie rozwiązania, dla którego wyniki rzeczywiste będą wpisywały się w zakres wyznaczony w obliczeniach numerycznych.

Opis procesu zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych wymaga przeprowadzenia wnikliwej analizy stopnia wyężenia poszczególnych warstw kompozytu, umożliwiającej właściwą ocenę charakteru zjawisk wpływających na zmianę właściwości wytrzymałościowych konstrukcji. Istnieje zatem potrzeba identyfikacji parametrów odpowiadających za zniszczenie materiału kompozytowego wg przyjętego kryterium zniszczenia. W tym celu zaprezentowane zostaną formy deformacji konstrukcji odpowiadające wartości osiągnięcia parametru krytycznego wyznaczonego wg kryterium Tsai-Wu.

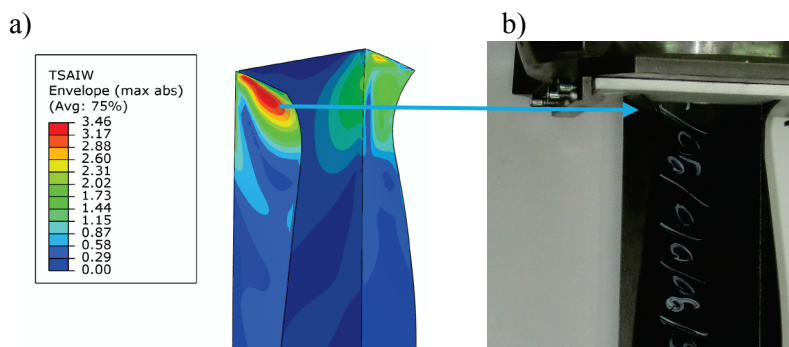
Na rys. 10.19 przedstawiono mapy parametru krytycznego oznaczającego spełnienie kryterium zniszczenia dla przykładowego modelu słupa C4. Porównano formy odkształcenia odpowiadające modelom z różnymi warunkami brzegowymi (wariant-2 i 3).

Prezentowane wyniki przedstawiają obwiednię parametru krytycznego na tle odkształconej konstrukcji. Kolor czerwony określa obszary modelu, w których parametr krytyczny osiągnął wartość 1, odpowiadającą spełnieniu kryterium zniszczenia materiału kompozytowego. Należy przy tym zaznaczyć, że prezentowane kryterium Tsai-Wu nie należy do kryteriów wyężeniowych. O możliwości wystąpienia zniszczenia decyduje jedynie osiągnięcie wartości 1 parametru krytycznego, natomiast wartości pośrednie nie oznaczają w tym przypadku stopnia wyężenia kompozytu. Jakościowa ocena otrzymanych wyników wykazuje zbliżone cechy stanu odkształcenia obydwu modeli.

Dużą zgodność zaobserwowano w lokalizacji obszaru osiągnięcia parametru krytycznego zarówno w przypadku zniszczenia pierwszej warstwy (rys. 10.19a,b), jak również wyczerpania nośności słupa (rys. 10.19c,d). Wyniki obliczeń odpowiadają również formie zniszczenia konstrukcji rzeczywistej otrzymanej w badaniach doświadczalnych – rys. 10.20.

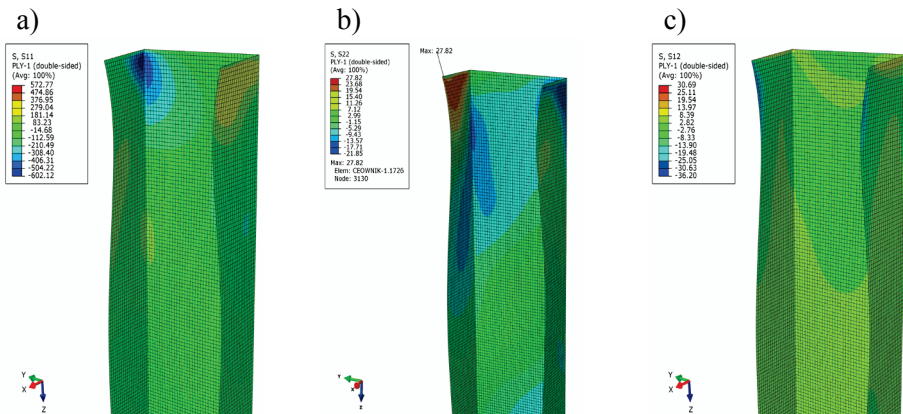


Rys. 10.19. Forma deformacji pokrywczącej i rozkład parametru krytycznego dla słupa C4: a) zniszczenie pierwszej warstwy – wariant-2, b) zniszczenie pierwszej warstwy – wariant-3, c) utrata nośności słupa – wariant-2, d) utrata nośności słupa – wariant-3



Rys. 10.20. Zniszczenie słupa C4: a) wyniki MES (wariant-2) – osiągnięcie kryterium Tsai-Wu we wszystkich warstwach, b) zniszczenie konstrukcji – badania doświadczalne

Ocenę charakteru zjawiska zniszczenia kompozytu przeprowadzono na podstawie analizy składowych stanu naprężenia odpowiadających wartości obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy $P_{f(iini)-MES}$ oraz wartości obciążenia granicznego P_{f-MES} . Zgodnie z wcześniejszymi ustaleniami analizowano wyniki dla modelu z zablokowaną możliwością obrotu dolnej podstawy słupa (wariant-2), jako zaobserwowany najbliższy wariant warunków podparcia w badaniach doświadczalnych. W rozważanym przypadku zlokalizowano zniszczenie pierwszej warstwy kompozytu jako warstwy oznaczonej $Ply-1$, usytuowanej po wewnętrznej stronie profilu ceowego o kierunku ułożenia włókien 45^0 w stosunku do osi słupa ($C4: [45^0/-45^0/90^0/0^0]_s$). Analizie poddano składowe stanu naprężenia związane z głównymi kierunkami ortotropii materiału warstwy korespondującymi z kierunkiem ułożenia włókien kompozytu. W związku z powyższym na rys. 10.22 przedstawiono odpowiednio: $S11$ – naprężenia w kierunku włókien (0^0), $S22$ – naprężenia w kierunku prostopadłym do kierunku włókien (90^0) oraz $S12$ – naprężenia ścinające w płaszczyźnie warstwy.



Rys. 10.21. Zniszczenie pierwszej warstwy dla słupa C4: a) mapa naprężenia $S11$ w kierunku włókien – 0^0 , b) mapa naprężenia $S22$ w kierunku prostopadłym do włókien – 90^0 , c) mapa naprężenia ścinającego $S12$ w płaszczyźnie warstwy kompozytu

Ocena poszczególnych składowych stanu naprężenia pozwala określić rodzaj i wartość naprężenia bezpośrednio wpływającego na spełnienie kryterium zniszczenia w pierwszej warstwie. Interakcyjne kryterium Tsai-Wu uwzględnia wzajemne oddziaływanie poszczególnych składowych stanu naprężenia w warstwie kompozytu wg równania (5.9). W tym celu na podstawie zależności (5.10) i (5.11) określono poszczególne składowe tensorów wytrzymałości dla wyznaczonych eksperymentalnie wartości granicznych kompozytu – tabela 10.6.

Tabela 10.6. Zestawienie wartości tensorów wytrzymałości dla kryterium Tsai-Wu

F_{11}	F_{12}	F_{22}	F_{66}	F_1	F_2
$3,498 \times 10^{-7}$	$7,933 \times 10^{-6}$	$1,799 \times 10^{-4}$	$9,97 \times 10^{-5}$	$-1,176 \times 10^{-4}$	$3,38 \times 10^{-2}$

Analizę spełnienia kryterium Tsai-Wu dla pierwszej warstwy kompozytu przeprowadzono w oparciu o składowe stanu naprężenia w węźle słupa C4, w którym osiągnięty został parametr krytyczny (rys. 10.21b). Otrzymano następujące wartości poszczególnych naprężeń odpowiadających obciążeniu $P_{f(iii)}\text{-MES}$:

$$S_{11} \equiv \sigma_1 = -267,9 \text{ [MPa]}; S_{22} \equiv \sigma_2 = 27,8 \text{ [MPa]}; S_{12} \equiv \tau_{12} = -14,2 \text{ [MPa]}$$

W tabeli 10.7 zestawiono wartości poszczególnych składników równania (5.9) umożliwiające ilościową ocenę wpływu poszczególnych składowych stanu naprężenia na spełnienie w analizowanym węźle kryterium Tsai-Wu.

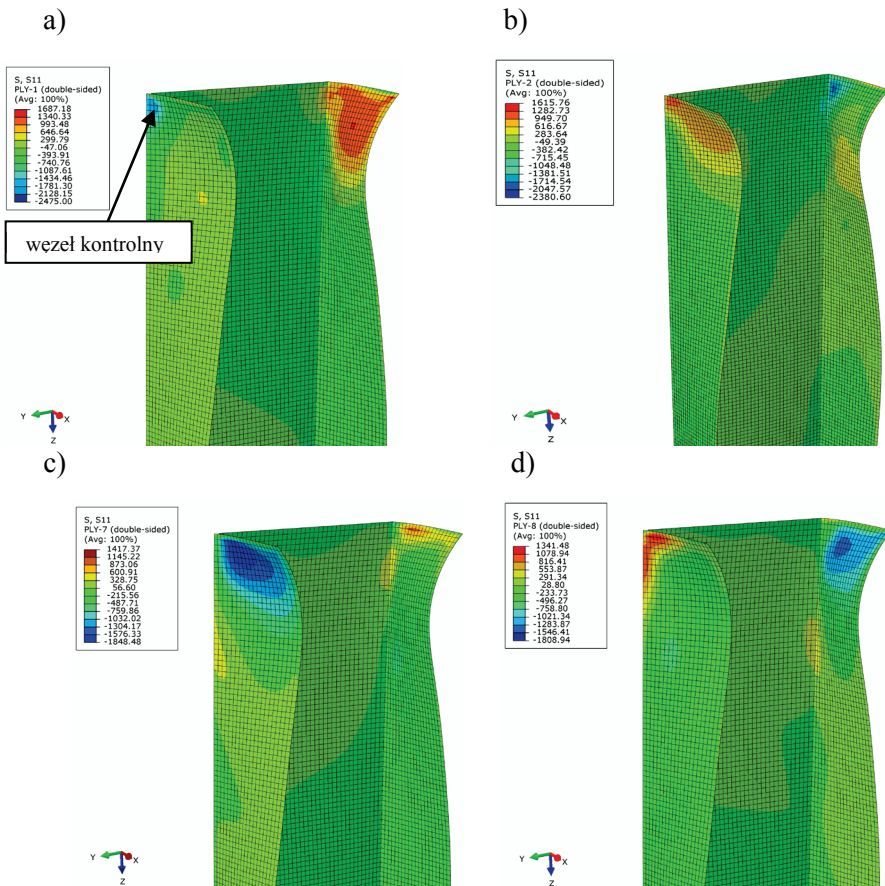
Tabela 10.7. Zestawienie składników równania dla kryterium Tsai-Wu

$F_{11}\sigma_1^2$	$2F_{12}\sigma_1\sigma_2$	$F_{22}\sigma_2^2$	$F_{66}\tau_{12}^2$	$F_1\sigma_1$	$F_2\sigma_2$	SUMA
0,0251	-0,1181	0,139	0,0201	0,0315	0,9396	1,0372

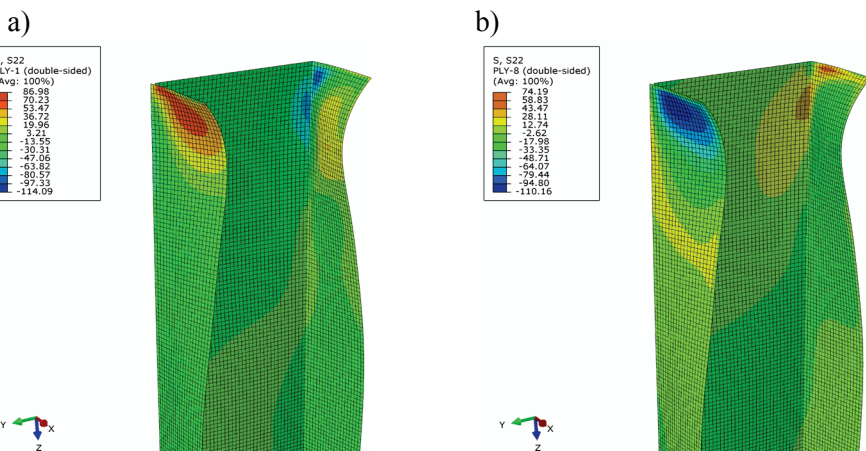
Zaproponowany sposób postępowania wskazuje, że decydujący wpływ na osiągnięcie kryterium zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu miały w tym przypadku naprężenia rozciągające w kierunku prostopadłym do włókien – $S_{22} = 27,8 \text{ MPa}$. Potwierdzają to wyznaczone w tabeli 10.7 składniki równania opisującego kryterium Tsai-Wu wskazujące na największy udział składowej naprężenia $S_{22} \equiv \sigma_2$ w spełnieniu tego kryterium, tzn. ($F_2\sigma_2$ oraz $F_{22}\sigma_2^2$). W przypadku symetrycznego układu warstw zniszczenie warstwy w układzie 45° tylko po jednej stronie, gdzie o zniszczeniu decydują naprężenia rozciągające S_{22} , może sugerować decydujący wpływ stanu giętnego na spełnienie kryterium zniszczenia w tej warstwie. Powyższa składowa stanu naprężenia odpowiada za zniszczenie materiału osnowy kompozytu, gdyż w kierunku prostopadłym do włókien o wytrzymałości materiału na rozciąganie decyduje w głównej mierze wytrzymałość osnowy. Oznacza to, że inicjacja zniszczenia pierwszej warstwy może się rozpoczynać od pęknięcia osnowy materiału kompozytowego. Brak jest jednak możliwości jednoznacznej oceny rodzaju i zakresu zniszczenia osnowy kompozytu. Zgodnie z danymi literaturowymi najczęstszą wymienianą formą inicjacji zniszczenia osnowy jest zerwanie połączenia na granicy włókno-osnowa, co jest przyczyną dalszej propagacji pęknięcia pomiędzy poszczególnymi włóknami z tendencją do połączenia z podobnymi obszarami materiału. W przypadku uszkodzenia materiału osnowy na granicy warstw kompozytu pęknięcie może propagować w postaci delaminacji międzywarstwowych. Jest to zazwyczaj spowodowane silnymi naprężeniami ścinającymi pomiędzy

poszczególnymi warstwami kompozytu. W obydwu przypadkach powoduje to lokalne osłabienie materiału, narażając włókna na możliwość ich łatwiejszego wyboczenia w przypadku ściskania lub znaczny wzrost ich obciążenia w przypadku rozciągania. Wiąże się to z koniecznością przejmowania funkcji wytrzymałościowych przez pozostałe obszary materiału, powodując ich sukcesywne dociążenie, aż do wyczerpania nośności słupa.

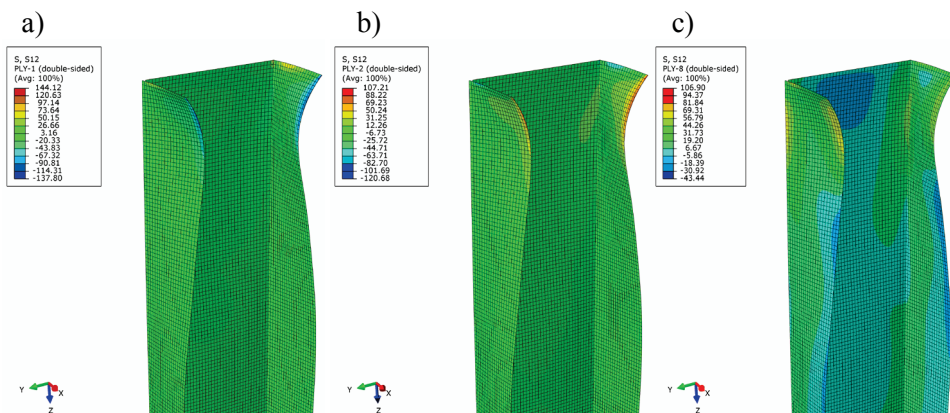
W przypadku słupów o przekroju ceowym inicjacja zniszczenia pierwszej warstwy materiału kompozytowego nie wyczerpywała nośności całej konstrukcji, co umożliwiło jej dalsze obciążenie do momentu utraty nośności słupa. Na rys. 10.22÷10.24 zaprezentowano przykładowe mapy składowych stanu naprężenia odpowiadających wartości obciążenia granicznego P_{F-MES} , dla którego osiągnięto kryterium zniszczenia we wszystkich warstwach kompozytu słupa C4.



Rys. 10.22. Mapy składowej stanu naprężenia S11 w kierunku włókien kompozytu dla słupa C4: a) warstwa 1, b) warstwa 2, c) warstwa 7, d) warstwa 8



Rys. 10.23. Mapy składowej stanu naprężenia S_{22} w kierunku prostopadłym do kierunku włókien kompozytu dla słupa C4: a) warstwa 1, b) warstwa 8



Rys. 10.24. Mapy składowej naprężenia ścinającego S_{12} w płaszczyźnie warstwy kompozytu dla słupa C4: a) warstwa 1, b) warstwa 2, c) warstwa 8

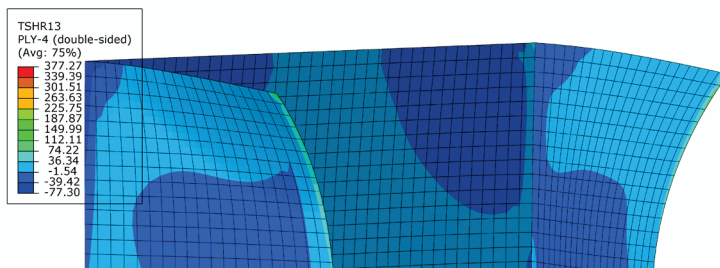
Przeprowadzone obliczenia numeryczne wykazały, że całkowita utrata nośności słupa wg przyjętej metody oceny poprzedzona była sukcesywnym zniszczeniem kolejnych warstw kompozytu aż do osiągnięcia kryterium zniszczenia we wszystkich warstwach układu. Analiza rozkładu naprężeń warstwowych odpowiadające obciążeniu niszczącemu $P_{F_{MES}}$ umożliwi ocenę charakteru wyłączenia poszczególnych warstw kompozytu w momencie utraty nośności słupa. Na rys. 10.22 przedstawiono warstwy, w których naprężenia działające w kierunku ułożenia włókien – S_{11} przekroczyły wartości graniczne. Znaczne przekroczenie wartości dopuszczalnej materiału na ściskanie w kierunku włókien $X_c (F_{CU-0}) = 1531 \text{ MPa}$

wystąpiło jednocześnie w skrajnych warstwach kompozytu 1 i 2 oraz 7 i 8 o konfiguracji ułożenia włókien $\pm 45^{\circ}$ względem osi słupa. Wskazuje to na możliwość wyboczenia i zniszczenia włókien w tych warstwach w momencie utraty nośności słupa. Ponadto forma odkształcenia słupa (rys. 10.22) sugeruje decydujący wpływ naprężeń gnących na utratę nośności konstrukcji. Potwierdzają to wartości składowej naprężenia S_{11} w przyjętym węźle kontrolnym usytuowanym w pobliżu miejsca zniszczenia słupa (rys. 10.22a), w którym w warstwie 1 otrzymano wartość naprężeń $S_{11} = -2321$ MPa, natomiast w warstwie 8: $S_{11} = 396$ MPa. Jednocześnie przedstawione na rys. 10.25 wartości naprężenia ścinającego w płaszczyźnie warstwy – S_{12} również wykazały przekroczenie wytrzymałości materiału na ścinanie S (F_{SU}) = 100,15 MPa w skrajnych warstwach 1, 2 oraz 8. Zniszczenie osnowy kompozytu w wyniku przekroczenia wytrzymałości materiału w kierunku prostopadłym do kierunku ułożenia włókien Y_1 (F_{TU-90}) = 25,97 MPa osiągnięto natomiast we wszystkich warstwach kompozytu (na rysunku 10.23 przedstawiono tylko przykładowe mapy naprężenia S_{22} w warstwach skrajnych 1 i 8).

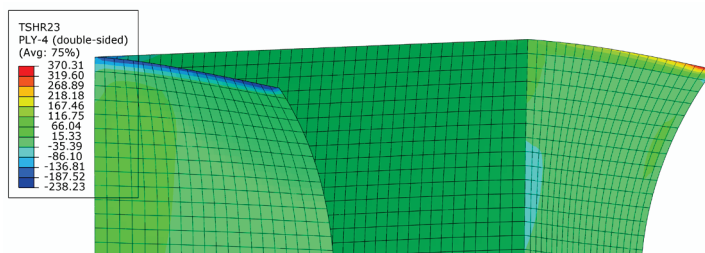
Przeprowadzona analiza stanu granicznego na przykładzie słupa C4 wskazuje na złożony charakter zjawiska zniszczenia materiału kompozytu. W przyjętym modelu słupa w stanach dokrytycznych (dla małych ugięć) występuje błonowy stan naprężenia, powodujący obciążenie ścian słupa w ich płaszczyźnie naprężeniami rozłożonymi równomiernie po grubości płyty. Utrata stateczności prowadzi do gwałtownego wzrostu ugięć, przez co w stanach pokrytycznych oprócz stanu błonowego na wyężenie konstrukcji zaczyna wpływać również stan giętny, decydujący o obciążeniu skrajnych warstw kompozytu. Podsumowując przeprowadzone rozważania, można stwierdzić, że zniszczenie pierwszej warstwy zostało zainicjowane poprzez pęknięcie osnowy kompozytu zlokalizowane w warstwie 1 od naprężeń rozciągających wywołanych stanem giętym (rys. 10.21b). Dalsze obciążanie konstrukcji do wartości obciążenia granicznego powoduje zniszczenie osnowy w pozostałych warstwach oraz uszkodzenie włókien w warstwach skrajnych 1,2 i 7,8 (rys. 10.22). Przekroczone zostały wartości graniczne naprężenia ścinającego w płaszczyźnie warstwy – składowa S_{12} również w warstwach skrajnych układu 1,2 i 8. Opisany sposób zniszczenia konstrukcji obrazuje, że w przypadku konstrukcji kompozytowych nie znajduje zastosowania tzw. „metoda szerokości efektywnych”, która jest wykorzystywana do analizy materiałów izotropowych (np. konstrukcji stalowych). Jest to wynikiem zróżnicowanej pracy poszczególnych warstw kompozytu w trakcie procesu obciążania konstrukcji.

Zastosowane kryterium oceny nośności konstrukcji nie uwzględnia możliwości zniszczenia struktury kompozytu w wyniku delaminacji międzywarstwowej, której proces generowany jest wskutek silnych naprężeń ścinających pomiędzy sąsiadującymi warstwami. W prowadzonych obliczeniach do oceny ścinających naprężeń międzywarstwowych przyjęto wartości naprężeń tnących wyznaczonych w oparciu o teorię ścinania pierwszego rzędu [1]. Na rys. 10.25

i 10.26 zaprezentowano mapy składowych naprężenia tnącego oznaczonych jako *TSHR 13* – naprężenia w kierunku włókien oraz *TSHR 23* – naprężenia w kierunku prostopadłym do włókien analizowanej warstwy.



Rys. 10.25. Mapa ścinania międzywarstwowego – składowa naprężenia w kierunku włókien warstwy *TSHR 13*



Rys. 10.26. Mapa ścinania międzywarstwowego – składowa naprężenia w kierunku prostopadłym do kierunku włókien warstwy *TSHR 23*

Otrzymano bardzo wysokie wartości tnących naprężeń międzywarstwowch, osiągających maksymalny poziom 377 MPa w pobliżu swobodnych naroży ścian słupa ceowego pomiędzy warstwami 4 i 5, leżącymi w płaszczyźnie symetrii układu. Powyższe wartości wskazują na możliwość wystąpienia delaminacji jako jednego ze skutków zniszczenia struktury kompozytu. Otrzymane wyniki korespondują w tym zakresie z formą zniszczenia słupa otrzymaną w badaniach doświadczalnych – rys. 10.27.

Analogiczne rozważania przeprowadzono w przypadku pozostałych słupów o przekroju ceowym. Zaprezentowana metodyka analizy wyników obliczeń numerycznych pozwala scharakteryzować proces zniszczenia badanych konstrukcji. Wyniki przeprowadzonych rozważań przedstawiono w formie tabelarycznej, umożliwiającej ocenę charakteru zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu oraz całkowitej utraty nośności poszczególnych słupów. W tym celu w tabeli 10.8. zamieszczono informacje dotyczące warstw, w których osiągnięte zostało kryterium zniszczenia oraz odpowiadające im wartości składowych stanu

naprężenia powodujących przekroczenie wartości granicznych materiału. Zastosowany opis umożliwia syntetyczną ocenę charakteru zjawiska zniszczenia poszczególnych słupów kompozytowych na podstawie przyjętej metodyki postępowania opisaną dla słupa C4.



Rys. 10.27. Zniszczenie słupa C4 – delaminacja naroża

Tabela 10.8. Zestawienie wyników charakteryzujących proces zniszczenia słupów o przekroju ceowym (W – numer warstwy)

SŁUP	Zniszczenie pierwszej warstwy		Utrata nośności konstrukcji					
	W	Naprężenie [MPa]	Naprężenia w kierunku 0°		Naprężenia w kierunku 90°		Naprężenia ścinające	
			W	S11 [MPa]	W	S22 [MPa]	W	S12 [MPa]
C1	1	S22 = 27,7	1	- 2508	1÷8	29÷142	1	123
			2	- 2437			2	118
			3	- 2227			4	102
			6	2091			8	131
			7	-2092				
C2	1	S22 = 28,2	--	--	1÷5 7,8	34÷116	1	- 103
							2	- 106
							8	- 113
C3	8	S22 = 27,4	--	--	1÷3 6,8	31÷46	1÷8	146÷188
C4	1	S22 = 27,8	1	- 2475	1÷8	27÷165	1	144
			2	- 2380			2	107
			7	- 1848			8	107
			8	- 1809				

Zamieszczone w tabeli wyniki dla słupów o przekroju ceowym wskazują we wszystkich przypadkach na inicjację zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu powstałą poprzez nadmierny poziom naprężeń rozciągających S_{22} w kierunku prostopadłym do włókien. Wartości te zlokalizowano w warstwach skrajnych z jednej strony układu, co może sugerować duży wpływ stanu giętnego na przekroczenie wartości krytycznych materiału w tych warstwach. Uwzględniając przy tym strukturę kompozytu, można stwierdzić, że w kierunku prostopadłym do włókien naprężenia rozciągające S_{22} mogą wywoływać przede wszystkim lokalne rozerwanie osnowy w obszarze ich przekroczenia. Zainicjowane w powyższy sposób zjawisko degradacji osnowy kompozytu, a prawdopodobnie również utraty połączenia pomiędzy włóknami a osnową powoduje lokalne osłabienie struktury materiału oraz sprzyja dalszej degradacji materiału osnowy. Potwierdzają to otrzymane prawie we wszystkich warstwach przekroczenia wartości granicznych przez naprężenia rozciągające S_{22} w momencie utraty nośności słupa. W przypadku słupów C1 i C4 utracie nośności słupa towarzyszyły również uszkodzenia włókien kompozytu, najczęściej w skrajnych warstwach struktury. Otrzymane wartości naprężenia S_{11} działającego w kierunku włókien sugerują w większości przypadków ich wyboczenie, o czym świadczy ujemna wartość tych naprężeń. Wartości dodatnie odpowiadają natomiast rozerwaniu włókien na skutek ich rozciągania (słup C1 – warstwa 6).

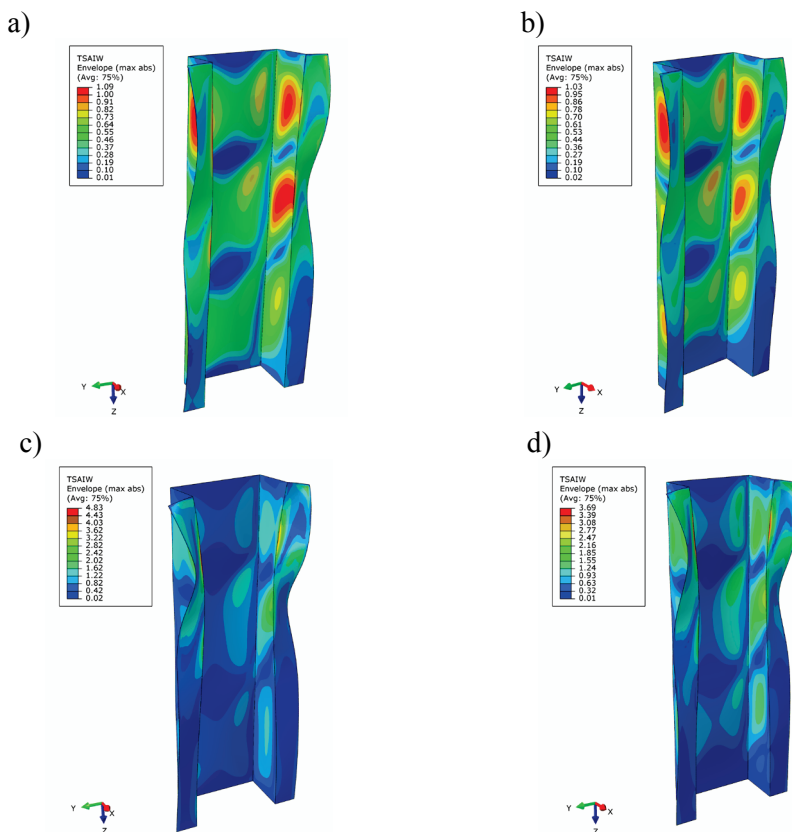
Zaobserwowane w większości przypadków przekroczenia wartości granicznych przez naprężenia ścinające w płaszczyźnie warstwy S_{12} , odpowiadające za odkształcenia postaciowe poszczególnych warstw, mogą sprzyjać występowaniu delaminacji międzywarstwowych. Potwierdzają to również wysokie wartości składowych ścinania międzywarstwowego $TSHR_{13}$ i $TSHR_{23}$ oraz wyniki obserwacji doświadczalnych i laboratoryjnych badań mikrostruktury materiału, wykazujące cechy zniszczenia z występowaniem delaminacji w strukturze kompozytu (rys. 10.16 i 10.17).

Przeprowadzona analiza słupów o przekroju ceowym potwierdza zaobserwowany wcześniej złożony charakter zniszczenia struktury materiału kompozytowego. Zniszczenie pierwszej warstwy dla wszystkich badanych słupów było inicjowane poprzez uszkodzenie materiału osnowy, jednakże dalsze obciążanie konstrukcji pogłębiało ten proces, doprowadzając w konsekwencji do lokalnego uszkodzenia włókien oraz powstawania delaminacji międzywarstwowych. Wszystkie te czynniki powodujące gwałtowną degradację struktury kompozytu stanowiły mechanizm doprowadzający do utraty nośności konstrukcji.

Stosując analogiczne podejście, przeprowadzono analizę wyników obliczeń numerycznych dla słupów o przekroju omegowym. Wcześniejsze rozważania wykazały w tym przypadku zbieżność pomiędzy zniszczeniem pierwszej warstwy a utratą nośności konstrukcji rzeczywistej. Zgodnie z przyjętym w obliczeniach kryterium oceny nośności modelu numerycznego dla słupów o przekroju omegowym otrzymano zniszczenie pierwszej warstwy na poziomie ok. 75%

wartości obciążenia granicznego. W związku z powyższym w prowadzonej analizie przedstawione zostaną zarówno wyniki dotyczące zniszczenia pierwszej warstwy, jak i wyniki stanów granicznych, dla których otrzymano zbieżność obciążenia granicznego P_{F-MES} z wartościami doświadczalnymi P_{F-EKSP} (tabela 10.5).

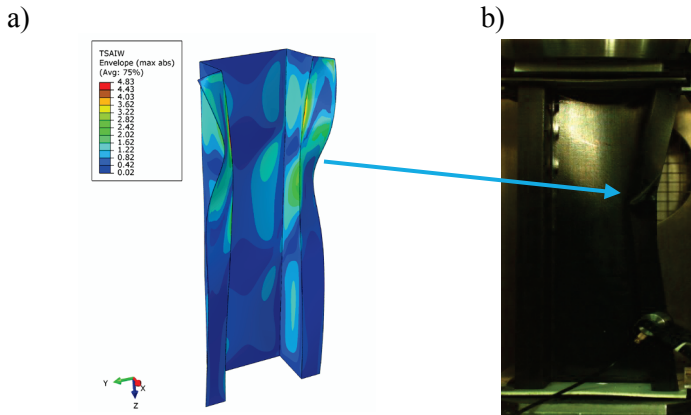
Na rys. 10.28 przedstawiono mapy parametru krytycznego na tle odkształconego modelu na przykładzie słupa O1. Porównano formy odkształcenia odpowiadające modelom z różnymi warunkami brzegowymi z jednoczesną lokalizacją obszarów osiągnięcia parametru krytycznego dla pierwszej warstwy (rys. 10.28a,b) oraz dla wszystkich warstw kompozytu (rys. 10.28c,d).



Rys. 10.28. Odkształcenie konstrukcji i rozkład parametru krytycznego dla słupa O1: a) zniszczenie pierwszej warstwy – wariant-2, b) zniszczenie pierwszej warstwy – wariant-3, c) utrata nośności słupa – wariant-2, b) utrata nośności słupa – wariant-3

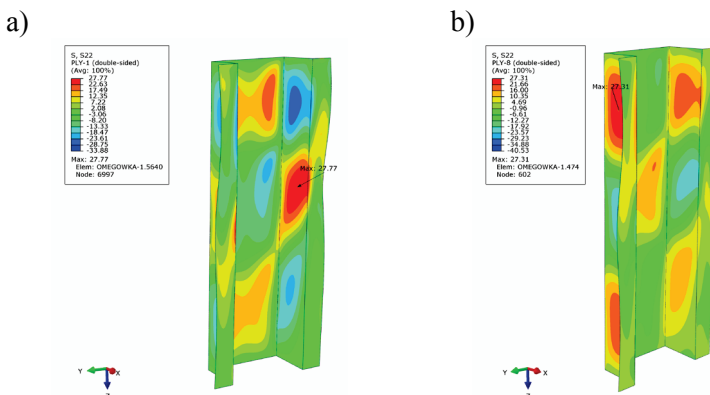
Jak wcześniej wspomniano, w przypadku słupów o przekroju omegowym otrzymano ilościową zbieżność wartości obciążenia granicznego P_{F-MES} obydwu zmodyfikowanych modeli numerycznych (wariant-2 i 3), potwierdzoną również

zgodnością form ich deformacji. Otrzymane wyniki odpowiadają także doświadczalnej formie zniszczenia konstrukcji rzeczywistej – rys. 10.29. W celu zachowania analogii do słupów o przekroju ceowym dalsza analiza wyników obliczeń numerycznych zostanie przeprowadzona dla wariantu-2 warunków brzegowych.



Rys. 10.29. Zniszczenie słupa O1: a) wyniki MES (wariant-2) – osiągnięcie kryterium Tsai-Wu we wszystkich warstwach, b) zniszczenie konstrukcji – badania doświadczalne

Zniszczenie pierwszej warstwy odpowiadające wartości obciążenia $P_{(ini)-MES}$ w przypadku słupa O1 zlokalizowano równocześnie w dwóch skrajnych warstwach kompozytu 1 i 8. W obydwu przypadkach osiągnięcie parametru zniszczenia 1 wg kryterium Tsai-Wu nastąpiło poprzez przekroczenie wartości granicznej naprężenia rozciągającego $Y_t (F_{TU-90}) = 25,97 \text{ MPa}$ w kierunku prostopadłym do włókien – rys. 10.30.



Rys. 10.30. Zniszczenie pierwszej warstwy słupa O1 – mapa naprężenia w kierunku prostopadłym do kierunku włókien (90°): a) warstwa 1, b) warstwa 8

Postępując analogicznie jak w przypadku słupa C4, wyznaczono wartości składowych stanu naprężenia w warstwie 1 i 8 w węzłach, w których osiągnięto parametr krytyczny dla obciążenia modelu $P_{f(ini)-MES}$. Otrzymane wartości naprężeń kształtują się następująco:

- warstwa-1: $S_{11} \equiv \sigma_1 = -292$ MPa; $S_{22} \equiv \sigma_2 = 27,7$ MPa;
 $S_{12} \equiv \tau_{12} = -6$ MPa,
- warstwa-8: $S_{11} \equiv \sigma_1 = -118,2$ MPa; $S_{22} \equiv \sigma_2 = 27,3$ MPa;
 $S_{12} \equiv \tau_{12} = 0,08$ MPa.

Ocena wartości składowej naprężenia S_{22} w analizowanych węzłach wykazała przeciwny znak tych naprężeń w warstwach przeciwległych oznaczających ściskanie osnowy w kierunku prostopadłym do włókien, potwierdzając zniszczenie osnowy wywołane naprężeniami gnącymi.

Na podstawie odczytanych składowych stanu naprężenia oraz wartości tensorów wytrzymałości dla kryterium Tsai-Wu (tabela 10.6) określono wartości poszczególnych składników równania (5.9) w warstwach 1 i 8 w analizowanych węzłach modelu – tabela 10.9.

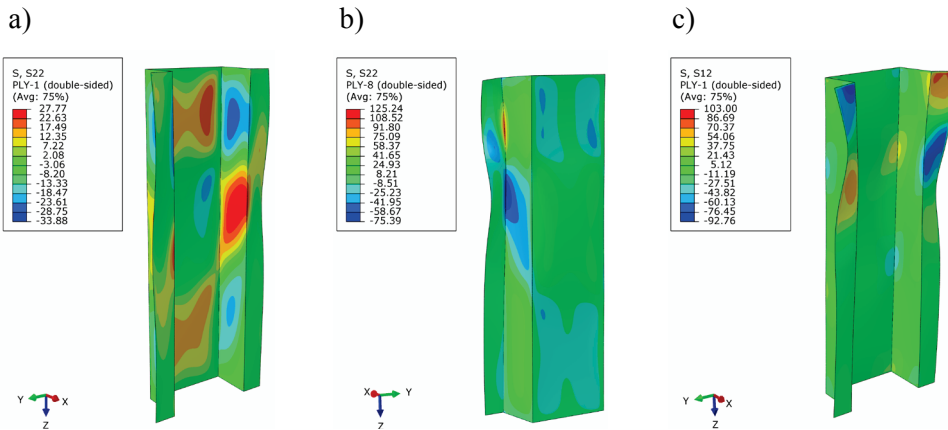
Tabela 10.9. Zestawienie składników równania dla kryterium Tsai-Wu

Nr warstwy	$F_{11}\sigma_1^2$	$2F_{12}\sigma_1\sigma_2$	$F_{22}\sigma_2^2$	$F_{66}\tau_{12}^2$	$F_1\sigma_1$	$F_2\sigma_2$	SUMA
1	0,0298	-0,1283	0,138	0,0036	0,0343	0,9363	1,0137
8	0,0049	-0,0512	0,134	0,0000006	0,0139	0,9227	1,0243

Również w przypadku słupów o przekroju omegowym zaobserwowano całkowitą utratę nośności słupa na skutek sukcesywnego zniszczenia kolejnych warstw kompozytu, aż do spełnienia kryterium Tsai-Wu we wszystkich warstwach układu. Ocena stanu granicznego odpowiadająca wartości obciążenia P_{FMES} została przeprowadzona na podstawie składowych stanu naprężenia, które przekroczyły wartości graniczne materiału w poszczególnych warstwach kompozytu. Na rys. 10.31 przedstawiono mapy naprężeń spełniających kryterium zniszczenia dla słupa O1.

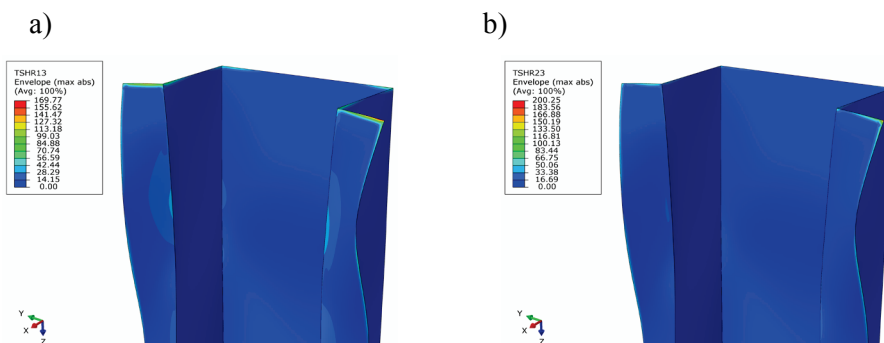
Otrzymane wyniki wykazują podobieństwo procesu zniszczenia materiału kompozytowego z zaobserwowanym w przypadku słupów o przekroju ceowym. W sposób analogiczny zniszczenie pierwszej warstwy rozpoczyna się od przekroczenia wytrzymałości materiału na rozciąganie w kierunku prostopadłym do

włókien, w tym przypadku jednocześnie w warstwie 1 oraz 8. Potwierdzają to w obydwu przypadkach wyznaczone w tabeli 10.9 składniki równania opisującego kryterium Tsai-Wu, wskazujące największy udział składowej naprężenia $S22 \equiv \sigma_2$ w spełnieniu tego kryterium, tzn. ($F_2\sigma_2$ oraz $F_{22}\sigma_2^2$).



Rys. 10.31. Mapy składowych naprężenia przekraczających wartości graniczne materiału kompozytowego dla słupa O1: a,b) składowa naprężenia S22 (warstwa 1 – (a); warstwa 8 – (b)), c) składowa S12 – naprężenie ścinające w płaszczyźnie warstwy (warstwa 1)

Wzrost obciążenia konstrukcji do wartości granicznej powoduje propagację uszkodzenia osnowy na pozostałe warstwy – przekroczenie wartości granicznej naprężenia rozciągającego S22 osiągnięto we wszystkich warstwach kompozytu. Na rys. 10.31a,b zaprezentowano tylko przykładowe mapy tego naprężenia w warstwach 1 i 8. Przekroczenie wartości granicznej osiągnięto również w przypadku naprężenia ścinającego w płaszczyźnie warstwy S12 w warstwie 1 – rys. 10.31c. Nie stwierdzono natomiast przekroczenia wartości dopuszczalnych naprężeń w kierunku włókien S11 mogących sugerować ich zniszczenie. W tym przypadku wyniki obliczeń numerycznych wskazują charakter zniszczenia oparty na degradacji osnowy kompozytu, mogącej równocześnie sprzyjać powstawaniu delaminacji międzywarstwowych. Analiza naprężeń określających poziom ścinania międzywarstwowego – TSHR 13 i TSHR 23 wykazuje wysokie ich wartości na swobodnych krawędziach ścian słupa – rys. 10.32, natomiast forma zniszczenia konstrukcji przedstawiona na rys. 10.29b potwierdza powstanie delaminacji w obszarze zniszczenia słupa.



Rys. 10.32. Mapa ścinania międzywarstwowego: a) składowa naprężenia w kierunku włókien TSHR 13, b) składowa naprężenia w kierunku prostopadłym do kierunku włókien TSHR 23

Wyniki obliczeń dla pozostałych słupów o przekroju omegowym przedstawiono w formie tabelarycznej, umożliwiającej ocenę charakteru zjawiska zniszczenia poszczególnych słupów – tabela 10.10.

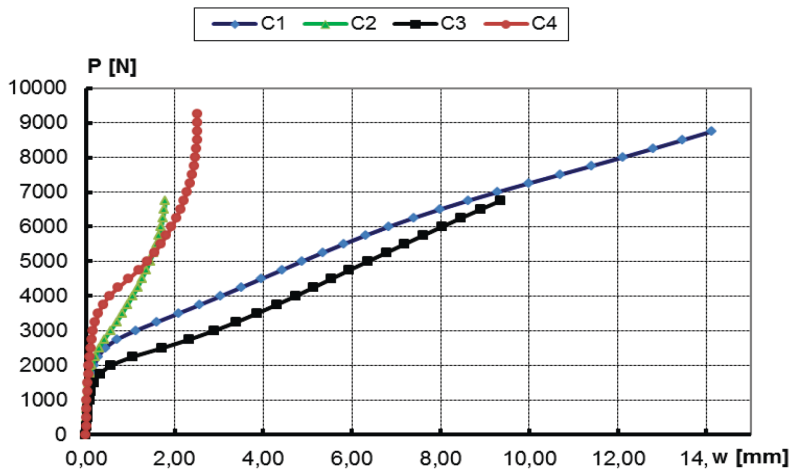
Tabela 10.10. Zestawienie wyników charakteryzujących proces zniszczenia słupów o przekroju omegowym (*W* – numer warstwy)

SŁUP	Zniszczenie pierwszej warstwy		Utrata nośności konstrukcji					
	W	Naprężenie [MPa]	Naprężenia w kierunku 0°		Naprężenia w kierunku 90°		Naprężenia ścinające	
			W	S11[MPa]	W	S22[MPa]	W	S12[MPa]
O1	1	S22 = 27,7	--	--	1÷8	27÷125	1	103
	8	S22 = 27,3						
O2	1	S22 = 32,3	2	- 1812	1÷5	30÷125	1	- 131
			7	- 1593				2
O3	8	S22 = 26,7	--	--	1÷8	26÷86	1÷8	112÷200
O4	2	S11 = - 1583,0	1	- 1632	8	38	8	103
	7	S11 = - 1589,4	2	- 1769				
	8	S11 = - 1686,7	7	- 1790				
			8	- 1925				

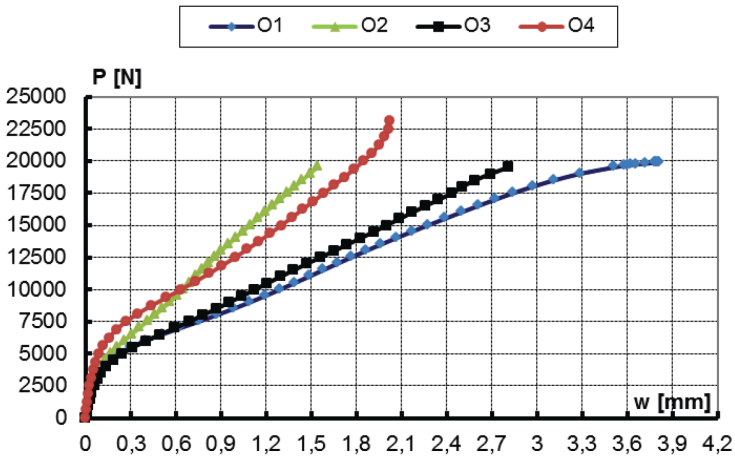
Analiza wyników obliczeń słupów o przekroju omegowym nasuwa zbliżone wnioski do przeprowadzonej interpretacji wyników dla słupów o przekroju ceowym. Również w tym przypadku inicjacja zniszczenia pierwszej warstwy

rozpoczyna się przeważnie od przekroczenia wartości granicznej naprężeń rozciągających S_{22} w kierunku prostopadłym do włókien – słupy O1÷ O3. Wyjątek stanowi słup O4, dla którego zaobserwowano przekroczenie naprężeń ściskających S_{11} działających w kierunku włókien, których przekroczenie oznacza możliwość ich wyboczenia oraz zniszczenia. Osiągnięcie kryterium zniszczenia pierwszej warstwy dla wszystkich słupów następowało głównie w warstwach skrajnych, co potwierdza istotny wpływ stanu giętnego na wyężenie zewnętrznych warstw kompozytu. Analogicznie jak w przypadku słupów o przekroju ceowym zainicjowany proces uszkodzenia materiału osnowy w pierwszej warstwie propaguje uszkodzenie, doprowadzając do jej uszkodzenia prawie we wszystkich warstwach w momencie utraty nośności konstrukcji. Wyjątek stanowi słup O4, w przypadku którego widoczny jest dominujący wpływ uszkodzenia włókien kompozytu na utratę nośności słupa. Natomiast brak osiągnięcia krytycznej wartości naprężeń S_{11} otrzymano dla słupów O1 i O3, dla których kryterium zniszczenia osiągnięte zostało poprzez składowe S_{22} i S_{12} . W przypadku słupa O2 w stanie granicznym otrzymano jednocześnie przekroczenie wszystkich składowych naprężeń. Dodatkowo otrzymane wysokie wartości składowych ścinania międzywarstwowego $T_{SHR 13}$ i $T_{SHR 23}$ (rys. 10.32) mogą wskazywać na możliwość zniszczenia konstrukcji z towarzyszącymi procesami delaminacji.

Na podstawie wyników obliczeń numerycznych wyznaczono pokrytyczne ścieżki równowagi P - w poszczególnych słupów kompozytowych w całym zakresie obciążenia. Opracowane wykresy – rys. 10.33 i 10.34 umożliwiają ocenę wpływu konfiguracji warstw kompozytu na zachowanie konstrukcji w stanach silnie pokrytycznych i granicznych.



Rys. 10.33. Ścieżki równowagi pokrytycznej dla słupów o przekroju ceowym



Rys. 10.34. Ścieżki równowagi pokrytycznej dla słupów o przekroju omegowym

Analiza otrzymanych wyników wykazała, że w zakresie pokrytycznym (do wartości 150% P_{kr}) zmiana warunków brzegowych modeli numerycznych nie wpłynęła na przebieg pokrytycznych ścieżek równowagi (rys. 9.15 i 9.19). Opracowane zależności P - w dla pełnego zakresu obciążenia konstrukcji ujawniają istotne zmiany charakteru pokrytycznych ścieżek równowagi dla wyższych wartości obciążenia. Zarówno w przypadku słupów o przekroju ceowym, jak i omegowym następuje wyraźny podział właściwości konstrukcji w stanie silnie pokrytycznym w zależności od konfiguracji warstw kompozytu. W przypadku słupów C1 i C3 oraz O1 i O3 otrzymano płaski charakter ścieżek pokrytycznych stanowiący kontynuację tendencji zaobserwowanych dla stanów słabo pokrytycznych. Dotyczy to konstrukcji, w których zewnętrzne warstwy kompozytu stanowiły układ 0^0 i charakteryzowały się najniższą liczbą półfal w stosunku do pozostałych konfiguracji. Istotne zmiany przebiegu ścieżek pokrytycznych otrzymano w przypadku słupów C2 i C4 oraz O2 i O4, w których warstwy w układzie 0^0 znajdują się w pobliżu płaszczyzny symetrii układu. Słupy te wykazują znacznie większą sztywność w stanie silnie pokrytycznym, o czym świadczą dosyć strome ścieżki równowagi pokrytycznej. Dodatkowo dla słupów C4 i O4 o konfiguracji warstw $\pm 45^0$ umieszczonych na zewnątrz układu otrzymano najwyższe wartości obciążenia granicznego w stosunku do pozostałych układów. Słupy te cechowała również zdecydowanie najwyższa wartość obciążenia krytycznego (tabela 9.1 i 9.2). Otrzymane wyniki potwierdzają zatem istotny wzrost sztywności konstrukcji kompozytowej dla konfiguracji z zewnętrznymi warstwami $\pm 45^0$. Ciekawe zachowanie zaobserwowano w przypadku słupów C3 i O3, w przypadku których otrzymano najniższe wartości siły krytycznej. Występująca w tej konfiguracji największa liczba warstw w układzie 0^0

o włóknach równoległych do kierunku obciążenia prawdopodobnie wpływa na silne dosztywnienie słupa w zakresie pokrytycznym, nie powodując jednocześnie zauważalnego wzrostu obciążenia granicznego w stosunku do pozostałych układów kompozytu.

Przedstawione porównanie pokrytycznych ścieżek równowagi dla badanych słupów aż do ich zniszczenia pozwala stwierdzić, że istnieje możliwość celowego modelowania przez inżyniera sztywności słupa ze względów na przewidywany charakter pracy konstrukcji. Ponadto analiza pokrytycznych ścieżek równowagi nasuwa pewne spostrzeżenia dotyczące słupów C1 i O1, dla których w obydwu przypadkach otrzymano najbardziej płaskie charakterystyki w stosunku do pozostałych badanych słupów. W rozważanych przypadkach sztywność pokrytyczna konstrukcji, wynikająca z ułożenia włókien w poszczególnych warstwach układu, może prowadzić do otrzymania rozwiązania mającego możliwości absorbowania energii.

10.3. Podsumowanie

Przeprowadzone badania słupów o przekroju ceowym i omegowym w pełnym zakresie obciążenia wskazują autorską procedurę postępowania pozwalającą na analizę stanów pokrytycznych oraz granicznych konstrukcji. Opracowanie właściwej metodyki umożliwiającej identyfikację charakteru zjawiska zniszczenia struktury kompozytu było jednym z podstawowych celów niniejszej pracy. Zdaniem autora cel ten osiągnięto poprzez prowadzone równoległe interdyscyplinarne metody badawcze pozwalające na rejestrację parametrów dostarczających szeregu informacji, na podstawie których można sformułować wnioski o charakterze poznawczym. Zróżnicowane zachowanie się konstrukcji w zakresie pokrytycznym w zależności od sztywności profilu wskazuje konieczność zastosowania odmiennego podejścia do oceny stanów granicznych badanych słupów. Zaprezentowane procedury badawcze jednoznacznie wskazują na konieczność prowadzenia pomiarów różnymi metodami w celu weryfikacji oraz właściwej interpretacji rejestrowanych parametrów. Oznacza to, że na podstawie pomiarów z maszyny wytrzymałościowej oraz tensometrii oporowej nie do końca można zweryfikować zjawiska zachodzące w strukturze kompozytu. We właściwej interpretacji tych pomiarów pomagają wyniki rejestrowanych sygnałów emisji akustycznej, które wskazują występowanie określonych zdarzeń w strukturze materiału kompozytowego. Zastosowana metoda umożliwiła w przypadku słupów o przekroju ceowym zinterpretować wyniki badań doświadczalnych, identyfikując moment zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu odpowiadający znacznie niższej wartości obciążenia niż obciążenie graniczne. Analogicznie w przypadku słupów o przekroju omegowym brak wyraźnych sygnałów świadczących o możliwości uszkodzenia struktury materiału wykazał

zniszczenie pierwszej warstwy odpowiadające wartości obciążenia granicznego konstrukcji. Zastosowana równoległe z pomiarami ugięć i odkształceń metoda emisji akustycznej została korzystnie oceniona, zwłaszcza w odniesieniu do możliwości identyfikacji momentu inicjacji zniszczenia materiału kompozytowego.

Właściwa interpretacja charakteru zjawiska zniszczenia materiału kompozytowego wymaga badań umożliwiających ocenę zakresu i rodzaju uszkodzenia konstrukcji zarówno w skali makroskopowej, jak również na poziomie mikrostruktury materiału. W prowadzonych badaniach do wizualizacji form odkształcenia konstrukcji w momencie zniszczenia zastosowano szybką kamerę, natomiast ocenę stopnia uszkodzenia struktury wewnętrznej materiału przeprowadzono z wykorzystaniem metod laboratoryjnych. Lokalizację, rozmiar i zakres uszkodzeń wewnętrznej struktury kompozytu określono z wykorzystaniem metod nieniszczących NDT. Zidentyfikowane uszkodzenia poddano jakościowej ocenie mikrostruktury materiału metodą mikroskopii optycznej i mikrotomografii rentgenowskiej. Zastosowane metody badawcze wykazały złożony charakter zniszczenia materiału kompozytowego w postaci pęknięć osnowy i włókien oraz delaminacji międzywarstwowej.

W celu wyjaśnienia charakteru zjawiska zidentyfikowanych form zniszczenia kompozytu zastosowano metodę elementów skończonych. Analizę konstrukcji w pełnym zakresie obciążenia prowadzono z wykorzystaniem analizy nieliniowej z zainicjowaną imperfekcją geometryczną odpowiadającą najniższej wartości krytycznej. Do oceny stopnia wyężenia konstrukcji zastosowano naprężeniowe kryteria zniszczenia przeznaczone dla materiałów kompozytowych. Ze względu na zbieżność wyników zastosowanych kryteriów (rys. 10.18) rozważania oparto na jednym reprezentatywnym kryterium – Tsai-Wu. Do oceny zniszczenia modeli numerycznych zastosowano procedurę zakładającą, że zniszczenie pierwszej warstwy odpowiada wartości osiągnięcia parametru krytycznego w pierwszej warstwie, natomiast utrata nośności słupa następuje poprzez spełnienie kryterium Tsai-Wu we wszystkich warstwach kompozytu. Przyjęto, że spełnienie powyższego założenia może oznaczać wyczerpanie nośności całego słupa. Zaproponowana procedura analizy badanych konstrukcji kompozytowych sugeruje, że przyjęta ocena oparta na analizie zniszczenia pierwszej warstwy stanowi dolne oszacowanie procesu zniszczenia konstrukcji. Zniszczenie wszystkich warstw kompozytu, nieuwzględniające wyłączenia z pracy uszkodzonych wcześniej warstw stanowi natomiast ocenę procesu zniszczenia prowadzoną z góry.

Zasadniczym celem analizy numerycznej było opracowanie adekwatnych modeli dyskretnych konstrukcji, których weryfikację prowadzono w oparciu o wyniki badań doświadczalnych. Wykonano szereg obliczeń testujących czułość modelu numerycznego na wartość początkowych imperfekcji geometrycznych, interakcję postaci wybożenia oraz zdefiniowane warunki brzegowe. Wy-

niki prowadzonych badań wykazały czułość opracowanych modeli na zmianę warunków podparcia końców słupa, nie wykazując żadnego wpływu na pozostałe parametry dla założonych wymiarów geometrycznych modeli. Wykazano, że zapewnienie warunków równomiernego zbliżania się przekrojów końcowych słupa podczas jego ściskania (wariant-1) prowadzi do przeszywnienia modelu w stosunku do badań doświadczalnych, dając zawyżone wartości obciążenia granicznego w przypadku słupów o przekroju ceowym (tabela 10.4). Powyższy sposób podparcia końców słupa odpowiada zachowaniu konstrukcji poddanej wyidealizowanym warunkom próby. W rzeczywistych badaniach, jak wcześniej wspomniano, istnieje wiele czynników wpływających na zakłócenie idealnych parametrów eksperymentu. Znalazło to potwierdzenie w definicji warunków brzegowych modelu numerycznego. Zbliżenie do zachowania konstrukcji rzeczywistej osiągnięto poprzez dopuszczenie możliwości obrotu górnego przekroju słupa (wariant-2). W przypadku słupów o przekroju ceowym zapewniło to zgodność otrzymanych wartości obciążenia inicjującego zniszczenie pierwszej warstwy kompozytu oraz obciążenia granicznego (tabela 10.4). Wykonane obliczenia potwierdziły zastosowaną interpretację wyników badań doświadczalnych dotyczącą zniszczenia pierwszej warstwy na poziomie obciążenia znacznie niższego od wartości obciążenia granicznego. Zaobserwowane zachowanie konstrukcji nie potwierdziło przyjmowanego w literaturze kryterium zniszczenia pierwszej warstwy równoznacznego ze zniszczeniem konstrukcji. Zdaniem autora jest to wynikiem małej sztywności profilu ceowego posiadającego swobodne wiotkie ściany – półki.

Mniejszą wrażliwość modelu na zmianę warunków brzegowych wykazywały modele słupów o przekroju omegowym. W tym przypadku badania doświadczalne potwierdzały teorię w zakresie kryterium zniszczenia pierwszej warstwy, wykazując całkowitą utratę nośności konstrukcji w momencie rejestracji pierwszych symptomów zniszczenia. Takie zachowanie konstrukcji wynikało z dużej sztywności przekroju omegowego, którego ściany połączone ze środkiem były usztywnione poprzez dodatkowe półki profilu na ich końcu. Opracowane modele numeryczne wskazywały zniszczenie pierwszej warstwy kompozytu wg przyjętego kryterium na poziomie 75% wartości obciążenia granicznego, dla którego uzyskano wysoką zgodność z wynikami badań doświadczalnych (tabela 10.5).

Identyfikację charakteru zjawiska zniszczenia materiału kompozytowego oparto na analizie poszczególnych składowych stanu naprężenia we wszystkich warstwach kompozytu. Ocenie poddano wartości naprężeń działających w kierunku włókien $S11$, w kierunku prostopadłym do włókien $S22$ oraz naprężeń ścinających w płaszczyźnie warstwy $S12$, porównując je z odpowiednimi wartościami granicznymi materiału kompozytowego wyznaczonymi w badaniach doświadczalnych (tabela 7.1). Uwzględniając strukturę i właściwości me-

chaniczne materiału kompozytowego, przyjęto, że poszczególne składowe stanu naprężenia są odpowiedzialne za określone procesy zniszczenia materiału.

Stosując powyższe założenie, przeprowadzono analizę zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu oraz stanów granicznych odpowiadających całkowitej utracie nośności konstrukcji. Uwzględniając interakcyjny charakter zastosowanego kryterium Tsai-Wu w węzłach spełniających kryterium zniszczenia pierwszej warstwy, wykonano obliczenia określające udział poszczególnych składowych stanu naprężenia na spełnienie kryterium. Przyjęta metodyka wykazała, że za zniszczenie pierwszej warstwy kompozytu odpowiada przekroczenie wartości granicznej na rozciąganie F_{TU-90} przez naprężenia $S22$ prostopadłe do kierunku włókien. Założono, że naprężenia te odpowiadają za rozciąganie osnowy kompozytu, doprowadzając do jej uszkodzenia poprzez rozerwanie materiału. Zainicjowane pęknięcie sprzyja odspajaniu się włókien od osnowy, powodując dalszą propagację pęknięcia oraz doprowadzając do lokalnego osłabienia włókien pozbawionych usztywnienia przez osnowę. Potwierdza to przekroczenie wartości granicznej przez naprężenia $S22$ w większości warstw dla obciążenia granicznego (tabela 10.8 i 10.10). Wyjątek stanowił słupek O4, w którym inicjacja zniszczenia pierwszej warstwy rozpoczynała się od przekroczenia wartości granicznej F_{CU-0} przez naprężenia ściskające $S11$ działające w kierunku włókien. Przyjęto, że przekroczenie tych naprężeń może powodować wyboczenie włókien, doprowadzając do ich zniszczenia. Zjawisko to zidentyfikowano w przypadku słupów C1 i C4 oraz O2 i O4 w momencie utraty nośności słupa. Przekroczenie wartości granicznej kompozytu na ścinanie w płaszczyźnie warstwy F_{SU} przez składową naprężenia $S12$ otrzymano przede wszystkim w przypadku słupów o przekroju ceowym oraz w skrajnych warstwach słupów o przekroju omegowym. Wyjątek stanowią słupy zawierające tylko warstwy o wzdłużnym i poprzecznym ułożeniu włókien C3 i O3 w których przekroczenie wartości granicznej naprężenia $S12$ nastąpiło we wszystkich warstwach kompozytu. Jest to najprawdopodobniej spowodowane największą ze wszystkich badanych konfiguracji różnicą kąta ułożenia włókien pomiędzy warstwami – 90^0 . W prowadzonych rozważaniach przyjęto, że składowa naprężenia $S12$ odpowiadająca za zmianę postaci poszczególnych warstw sprzyja powstawaniu procesów delaminacji międzywarstwowej. Dodatkowo do oceny możliwości wystąpienia delaminacji zastosowano analizę składowych naprężenia tnącego $TSHR 13$ i $TSHR 23$ odpowiadających za poziom naprężeń tnących pomiędzy sąsiadującymi warstwami. Otrzymane mapy tych naprężeń (rys. 10.25, 10.26 i 10.32) wykazują wysokie ich wartości przede wszystkim na swobodnych krawędziach słupów, co odpowiada z obserwowanymi w badaniach doświadczalnych delaminacjami występującymi przeważnie w tych miejscach. Niestety, zastosowana procedura oceny zniszczenia materiału kompozytowego nie uwzględnia wpływu wystąpienia delaminacji na osiągnięcie kryterium zniszczenia, co może skutko-

wać w niektórych przypadkach wyższymi wartościami obciążenia niszczącego otrzymanymi w obliczeniach numerycznych.

Przeprowadzona analiza wyników obliczeń wykazała występowanie w środku i ścianach słupów silnego stanu giętnego, mającego zgodnie z teorią zginania zasadniczy wpływ na dociążenie skrajnych warstw kompozytu. Potwierdza to otrzymane w większości przypadków osiągnięcie w warstwach zewnętrznych kryterium zniszczenia pierwszej warstwy.

Analiza wpływu konfiguracji warstw kompozytu na zachowanie konstrukcji w stanach krytycznych, pokrytycznych i granicznych dostarczyła istotnych informacji o charakterze praktycznym. Przeprowadzone badania wykazują znaczny wzrost obciążenia krytycznego oraz sztywności konstrukcji w zakresie pokrytycznym dla układów z ułożeniem włókien $\pm 45^0$ w warstwach zewnętrznych. Powoduje to również znaczne podwyższenie wartości obciążenia granicznego w stosunku do pozostałych badanych konfiguracji – słupy C4 i O4. Takie dosztywnienie konstrukcji w stanie pokrytycznym otrzymano również dla słupów C2 i O2, w których warstwy 0^0 znajdowały się w pobliżu płaszczyzny symetrii układu, (podobnie jak w słupach C4 i O4). Zaobserwowane właściwości mogą stanowić przydatne informacje w procesie kreowania właściwości wytrzymałościowych oraz sztywnościowych podobnych struktur kompozytowych. Ułożenie warstw zewnętrznych pod kątem $\pm 45^0$ daje dużą sztywność giętną płyt składowych słupów, zaś ułożenie warstw w pobliżu powierzchni środkowej pod kątem 0^0 i 90^0 daje dużą sztywność przekroju poprzecznego, a zatem także dużą sztywność pokrytyczną.

Przeprowadzone w niniejszym rozdziale rozważania stanowią zaproponowaną przez autora metodykę badań i analizy nieliniowej stateczności oraz nośności kompozytowych słupów o przekrojach ceowych i omegowych poddanych ściskaniu. Zaprezentowane podejście oparte na prowadzeniu wielotorowych badań i analiz umożliwia dokonanie identyfikacji i interpretacji charakteru zjawiska zniszczenia rozważanych konstrukcji cienkościennych, które przebiega w sposób odmienny niż w przypadku klasycznych konstrukcji izotropowych (np. stalowych). Zakres prowadzonych badań pozwala również na bieżącą weryfikację przyjmowanych założeń zarówno w odniesieniu do badań doświadczalnych, jak i prowadzonych analiz numerycznych, dostarczając jednocześnie szeregu informacji o charakterze poznawczym i praktycznym.

WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Przedmiotem rozważań w pracy było opracowanie metodyki badań nieliniowej stateczności oraz zniszczenia cienkościennych słupów kompozytowych o przekrojach otwartych podpartych przegubowo na końcach, poddanych ścisłaniu osiowemu. Analizowane słupy o ścianach płaskich modelowano, przyjmując płytowy model konstrukcji. Analizę prowadzono w dwóch zasadniczych kierunkach umożliwiającym rozwiązanie przedmiotowego zagadnienia:

- badaniach doświadczalnych rozważanych konstrukcji w zakresie krytycznym, pokrytycznym oraz fazie zniszczenia,
- badaniach symulacyjnych – obliczeniach analityczno-numerycznych MAN oraz numerycznych MES z zastosowaniem kryteriów zniszczenia kompozytu.

Badania doświadczalne realizowano na rzeczywistych strukturach kompozytowych wytworzonych techniką autoklawową, dla których określono doświadczalnie parametry wytrzymałościowe i graniczne materiału kompozytowego zgodnie z przedmiotowymi normami w tym zakresie. Jakość wytworzonych słupów kompozytowych analizowano pod kątem występowania wad wewnętrznych struktury (delaminacji, porowatości) z wykorzystaniem nowoczesnych technik badawczych – metod nieniszczących NDT, mikrotomografii rentgenowskiej oraz mikroskopii optycznej. Próby prowadzono w dwóch etapach: stan krytyczny i słabo pokrytyczny do wartości obciążenia $1.5 P_{kr}$ oraz badania niszczące. Rejestrowane parametry próby z wykorzystaniem różnych technik pomiarowych umożliwiły opis charakterystyk konstrukcji w pełnym zakresie obciążenia.

Zastosowanie dwóch różnych technik obliczeniowych: metody analityczno-numerycznej oraz metody elementów skończonych pozwoliło na szerszą analizę zagadnienia nieliniowej stateczności i stanów granicznych badanych konstrukcji cienkościennych. Stan krytyczny opisano, rozwiązując zagadnienie własne. Stany pokrytyczne stanowiące nieliniowe zagadnienie stateczności rozwiązano z wykorzystaniem metody analityczno-numerycznej bazującej na asymptotycznej teorii układów zachowawczych Koitera oraz metody elementów skończonych z wykorzystaniem metody przyrostowo-iteracyjnej Newtona-Raphsona oraz strategii korekcyjnej opartej na kontroli długości łuku w sformułowaniu metody Riksa (ang. *arc length method*). Proces dyskretyzacji konstrukcji z wykorzystaniem metody elementów skończonych przeprowadzono w oparciu

o wielowarstwowe elementy powłokowe. Związki konstytutywne dla materiału kompozytowego zdefiniowano jako model materiału ortotropowego w płaskim stanie naprężenia, w którym główne kierunki ortotropii wyznaczające płaszczyzną warstwy korespondują z kierunkiem ułożenia włókien kompozytu.

Prowadzone badania eksperymentalne stanowiły bezpośrednią weryfikację otrzymanych wyników obliczeń. Prowadzono jednocześnie weryfikację jakościową otrzymanych form deformacji konstrukcji w stanie krytycznym oraz pokrytycznym, jak również wartości wyznaczonego obciążenia krytycznego czy granicznego.

W pierwszej fazie badań zajęto się stanem krytycznym ściskanych osiowo słupów kompozytowych o przekrojach ceowych i omegowych. Analizowano cztery różne układy warstw kompozytu dla każdego rodzaju słupa. Analiza stanu krytycznego wykazała różnorodne formy wyboczenia konstrukcji o tych samych parametrach materiałowych i geometrycznych w zależności od konfiguracji warstw kompozytu. Porównując zarówno formy utraty stateczności, jak również odpowiadającą im wartość obciążenia krytycznego, uzyskano wysoką zgodność wartości sił krytycznych (różnica nie przekraczała 10% po odrzuceniu wyników skrajnych) wyznaczonych metodą analityczno-numeryczną, metodą elementów skończonych oraz w badaniach doświadczalnych. Otrzymano natomiast całkowitą zgodność postaci wyboczenia dla wszystkich zastosowanych metod badawczych. Utrata stateczności wszystkich badanych konstrukcji miała charakter lokalnego wyboczenia poszczególnych ścian słupów. W zależności od zastosowanej konfiguracji warstw kompozytu otrzymywano różną liczbę półfal w kierunku wzdłużnym, charakteryzujących formę krytycznej deformacji konstrukcji. Zauważono, że usytuowanie warstw 0^0 na zewnątrz układu kompozytu sprzyja pojawianiu się form wyboczenia charakteryzujących się mniejszą liczbą półfal, natomiast umieszczenie tych warstw w pobliżu płaszczyzny symetrii układu zwiększa liczbę półfal w otrzymywanych postaciach wyboczenia. Nie miało to jednak istotnego wpływu na wartość obciążenia krytycznego. Istotne zwiększenie wartości siły krytycznej otrzymano poprzez umieszczenie warstw $\pm 45^0$ na zewnątrz układu. Dało to wzrost wartości obciążenia krytycznego na poziomie 48% dla słupów ceowych oraz 27% w przypadku słupów omegowych.

W drugim etapie analizowano stany słabo pokrytyczne konstrukcji w zakresie obciążenia do wartości ok 150% siły krytycznej. Wiarygodność wyników oceniano, porównując zgodność ścieżek równowagi pokrytycznej sporządzonych na podstawie badań doświadczalnych oraz obliczeń MAN i MES, a także zgodności pokrytycznych form deformacji konstrukcji. W trakcie badań doświadczalnych w stanie słabo pokrytycznym zaobserwowano pogłębianie się deformacji odpowiadającej uzyskanym najniższym postaciom wyboczenia, nie stwierdzono natomiast żadnych oznak inicjacji zniszczenia konstrukcji. Pokrytyczne ścieżki równowagi dla konstrukcji rzeczywistych oraz modeli

numerycznych i analityczno-numerycznych zachowują charakter stateczny, potwierdzając zasadność przyjętego modelu płytowego do opisu zagadnienia stateczności ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych. Stwierdzono, że zastosowane procedury analizy nieliniowej z zainicjowaną imperfekcją początkowych deformacji pokrytycznych (o wartości 0,1 grubości płyty) odpowiadających najniższym postaciom wyboczenia ustroju dały pozytywne rezultaty w odwzorowaniu pracy konstrukcji po utracie stateczności. Otrzymano akceptowalną zgodność wyników obliczeń MAN i MES z wynikami badań doświadczalnych – w większości rozważanych przypadków błąd nie przekraczał 10% z wyjątkiem słupa C2 (15%) i O4 (19,7%). Przeprowadzona analiza potwierdziła adekwatność opracowanych modeli obliczeniowych w stanie krytycznym i słabo pokrytycznym, które w analizowanych przypadkach odwzorowują zachowanie rzeczywistych konstrukcji.

Ostatni, a jednocześnie główny etap badań obejmował analizę zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych. Badania doświadczalne prowadzono do wyraźnej utraty nośności konstrukcji z wystąpieniem widocznych efektów zniszczenia materiału. Do rejestracji stanów silnie pokrytycznych oraz fazy zniszczenia, konstrukcji wykorzystano szybką kamerę oraz technikę emisji akustycznej. Symulację procesu zniszczenia konstrukcji przeprowadzono z wykorzystaniem analizy numerycznej MES w oparciu o naprężeniowe kryteria zniszczenia, bazujące na wyznaczonych doświadczalnie wartościach granicznych materiału kompozytowego. Opracowane zostały modele numeryczne uwzględniające specyfikę prowadzonych badań doświadczalnych. Walidację opracowanych modeli dyskretnych przeprowadzono poprzez zastosowanie różnych warunków brzegowych pozwalających zbliżyć się do wyników eksperymentu. Wyniki badań wykazały złożony charakter zniszczenia struktury kompozytu. Zidentyfikowano zniszczenie w postaci pęknięcia materiału osnowy, uszkodzenia włókien i występowaniu delaminacji międzywarstwowych. Porównanie wartości obciążenia niszczącego wyznaczonego doświadczalnie i numerycznie wykazało dużą zgodność otrzymanych wartości zarówno w odniesieniu do zniszczenia pierwszej warstwy, jak i utraty nośności konstrukcji, potwierdzając adekwatność opracowanych modeli numerycznych. Zastosowanie metody emisji akustycznej ułatwiło identyfikację momentu inicjacji procesu zniszczenia pierwszej warstwy kompozytu poprzez rejestrację emisji sygnału w trakcie procesu obciążania. Znalazło to potwierdzenie w prowadzonych obliczeniach numerycznych z wykorzystaniem naprężeniowych kryteriów zniszczenia materiału kompozytowego.

Autorowi niniejszej rozprawy nie są znane publikacje, w których przedstawiono by kompleksową procedurę numeryczną z weryfikacją eksperymentalną umożliwiającą pełen opis stanów krytycznych i pokrytycznych z uwzględnieniem zniszczenia cienkościennych słupów kompozytowych o złożonych prze-

krojach poprzecznych. Z przeglądu literatury wynika, że dostępna jest jedynie metodyka analizy numerycznej i eksperymentalnej stosowanej w przypadku konstrukcji cienkościennych wykonanych z materiałów izotropowych. Zaproponowana w monografii habilitacyjnej oryginalna metodyka numeryczno-eksperymentalna stosowana w przypadku opisu zachowania ściskanych słupów kompozytowych o złożonych kształtach przekrojów poprzecznych w pełnym zakresie obciążeń stanowi wkład autora w rozwój dyscypliny „mechanika”. Obejmuje ona proces wytwarzania, kontroli jakości wytworzonych elementów kompozytowych technikami nieniszczącymi, wyznaczenie parametrów wytrzymałościowych oraz opis stanów krytycznych i pokrytycznych, aż do określenia warunków zniszczenia elementu.

W przeprowadzonej analizie do oryginalnych osiągnięć pracy można zaliczyć:

- 1) przygotowanie i realizację interdyscyplinarnych badań eksperymentalnych na rzeczywistych elementach konstrukcji podlegających ściskaniu w pełnym zakresie obciążenia. Opracowanie procesu wytwarzania oraz wielokierunkowe badania zmierzające do oceny jakości wytworzonych struktur. Dotyczy to również równoległej rejestracji właściwych parametrów próby oraz zastosowanie odpowiednich metod opracowania i interpretacji otrzymanych wyników umożliwiających opis zagadnienia stateczności i fazy zniszczenia badanych konstrukcji cienkościennych.
- 2) opracowanie adekwatnych modeli analityczno-numerycznych oraz MES rozważanych konstrukcji kompozytowych bazujących na równaniach mechaniki nieliniowej (duże przemieszczenia). Dotyczy to umiejętności doboru odpowiednich parametrów dyskretyzacji struktury i definicji modelu materiału kompozytowego oraz metod rozwiązywania nieliniowego zagadnienia stateczności z uwzględnieniem kryteriów zniszczenia kompozytu.
- 3) zaproponowanie kompleksowej metodyki badań umożliwiającej opis zagadnienia stateczności oraz ocenę charakteru zjawiska zniszczenia struktury kompozytu z wykorzystaniem naprężeniowych kryteriów zniszczenia.

Przedstawione w poszczególnych rozdziałach wyniki prowadzonych badań potwierdzają realizację zasadniczych celów pracy. Zweryfikowane doświadczalnie modele numeryczne MES potwierdzają słuszność sformułowanej tezy pracy, ukazując jednocześnie metodykę postępowania w analizie tego typu konstrukcji. Zdaniem autora prezentowane w rozprawie habilitacyjnej wyniki w wyczerpujący sposób opisują stan krytyczny i pokrytyczny ściskanych kompozytowych słupów cienkościennych, co potwierdzone zostało wysoką zgodnością wyników

badan doświadczalnych oraz zastosowanych metod obliczeniowych. Jednakże prace nad prezentowanym w rozprawie zagadnieniem powinny być kontynuowane.

Dalsze kierunki badań to:

- 1) przeprowadzenie badań eksperymentalnych na większej liczbie próbek w celu potwierdzenia (lub zmiany) otrzymywanych poziomów wartości obciążenia niszczącego.
- 2) porównanie naprężeniowych i przemieszczeniowych kryteriów zniszczenia kompozytu z wykorzystaniem opracowanych modeli numerycznych.
- 3) modelowanie zniszczenia struktury kompozytu z wykorzystaniem procedur bazujących na kohezyjnych modelach zniszczenia (ang. *CZM – Cohesive Zone Method*) czy metodzie VCCT (ang. *Virtual Crack Closure Technique*), umożliwiającym modelowanie procesu delaminacji międzywarstwowej.

1. Abaqus HTML Documentation.
2. Abdelaziz Y, Hamouine A. A survey of the extended finite element. *Comput Struct* 86(11-12):1141-51;2008.
3. Aboudi J. *Mechanics of Composite Materials: A Unified Micromechanical Approach*. Elsevier, Amsterdam, 1991.
4. Adams DF, Carlsson LA, Pipes RB. *Experimental Characterization of Advanced Composite Materials*. CRC Press Taylor & Francis Group, 2003.
5. Agarwal BL. Postbuckling Behavior of Composite Shear Webs. *AIAA Journal*, 19(7):933-939;1981.
6. Alfano, G., and M. A. Crisfield: *Finite Element Interface Models for the Delamination Analysis of Laminated Composites: Mechanical and Computational Issues*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 50, pp. 1701-1736, 2001.
7. Allen DH, Searcy CR. Numerical aspects of a micromechanical model of a cohesive zone. *J Reinf Plast Compos* 19(3):240-8;2000.
8. Allix O, Ladeveze P. Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination. *Compos Struct* 22, 235-242;1992.
9. Altenbach H, Altenbach J, Kissing W. *Structural analysis of laminate and sandwich beams and plates, An introduction into the mechanics of composite*. Lubelskie Towarzystwo Naukowe, Lublin, 2001.
10. Ambartsyanyan SA. *Theory of Anisotropic Plates*. Technomic Publishing Co. Inc., Stamford, CT, 1967.
11. Ansys HTML Documentation.
12. Arbelo MA, de Almeida SFM, Donadon MV. An experimental and numerical analysis for the post-buckling behavior of composite shear webs. *Composite Structures* 93(2):465-473;2011.
13. Ashkenazi EK. Problems of the anisotropy of strength. *Mekhanika Polimerov* 1:79;1965.
14. Ashton JE, Love TS. Experimental Study of the Stability of Composite Plates, *Journal of Composite Materials*, 3:230-242;1969.
15. ASTM D 3518. *Standard test method for in-plane shear response of polymer matrix composite materials by tensile test of a $\pm 45^\circ$ laminate*. Annual Book of ASTM Standards, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA 19428, USA, Vol 15.03:151-7;1997.
16. ASTM D 3846. *Standard test method for in-plane shear of reinforced plastics*. Annual Book of ASTM Standards, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA 19428, USA, Vol 8.02:479-81;1998.
17. ASTM D 5379. *Standard test method for shear properties of composite materials by the V-notched beam method*. Annual Book of ASTM Standards, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA 19428, USA, Vol 15.03:235-47;1997.
18. ASTM D 5467-93. *Standard test method for compressive properties of unidirectional polymer matrix composites using a sandwich beam*. Annual Book of ASTM Standards, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA 19428, USA, Vol 15.03; 1997.

19. ASTM D 5528-94a. *Standard test method for mode I interlaminar fracture toughness of unidirectional fibre-reinforced polymer matrix composites*. Annual Book of ASTM Standards, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA 19428, USA, Vol 15.03;1997.
20. ASTM D3039M. *Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials*. American Society for Testing and Materials, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA 19428, USA, Vol 15.03;1997.
21. ASTM D790M-93. *Standard test methods for flexural properties of unreinforced and reinforced plastics and electrical insulating materials*. American Society for Testing and Materials, Annual Book of ASTM Standards, Vol. 08.01;1993.
22. Attard MM. Lateral buckling analysis of beam by the FEM. *Computers and Structures* 23(2):217-231;1986.
23. Auricchio F, Sacco E. Partial-mixed formulation and refined models for the analysis of composite laminates within an FSDT. *Composite Structures* 46:103-113;1999.
24. Baker A.A., Dutton S., Kelly D.: *Composite Materials for Aircraft Structures*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004.
25. Barbero EJ, Dede EK, Jones S. Experimental verification of buckling-mode interaction in intermediate-length composite columns. *Inter. J Solids Structures* 37(29):3919-3934;2000.
26. Barbero EJ, Raftoyiannis IG. Euler buckling of pultruded composite columns. *Composite Structures* 24(2):139-147;1993.
27. Barbero EJ, Reddy JN, Teply J. An accurate determination of stresses in thick laminates using a generalized plate theory. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering* 29:1-14;1990.
28. Barbero EJ, Tomblin J. Euler buckling of thin-walled composite columns. *Thin-Walled Structures* 17(4):237-258;1993.
29. Barbero EJ, Tomblin J. Prediction and measurement of the post-critical behavior of fiber-reinforced composite columns. *Composites Science and Technology* 58(8):1335-1341;1998.
30. Barbero EJ. An inelastic damage model for fiber reinforced laminates. *J Compos Mater* 36(8):941-962;2002.
31. Barbero EJ: *Finite Element Analysis of Composite Materials*. CRC Press Taylor & Francis Group, 2008.
32. Barsoum RS, Gallagher RH Finite element analysis of torsional and torsional-flexural stability problems. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 2:335-352;1970.
33. Başar Y, Itskov M, Eckstein A, Composite laminates: nonlinear interlaminar stress analysis by multi-layer shell elements. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering* 185:367-397;2000.
34. Basu S, Waas AM, Ambur RD. Prediction of progressive failure in multidirectional composite laminated panels. *Int J Solids Struct* 44(9):2648-76;2007.
35. Batoz JL, Bathe KJ, Ho LW. A study of three-node triangular plate bending elements. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 12(12):1771-1812;1980.
36. Bazant Z.P., Cedolin L., *Stability of structures. Elastic, inelastic, fracture and damage theories*. Oxford University Press, 1991.

37. Bazant ZP, Cedolin L. *Stability of structures. Elastic, inelastic, fracture and damage theories*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2010.
38. Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *Int J Numer Meth Eng* 45(5):601-20;1999.
39. Benito R, Sridharan S. Interactive buckling analysis with finite strips. *Int. J. Num. Meth.* 21:145-161;1985.
40. Benito R, Sridharan S. Mode interaction in thin-walled structural members. *J. Struct. Mech.* 12(4):517-542;1985.
41. Benzeggagh ML, Kenane M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixedmode bending apparatus. *Compos Sci Technol* 56:439-49;1996.
42. Berthelot J M. *Composite Materials - Mechanical Behaviour and Structural Analysis*. Springer Verlag, New York Inc, 1999.
43. Bieniaś J., Dębski H., Surowska B., Sadowski T.: *Analysis of microstructure damage in carbon/epoxy composites using FEM*, Computational Materials Science, 64: 168-172, 2012.
44. Bieniaś J., Dębski H.: Numeryczna analiza tarcz kompozytowych zbrojonych włóknami szklanymi i węglowymi w warunkach złożonego stanu obciążenia. Kompozyty nr 2/2010, str. 127-132, 2010.
45. Bogdanovich AE, Yushanov SP. Three-dimensional variational analysis of Pagano's problems for laminated composite plates. *Composites Science & Technology* 60:2407-2425;2000.
46. Bogy DB. Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading. *J. Appl. Mech.* 35:460-466;1968.
47. Bohse J. et al.: *Damage analysis of Plymer Matrix Composites by Acoustic Emission Testing*. DGZfP-Proceedings BB 90-CD, 339-348.
48. Bose P, Reddy J N. Analysis of composite plates using various plate theories Part 2: Finite element model and numerical results, *Structural Engineering & Mechanics* 6:727-746; 1998.
49. Boutaous A, Peseux B, Gornet L, Belaidi A. A new modeling of plasticity coupled with the damage and identification for carbon fibre composite laminates. *Compos Struct* 74(1):1-9;2006.
50. Bradford MA, Hancock GJ. Elastic interaction of local and lateral buckling in beams. *Thin-Walled Structures* 2:1-25;1984.
51. Bradford MA. Inelastic distortional buckling of I-beams. *Computers and Structures* 24(6):923-933;1986.
52. Bradford MA. Lateral-distortional buckling of tee-section beams. *Thin-Walled Structures* 10:13-30;1990.
53. Brewer JC, Lagacé PA. Quadratic stress criterion for initiation of delamination. *J Compos Mater* 22:1141-55;1988.
54. Bronshtein J.N, Semendyayev K.A.: *Guide Book to Mathematics*. Zü-rich, Part6: "Interpretation of Experimental Results", 1973.
55. Brown R. *Handbook of polymer testing: physical methods*. Marcel Dekker, Inc., New York, 1999.

56. Budiansky B.: Theory of buckling and post-buckling behaviour of elastic structures. *Advances in Applied Mechanics*, 14, Acad. Press, 1-65,1974.
57. Budiansky B, Hutchinson, JW. *Buckling: Progress and Challenge. Trends in Solid Mechanics*, edited by Besseling J.F., van der Heijden A.M., Delft University Press,1979.
58. Buryachenko V. *Micromechanics of Heterogeneous Materials*. Springer, 2007.
59. Bush HG. *Experimental Evaluation of Two 36" x 47" Graphite/Epoxy Sandwich Shear Webs*. NASA TM X-72767, 1975.
60. Buskell N, Davis GAO i Stevens KA. *Postbuckling Failure of Composite Panels, in Composite Structures 3*, I. H. Marshall, ed., Elsevier Applied Science, London, New York, 290-314;1985.
61. Byskov E, Hansen JC. Postbuckling and imperfection sensitivity analysis of axially stiffened cylindrical shells with mode interaction. *J. Struct. Mech.* 8(2):205-224;1980.
62. Byskov E, Hutchinson JW. Mode interaction in axially stiffened cylindrical shells. *AIAA*, 15(7):941-948;1977.
63. Byskov E. Applicability of an asymptotic expansion for elastic buckling problems with mode interaction. *AIAA*, 17(6):630-633;1979.
64. Byskov E. Smooth postbuckling stresses by a modified finite element method. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 28:2877-2888;1989.
65. Camanho PP, Davila CG, Moura MF. Numerical simulation of mixed-mode progressive delamination in composite materials. *J Compos Mater* 37(16):1415-38;2003.
66. Camanho, P. P., and C. G. Davila: *Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials*. NASA/TM-2002-211737, pp. 1-37, 2002.
67. Camanho PP, Maimí P, Dávila CG. Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics. *Compos Sci Technol* 67(13):2715-27;2007.
68. Camanho PP, Pinho ST, Davila CG, Remmers J: *Mechanical Response of Composites*. Springer Science+Business Media B.V. 2008.
69. Campbell, F.C.: *Manufacturing Processes for Advanced Composites*, Elsevier Ltd,2004.
70. Campbell F.C.: *Manufacturing Technology for Aerospace Structural Materials*. Elsevier, 2006.
71. Campbell FC. *Structural Composite Materials*. ASM International 2010.
72. Cantor B., Assender H., Grant P.: *Aerospace Materials*. IOP Publishing Ltd, 2001.
73. Capitani V., Capriolo M., Sendi D.: *Characterization of Casting Defects in Composite Carbon Fiber Material Detected by Ultrasonic Inspection*, www.ndt.net/?id=10722,2011.
74. Carlsson LA, Gillespie JW (pod red.). *Delaware Composites Design Encyclopedia*. Technomic Publishing Company, Lancaster, PA, Volumes 1-6, 1991.
75. Carlsson LA, Kardomateas GA. *Mechanics of Sandwich Composites Structural and Failure*. Springer Science+Business Media B.V. 2011.
76. Carrera E. Mixed layer-wise models for multilayered plates analysis, *Composite Structures* 43:57-70;1998.

77. Cazeneuve C., Joguet P., Maile J. C., Oytana C.: *Predicting the mechanical behaviour of Kevlar/epoxy and carbon/epoxy filament-wound tubes*. Composites,t. 23,nr 6, s. 415 ÷424,1992.
78. Chailleux A, Hans Y, Verchery G. Experimental study of the buckling of laminated composite columns and plates. *Inter. J Mechanical Sciences* 17(8):489-498;1975.
79. Chamis C.C.: Failure Criteria for Filamentary Composites. NASA Tu-D-5367, 1967.
80. Chang FK, Chang KY. A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations. *J Compos Mater* 21:834-55;1987.
81. Chang FK, Lessard LB. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subject to compressive loadings: part I - analysis. *J Compos Mater* 25:2-43;1991.
82. Chang TY, Sawamiphakdi K. Large deformation analysis of laminated shells by finite element method. *Computers & Structures* 13:331-340;1981.
83. Chang R. R.: Experimental and theoretical analyses of first-ply failure of laminated composite pressure vessels. *Composite Structures*,t. 49,s. 237 ÷ 243,2000.
84. Chaplin CP, Palazotto AN. The collapse of composite cylindrical panels with various thickness using Finite Element Analysis. *Computers & Structures* 60:797;1996.
85. Chawla KK. *Composite Materials - Science and Engineering*. Springer-Verlag, 1987.
86. Chou SM, Rhodes. Review and Compilation of Experimental Results on Thin-Walled Structures. *Computers & Structures* 65(1): 47-67, 1997.
87. Christensen RM. *Mechanics of Composite Materials*. J. Wiley & Sons, 1979.
88. Christensen RM. Stress based yield/failure criteria for fiber composites. *Int J Solid Struct* 34(5):529-43;1997.
89. Christensen RM. Tensor transformations and failure criteria for the analysis of fiber composite materials. *J Compos Mater* 22:874-97;1988.
90. Cichoń C.: *Nieliniowa analiza stateczności konstrukcji prętowych w ujęciu MES*. Wydaw. Politechniki Krakowskiej, Monografia, 38, Kraków, 1985.
91. Coan JM. *Large-Deflection Theory for Plates With Small Initial Curvature Loaded in Edge Compression*. ASME, J. Applied Mechanics, 18:143-151;1951.
92. Cox BN, Flanagan G. *Handbook of Analytical Methods for Textile Composites*. NASA Contractor Report 4750, 1997.
93. Cox BN, Yang QD. Cohesive models for damage evolution in laminated composites. *Int J Fract* 133(2):107-37;2005.
94. Crisfield MA. An arc-length method including line searches and accelerations. *Int J Numer Meth Eng* 19(8):1269-89;1983.
95. Cristescu ND, Craciun ND, Soós E. *Mechanics of elastic composites*. Chapman & Hall/CRC, 2004.
96. Cuntze RG, Freund A. The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multidirectional laminates. *Compos Sci Technol* 64:344-77; 2004.
97. Daniel IM, Ishai O. *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Oxford University Press, 1994.
98. Dato MH. *Mechanics of Fibrous Composites*. Elsevier, 1991.
99. Davidson BD, Zhao W. An accurate mixed-mode delamination failure criterion for laminated fibrous composites requiring limited experimental input. *J Compos Mater* 41(6):679-702;2007.

100. Davila CG, Camanho PP, Rose CA. Failure criteria for FRP laminates. *J Compos Mater* 39(4):323-45;2005.
101. Dávila CG, Camanho PP. *Failure criteria for FRP laminates in plane stress*. NASA/TM-2003-212663, 2003.
102. Davis JG, Zender GW. *Compressive Behavior of Plates Fabricated from Glass Filaments and Epoxy Resin*. NASA TN D-3918, 1967.
103. Davis JG. *Compressive Strength of Fiber Reinforced Composite Materials*. NASA TM X-71992, 1974.
104. Dąbrowski H.: Wytrzymałość polimerowych kompozytów włóknistych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2002.
105. de Borst R, Sadowski T. *Lecture Notes on Composite Materials. Current Topics and Achievements*. Springer Science+Business Media B.V. 2008.
106. Decolon C. *Analysis of Composite Structures*. Hermes Penton Science Ltd, London 2002.
107. Dennis ST, Palazotto AN. Large displacement and rotational formulation for laminated shells including parabolic transverse shear, *Int. Journal of Non-Linear Mechanics* 25:67-85;1990.
108. Desai YM, Ramtekkar GS, Shah AH. A novel 3D mixed finite-element model for statics of angle-ply laminates. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering* 57:1695-1716;2003.
109. Dębski H.: Praca ścinanej płyty usztywnionej profilami zamkniętymi w warunkach deformacji zakrytycznej, *Folia Societatis Scientiarum Lublinensis*, vol. 7, s. 7-19, 1998.
110. Dębski H.: *Stany pokrytycznej deformacji cienkościennych ustrojów nośnych usztywnianych profilami zamkniętymi z zastosowaniem w budowie maszyn*. Praca doktorska, Politechnika Lubelska, Lublin, 2003.
111. Dębski H.: *Numeryczno-eksperymentalna analiza stanów zakrytycznej deformacji cienkościennych ustrojów nośnych w warunkach skręcania nieswobodnego*, rozdział IV monografii „Zagadnienia interdyscyplinarne projektowania inżynierskiego” pod red. J.Jonaka, LTN, str. 54-73, 2009.
112. Dębski H.: Przykłady modelowania MES cienkościennych struktur kompozytowych stosowanych w konstrukcjach lotniczych, Monografia pod red. G.Wróbla: Polimery i kompozyty konstrukcyjne, str. 100-102, 2010.
113. Dębski H.: *Numerical FEM analysis of aviation load carrying capacity structure constructed from composite materials*, 14th European Conference on Composite Materials, Budapeszt-Węgry, Paper ID: 627-ECCM14, 2010.
114. Dębski H.: *Experimental investigation of post-buckling behavior of composite column with top-hat cross section*, Stability of Structures XIII-th Symposium, Zakopane, 2012.
115. Dębski H., Bieniaś J.: Numeryczne modelowanie właściwości struktur kompozytowych na przykładzie fragmentu łopaty śmigłowca, *KOMPOZYTY* nr 2/2010, str. 170-174, 2010.
116. Dębski H., Ferdynus M.: Analiza numeryczna i eksperymentalna weryfikacja formy deformacji walcowej powłoki o przekroju otwartym w warunkach skręcania nieswobodnego, XXII Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn str. 291-296, Gdynia-Jurata, 2005.

117. Dębski H., Jonak J.: Numeryczna analiza walcowej powłoki usztywnionej profilami zamkniętymi w warunkach skręcania nieswobodnego, Zbiór referatów XV Konferencja NT. „Metody i środki projektowania wspomaganego komputerowo”, str. 79-85, Kazimierz Dolny, 12-14 października, 2005.
118. Dębski H., Jonak J.: *Analiza MES płyty prostokątnej usztywnionej profilami zamkniętymi*, Czasopismo Naukowo-Techniczne - Górnictwo Odkrywkowe, Instytut Górnictwa Odkrywkowego, Wrocław nr 5-6/2006, str. 122-125, 2006.
119. Dębski H., Kopecki H.: *Stan zakrytycznej deformacji płyty prostokątnej usztywnionej profilami zamkniętymi*, XIX Sympozjon Stateczności Konstrukcji, Zakopane, 2000.
120. Dębski H., Kubiak T.: Buckling and post-buckling numerical analysis of thin-walled composite beam with open cross-section, ECCM15 - 15TH Eu-ropean Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June, 2012.
121. Dębski H., Kubiak T., Teter A.: Buckling and post-buckling behavior of channel-section composite profiles with various sequences of plies, Stability of Structures XIII-th Symposium, Zakopane, 2012.
122. Dębski H., Kubiak T., Teter A.: *Buckling and post-buckling behavior of thin-walled composite chnnel section beam*, Mechanics of Nano, Micro and Macro Composite Structures, Politecnico di Torino, 18-20 June, 2012.
123. Dolbow J, Moës N, Belytschko T. Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method. *Finite Elem Anal Des* 36(3-4):235-60;2000.
124. Donaldson SL. Fracture toughness testing of graphite/epoxy and graphite/peek composites. *Composites* 16(2):103-12;1985.
125. Dong SB, Pister KS, Taylor RL. On the theory of laminated anisotropic shells and plates. *J. Aerosp. Sci.*, 969-975;1962.
126. Donnell L.M., „*On the application of Southwell's method for the analysis of buckling tests*”, Timoshenko 60'th Anniv. Vol. 1, Mc Graw-Hill, N.Y., 1938.
127. Dorninger K, Rammerstorfer F G. A layered composite shell element for elastic and thermoelastic stress and stability analysis at large deformations. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering* 30:833-858;1990.
128. Dvorkin EN, Bathe KJ. A continuum mechanics based four-node shell element for general nonlinear analysis. *Eng. Computations* 1(1):77-88;1984.
129. Echaabi J, Trochu F. Failure mode dependent strength criteria for composite laminates. *J Reinfr Plastic Compos* 16(10):926-45;1997.
130. Effendi RR, Barrau JJ, Guedra-Degeorges D. Failure mechanism analysis under compression loading of unidirectional carbon/epoxy composites using micromechanical modeling. *Compos Struct* 31(2):87-98;1995.
131. Fafard M, Beaulieu D, Dhatt C. Buckling of thin-walled members by finite elements. *Computers and Structures* 25(2):183-190;1987.
132. Feng W, Hoa SV. Partial hybrid finite elements for composite laminates. *Finite Elements in Analysis and Design* 30:365-382;1998.
133. Ferdynus M., Dębski H.: *Koncentracja naprężeń w ściskanych płytach z dwuteową szczeliną pracujących jako element sprężysty*, XXII Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn, str. 379-384, Gdynia-Jurata, 2005.
134. Ferreira AJM, Barbosa JT. Buckling behaviour of composite shells. *Composite Structures* 50:93-98;2000.

135. Flesher ND, Herakovich CT. Predicting delamination in composite structures. *Compos. Sci. Technol.* 66(6):745-754;2006.
136. Fredriksson P, Gudmundson P, Mikkelsen LP. Finite element implementation and numerical issues of strain gradient plasticity with application to metal matrix composites. *Int J Solids Struct* 46(22-23):3977-87;2009.
137. Gao YF, Bower AF. A simple technique for avoiding convergence problems in finite element simulations of crack nucleation and growth on cohesive interfaces. *Model Simul Mater Sci Eng* 12(3):453-63;2004.
138. Gaudenzi P, Barboni R, Mannini A. A finite element evaluation of single-layer and multi-layer theories for the analysis of laminated plates, *Composite Structures* 30:427-440;1995.
139. Gay D, Hoa SV, Tsai SW: *Composite Materials. Design and Applications*. CRC Press LLC, 2003.
140. German J. *Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych*. Politechnika Krakowska, Kraków 2001.
141. Ghugal YM, Shimpi RP. A review of refined shear deformation theories of isotropic and anisotropic laminated plates, *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 21:775-813;2002.
142. Gibson RF. *Principles of Composite Material Mechanics*. McGraw-Hill, Inc, 1994.
143. Giner E, Sukumar N, Tarancón JE, Fuenmayor FJ. An Abaqus implementation of the extended finite element method. *Eng Fract Mech* 76(3):347-68;2009.
144. Goldenblat II, Kopnov VA. Strength of glass-reinforced plastics in the complex stress state. *Mekhanika Polimerov* 1(54);1965.
145. Goltermann P, Mollman H. Interactive buckling in thin-walled beams - II. Applications. *Int. J. Solids Structures* 25(7):729-749;1989.
146. Gosse JH, Christensen S. Strain invariant failure criteria for polymers in composite materials. *AIAA Paper*. AIAA-2001-1184;2001.
147. Goyal VK, Johnson ER, Dávila CG. Irreversible constitutive law for modelling the delamination process using interfacial surface discontinuities. *Compos Struct* 65(3-4): 289-305;2004.
148. Grant P, Rousseau CQ (red.). *Composite Structures: Theory and Practice*. ASTM Stock Number: STP 1383, 2001.
149. Greenhalgh ES. *Failure analysis and fractography of polymer composites*. Woodhead Publishing Limited and CRC Press LLC, 2009.
150. Greszczuk LB. Microbuckling of lamina-reinforced composites. Composite materials: testing and design (third conference). *ASTM STP, vol. 546. American Society for Testing and Materials*, pp. 5-29;1974.
151. Grimaldi A, Pignataro M. Post-buckling behaviour of thin-walled open cross-section compression members. *J. Struct. Mech.*, 7(2):143-159;1979.
152. Groenwold A, Stander N. A 24 dof four-node flat shell finite element for general unsymmetric or-thotropic layered composites, *Engineering Computations* 15:518-543; 1998.
153. Gryboś R. *Stateczność konstrukcji pod obciążeniem uderzeniowym*. PWN, Warszawa-Poznań, 1980.

154. Guidault PA, Allix O, Champaney L, Cornuault C. A multiscale extended finite element method for crack propagation. *Comput Meth Appl Mech Eng* 197(5):381-99; 2008.
155. Gurdal Z, Haftka RT, Hajela P: *Desidn and Opitimization of Laminated Composite Materials*. John Wiley&Sons, INC. 1999.
156. Ha SK, Jin KK, Huang Y. Micro-mechanics of failure (MMF) for continuous fiber reinforced composites. *J Compos Mater* 42(18):1873-95;2008.
157. Haas DJ, Lee W. A nine-node assumed-strain finite element for composite plates and shells. *Computers & Structures* 26:445-452;1987.
158. Habermehl J., Lamarre A.: *Ultrasonic Phased Array tools for composite inspection during maintenance and manufacturing*. 17th World Conference on Nondestructive Testing, Shanghai, China,2008.
159. Haftka RT, Mallet RH, Nachbar W. Adaption of Koiter method to finite element analysis of snap-through bucklning behaviour. *Int. J. Solids Struct.* 7:1427-1445; 1971.
160. Haga O, Hayashi N, Kasuya K: *Failure Criterion of Glass Fabric Reinforced Plastic Laminates*. NASA TM-88406, 1986.
161. Hahn HT, Johnnsson T. A correlation between fracture energy and fracture morphology in mixed-mode fracture of composites. In: *Mechanical behaviour of materials - IV, Stockholm*. pp. 431-8;1983.
162. Hahn HT. A mixed-mode fracture criterion for composite materials. *Compos Technol Rev* 5:26-9;1983.
163. Harris GZ. The Buckling and Postbuckling Behavior of Composite Plates under Biaxial Loading, *International Journal of Mechanical Sciences*, 17:187-202;1975.
164. Hashemi S, Kinloch AJ. Interlaminar fracture of composite materials. In: *Matthews FL et al., editors. 6th ICCM & 2nd ECCM*. New York: Elsevier Applied Science. pp. 254-64;1987.
165. Hashemi S, Kinloch AJ. The effect of geometry, rate and temperature on the mode I, mode II and mixed-mode I/II interlaminar fracture of carbonfibre/poly (ether-ether ketone) composites. *J Compos Mater* 24:918-56;1990.
166. Hashemi S, Williams JG. Mixed-mode fracture in fiber-polymer composite laminates. In: *O'Brien TK, editor. Composite materials: fatigue and fracture, vol. 3. ASTM STP 1110. W. Conshohocken (PA): ASTM Int.; 1991*.
167. Hashin Z, Rosen BW. The elastic moduli of fiber-reinforced materials. *J. Appl. Mech.*, 223-232; 1964.
168. Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. *J Appl Mech* 47:329-334;1980.
169. Hashin Z. *Theory of Fiber Reinforced Materials*. NASA CR-1974, 1972.
170. Hayashi T. Analytical study of interlaminar shear stresses in a laminated composite plate. *Trans. Jpn. Soc. Aeronaut. Space Sci.*, 43-48;1967.
171. Hayashi T. On the elastic constants and stiffness of orthogonal anisotropic plates. *J. Soc. Aeronaut. Eng. Nippon* 8(69):601-626;1941.
172. Herakovich CT. Composite laminates with negative through-the-thickness Poissons ratios. *J Compos Mater*, 447-455;1984.
173. Herakovich CT. *Mechanics of Fibrous Composites*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1998.

174. Herakovich CT. Review. Mechanics of composites: A historical review. *Mechanics Research Communications* 41:1- 20;2012.
175. Hibbit, Karlsson, Sorensen. *ABAQUS user's manual*. Version 6.8; 2007.
176. Hill R.: The Mathematical Theory of Plasticity. Oxford University Press, London 1950.
177. Hill R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *J. Mech. Phys. Solids* 11, 357-372;1963.
178. Hill R. The elastic behaviour of a crystalline aggregate. *Proc. Phys. Soc.* A65, 349;1952.
179. Hinton MJ, Kaddour AS, Soden PD. *Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise*. Elsevier Science Ltd, 2004.
180. Hinton MJ, Soden PD. Predicting failure in composite laminates: the background to the exercise. *Compos Sci Technol* 58(7):1001-10;1998.
181. Hodgkinson JM (pod red.). *Mechanical testing of advanced fibre composites*. Woodhead Publishing Limited, Abington Hall, Abington, 2000.
182. Hoffman O. The brittle strength of orthotropic material. *J Compos Mater* 1(2):200-206;1967.
183. Hu N (pod red.): *Composites and Their Properties*. InTech Rijeka, Croatia, 2012.
184. Huang H, Springer GS, Christensen RM. Predicting failure in composite laminates using dissipated energy. *J Compos Mater* 37(23):2073-99;2006.
185. Huang ZM, Zhou YX. *Strength of Fibrous Composites*. Zhejiang University Press, Hangzhou and Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011.
186. Huang ZM. Failure analysis of laminated structures by FEM based on nonlinear constitutive relationship. *Compos Struct* 77(3):270-92007.
187. Huang ZM. Inelastic and failure analysis of laminate structures by ABAQUS incorporated with a general constitutive relationship. *J Reinf Plast Compos* 26(11):1135-81;2007.
188. Huber MT. *Die theorie der rechteckigen anisotropen Platten, mit besonderer Berucksichtigung der armierten*. s.n., Lemberg, Poland, 1921.
189. Hutchinson JW, Koiter WT. Postbuckling theory. *Applied Mechanics Reviews*, 1353-1366; 1970.
190. Huynh DBP, Belytschko T. The extended finite element method for fracture in composite materials. *Int J Numer Meth Eng* 77(2):214-39;2009.
191. Hyer MW. Mechanics of unsymmetric laminates. In: *Handbook of Composites, 2, Structures and Design*. North-Holland, Amsterdam, pp. 85-114;1988.
192. Hyla I. *Elementy mechaniki kompozytów*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1995.
193. Jemielita G. Coefficients of shear correction in transversely nonhomogeneous moderately thick plates, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 40:73-84;2002.
194. Jemioło S.: *Warunki plastyczności oraz hipotezy wyte_eniowe materiałów ortotropowych i transversalnie izotropowych. Przegląd literatury. Niezmiennicze sformułowanie relacji konstytutywnych*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Budownictwo, z. 131, s. 5÷51,1996.
195. Jensen DW and Lagace PA. Influence of Mechanical Couplings on the Buckling and Post-buckling of Anisotropic Plates. *AIAA Journal*, 26(10):1269-1277;1988.

196. Jones R.M.: Mechanics of composite materials. International Student Edition, McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo 1975.
197. Jones R.: Mechanics of composite materials. 2/E, Taylor&Francis, USA 1998.
198. Jones RM. *Mechanics of composite materials*. Taylor & Francis, Inc., Philadelphia, PA 1999.
199. Jun SM, Hong CS. Buckling behavior of laminated composite cylindrical panels under axial compression. *Computers & Structures* 29:479-490;1988.
200. Jurewicz B.: Analiza metod doświadczalnych stosowanych do wyznaczania obciążeń krytycznych – praca magisterska, Instytut Mechaniki Stosowanej Politechniki Łódzkiej, 1985.
201. Kachanov LM. Time of the rupture process under creep conditions. *IVZ Akad Nauk SSR Otd Tech Nauk* 8:26-31;1958.
202. Kam T. Y., Sher H. F., Chao T. N.: *Predictions of deflection and first ply failure load of thin laminated composite plates via the finite element approach*. International Journal of Solids and Structures, t.33, nr3, s.375 ÷ 398,1996. [5]
203. Kaminski BE, Ashton JE. Diagonal Tension Behavior of Boron-Epoxy Shear Panels. *Journal of Composite Materials* 5:553-558;1971.
204. Kapania RK, Raciti S. Recent Advances in Analysis of Laminated Beams and Plates. Part I: Shear Effects and Buckling. *AIAA Journal* 27(7):923-934;1989.
205. Kaw AK. *Mechanics of composite materials*. Taylor & Francis Group, LLC, 2006.
206. Kelly A. (Ed.): Concise Encyclopedia of Composite Materials. Pergamon Press 1989.
207. Kelly A, Davies GJ. The principle of the fibre reinforcement of metals. *Metall. Rev.* 10;1-78;1965.
208. Kicher T P, Mandell J E. A Study of the Buckling of Laminated Composite Plates. *AIAA Journal* 9(4):605-613;1971.
209. Kim CH, Yeh H-Y. Development of a new yielding criterion: the Yeh-Stratton criterion. *Eng Fract Mech* 47:569-82;1994.
210. Kim JK, Mai YW. *Engineered interfaces in fiber reinforced composites*. Elsevier Science Ltd 1998.
211. Kim RY, Soni SR. Failure of composite laminates due to combined interlaminar normal and shear stresses. In: Kawata K, Umekawa S, Kobayashi A, editors. *Composites '86: recent advances in Japan and the United States, Proceedings of Japan-U.S. CCM-III*. pp. 341-50;1986.
212. Koiter WT, van der Neut A. Interaction between local and overall buckling of stiffened compression panels. In: *Rhodes J, Walker A.G. (red.), Thin-walled structures, Granada, St.Albans, 1980*.
213. Koiter WT. Elastic stability and post-buckling behaviour. In: *Proceedings of the Symposium on Nonlinear Problems*, Univ. of Wisconsin Press, Wisconsin, 1963.
214. Koiter WT. *General theory of mode interaction in stiffened plate and shell structures*. WTHD Report 590, Delft 1976.
215. Kollar LP, Springer GS. *Mechanics of Composite Materials*. Cambridge University Press, 2003.
216. Kołakowski Z, Kowal-Michalska K (pod red.). *Statics, Dynamics and Stability of Structures, vol. 2. Statics, Dynamics and Stability of Structural Elements and Systems*. Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Monografie, Łódź 2012.

217. Kołakowski Z, Królak M, Kowal-Michalska K. Mode interactive buckling of thin-walled composite beam-columns regarding distortional deformations. *Int. J. of Engineering Science* 37:1577-1596;1999.
218. Kołakowski Z, Królak M. Interactive elastic buckling of thin-walled closed orthotropic beam-columns. *Engineering Transactions*, 43(4):571-590;1995.
219. Kołakowski Z, Królak M. Modal coupled instabilities of thin-walled composite plate and shell structures. *Composite Structures*, 76:303-313;2006.
220. Kołakowski Z., Kubiak T.: Multiple interaction of dynamic buckling modes in thin-walled members subjected in-plane pulse loading, Proceedings of 4th International Conference on Coupled Instabilities in Material Structure, Rome, Italy, 27-29 September, 2004.
221. Kołakowski Z, Kubiak T. Load-carrying capacity of thin-walled composite structures. *Composite Structures* 67:417-426;2005.
222. Kołakowski Z. Influence of modification of boundary conditions on load carrying capacity in thin-walled columns in the second order approximation. *Int. J. Solids Structures*, 30(19):2597-2609;1993.
223. Kołakowski Z. Interactive buckling of thin-walled beams with open and closed cross-section. *Eng. Transactions*, 37(2):375-397;1989.
224. Kołakowski Z. Interactive buckling of thin-walled beams with open and closed cross-sections. *Thin-Walled Structures* 15:159-183;1993.
225. Kołakowski Z. *Interakcyjne wyboczenie cienkościennych konstrukcji sprężystych*. Zeszyty Naukowe nr 653. Rozprawy Naukowe Politechniki Łódzkiej z. 173. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1992.
226. Kołakowski Z. Mode interaction in thin-walled trapezoidal column under uniform compression. *Thin-Walled Structures* 5:329-342;1987.
227. Kołakowski Z. Mode interaction in wide plate with angle section longitudinal stiffeners under compression. *Engineering Transactions* 37(1):117-135;1989.
228. Kołakowski Z. Mode interaction in wide plate with closed section longitudinal stiffeners under compression. *Engineering Transactions* 35(4):591-609;1987.
229. Kołakowski Z. On some aspects of the modified TSAI-WU criterion in thin-walled composite structures. *Thin-Walled Structures* 41(4):357-374;2003.
230. Kołakowski Z. Semi-analytical method for the analysis of the interactive buckling of thin-walled elastic structures in the second order approximation. *International Journal of Solid and Structures*, 33(25):3779-3790;1996.
231. Kołakowski Z. Some aspects of mode interaction in thin-walled stiffened plate under uniform compression. *Engineering Transactions* 36(1):167-179;1988.
232. Kołakowski Z. Some thoughts on mode interaction in thin-walled columns under uniform compression. *Thin-Walled Struct.* 7:23-35;1989.
233. Kołakowski Z. Static and dynamic interactive buckling of composite columns. *J. of Theoretical and Applied Mechanics*, 47(1):177-192;2009.
234. Kołakowski Z., Kowal-Michalska K. (pod red.). *Selected problems of instabilities in composite structures*. Wyd. Politechniki Łódzkiej, seria Monografie 1999.
235. Kołakowski Z., Teter A.: Influence of local postbuckling behaviour on bending of thin-walled elastic beams with central intermediate stiffeners. *Engineering Transactions* 43(3):383-396,1995.

236. Kołakowski Z., Teter A.: Interactive buckling of thin-walled closed elastic column-beams with intermediate stiffeners. *International Journal of Solid and Structures*, 32(11):1501-1516,1995.
237. Kołakowski Z., Teter A.: Interactive buckling of thin-walled beam-columns with intermediate stiffeners or/and variable thickness. *Int. J. Solids Structures*, 37(24):3323-3344,2000.
238. Kowal-Michalska K. (red.): *Stateczność dynamiczna kompozytowych konstrukcji płytowych*. WNT Łódź-Warszawa, 2007.
239. Kopecki T.: Stany zaawansowanych deformacji w projektowaniu cienkościennych ustrojów nośnych. *Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej*, Rzeszów 2010.
240. Kopecki T., Dębski H.: Buckling and post-buckling study of open section cylindrical shells subjected to constrained torsion, *The Archive Of Mechanical Engineering*, vol. LIV, number 4, pp. 309-326, 2007.
241. Kopecki T., Dębski H.: Stan zakrytycznej deformacji wielosegmentowej, wielopodłużnicowej konstrukcji cienkościennej poddanej skręcaniu. *Badania eksperymentalne oraz nieliniowa analiza numeryczna*, *Acta Mechanica et Automatica*, vol. 4 nr 1(2010), str. 42-47, 2010.
242. Kopecki T., Dębski H.: Post-Critical Deformation State of a Multi-Segment Multi-Member Thin-Shell Structure Subject to Torsional Deflection, *Mechanics and Mechanical Engineering*, vol. 14, nr 2/2010 *Politechnika Łódzka*, str. 233-246, 2010.
243. Krätzig WB, Jun D. Multi-layer multi-director concepts for D-adaptivity in shell theory. *Computers & Structures* 80:719-734;2002
244. Krätzig WB, Jun D. On 'best' shell models - From classical shells, degenerated and multi-layered concepts to 3D. *Archive of Applied Mechanics* 73:1-25;2003.
245. Kreja I, Schmidt R, Reddy JN. Finite elements based on a first-order shear deformation moderate rotation shell theory with applications to the analysis of composite structures. *Int. Journal Non-Linear Mechanics* 32:1123-1142;1997.
246. Kreja I. A literature review on computational models for laminated composite and sandwich panels. *Cent. Eur. J. Eng.* 1(1):59-80;2011.
247. Królak M, Mania RJ (pod red.). *Statics, Dynamics and Stability of Structures, vol. 1. Stability of Thin-walled Plate Structures*. Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Monografie, Łódź 2011.
248. Królak M. (pod red.). *Stany zakrytyczne i nośność graniczna cienkościennych dźwigarów o ścianach płaskich*. PWN W-wa-Łódź 1990.
249. Królak M. (pod red.). *Stateczność, stany zakrytyczne i nośność cienkościennych konstrukcji o ortotropowych ścianach płaskich*. Wyd. Politechniki Łódzkiej, seria Monografie, 1995.
250. Królak M., Kołakowski Z.: *Interactive elastic buckling of thin-walled open orthotropic beam-columns*, *Engineering Transactions*, 43(4):591-602,1995.
251. Królak M., Kubiak T., Kołakowski Z.: Stability and load carrying capacity of thinn-walled orthotropic poles of regular polygonal cross-section subject to combined load, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 39 (4), pp.969-988, 2001.
252. Krueger R. Virtual crack closure technique: history, approach, and applications. *Appl Mech Rev* 57(2):109-43;2004.

253. Kubiak T.: Nieliniowa analiza stateczności ortotropowych cienkościennych prętów o różnych kształtach przekrojów poprzecznych, Praca doktorska, Politechnika Łódzka, Łódź, 1998.
254. Kubiak T. Postbuckling behaviour of thin-walled girders with orthotropy varying widthwise. *Int. J. Solids Struct.*, 38:4839-4855;2001.
255. Kubiak T.: *Interactive buckling in thinn-walled beam-columns with widthwise varying orthotropy*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 44 (1), pp.75-90, 2006.
256. Kubiak T.: Interakcyjne wyboczenie dynamiczne cienkościennych słupów. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej nr 998. Rozprawy Naukowe z. 358. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2007.
257. Kunnien MF, Rybicki EF, Griffith WI, Broek D: *Fundamental Analysis of the Failure of Polymer-Based Fiber Reinforced Composites*. NASA CR-2689, 1976.
258. Kwon YW, Liu CT. Study of damage evolution in composites using damage mechanics and micromechanics. *Compos Struct* 38(1-4):133-9;1997.
259. Ladeveze P, Allix O, Daudeville L. Mesomodeling of Damage for Laminate Composites: Application to Delamination. In: *Dvorak, G.J. (Ed.), Inelastic Deformation of Composite Materials*. Springer-Verlag, New York, pp. 607-622;1990
260. Ladeveze P, Le Dantec E. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Compos Sci Technol* 43:257-67;1992.
261. Ladeveze P, Lubineau G. An enhanced mesomodel for laminates based on micro-mechanics. *Compos. Sci. Technol.* 62 (4):533-541;2002.
262. Ladeveze P. A damage computational method for composite structures. *Comput. Struct.* 44:79-87;1992.
263. Ladeveze P. Sur la Mecanique de l'Endommagement des Composites. In: *Compte-Rendus des JNC 5. Pluralis, Paris*, pp. 667-683;1986.
264. Ladeveze P. *Sur Une theorie de l'Ednommagement Anisotrope*. Laboratoire de Mecanique et Technologie, Cachan, France, 1983.
265. Lagace PA, Jensen DW, Finch DC. Buckling of Unsymmetric Composite Laminates. *Composite Structures*. 3:101-123;1986.
266. Lanzi L.A numerical and experimental investigation on composite stiffened panels into post-buckling. *Thin-Walled Structures* 42(12):1645-1664;2004.
267. Lanzo AD, Garcea G. Koiter's analysis of thin-walled structures by a finite element approach. *Int. J. Numerical Methods in Engineering* 39(17):3007-3031;1998.
268. Lapczyk I, Hurtado JA. Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials. *Composites Part A* 38(1):2333-41;2007.
269. Laschet G, Jeusette JP. Postbuckling finite element analysis of composite panels, *Composite Structures* 14:35-48;1990.
270. Lee HP, Harris PJ, Cheng-Tzu TH. A nonlinear finite element computer program for thin-walled member. *Thin-Walled Structures* 2:355-376;1984.
271. Lee JD. Three dimensional finite element analysis of damage accumulation in composite laminate. *Comput Struct* 15(33):335-50;1982.
272. Leissa AW. A Review of Laminated Composite Plate Buckling. *Applied Mechanics Review* 40(5):575-591;1987.

273. Lekhnitskii SG. *Anisotropic Plates*. Moscow: Gosudarstvennoye IZD-VO. Tekhniko-Theoreticheskiy Literatury, 1957.
274. Lemaitre J, Chaboche JL. *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press 1990.
275. Lemaitre J. *A course on damage mechanics*. Berlin: Springer-Verlag; 1992.
276. Leski A. Implementation of the virtual crack closure technique in engineering FE calculations. *Finite Elem Anal Des* 43(3):261-8;2007.
277. Li R, Kelly D, Ness R. Application of a first invariant strain criterion for matrix failure in composite materials. *J Compos Mater* 37(22):1977-2000;2003.
278. Libove C. Buckling Pattern of Biaxially Compressed Simple Supported Orthotropic Rectangular Plates. *Journal of Composite Materials* 17:45-48;1983.
279. Lin WP, Hu HT. Nonlinear analysis of fiber-reinforced composite laminates subjected to uniaxial tensile load. *J Compos Mater* 36(12):1429-50;2002.
280. Lissenden CJ, Herakovich CT. Comparison of Micromechanics Models for Elastic Properties. *Am. Soc. Civil Engineers*, New York, pp. 1309-1322;1992.
281. Liu PF, Zheng JY. Progressive failure analysis of carbon fiber/epoxy composite laminates using continuum damage mechanics. *Mater Sci Eng A* 485(1-2):711-7; 2008.
282. Liu PF, Zheng JY. Recent developments on damage modeling and finite element analysis for composite laminates: A review. *Materials and Design* 31:3825-3834; 2010.
283. Liu PF, Zheng JY. Review on methodologies of progressive failure analysis of composite laminates. In: *Koppel A, Oja J, editors. Continuum mechanics*. New York: Nova Science Publishers; 2009
284. Long RS. Static strength of adhesively bonded ARALL-1 joints. *J Compos Mater* 25:391-415;1991.
285. Loughlan J. The ultimate load sensitivity of lipped channel columns axis imperfection. *Thin-Walled Structures* 1:75-96;1983.
286. Loughlan J. Thin-walled cold-formed sections subjected to compressive loading. *Thin-Walled Structures* 16:65-109;1993.
287. Lukoshevichyus RS. Minimizing the Mass of Reinforced Rectangular Plates Compressed in Two Directions in a Manner Conductive toward Stability. *Polymer Mechanics* 12(6):929-933;1977.
288. Lundquist E.E., „Generalized analysis of experimental observations in problems of elastic stability”, NACA TN 658, Washington, July, 1938.
289. Maa RH, Cheng JH. A CDM-based failure model for predicting strength of notched composite laminates. *Composites Part B* 33(6):479-89;2002.
290. Mackiewicz S., Góra G.: *Ultradźwiękowe badania konstrukcji kompozytowych w przemyśle lotniczym*. Nieniszczące Badania Materiałów, Zakopane, 2005.
291. Maimi P.; Camanho P.P.; Mayugo J.A.; Turon, A. *Matrix cracking and delamination in laminated composites. Part I: Ply constitutive law, first ply failure and onset of delamination*, *Mechanics of Materials*, 43,169-185,2011.
292. Maimi P, Camanho PP, Mayugo JA. A continuum damage model for composite laminates: part I - constitutive model. *Mech Mater* 39(10):897-908;2007.

293. Maimí P, Camanho PP, Mayugo JA. A continuum damage model for composite laminates: part II - computational implementation and validation. *Mech Mater* 39(10):909-19;2007.
294. Malmeister A.: *Mekh. Polimerov*, 2, 4, s. 324-331,1966.
295. Manevich AI. Interactive buckling of stiffened plate under compression. *Mekhanika Tverdogo Tela* 5:152-159;1988.
296. Manevich AI. Theory of interaction buckling of stiffened thin-walled structures. *Prikladnaya Matematika i Mekhanika* 46:337-345;1982.
297. Manevich AI. Stability of shells and plates with T-section stiffeners. *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzhenii* 2:34-38;1985.
298. Mania R.: Wyboczenie dynamiczne cienkościennych słupów z materiałów lepko-plastycznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej nr 1059. Rozprawy Naukowe z. 387. Wyd. Politechniki Łódzkiej, Łódź 2010.
299. Mason K.: Autoclave Quality Outside The Autoclave? High Performance Composites, 3/1/2006.
300. Matzenmiller A, Lubliner J, Taylor RL. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. *Mech Mater* 20(2):125-52;1995.
301. Mayes JS, Hansen AC. A comparison of multicontinuum theory based failure simulation with experimental results. *Compos Sci Technol* 64(3-4):517-27;2004.
302. Mayes JS, Hansen AC. Composite laminate failure analysis using multicontinuum theory. *Compos Sci Technol* 64(3-4):379-94;2004.
303. Michopoulos JG, Badaliane R, Chwastyk T, Gause L, Mast P. Effects of computational technology on composite materials research: the case of the dissipated energy density. In: *Proceedings of the first hellenic conference on composite materials and structures, Greece; 2-5 July, 1997*.
304. Milton GW. *The Theory of Composites*. Cambridge University Press, 2004.
305. Miracle DB, Donaldson SL. *ASM Handbook Volume 21 Composites*. ASM International 2001.
306. Moës N, Belytschko T. Extended finite element method for cohesive crack growth. *Eng Fract Mech* 69(7):813-33;2002.
307. Moës N, Dolbow J, Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing. *Int J Numer Meth Eng* 46(1):131-50;1999.
308. Moita JS, Mota Soares CM, Mota Soares CA. Buckling behaviour of laminated composite structures using a discrete higher-order displacement model. *Composite Structures* 35:75-92;1996.
309. Mollman H, Goltermann P. Interactive buckling in thin-walled beams - I. Theory. *Int. J. Solids Structures* 25(7):715-728;1989.
310. Muc A., Zuchara P. Buckling and failure analysis of FRP faced sandwich plates. *Composite Structures*, Vol. 48, 145-150, 2000.
311. Muc A. Optymalizacja struktur kompozytowych i procesów technologicznych ich wytwarzania. Księgarnia Akademicka, Kraków, 2005.
312. Muc A.: Projektowanie kompozytowych zbiorników ciśnieniowych. Wyd. Politechniki Krakowskiej 1999.
313. Muc A.: Mechanika kompozytów włóknistych. Księgarnia Akademicka, Kraków 2003.

314. Naboulsi SK, Palazotto AN. Non-linear static-dynamic finite element formulation for composite shells. *Int. Journal of Non-Linear Mechanics* 38:87-110;2003.
315. Narayanaswami R, Adelman HM. Evaluation of the tensor polynomial and Hoffman strength theories for composite materials. *J Compos Mater* 11(4):366-77; 1977.
316. Neimitz A.: The review of the failure criteria for composites, in Joint Seminary on Failure of Advanced Materials, Francois D. and Golaski L. (Editors), Paris - Kielce, Kielce University of Technology, s.5 ÷ 25, 1996.
317. Nicolais L, Meo M, Milella E (pod red.). *Composite Materials. A Vision for the Future*. Springer-Verlag London Limited 2011.
318. Nistor I, Pantalé O, Caperaa S. Numerical implementation of the extended finite element method for dynamic crack analysis. *Adv Eng Software* 39(7):573-87;2008.
319. Noor AK, Peters JM. A posteriori estimates for shear correction factors in multi-layered composite cylinders. *Journal of Engineering Mechanics ASCE* 115:1225-1244;1988.
320. Noor AK, Shuart MJ (pod red.). *Failure Analysis and Mechanisms of Failure of Fibrous Composite Structures*. NASA Conference Publication 2278, 1983.
321. Notenboom RP. *Finite strip elements in thin plate buckling analysis Attachments*. Delft University of Technology, Faculty of Aerospace Engineering, Report LR-642, 1990.
322. Ochelski S. *Metody doświadczalne mechaniki kompozytów konstrukcyjnych*. WNT Warszawa 2004.
323. Ochoa O, Engblom JJ. Analysis of progressive failure in composites. *Compos Sci Technol* 28:87-102;1987.
324. Ochoa O, Reddy JN. *Finite element analysis of composite laminates*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers; 1992.
325. Olsen MD, Bearden TW. A simple flat triangular shell element revisited. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 14(1):51-68;1979.
326. Orifici AC, Herszberg I, Thomson RS. Review of methodologies for composite material modelling incorporating failure. *Compos Struct* 86(1-3):194-210;2008.
327. Orifici AC, Thomson RS, Degenhardt R, Bisagni C, Bayandor J. A finite element methodology for analysing degradation and collapse in postbuckling composite aerospace structures. *J Compos Mater* 43:3239-63;2009.
328. Pagano NJ, Yuan FG. The significance of effective modulus theory (homogenization) in composite laminate mechanics. *Composites Science and Technology* 60:2471-2488;2000.
329. Pahr DH, Rammerstorfer FG. A fast multi-scale laminates. *Computers & Structures* 82:227-39;2004.
330. Panasenko G. *Multi-scale Modelling for Structures and Composites*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005.
331. Panda SC, Natarajan R. Finite element analysis of laminated composite plates, *Int. Journal of Non-Linear Mechanics* 14:69-79;1979.
332. Paris F. *A Study of Failure Criteria of Fibrous Composite Materials*. NASA/CR-2001-210661, 2001.

333. Parlapalli MR, Soh KC, Shu DW, Ma G. Experimental investigation of delamination buckling of stitched composite laminates. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38(9):2024-2033;2007.
334. Paul B. Prediction of elastic constants of multiphase materials. *Trans. AIME*, 218, 36-41;1960.
335. Perez A. M., Gil L., Oller S.: Non-destructive testing evaluation of Low Velocity Impact Damage In Carbon Fiber-Reinforced Laminated Composites, ULTRAGARSAS, Vol. 66, No. 2, 2011.
336. Perret A, Mistou S, Fazzini M, Brault R. Global behaviour of a composite stiffened panel in buckling. Part 2: Experimental investigation. *Composite Structures* 94(2): 376-385; 2012.
337. Perreux D, Robinet D, Chapelle D. The effect of internal stress on the identification of the mechanical behaviour of composite pipes. *Compos Part A* 37(4):630-5;2006.
338. Peters ST (pod red.). *Handbook of Composites*. Chapman & Hall/CRC, 1998.
339. Phillips EA, Herakovich CT, Graham LL. Damage development in composites with large stress gradients. *Compos Sci Technol* 61(5):2169-82;2001.
340. Pietraszkiewicz W.: Geometrically nonlinear theories of thin elastic shells. *Advances in Mechanics* 12(1):51-130,1989.
341. Pignataro M, Luongo A, Rizzi N. On the effect of the local overall interaction on the postbuckling of uniformly compressed channels. *Thin-Walled Structures* 3:283-321;1985.
342. Pignataro M, Luongo A. Asymmetric interactive buckling of thin-walled columns with initial imperfections. *Thin-Walled Structures* 5:365-386;1987.
343. Pinho ST, Dávila CG, Camanho PP, Iannucci L, Robinson P. *Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity*. NASA/TM-2005-213530, 2005.
344. Pipes RB, Pagano NJ. Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial extension. *J. Compos. Mater.* 4:538-548;1970.
345. Pister KS, Dong SB.. Elastic bending of layered plates. *J. Eng. Mech. Div.* 1-10; 1959.
346. PN-EN ISO 14125:2001. *Kompozyty tworzywowe wzmocnione włóknem. Oznaczenie właściwości przy zginaniu*.
347. PN-EN ISO 14126:2002. *Kompozyty tworzywowe wzmocnione włóknem. Oznaczenie właściwości podczas ściskania równoległe do płaszczyzny laminowania*.
348. PN-EN ISO 14129:2000. *Kompozyty tworzywowe wzmocnione włóknem. Oznaczenie naprężenia ścinającego i odpowiadającego odkształcenia, modułu ścinania i wytrzymałości podczas rozciągania pod kątem +/- 45 stopni*.
349. PN-EN ISO 14130:2001. *Kompozyty tworzywowe wzmocnione włóknem. Oznaczenie umownej wytrzymałości na ścinanie międzywarstwowe metodą krótkiej belki*.
350. PN-EN ISO 527-1:1998. *Tworzywa sztuczne. Oznaczenie właściwości mechanicznych przy statycznym rozciąganiu. Zasady ogólne*.
351. PN-EN ISO 527-4:2000. *Tworzywa sztuczne. Oznaczenie właściwości mechanicznych przy statycznym rozciąganiu. Warunki badań kompozytów tworzywowych izotropowych i ortotropowych wzmocnionych włóknami*.

352. PN-EN ISO 527-5:2009. *Tworzywa sztuczne. Oznaczanie właściwości mechanicznych przy statycznym rozciąganiu. Część 5: Warunki badań kompozytów tworzywowych wzmocnionych włóknami jednokierunkowo.*
353. PN-ISO 5893:1999. *Urządzenia do badań gumy i tworzyw sztucznych. Badania przy rozciąganiu, zginaniu i ściskaniu (stała prędkość trawersy). Opis.*
354. *Prepreg technology*, Hexcel Publication, March, 2005.
355. Puck A.: *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis*, Hanser, München, 1996.
356. Puck A, Schürmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. *Compos Sci Technol* 58:1045-67;1998.
357. Rami HA. Cohesive micromechanics: a new approach for progressive damage modeling in laminated composites. *Int J Damage Mech* 18(8):691-719;2009.
358. Ramm E. *Strategies for tracing the nonlinear response near limit points. In: Non-linear finite element analysis in structural mechanics.* New York: Springer-Verlag; 1981.
359. Rao KP. A rectangular laminated anisotropic shallow thin shell finite element, *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering* 194:2285-2707;2005.
360. Reddy JN, Arciniega RA. Shear deformation plate and shell theories: From Stavsky to Present. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 11:535-582;2004.
361. Reddy JSN. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis.* CRC Press, Boca Raton, 2004.
362. Reddy YSN, Pandey AK. A first-ply failure analysis of composite laminates. *Comput Struct* 25(3):371-93;1987.
363. Reeder JR. A bilinear failure criterion for mixed-mode delamination. In: *Componeschi Jr ET, editor. Composite materials: testing and design (eleventh volume). ASTM STP 1206. W. Conshohocken (PA): ASTM Int. pp. 303-22;1993.*
364. Reeder, J., S. Kyongchan, P. B. Chunchu, and D. R.. Ambur: Post-buckling and Growth of Delaminations in Composite Plates Subjected to Axial Compression. 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Denver, Colorado, vol. 1746, p. 10, 2002.
365. Reissner E, Stavsky Y. Bending and stretching of certain types of heterogeneous anisotropic elastic plates. *J. Appl. Mech.*, 402-408;1961.
366. Rikards R, Chate A, Ozolinsh O. Analysis for buckling and vibrations of composite stiffened shells and plates. *Composite Structures* 51:361-370;2001.
367. Riks E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *Int J Solids Struct* 15(7):529-51;1979.
368. Robinson, P., T. Besant, and D. Hitchings: Delamination Growth Prediction Using a Finite Element Approach. 2nd ESIS TC4 Conference on Polymers and Composites, Les Diablerets, Switzerland 1999.
369. Rohwer K, Friedrichs S, Wehmeyer C. Analyzing laminated structures from fibre-reinforced composite material - an assessment. *Technische Mechanik* 25:59-79; 2005.
370. Romeo G, Frulla, G. Postbuckling Behaviour of Graphite/Epoxy Stiffened Panels with Initial Imperfections Subjected to Eccentric Biaxial Compression Loading. *Journal of Nonlinear Mechanics* 32(6):1997.

371. Romeo G. Experimental Investigation on Advanced Composite-Stiffened Structures under Uniaxial Compression and Bending. *AIAA Journal*, 24(11):1823-1830;1986.
372. Roorda J., „Some thoughts on the Southwell plot”, Proc. ASCE, Journ. of the Engineering Mechanics Division, Vol. 93, No. EM6, 1967.
373. Rotem A, Hashin Z. Failure modes of angle ply laminates. *J Compos Mater* 9(2):191-206;1975.
374. Rusiński E., Czmochoowski J., Smolnicki T.: Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2000.
375. Rybicki EF. Approximate three-dimensional solutions for symmetric laminates under in-plane loading. *J. Compos. Mater.* 5:354-360;1971.
376. Saigal S, Kapania RK, Yang TY. Geometrically nonlinear finite element analysis of imperfect laminated shells. *J Composite Materials* 20:197-214;1986.
377. Shim D.J., Alderliesten R.C., Spearing S.M., Burianek D.A.: Fatigue crack growth prediction in GLARE hybrid laminates. *Composites Science and Technology* 63 (2003) 1759-1767.
378. Sandhu RS. *Ultimate strength analysis of symmetric laminates*. AFFDL-TR-73-137, AD 779927, OH: Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base; 1974.
379. Saravanos DA, Chamis CC: *Unified Micromechanics of Damping for Unidirectional Fiber Reinforced Composites*. NASA TM-102107, 1989.
380. Satyamurthy K, Khot NS, Bauld NR. An Automated, Energy-Based, Finite-Difference of the Elastic Collapse of Rectangular Plates and Panels. *Computers and Structures* 11:239-249;1980.
381. Schipperen JHA. An anisotropic damage model for the description of transverse matrix cracking in a graphite-epoxy laminate. *Compos Struct* 53(3):295-9;2001.
382. Schnars U., Henrich R.: *Applications of NDT Methods on Composite Structures in Aerospace Industry*, Conference on Damage in Composite Materials, Stuttgart, Germany, 2006.
383. Shahid I, Chang FK. An accumulative damage model for tensile and shear failures of laminated composite plates. *J Compos Mater* 29(7):926-81;1995.
384. Shin CS, Wang CM. An improved cohesive zone model for residual notched strength prediction of composite laminates with different orthotropic lay-ups. *J Compos Mater* 38(9):713-36;2004.
385. Simites GJ. Buckling of moderately thick laminated cylindrical shells: a review. *Composites Part B* 27B:581-7;1996.
386. Simites G.J., Hodges D.H., *Fundamentals of structural stability*. Butterworth-Heinemann, 2006.
387. Singer J, Arbocz J, Weller T. *Buckling Experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled structure. Basic concepts, columns, beams, and plates. Volume 1*. John Wiley & Sons Inc. New York 1998.
388. Singer J, Arbocz J, Weller T. *Buckling Experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled structure. Shells built-up structures, composites and additional topics. Volume 2*. John Wiley & Sons Inc. New York 2002.

-
389. Soden PD, Hinton JM, Kaddour AS. A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates. *Compos Sci Technol* 58(7):1225-54;1998.
390. Southwell R.V. "On the Analysis of Experimental Observations in Problems of Elastic Stability", Proceedings, Royal Society, London, Series A, Vol. 135, pp.601-616, 1932.
391. Soutis C, Beaumont PWR (pod red.). *Multi-scale modelling of composite material systems The art of predictive damage modelling*. Woodhead Publishing Limited and CRC Press LLC, 2005.
392. Spencer H.H. Walker A.C. "Technique for Measuring The Critical Loads of Columns and Plates", Paper No. 2290 A SESA Spring Meet-ing,1974.
393. Spootswood MS, Palazotto AN. Progressive failure analysis of a composite shell. *Compos Struct* 53(1):117-31;2007.
394. Sridharan S (pod red.). *Delamination behaviour of composites*. Woodhead Publishing Limited and CRC Press LLC 2008.
395. Sridharan S, Ali MA. An improved interactive buckling analysis of thin-walled columns having doubly symmetric sections. *Int. J. Solids Structures* 22(4): 429-443; 1986.
396. Sridharan S, Benito R. Columns static and dynamic interactive buckling. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 110(1):49-65;1984.
397. Sridharan S, Peng MH. Performance of axially compressed stiffened panels. *Int. J. Solids and Structures* 25(8):879-899;1989.
398. Sridharan S. Doubly symmetric interactive buckling of plate structures. *Int. J. Solids Struct.* 19(7):625-641;1983.
399. Staab GH: *Laminar composites*. Butterworth-Heinemann, 1999.
400. Summerscales J. *Microstructural characterisation of fibre-reinforced composites*. Woodhead Publishing Ltd and CRC Press LLC, 1998.
401. Sun C. T., Quinn B. J., Tao J., Oplinger D. W., Hughes W. J.: Comparative Evaluation of Failure Analysis Methods for Composite Lamiantes. DOT/FAA/AR-95/109, Office of Aviation Research, Washington, DC, 1996.
402. Sun CT, Jin ZH. Modeling of composite fracture using cohesive zone and bridging models. *Compos Sci Technol* 66(10):1297-302;2006.
403. Swanson J. *ANSYS user's manual. Version 11.0*; 2007.
404. Takano N, Ohnishi Y, Zako M, Nishiyabu K. The formulation of homogenization method applied to large deformation problem for composite materials. *Int. Journal of Solids & Structures* 37:6517- 6535;2000.
405. Tamin MN (pod red.). *Damage and Fracture of Composite Materials and Structures*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012.
406. Tay TE, Liu G, Yudhanto A, Tan VBC. A micro-macro approach to modeling progressive damage in composite structures. *Int J Damage Mech* 17(1):5-28;2008.
407. Tay TE, Tan SHN, Tan VBC, Gosse JH. Damage progression by the element-failure method (EFM) and strain invariant failure theory (SIFT). *Compos Sci Technol* 65(6):935-44;2005.
408. Tennyson RC. Buckling of Laminated Composite Cylinders: A Review, *Composites* 17-24;1975.

409. Teter A.: *Static and dynamic interactive buckling of isotropic thin-walled closed columns with variable thickness*. Thin-Walled Structures **45**:936-940, 2007.
410. Teter A.: Wielomodalne wyboczenie cienkościennych uźebrowanych słupów obciążonych impulsem ściskającym. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej nr 1063. Rozprawy Naukowe z. 390. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2010.
411. Teter A., Kołakowski Z.: Interactive buckling of thin-walled open elastic column-beams with intermediate stiffeners. International Journal of Solid and Structures, **33**(3):315-330,1996.
412. Teter A., Kołakowski Z.: *Zastosowanie ogólnej asymptotycznej teorii stateczności Koitera do oceny nośności granicznej konstrukcji cienkościennych z żebrami pośrednimi*. Folia Societatis Scientiarum Lublinensis, **9**:124-134,2000.
413. Teter A., Kołakowski Z.: Lower bound estimation of load-carrying capacity of thin-walled structures with intermediate stiffeners, Thin-Walled Structures **39** (8), 649-669), 2001.
414. Teter A., Kołakowski Z.: Comparison of the theoretical load carrying capacity with the experimental data for same thin-walled plates and beams with intermediate stiffeners. Archive of Mechanical Engineering, XLVIII(1):29-54,2001.
415. Teter A., Kołakowski Z. Comparison of the theoretical load carrying capacity with the experimental data for same thin-walled plates and beams with intermediate stiffeners. Archive of Mechanical Engineering, XLVIII(1):29-54;2001.
416. Teter A., Kołakowski Z.: Stability and load carrying capacity of thin-walled corrugated trapezoidal plate. International Journal of Applied Mechanics and Engineering, **6**(2):311-323,2001.
417. Teter A., Kołakowski Z.: Natural frequencies of thin-walled structures with central intermediate stiffeners or/and variable thickness. Thin-Walled Structures **41**:291-316, 2003.
418. Teter A., Kołakowski Z.: Interactive buckling and load carrying capacity of thin-walled beam-columns with intermediate stiffeners. Thin-Walled Structures **42**:211-254,2004.
419. Teter A., Kołakowski Z., Kubiak T. Wyboczenie cienkościennych konstrukcji kompozytowych z żebrami pośrednimi. X Sympozjum Stateczności Konstrukcji, Zakopane, 2003.
420. Teter A., Kołakowski Z.: *Buckling of thin-walled composite structures with intermediate stiffeners*. Composite Structures, **69**(4):421-428,2005.
421. Tereszkowski Z. "Doświadczalna metoda wyznaczania obciążeń krytycznych w płytach", Archiwum Budowy Maszyn, Tom XVII zeszyt 3, Warszawa, 1970.
422. Theocaris PS. Weighing failure tensor polynomial criteria for composites. *Int J Damage Mech* **1**(1):4-46;1992.
423. Thom H.: A review of the biaxial strength of fibre-reinforced plastics. Composites Part A, t. 29A, s. 869 ÷ 886, 1998.
424. Thompson JMT, Hunt GW. *General theory of elastic stability*. Wiley, New York 1973.
425. Tong L, Mouritz AP, Bannister MK: *3D Fibre Reinforced Polymer Composites*. ELSEVIER Science Ltd., 2002.
426. Tong L. An assessment of failure criteria to predict the strength of adhesively bonded composite double lap joints. *J Reinf Plastic Compos* **16**(8):698-713;1997.

427. Tsai S. W.: Strength Theories of Filamentary Structures, in Fundamental Aspects on Fibre Reinforced Plastic Composites. Conference Proceedings, R. T. Schwartz and H. S. Schwartz (Editors), Dayton, Ohio, 24 - 26 May 1966, Wiley Interscience, s. 3 ÷11, New York 1968.
428. Tsai S. W.: Composite Design. United States Air Force Materials Laboratory, Thin Composites, Dayton Paris and Tokyo 1985.
429. Tsai CT, Palazotto AN, Dennis ST. Large-rotation snap-through buckling in laminated cylindrical panels. *Finite Elements in Analysis and Design* 9:65-75;1991.
430. Tsai SW, Wu EM. A general theory of strength for anisotropic materials. *J. Compos. Mater.* 58-80; 1971.
431. Tsai SW. *Strength characteristics of composite materials*. NASA CR-224; 1965.
432. Tsai SW: *Composite Design. Think Composites*, Dayton, OH, 1987.
433. Tung TK, Surdenas J. Buckling of Rectangular Orthotropic Plates under Biaxial Loading. *Journal of Composite Materials*, 21:124-128; 1987.
434. Turon A, Davila CG, Camanho PP. Costa J. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models. *Eng Fract Mech* 74(10):1665-82;2007.
435. Tvergaard V, Hutchinson JW. Effect of strain-dependent cohesive zone model on predictions of crack growth resistance. *Int J Solids Struct* 33(20-22):3297-308; 1996.
436. Tvergaard V. Imperfections sensitivity of a wide integrally stiffened panel under compression. *Int. J. Solids and Struct.* 9:177-192;1973.
437. Tvergaard V. Influence of post-buckling behaviour on optimum design of stiffened panels. *Int. J. Solids and Struct.* 9:1519-1534;1973.
438. van der Heijden AMA. (pod red.). *W.T. Koiter's Elastic Stability of Solids and Structures*. Cambridge University Press, 2009.
439. van Erp GM, Menken CM. Initial post-buckling analysis with the spline finite-strip method. *Computers and Struct.* 40(5):1193-1201;1991.
440. Vasiliev VV, Morozov EV. *Mechanics and Analysis of Composite Materials*. Elsevier Science Ltd, Oxford 2001.
441. Venkataramaiah KR, Roorda J. Analysis of local plate buckling experimental data. *Sixth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures* (1982: November 16-17; St. Louis, Missouri), Missouri S&T (formerly the University of Missouri - Rolla, 45-74, (1982).
442. Vinson JR, Chou TW. *Composite Materials and Their Use in Structures*. Applied Science Publishers Ltd, London, 1975.
443. Vinson JR, Sierakowski R: *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*. Kluwer Academic Publishers New York, 2004.
444. Vlachoutsis S. Shear correction factors for plates and shells. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering* 33:1537-1552;1992
445. Voyiadjis GZ, Allen DH (pod red.). *Damage and Interfacial Debonding in Composites*. Elsevier Science B.V. Amsterdam, 1996.
446. Wang ST, Pao HY. Tensional-flexural buckling of locally buckling columns. *Computers and Structures* 11:127-136;1980.
447. Wang ST, Yost MI, Tien YL. Lateral buckling of locally buckling using finite element techniques. *Computers and Structures* 7:469-475;1977.

448. Whitcomb JD. *Analysis of instability-related growth of a through-width delamination*. NASA TM-86301; 1984.
449. White SR. *Mixed-mode interlaminar fracture of graphite/epoxy*. Washington University; 1987.
450. Whitney JM, Pagano NJ. Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates. *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME* 37:1031-1036;1970.
451. Whitney JM. *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates*. Technomic Publishing Co. Inc., Lancaster, PA, 1987.
452. Wilczyński AP. *Polimerowe kompozyty włókniste*. WNT W-wa 1996.
453. Williams JG, Stein M. Buckling Behavior and Structural Efficiency of Open-Section Stiffened Composite Compression Panels. *AIAA Journal* 14(11):1618-1626; 1976.
454. Wisnom MR, Hill GFJ, Jones MI. Through thickness failure prediction of composite structural elements. In: *Proceedings of the 13th international conference on composite materials, Beijing, China*. Paper no. 1623; 2001.
455. Woźniak C. (red.): *Mechanika techniczna - mechanika sprężysta płyt i powłok*. Tom VIII. PWN Warszawa, 2001.
456. Xie D, Biggers SB. Progressive crack growth analysis using interface element based on the virtual crack closure technique. *Finite Elem Anal Des* 42(11):977-84; 2006.
457. Xie D, Waas AM. Discrete cohesive zone model for mixed-mode fracture using finite element analysis. *Eng Fract Mech* 73(13):1783-96;2006.
458. Xu XP, Needleman A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *J Mech Phys Solids* 42(9):1397-434;1994.
459. Yamada SE, Sun CT. Analysis of laminate strength and its distribution. *J Compos Mater* 12:275-84;1978.
460. Yan XQ, Du SY, Wang DUO. An engineering method of determining the delamination fracture toughness of composite laminates. *Eng Fract Mech* 39(4):623-7; 1991.
461. Yan YH, Park SH. An extended finite element method for modeling near-interfacial crack propagation in a layered structure. *Int J Solids Struct* 45(17):4756-65; 2008.
462. Ye J., Zhang B., Qi H.: *Cost estimates to guide manufacturing of composite waved beam*, Materials and Design 30, p. 452-458, 2009.
463. Zaráš J., Królak M., Kotelko M.: *Metody doświadczalne wyznaczania obciążeń krytycznych i analizy zachowania się elementów konstrukcji w stanie zakrytycznym*. X Krajowa Konferencja Wytrzymałości Materiałów i Badania Materiałów, Kudowa-Zdrój 20-22 wrzesień, 2006 (wersja elektroniczna).
464. Zhang X. Impact damage in composite aircraft structures - experimental testing and numerical simulation. *J Aerospace Eng* 212(4):245-59;1998.
465. Zhang YX, Yang CH. Recent developments in finite element analysis for laminated composite plates. *Compos Struct* 88(1):147-57;2009.
466. Zhu H, Sankar BV, Marrey RV. Evaluation of failure criteria for fiber composites using finite element micromechanics. *J Compos Mater* 32(8):766-82;1998.
467. Zureick A, Nettles AT (pod red.). *Composite Materials: Testing, Design, and Acceptance Criteria*. ASTM Stock Number: STPI416, 2002.
468. <http://www.vallen.de>

W rozprawie zajmowano się zagadnieniem stateczności i procesu zniszczenia ściskanych cienkościennych słupów kompozytowych o przekrojach otwartych. Do opisu zagadnienia stateczności zastosowano badania doświadczalne prowadzone na rzeczywistych konstrukcjach kompozytowych oraz metody obliczeniowe z wykorzystaniem metody analityczno-numerycznej (MAN) oraz metody elementów skończonych (MES).

W ramach badań doświadczalnych na wykonanych techniką autoklawową kompozytowych słupach o przekrojach ceowych i omegowych prowadzono analizę stanu krytycznego, pokrytycznego oraz fazy zniszczenia konstrukcji. Rejestracji wyników badań dokonywano z wykorzystaniem metod tensometrii oporowej, laserowego pomiaru ugięć, szybkiej kamery i metody emisji akustycznej. Dodatkowo prowadzono ocenę jakości wytworzonych struktur kompozytowych z zastosowaniem metod nieniszczących NDT, mikrotomografii rentgenowskiej oraz mikroskopii optycznej. Zastosowane techniki umożliwiały lokalizację wewnętrznych wad wytworzonego materiału (porowatości, delaminacji), jak również identyfikację charakteru zjawiska zniszczenia struktury materiału kompozytowego po przeprowadzonych badaniach niszczących.

Badania symulacyjne prowadzono z wykorzystaniem dwóch technik obliczeniowych: metody analityczno-numerycznej oraz metody elementów skończonych. Otrzymano dobrą zgodność jakościową i ilościową wyników obliczeń z wynikami badań doświadczalnych, w szczególności dla stanu krytycznego i pokrytycznego. Potwierdziło to adekwatność opracowanych modeli numerycznych do analizy zagadnienia stateczności badanych konstrukcji kompozytowych.

Stan krytyczny opisano, rozwiązując zagadnienie własne. Stany pokrytyczne stanowiące nieliniowe zagadnienie stateczności rozwiązano z wykorzystaniem metody analityczno-numerycznej bazującej na asymptotycznej teorii układów zachowawczych Koitera oraz metody elementów skończonych z wykorzystaniem metody przyrostowo-iteracyjnej Newtona-Raphsona oraz strategii korekcyjnej opartej na kontroli długości łuku w sformułowaniu metody Riksa. Analizę zniszczenia badanych konstrukcji przeprowadzono z wykorzystaniem naprężeniowych kryteriów zniszczenia kompozytu: kryterium maksymalnych naprężeń, kryterium Tsai-Hill'a, kryterium Tsai-Wu oraz kryterium Azzi-Tsai-Hilla. Wykazano jednoznaczność oraz akceptowalną przydatność zastosowanych kryteriów do opisu fazy zniszczenia ściskanych słupów kompozytowych, weryfikując otrzymane wyniki badaniami doświadczalnymi.

Na podstawie przeprowadzonych analiz zauważono istotny wpływ układu włókien kompozytu na wartość obciążenia krytycznego i niszczącego. Dotyczy to również otrzymywanych postaci lokalnego wyboczenia ścian słupów, dla których w zależności od zastosowanej konfiguracji kompozytu otrzymywano inne liczby półfal w kierunku wzdłużnym charakteryzujących proces utraty stateczności badanych konstrukcji.

Prezentowana praca składa się z jedenastu rozdziałów. Rozdział pierwszy stanowi wprowadzenie w tematykę zagadnienia stateczności oraz zniszczenia cienkościennych struktur kompozytowych. W rozdziale drugim omówiono najważniejsze pozycje literaturowe dotyczące tematyki niniejszej pracy. Najważniejsze cele oraz tezę prezentowanej pracy sformułowano w rozdziale trzecim. Rozdział czwarty zawiera podstawowe równania stateczności oraz właściwości mechaniczne cienkościennych płyt kompozytowych. W rozdziale piątym omówiono wybrane kryteria zniszczenia kompozytów. W rozdziale szóstym przedstawiono metodykę rozwiązania zagadnienia stateczności metodą analityczno-numeryczną (MAN) oraz metodą elementów skończonych (MES). Rozdział siódmy zawiera opis przedmiotu badań, metod wytwarzania i oceny właściwości wytworzonych struktur kompozytowych. W rozdziale ósmym przedstawiono wyniki badań doświadczalnych stanu krytycznego. Rozdział dziewiąty zawiera wyniki analizy analityczno-numerycznej i numerycznej w kontekście wyników badań doświadczalnych. W rozdziale dziesiątym przedstawiono wyniki analizy zniszczenia badanych konstrukcji cienkościennych. Wnioski końcowe pracy zawarto w rozdziale jedenastym.

Summary

The thesis deals with of a problem of stability, as well as damage processes taking place in thin-walled composite columns having open cross-sections. In order to describe the stability phenomena, both experimental tests, lead on the real composite structures and computational methods, exploiting an analytical-numerical method, as well as the Finite Element Method (FEM) were performed.

Within the framework of experiment a critical state analysis, as well as a postcritical one, comprising the structure's failure phase were conducted on an Ω -type and a C-type channel section composite columns manufactured with the autoclaving technique. The data acquisition process was performed with an electrical strain gage technique, a laser sensor deflection measurement, a high speed camera and an acoustic emission technique. In addition, the columns' quality check was performed using non-destructive techniques (NDT), an X-ray microtomography and an optical microscopy. The exploited techniques enabled a location of internal flaws (porosity, delamination) of the manufactured composite material, as well as an identification of damage mechanisms of the structure after performing destructive tests.

The numerical simulations were lead with the two computational techniques: the analytical-numerical one and the Finite Element Method. A good agreement of the computational and the experimental results was gained, both in qualitative and in quantitative sense, especially for the critical and the postcritical state. This confirmed the aptitude of the elaborated numerical models to be used in the analysis of stability of the examined structures.

The critical state was defined by solving the eigenproblem. The postcritical state, being a nonlinear problem of stability was solved by taking advantage of both analytical-numerical method and the Finite Element Method. The former based on the Koiter's asymptotic theory of conservative systems, whereas the latter exploited the incremental-iterative Newton-Raphson method accompanied by a corrective strategy based on the arc length control in the formulation of the Riks method. The failure analysis of the examined structures was performed using several stress criteria for damage in composites: the maximum stress criterion, as well as the Tsai-Hill, the Tsai-Wu and the Azzi-Tsai-Hill criterion. An acceptable suitability of the applied criteria for the preliminary description of the failure phase of the compressed composite columns was proved by a verification of the numerically gained results with the experimental ones.

On the basis of the performed analyses a considerable influence of the composites' fibre direction sequence on the value of critical load, the failure load and the postcritical stiffness of the structure was observed. This applied also to

the received modes of local buckling of the columns' walls, for which different half-wave numbers were gained in longitudinal direction depending on the composite sequence. The number half-waves characterized the process of stability loss of the examined structures.

The performed research enabled an elaboration of a procedure of complex stability and load capacity analysis of thin-walled composite columns having complicated shape of its cross-section. The performed multidisciplinary study within the above described domain enabled sufficient identification and interpretation of the composite structures' damage processes.

The presented thesis comprises eleven chapters. The first one is an introduction to the subject of stability and damage problems of thin-walled composite structures. In chapter two, the most important literature items, concerning the subject area of the thesis were discussed. Main goals of the thesis were formulated in chapter three. Chapter four contains basic equations of stability of thin-walled composite plates. In chapter five, chosen criteria of composite failure were talked over. In chapter six, the procedure of solving the stability problem with the analytical-numerical method and with the Finite Element Method was presented. Chapter seven contains a description of the research objects, manufacturing methods and ways of determination of the fabricated composite structures' properties. In chapter eight, the critical state's experimental results were presented. Chapter nine contains the results of the analytical-numerical, as well as the numerical analysis within a context of experimental results. In chapter ten, the results of damage analysis of the examined thin-walled structures were collected. The conclusions arising from the thesis were presented in chapter eleven.

Charakterystyka zawodowa autora

Hubert Dębski urodził się w Lublinie w 1966 roku. Ukończył studia na Wydziale Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej w 1990 roku, uzyskując dyplom magistra inżyniera o specjalności lotnictwo (specjalizacja samoloty). W 1991 roku rozpoczął pracę na stanowisku konstruktora w Zakładzie Badawczo-Rozwojowym PZL-WSK Świdnik S.A., gdzie zajmował się obliczeniami numerycznymi MES wytrzymałości statycznej oraz stateczności elementów konstrukcji śmigłowców seryjnych i prototypowych. W 1997 roku rozpoczął pracę naukowo-dydaktyczną na stanowisku asystenta w Katedrze Podstaw Konstrukcji Maszyn Wydziału Mechanicznego Politechniki Lubelskiej. Pracę doktorską pt. *„Stany pokrytycznej deformacji cienkościennych ustrojów nośnych usztywnionych profilami zamkniętymi z zastosowaniem w budowie maszyn”* obronił na Wydziale Mechanicznym Politechniki Lubelskiej w 2003 roku, uzyskując stopień doktora nauk technicznych w dyscyplinie budowa i eksploatacja maszyn. W tym samym roku został zatrudniony na stanowisku adiunkta w Katedrze Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Lubelskiej, gdzie pracuje do chwili obecnej.

W ramach działalności dydaktycznej prowadzi zajęcia ze studentami studiów dziennych i zaocznych z zakresu podstaw konstrukcji maszyn, komputerowego wspomaganie projektowania oraz metody elementów skończonych. Jest opiekunem studenckiego Koła Naukowego Komputerowego Wspomagania Prac Projektowych, w ramach którego pomaga rozwijać zainteresowania studentów w zakresie projektowania i obliczeń numerycznych. Był współorganizatorem dwóch konferencji Studenckich Kół Naukowych: w 2005 roku w Lublinie oraz w 2007 roku w Kazimierzu Dolnym.

W 2010 roku w ramach realizacji programu UE „Nowoczesna edukacja” odbył staż dydaktyczny w Technische Universität w Darmstadt. W ramach programu Erasmus prowadził wykłady na Uniwersytetach w Koszycach (2010 i 2013) i Żylinie (2009 i 2012). Był promotorem 3 prac magisterskich i 3 prac inżynierskich oraz 4 prac na studiach podyplomowych.

W latach 1997-2011 w ramach zainteresowań związanych z komputerowym wspomaganie projektowania oraz symulacjami numerycznymi z wykorzystaniem metody elementów skończonych Hubert Dębski był uczestnikiem profesjonalnych szkoleń z zakresu CAD i MES, uzyskując certyfikaty potwierdzające znajomość oprogramowania: Catia V4, Catia V5, I-deas, NX oraz Abaqus.

Wyniki prowadzonych prac naukowych prezentował na 16 konferencjach i sympozjach krajowych i zagranicznych. Rezultatami dotychczasowej pracy naukowej autora jest autorstwo lub współautorstwo w ponad 70 artykułach

i referatach wygłoszonych na konferencjach krajowych i zagranicznych, w tym z tzw. *listy filadelfijskiej*. Jest również autorem pięciu rozdziałów monografii. Odbył staż naukowy w Universität Stuttgart w Niemczech. W latach 2006-2012 był wykonawcą w 8 projektach, w tym w 4 projektach celowych i 2 programach europejskich. Od roku 2011 jest kierownikiem projektu badawczego własnego MNiSW, którego częściowe wyniki badań są prezentowane w niniejszej pracy. W roku 2011 Hubert Dębski otrzymał nagrodę Rektora Politechniki Lubelskiej za działalność naukową oraz działalność organizacyjną. Jest członkiem lubelskiego oddziału PNTTE.

